

IEM-II-03-03

***CONTROL PREDICTIVO APLICADO A MODELOS DIFUSOS TIPO TAKAGI-
SUGENO***

IVÁN CASTILLO CONTRERAS

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MAESTRIA EN INGENIERÍA ELECTRICA Y ELECTRÓNICA
FACULTAD DE INGENIERIA
BOGOTA, DC
2004**

CONTROL PREDICTIVO APLICADO A MODELOS DIFUSOS TIPO TAKAGI-SUGENO

IVÁN CASTILLO CONTRERAS

**Proyecto de Grado para optar al título de
Magíster en Ingeniería Electrónica y de Computadores**

ASESOR

ALAIN GAUTHIER, Ph. D.

CO-ASESOR

VICTOR HUGO GRISALES, Msc

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MAESTRIA EN INGENIERÍA ELECTRICA Y ELECTRÓNICA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

BOGOTA D.C.

2004

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	1
OBJETIVO GENERAL	2
INTRODUCCIÓN	3
1. CONTROL PREDICTIVO	5
1.1 HISTORIA DEL CONTROL PREDICTIVO	5
1.2. VENTAJAS DE USAR CONTROL PREDICTIVO	6
2. CONTROL PREDICTIVO GENERALIZADO (GPC)	8
2.1 ANTECEDENTES GPC	8
2.2. CARACTERISTICAS GPC	9
3. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELOS DIFUSOS	24
3.1 PLANTEAMIENTO POR CIPRIANO & RAMOS	24
3.2 PLANTEAMIENTO POR ROUBUS & BABUSKA	25
3.3 PLANTEAMIENTO POR CIPRIANO & SAEZ	26
3.4 PLANTEAMIENTO BASADO EN PREDICTORES DIFUSOS	28
4. EJEMPLO DE APLICACIÓN	29
4.1 CONTROL GPC LINEAL	30
4.2 CONTROL GPC NO LINEAL	35
4.2.1 Cálculo de la ley de control ponderación modelo	36
4.2.2 Cálculo de predictores para cada modelo local	37
5. APLICACIÓN DE GPC Y GPC DIFUSO A UNA PLANTA HIDRÁULICA REAL	43
5.1 CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LA PLANTA NO LINEAL	43
5.1.1 Modelo no lineal teórico	43
5.1.1.1 Caracterización de la Bomba	44

5.1.1.2	Caracterización Planta Hidráulica	44
5.1.1.3	Caracterización Sensor de Presión	45
5.1.2	Modelo Difuso	45
5.2	DISEÑO DE CONTROLADORES DIFUSOS PREDICTIVOS APLICADOS A LA PLANTA HIDRAULICA	47
5.2.1	Ponderación ley de control	47
5.2.2	Ponderación Modelo	52
5.2.3	Ponderación Banco de Predictores	53
5.3	DISEÑO DE CONTROLADOR GPC LINEAL	54
5.3.1	Cálculo ley de control predictiva	54
5.4	COMPARACIÓN DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR GPC LINEAL CON LOS CONTROLADORES GPC NO LINEALES	57
6.	CONCLUSIONES	58
7.	BIBLIOGRAFIA	60

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
Figura No. 1	Filosofía de control GPC	10
Figura No. 2	Estructura GPC	20
Figura No. 3	Regulador RST	22
Figura No. 4	Implementación ley de control GPC	22
Figura No. 5	Resultados de simulación que incluye el efecto de un disturbio para el control de la planta de la ecuación (11)	23
Figura No. 6	Ejemplo de Estudio	29
Figura No. 7	Implementación ley de control predictiva	32
Figura No. 8	Respuesta del controlador predictivo lineal alrededor de varios puntos de operación	33
Figura No. 9	Salida del controlador antes del saturador	33
Figura No. 10	Salida del controlador al aumentar el valor de λ .	34
Figura No. 11	Salida de la planta al aumentar el valor de λ .	34
Figura No. 12	Mecanismo antisaturación	35
Figura No. 13	Salida de la planta con mecanismo antisaturación	35
Figura No. 14	Funciones de pertenencia del modelo difuso	36
Figura No. 15	Diagrama en bloques controlador predictivo modelo local 1	38
Figura No. 16	Resultado de la simulación modelo local 1.	38
Figura No. 17	Resultado de la simulación modelo local 2.	39
Figura No. 18	Resultado de la simulación modelo local 3.	39
Figura No. 19	Superficies del controlador predictivo difuso	40
Figura No. 20	Implementación controlador predictivo difuso	41
Figura No. 21	Simulación controlador predictivo difuso realizando un barrido alrededor de varios puntos de operación	41

Figura No. 22	Planta hidráulica implementada	43
Figura No. 23	Flujo de entrada Vs. Corriente de alimentación	44
Figura No. 24	Planta no lineal	44
Figura No. 25	Relación altura Vs. voltaje sensor de presión	46
Figura No. 26	Función de pertenencia $y(k-1)$	46
Figura No. 27	Función de pertenencia $u(k-1)$	47
Figura No. 28	Esquema de control modelo local	48
Figura No. 29	Salida modelo local 1	49
Figura No. 30	Salida modelo local 2	49
Figura No. 31	Salida modelo local 3	50
Figura No. 32	Esquemático ponderación ley de control	51
Figura No. 33	Salida ponderación ley de control	51
Figura No. 34	Salida ponderación ley de control en la planta real	52
Figura No. 35	Simulación salida ponderación modelo	52
Figura No. 36	Salida ponderación modelo en la planta real	53
Figura No. 37	Salida ponderación banco de predictores	54
Figura No. 38	Esquema control predictivo lineal	55
Figura No. 39	Salida GPC lineal con planta linealizada	56
Figura No. 40	Salida controlador GPC con planta no lineal	57
Figura No. 41	Salida GPC lineal con planta real	57

RESUMEN

En este documento se explica la estrategia de Control GPC (Generalized Predictive Control). Posteriormente se presentan las técnicas de Control Predictivo Generalizado usando modelos difusos tipo Takagi-Sugeno. Adicionalmente, se realiza un análisis comparativo del desempeño de un controlador predictivo lineal y de uno no lineal basado en un modelo difuso de tipo Takagi-Sugeno de un sistema hidráulico, en donde el modelo difuso del sistema fue obtenido a partir de la utilización de técnicas de clustering. Los dos controladores son implementados en una planta hidráulica real y se confrontan con los resultados teóricos obtenidos en simulación.

OBJETIVO GENERAL

Estudiar las estrategias de Control Predictivo Generalizado (GPC) usando modelos difusos tipo Takagi-Sugeno, para sistemas SISO no lineales y aplicar una de estas técnicas a un sistema real.

INTRODUCCIÓN

Los métodos de control predictivo realizan una formulación de un criterio de control en un tiempo dado explícitamente, en términos de las predicciones de las salidas futuras que son obtenidas con base en el modelo de la planta del proceso a controlar¹. Utilizando este criterio o ley de control predictiva, la señal de control es calculada de tal forma que obliga a la señal de salida a seguir a la señal de referencia con el propósito de minimizar la diferencia entre estas dos señales.

En las técnicas de control predictivo, que se mencionaran mas adelante, el modelo de la planta es muy importante; pero cuando los procesos son altamente no lineales se hace muy complicado realizar su formulación matemática, esta dificultad justifica la importancia de aprovechar técnicas de modelado no lineal.

En particular, entre las técnicas de control predictivo se va a usar Control Predictivo Generalizado (GPC). Esta técnica ha sido bien aceptada en la industria porque proporciona un buen control en lazo cerrado cuando se presentan variaciones en el tiempo muerto, en el orden de la planta y en procesos de fase no mínima e inestables. Sin embargo, cuando los procesos son altamente no lineales, en general se hace muy complicado realizar una formulación directa de la ley de control. Teniendo en cuenta esta limitación, uno de los enfoques posibles para la extensión de las técnicas de control predictivo a sistemas no lineales, es la aplicación a un modelo difuso Takagi-Sugeno (TS). Esto permite aprovechar las características del control en robustez y la capacidad de interpolación de submodelos lineales del modelo difuso TS. Para el cumplimiento de esta idea, este trabajo está dividido en tres partes principales:

¹ MATKO, Drago. “*Predictive Functional Control Based on Fuzzy Model for Heat Exchanger Pilot Plant*”. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol.8 No.6 Diciembre de 2000

La primera parte aborda los conceptos de GPC (Generalized Predictive Control) para sistemas SISO lineales e invariantes en el tiempo, en donde se explica la forma de obtener la ley de control para ser aplicada en un sistema.

La segunda parte se refiere a las diferentes estrategias que se utilizan en control predictivo basado en modelos difusos, en los que se aplicarán los conceptos mencionados en la primera parte. Finalmente, en la última sección, se mostrará una aplicación en una planta hidráulica real en la que se evidencia el funcionamiento de la estrategia de control predictiva difusa elegida y se comparará con el desempeño de una estrategia GPC basada en un modelo linealizado alrededor de un punto de operación.

1. CONTROL PREDICTIVO

1.1 HISTORIA DEL CONTROL PREDICTIVO

A finales de la década de los 70 aparecieron varios artículos mostrando un interés incipiente en la aplicación industrial de control predictivo basado en modelos. Los métodos fundamentales que están basados en el principio de control predictivo son²:

- 1978 Richalet propone **MPHC** “Model Predictive heuristic control”.

- En 1979 Cutler y Ramaker proponen **DMC** “Dynamic Matriz Control” esta teoría fue utilizada en USA. Por el mismo año resulta en Europa **MAC**³, Model Algorithmic Control, teorías con las cuales se realizaron varios desarrollos industriales en procesos químicos.

- En 1984 Ydstie propone **EHAC** “Extended Horizon Adaptive Control”

- En 1985 De Keyser propone **EPSAC** “Extended Prediction Self Adaptive Control”

- En 1987 Clarke propone **GPC** “Generalized Predictive Control”

Vale la pena anotar que todos estos métodos de control tienen en común que la solución es un problema de optimización en un horizonte finito para cada instante de tiempo e incorpora la predicción de la salida de la planta.

² GARCIA, Carlos. PRETT, M. “*Model Predictive control: Theory and practice*”. Automatica. Vol.25 No.3. pp. 335-348. 1989.

³ Control Predictivo Basado en Modelos. http://fiec.uni.edu.pe/wdoc/200004A/cont_pred_1.html

Al inicio del año 1990, se produjo un *boom* en una diversidad de aplicaciones reportadas en Estados Unidos y Japón y actualmente en Europa, en los que se trabajan problemas de estabilidad con y sin restricciones y en estrategias adaptativas predictivas⁴.

1.2 VENTAJAS DE USAR CONTROL PREDICTIVO

Sus principales ventajas son⁵:

- Control de tipo óptimo. La ley de control se deriva de la solución de un problema de minimización, esto garantiza que los errores en la salida serán mínimos.
- Control “Feed Forward”⁶. Los algoritmos de control predictivo consideran el comportamiento sobre un horizonte futuro en el tiempo por esta razón los efectos de los disturbios pueden ser anticipados y removidos antes de que se introduzcan en el sistema, esta característica aumenta la robustez de la planta a controlar.
- Presencia de tiempo muerto. La presencia de tiempos muertos generalmente dificulta el control de la planta, pero en las estrategias basadas en control predictivo estos tiempos son incluidos de manera sencilla dentro del modelo de la planta.
- Control Multivariable. Tiene la capacidad de manejar en el criterio de control varias variables de entrada y de salida fácilmente.
- Restricciones. Se pueden incluir restricciones tanto en los valores de las variables de salida como en los valores de las variables de entrada (actuadores). De esta

⁴ SAÉZ, Doris. “Apuntes: Control predictivo basado en modelos”. Universidad de Quilmas. Marzo 2002. En <http://iaci.unq.edu.ar/materias/TopicosContAvanzados/web/apuntesI.pdf>

⁵ Departamento de Ingeniería de sistemas y Automática. “VENTAJAS DEL CONTROL PREDICTIVO”. En <http://www.esi2.us.es/ISA/GAR/ALMAZARAS/paginaalmazara/ventajaspredictivo.html>

⁶ POKORNY, Miroslav. A predictive Control using a Non- Linear Fuzzy Modelling. Technical University Ostrava, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science. <http://www.fs.vsb.cz/akce/2000/KonfFS04/Proceedings/papers/31.pdf>

forma se puede garantizar que la operación de la planta va a estar restringida garantizando condiciones de estabilidad.

- Control estocástico. La ley de control resultante tiene en cuenta la presencia de ruidos en donde constantemente corrige esta influencia sobre el sistema.

2. CONTROL PREDICTIVO GENERALIZADO (GPC)

Actualmente GPC, que fue propuesto por Clarke, se ha convertido en el método de control predictivo más aceptado básicamente porque proporciona un buen control en malla cerrada cuando se presentan los siguientes inconvenientes⁷:

- Cuando el proceso presenta parámetros variantes es decir tiempo muerto variable y orden del modelo variable.
- Si el proceso es de fase no mínima.
- Si el proceso es inestable en malla abierta
- Cuando el proceso no debe superar ciertas limitaciones.

Adicionalmente a diferencia de otros métodos GPC es fácil de solucionar para plantas de orden alto⁸.

2.1 ANTECEDENTES GPC

Este método de control es basado en controladores de Mínima Varianza (Propuestos por Astrom) en donde básicamente la ley de control es obtenida minimizando el siguiente criterio:

$$J(u, t) = E\left\{\left(e(t+1)\right)^2\right\}$$

Es decir se basa en la minimización del error. Este criterio presenta dificultades cuando la planta tiene retardos mayores que la unidad por que se hace necesario variar la función a minimizar. Adicionalmente este tipo de controlador trabaja solamente para sistemas con

⁷ LEE, Tong. HANG, C. HO, Weng. “*Adaptive Control*”. Instrument Society of America ISA. 1993.

⁸ CLARKE, David W. “Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes”. IEEE Control Systems Magazine. Abril 1988.

fase mínima, por que cuando son de fase no mínima se afecta la estabilidad del sistema retroalimentado. Por lo tanto para solucionar estos problemas se desarrolló un nuevo criterio:

$$J(u, t) = E\left\{e(t+1)^2 + \lambda u(t)^2\right\}$$

Que es denominado GMV “Generalized Minimum Variance Control” que básicamente incluye una penalidad en la señal de control para solucionar el problema de los sistemas de fase no mínima. Pero con este nuevo criterio se tiene el problema de que la estabilidad no es garantizada para todos los valores de λ , así como la solución del criterio.

Otra modificación de GMV es trabajar el problema de optimización utilizando $\Delta u(t)$, es decir:

$$J(u, t) = E\left\{e(t+1)^2 + \lambda \Delta u(t)^2\right\}$$

Debido a que con este criterio se garantiza que el error de estado estático sea cero. En definitiva la inclusión de λ es para prevenir una explosión en las señales de control. Pero de todas formas éste criterio presenta problemas para algunos sistemas de fase no mínima y en sistemas con conocimiento pobre del tiempo de retardo. Por lo tanto, con el propósito de solucionar estos problemas resulta GPC.

2.2 CARACTERÍSTICAS GPC

GPC parte con la minimización el siguiente criterio:

$$J(N1, N2, NU, \lambda) = \sum_{j=N1}^{N2} e^2(t+j) + \lambda \sum_{j=1}^{NU} \Delta u^2(t+j-1) \quad (1)$$

sujeto a $\Delta u(t+j) = 0$ para $j = NU, \dots, N2$

En donde:

N1: Mínimo horizonte de costo.

N2: Máximo Horizonte de Costo.

NU: Horizonte de Control

$e(t+j) = w(t+j) - y(t+j)$ en donde $w(t+j)$ es una futura secuencia de set-point disponible.

$$\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$$

El resultado de esta minimización produce un vector $\tilde{\mu} = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+NU-1)]$ pero solamente $\Delta u(t)$ es aplicado. Y en el tiempo $t+1$ un nuevo problema de optimización es resuelto. Esta implementación es llamada "Receding Horizon Control" (Horizonte de Control de Ventana deslizante). Por lo tanto el objetivo de la ley de control predictiva es determinar una función de control para el tiempo futuro de tal manera que el sistema controlado alcance el valor de la referencia futura, lo que implica conocer esta referencia. La figura No.1 explica la idea básica de GPC:

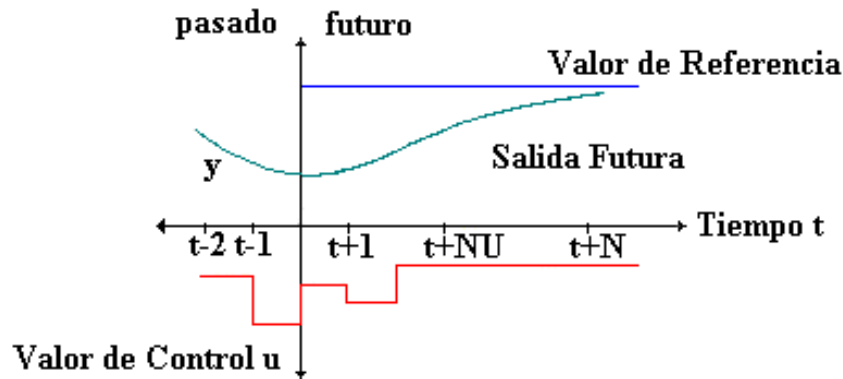


Figura No.1 Filosofía de Control GPC

Como se mencionó anteriormente el valor de referencia es asumido constante y disponible, luego la respuesta del sistema es basada en una acción de control futura, el modelo de los parámetros y el estado actual del sistema. Por lo tanto la ley de control predictiva genera

una secuencia la cual fuerza la respuesta futura del sistema a ser igual al valor de referencia. Todos estos cálculos son realizados en el tiempo actual t .

Del planteamiento anterior para determinar la ley de control es importante la elección de N_1 , N_2 , λ , tiempo de muestreo en donde presentan un gran efecto en la robustez y estabilidad⁹. Por lo tanto para la elección de estos parámetros se deben considerar los siguientes aspectos:

- Tiempo de Muestreo: El tiempo de muestreo debe ser lo suficientemente pequeño para que capture adecuadamente la dinámica del proceso, sin embargo un tiempo de muestreo grande permite cálculos on-line necesarios para implementación pero puede resultar en obtener comportamientos con excesivas oscilaciones entre los puntos de muestreo. Adicionalmente para sistemas inestables la robustez depende críticamente en la elección del tiempo de muestreo.
- Horizonte de Predicción: La elección de un horizonte de predicción en especial para sistemas no lineales no ha sido resuelta de forma clara pero se han encontrado las siguientes tendencias: Cuando se selecciona un horizonte de predicción alto esto tiende a producir agresivas acciones de control, mayor overshoot y respuesta mas rápida.
- Horizonte de Control: En sistemas lineales, cuando el horizonte de control es relativamente cercano al horizonte de predicción se tienen respuestas no tan bruscas del controlador, una lenta respuesta y una sensibilidad baja a disturbios.
- Constante de Penalización (λ): Esta relacionada con la robustez del sistema, entre mas grande es mejor la robustez pero el sistema es mas lento.

⁹ HENSON, Michael A. "Nonlinear Process Control". Prentice may. 1997 Pág. 233-309

Ahora para la solución del criterio de optimización se parte de un modelo que representa el comportamiento de la planta de tal forma que se puedan realizar unas buenas predicciones para poder obtener la ley de control aplicando el criterio de optimización. Por lo tanto el modelo adoptado por GPC es el modelo CARIMA (Controlled Autoregressive and Integrated Moving Average) que es de la siguiente forma¹⁰:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\frac{\xi(t)}{\Delta} \quad (2)$$

donde:

Δ es el operador $(1 - q^{-1})$.

En este modelo el tiempo muerto está incluido en B.

Los polinomios A, B y C son de la siguiente forma:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + a_{nc}q^{-nc}$$

$u(t)$ es la entrada de control, $y(t)$ es la salida y el polinomio $C(q^{-1})$ representa los disturbios que en la practica pueden ser de dos formas principalmente la primera son pasos aleatorios ocurriendo en tiempos aleatorios y movimientos brownianos. Por facilidad $C(q^{-1})=1$.

De la ecuación (2) vale la pena anotar que los polinomios $A(q^{-1})$ y $C(q^{-1})$ son mónicos, además la función del operador Δ es asegurar una acción integral en el controlador de tal manera que cancele el efecto de los disturbios a la salida del sistema a una entrada paso.

Ahora para determinar el **banco de predictores** se hace uso de la ecuación de Diophantine que de manera general es de la siguiente forma:

$$C(q^{-1}) = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3)$$

¹⁰ CLARKE, D. W. "Generalized Predictive Control. Part I. The Basic Algorithm". Automática Vol.23 No.2. 1987. Pág. 137 - 148

De esta ecuación vale la pena tener en cuenta lo siguiente:

- El orden del Polinomio E_j es de $(j-1)$
- Se está incluyendo un termino Δ que multiplica al termino A esto significa que se está incluyendo un integrador en la planta. Luego esto es importante tenerlo en cuenta para efectos de la implementación que se comentará mas adelante.

Luego el propósito de los bancos de predictores es determinar una ecuación que relacione $y(t+j)$ en función de $u(t+j-1)$ para tal efecto se van a usar las ecuaciones (2) y (3).

De la ecuación (2) se despeja $y(t)$:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})u(t-1)}{A(q^{-1})} + \frac{C(q^{-1})\xi(t)}{\Delta A(q^{-1})} \quad (4)$$

Reemplazando de la ecuación (3) $C(q^{-1})$ en (4) se obtiene:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})\Delta u(t-1)}{\Delta A(q^{-1})} + E_j(q^{-1})\xi(t) + \frac{q^{-j}F_j(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})}\xi(t) \quad (5)$$

luego entonces:

$$y(t+j) = \frac{B(q^{-1})u(t+j-1)}{A(q^{-1})} + E_j(q^{-1})\xi(t+j) + \frac{F_j(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})}\xi(t) \quad (6)$$

Despejando de (2) $\xi(t)$ y reemplazando en (6)

$$\xi(t) = \frac{\Delta A(q^{-1})y(t)}{C(q^{-1})} - \frac{B(q^{-1})\Delta u(t-1)}{C(q^{-1})}$$

$$y(t+j) = \frac{B(q^{-1})\Delta u(t+j-1)}{\Delta A(q^{-1})} + E_j(q^{-1})\xi(t+j) + \frac{F_j(q^{-1})y(t)}{C(q^{-1})} - \frac{F_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t-1)}{\Delta A(q^{-1})C(q^{-1})}$$

$$y(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})y(t)}{C(q^{-1})} + E_j(q^{-1})\xi(t+j) + \Delta u(t+j-1) \left(\frac{B(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})} - \frac{q^{-j}F_j(q^{-1})B(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})C(q^{-1})} \right)$$

Reorganizando los términos y simplificando

$$y(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})y(t)}{C(q^{-1})} + E_j(q^{-1})\xi(t+j) + \Delta u(t+j-1) \left(\frac{C(q^{-1}) - q^{-j}F_j(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})} \right) \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} \quad (7)$$

Despejando E_j de la ecuación (3) se obtiene:

$$E_j(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1}) - q^{-j}F_j(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})}$$

Finalmente reemplazando E_j en la ecuación (7), $y(t+j)$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$y(t+j) = \frac{\Delta u(t+j-1)E_j(q^{-1})B(q^{-1})}{C(q^{-1})} + \frac{F_j(q^{-1})y(t)}{C(q^{-1})} + E_j(q^{-1})\xi(t+j) \quad (8)$$

El término $E_j(q^{-1})\xi(t+j) = 0$ por que el grado de E_j es $(j-1)$ y las componentes de ruido están todas en el futuro. Adicionalmente tomando $C(q^{-1}) = 1$, se obtiene la ecuación que sirve para obtener el banco de predictores:

$$y(t+j) = G_j\Delta u(t+j-1) + F_j y(t) \quad (9)$$

$$\text{donde } G_j = E_j B$$

Ahora es preciso determinar E_j y F_j , estos polinomios se obtienen de forma recursiva haciendo uso de la ecuación de Diophantine (3). Por ejemplo si $j=1$ Para determinar $G_1(q^{-1})$ y $F_1(q^{-1})$ se realiza el siguiente procedimiento:

$$1 = E_1 A(q^{-1}) \Delta + q^{-1} F_1(q^{-1}) \quad (10)$$

Como $A(q^{-1})$ es un polinomio mónico entonces $E_1 = 1$ y F_1 se obtiene de despejar en (10) por lo tanto:

$$F_1(q^{-1}) = q(1 - E_1 A(q^{-1}) \Delta)$$

de igual forma se determina $E_2 = 1 + e_2 q^{-1}$ que se calcula a partir de igualar los términos semejantes a cada lado de la igualdad de la ecuación (3) y $F_2(q^{-1}) = q^2(1 - E_2 A(q^{-1}) \Delta)$ y así sucesivamente hasta que j tome el valor del máximo horizonte de costo.

Para Ilustrar lo mencionado anteriormente se va a realizar el siguiente ejemplo:

Se parte de la función de transferencia de la planta:

$$y(t) = 1.7y(t-1) - 0.7y(t-2) + 0.9\Delta u(t-1) - 0.6\Delta u(t-2) \quad (11)$$

Adicionalmente $N1 = 1$, $N2 = 3$, $NU = 3$, $\lambda = 0.1$.

A partir de esta función de transferencia y con base en el modelo CARIMA se determinan los polinomios A y B. Entonces la ecuación (11) se puede expresar de la siguiente forma:

$$y(t) - 1.7q^{-1}y(t) + 0.7q^{-2}y(t) = 0.9\Delta u(t-1) - 0.6q^{-1}\Delta u(t-1)$$

$$y(t) = \frac{(0.9 - 0.6q^{-1})\Delta u(t-1)}{1 - 1.7q^{-1} + 0.7q^{-2}}$$

Luego entonces:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.7q^{-1} + 0.7q^{-2} = (1 - q^{-1})(1 - 0.7q^{-1})$$

$$B(q^{-1}) = 0.9 - 0.6q^{-1}$$

Hay que tener especial cuidado en este punto debido a que el polinomio A contiene un integrador esto tiene una implicación especial debido a que al aplicar la ecuación de Diophantine en este caso ya se encuentra incluido el Δ en el polinomio A.

El paso siguiente es determinar el banco de predictores, por lo que se tiene que determinar los polinomios E y F, como $N=3$ de la ecuación (9) se tiene que:

$$y(t+1) = E_1 B \Delta u(t) + F_1 y(t)$$

$$y(t+2) = E_2 B \Delta u(t+1) + F_2 y(t)$$

$$y(t+3) = E_3 B \Delta u(t+2) + F_3 y(t)$$

Ahora utilizando la ecuación de Diophantine se obtienen los polinomios E_2, E_3, F_1, F_2 y F_3 .

$$E_1 = 1$$

$$F_1(q^{-1}) = q(1 - (1 - 1.7q^{-1} + 0.7q^{-2})) = 1.7 - 0.7q^{-1}$$

Para determinar E_2 que es de la siguiente forma $E_2 = 1 + e_2 q^{-1}$, usando la ecuación (10) se obtiene:

$$1 = (1 + e_2 q^{-1})(1 - 1.7q^{-1} + 0.7q^{-2}) + q^{-2} F_2(q^{-1})$$

$$1 = 1 + (e_2 - 1.7)q^{-1} + (0.7 - 1.7e_2)q^{-2} + 0.7e_2 q^{-3} + q^{-2} F_2(q^{-1})$$

Igualando términos semejantes se obtiene:

$$(e_2 - 1.7)q^{-1} = 0$$

$$e_2 = 1.7$$

Por lo tanto $E_2 = 1 + 1.7q^{-1}$.

$$\text{Ahora se determina } F_2(q^{-1}) = q^2(1 - E_2 A(q^{-1})\Delta)$$

$$F_2(q^{-1}) = q^2(1 - (1 + 1.7q^{-1})(1 - 1.7q^{-1} + 0.7q^{-2})) = 2.19 - 1.19q^{-1}$$

Para determinar E_3 y F_3 se realiza el mismo procedimiento:

$$E_3 = 1 + 1.7q^{-1} + e_3q^{-2}$$

$$1 = 1 + (e_3 - 2.19)q^{-2} + (1.19 - 1.7e_3)q^{-3} + 0.7e_3q^{-4} + q^{-3}F_3(q^{-1})$$

$$(e_3 - 2.19)q^{-2} = 0$$

$$e_3 = 2.19$$

Luego entonces $E_3 = 1 + 1.7q^{-1} + 2.19q^{-2}$

$$F_3(q^{-1}) = q^3(1 - E_3 A(q^{-1})\Delta)$$

$$F_3(q^{-1}) = q^3(1 - (1 + 1.7q^{-1} + 2.19q^{-2})(1 - 1.7q^{-1} + 0.7q^{-2})) = 2.533 - 1.533q^{-1}$$

De esta forma quedan determinados los polinomios que conforman el banco de predictores.

Adicionalmente vale la pena mencionar que este procedimiento es muy fácil de solucionar utilizando cualquier herramienta computacional sin embargo la obtención de estos polinomios se puede realizar de una forma sencilla partiendo del modelo CARIMA (2) directamente y considerando $\xi(t+j) = 0$ para todo $j \geq 1$ (Por la razón mencionada anteriormente). Aplicando esto al ejemplo (11) anterior se obtiene:

$$y(t+1) = 1.7y(t) - 0.7y(t-1) + 0.9\Delta u(t) - 0.6\Delta u(t-1)$$

$$y(t+1) = (0.9 - 0.6q^{-1})\Delta u(t) + (1.7 - 0.7q^{-1})y(t) \quad (12)$$

$$y(t+2) = 1.7y(t+1) - 0.7y(t) + 0.9\Delta u(t+1) - 0.6\Delta u(t) \quad (13)$$

Reemplazando (12) en (13) se obtiene:

$$y(t+2) = (0.9 + 0.93q^{-1} - 1.02q^{-2})\Delta u(t+1) + (2.19 - 1.19q^{-1})y(t) \quad (14)$$

Finalmente,

$$y(t+3) = 1.7y(t+2) - 0.7y(t+1) + 0.9\Delta u(t+2) - 0.6\Delta u(t+1) \quad (15)$$

Reemplazando (12) y (14) en (15) se obtiene:

$$y(t+3) = (0.9 + 0.93q^{-1} + 0.951q^{-2} - 1.314q^{-3})\Delta u(t+2) + (2.533 - 1.533q^{-1})y(t) \quad (16)$$

Esta forma de determinar el banco de predictores nos permite confirmar que el cálculo de los polinomios anteriores está correcto es decir:

De (12), (14) y (16) mirando los polinomios que acompañan $y(t)$ se ve claramente que son iguales a los polinomios F_1, F_2 y F_3 . Adicionalmente se determinaron correctamente los polinomios que acompañan al término $\Delta u(t+j)$.

$$E_1 B = 0.9 - 0.6q^{-1}$$

$$E_2 B = 0.9 + 0.93q^{-1} - 1.02q^{-2}$$

$$E_3 B = 0.9 + 0.93q^{-1} + 0.951q^{-2} - 1.314q^{-3}$$

Con el procedimiento anterior se puede determinar el banco de predictores ya sea de forma directa a través de la representación de la planta (Modelo CARIMA) o mediante el cálculo de los polinomios F_j y E_j usando la ecuación de Diophantine que es el método más usado debido a que su implementación computacional es fácil.

Continuando con el ejemplo las ecuaciones (12), (14) y (16) se pueden expresar matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} y(t+1) \\ y(t+2) \\ y(t+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0 \\ 0.93 & 0.9 & 0 \\ 0.951 & 0.93 & 0.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \Delta u(t+2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.7y(t) - 0.7y(t-1) - 0.6\Delta u(t-1) \\ 2.19y(t) - 1.19y(t-1) - 1.02\Delta u(t-1) \\ 2.533y(t) - 1.533y(t-1) - 1.314\Delta u(t-1) \end{bmatrix}$$

En donde el primer termino de éste arreglo matricial depende del vector $[\Delta u(t), \Delta u(t+1), \Delta u(t+2)]$ que corresponde a los términos que dependen de las acciones futuras de control que no se conocen que hay que calcular y el otro término corresponde a un polinomio que está en función de términos que son conocidos por que dependen de tiempos presentes y pasados.

Por lo tanto en forma general cualquier banco de predictores lo puedo expresar matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} y(t+1) \\ y(t+2) \\ \vdots \\ y(t+NU) \\ \vdots \\ y(t+N2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{NU-1} & g_{NU-2} & \dots & g_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N2-1} & g_{N2-2} & \dots & g_{N2-NU} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+NU-1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + f$$

O de forma más abreviada de la siguiente forma:

$$\tilde{y} = G\tilde{u} + f \quad (17)$$

Esta forma de organizar el banco de predictores nos permite darle una interpretación a la estructura del Control Predictivo Generalizado, que se va a explicar con base en la siguiente figura:

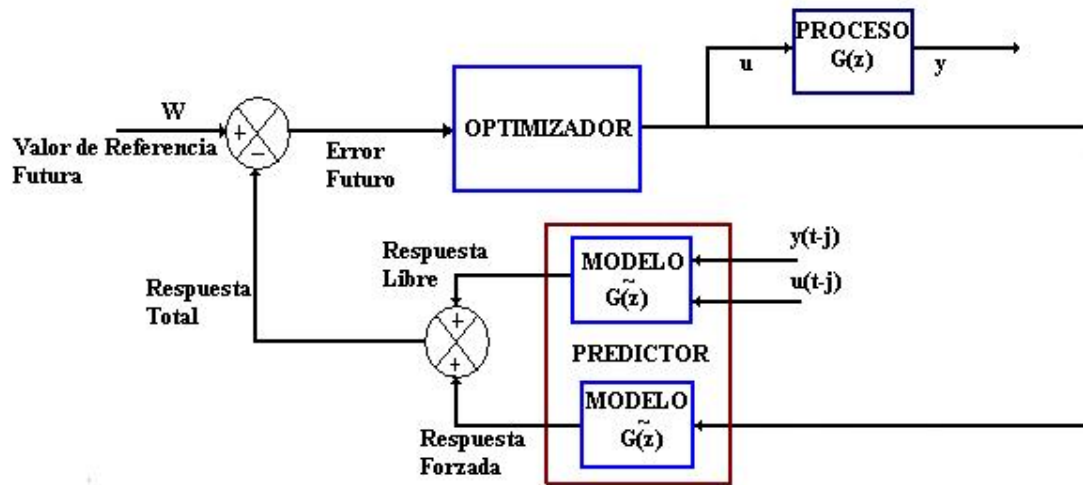


Figura No.2. Estructura GPC

En donde la respuesta total futura está determinada por una *Respuesta Libre* que representa el valor de la salida futura en el rango $(t+1$ hasta $t+N_2)$ que es calculada con base en los valores de “Y” y “u” correspondientes a valores en tiempos presentes y pasados, y una *Respuesta Forzada* que representa el valor de la salida como resultado del criterio de optimización en la cual solo se selecciona el valor de “u actual” como entrada al proceso real. Con base en esta salida total y los valores de referencia futura se obtiene el error futuro que es utilizado por el optimizador.

Finalmente utilizando el criterio expuesto en la ecuación (1) y reemplazando lo obtenido en (17) se obtiene:

$$J = \left\{ \left(G\tilde{u} + f - w \right)^T \left(G\tilde{u} + f - w \right) + \lambda \tilde{u}^T \tilde{u} \right\}$$

Y desarrollando esta ecuación el vector \tilde{u} resultante es:

$$\tilde{u} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (18)$$

Por lo tanto de la ecuación (18) se obtiene la ley de control que cumple con el criterio de optimización, en el cual solo se toma la primera fila que corresponde a la acción de control en el tiempo presente t .

Aplicando este resultado (18) al ejemplo se obtiene lo siguiente:

$$(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T = \begin{bmatrix} 0.8947 & 0.0929 & 0.0095 \\ -0.8616 & 0.8091 & 0.0929 \\ -0.0766 & -0.8316 & 0.8947 \end{bmatrix}$$

Luego entonces

$$\begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \Delta u(t+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8947 & 0.0929 & 0.0095 \\ -0.8616 & 0.8091 & 0.0929 \\ -0.0766 & -0.8316 & 0.8947 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t+1) - f_1 \\ w(t+2) - f_2 \\ w(t+3) - f_3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la ley de control está determinada por la siguiente ecuación:

$$\Delta u(t) = 0.8947(w(t+1) - f_1) + 0.0929(w(t+2) - f_2) + 0.0095(w(t+3) - f_3)$$

Donde f_1 , f_2 y f_3 se obtienen del banco de predictores:

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & 0.8947(w(t+1) - (1.7y(t) - 0.7y(t-1) - 0.6\Delta u(t-1))) \\ & + 0.0929(w(t+2) - (2.19y(t) - 1.19y(t-1) - 1.02\Delta u(t-1))) \\ & + 0.0095(w(t+3) - (2.533y(t) - 1.533y(t-1) - 1.314\Delta u(t-1))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & 0.644\Delta u(t-1) - 1.7483y(t) + 0.7513y(t-1) + 0.8947w(t+1) + 0.0929w(t+2) \\ & + 0.0095w(t+3) \quad (19) \end{aligned}$$

Para efectos de la implementación de esta ley de control, esta tiene la misma forma de un regulador RST que es de la siguiente forma:

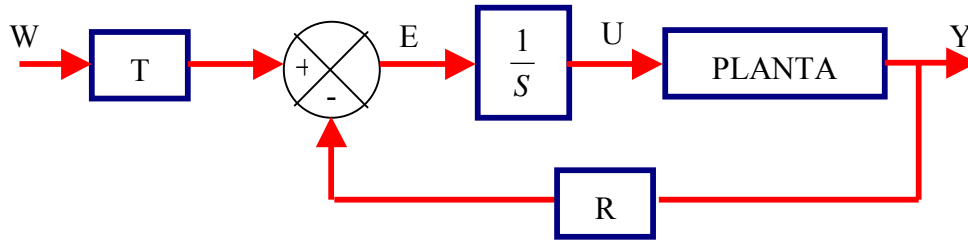


Figura No.3 Regulador RST

La ley de control de este regulador RST es de la siguiente forma:

$$SU = WT - RY$$

Luego entonces reorganizando la ecuación (19) se obtiene lo siguiente:

$$(1 - 0.644z^{-1})\Delta u(t) = (0.8947w(t+1) + 0.0929w(t+2) + 0.0095w(t+3)) - (1.7483 - 0.7513z^{-1})y(t)$$

En donde:

$$S = (1 - 0.644z^{-1})(1 - z^{-1})$$

$$R = 1.7483 - 0.7513z^{-1}$$

$$T = 0.8947w(t+1) + 0.0929w(t+2) + 0.0095w(t+3)$$

Vale la pena aclarar que T es una constante por que los valores futuros de la referencia con conocidos, por lo tanto la implementación sería de la siguiente forma:

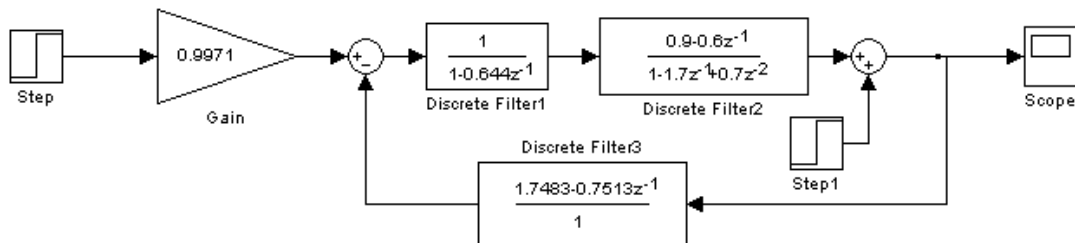


Figura No.4 Implementación ley de control GPC

Los resultados de la simulación teniendo en cuenta la presencia de un disturbio son:

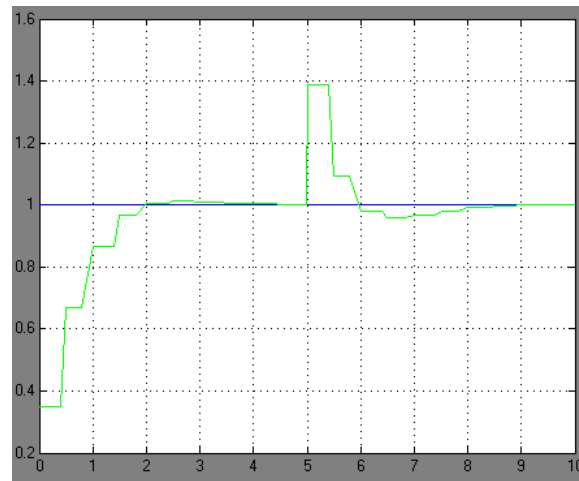


Figura No.5 Resultados de la simulación que incluye el efecto de un disturbio para el control de la planta de la ecuación (11)

3. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELOS DIFUSOS

A continuación se presentan diversas estrategias de control predictivo difuso:

3.1 PLANTEAMIENTO POR CIPRIANO & RAMOS¹¹:

Para aplicar la estrategia de control se utiliza el modelo difuso presentado por Takagi-Sugeno¹². Las reglas del modelo son de la siguiente forma:

$$R_i \rightarrow \text{Si } y(t-1) \text{ } A1_i \text{ } y \dots y \text{ } y(t-n_y) \text{ es } An_{yi} \text{ y } u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ } y \dots y \text{ } u(t-n_u) \text{ es } Bn_{ui} \text{ entonces } y_i(t) = a^i_1 y(t-1) + \dots + a^i_{ny} y(t-ny) + b^i_1 u(t-1) + \dots + b^i_{nu} u(t-nu) + c^i$$

donde

- $y(t-1) \dots y(t-n_y), u(t-1) \dots u(t-n_u)$ Son las variables de entrada y de salida del modelo.
- $A1_i \dots An_{yi}, B1_i \dots Bn_{ui}$ Son las variables lingüísticas relacionadas con las variables de entrada y salida del modelo presentados en la regla i.
- $a^i_1 \dots a^i_{ny}, b^i_1 \dots b^i_{nu}, c^i$ Son los parámetros de la regla i.
- $y_i(t)$ es la salida de la regla i

La salida del modelo “Y” es obtenida mediante el promedio de las salidas de cada regla ponderada por sus respectivos niveles de activación, es decir:

¹¹ CIPRIANO, A. RAMOS, M. “Fuzzy Model Based Control for a Mineral Flotation Plant”. Journal on Automatic Control, Vol.36, No.2 pp.29-36.

¹² TAKAGI, T. SUGENO, M. “Fuzzy Identification of systems and its applications to modeling and control”. IEEE Transactions on systems, man, and Cybernetics. Vol. SMC-15. 1985. pp.116-132

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^M w_i y_i}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

M es el numero de reglas incluidas en el modelo, y_i es la salida de la regla i y

w_i es el nivel de activación de la regla i .

El controlador difuso se diseña usando las mismas premisas del Modelo difuso y en el consecuente una ley de control GPC lineal respectivamente derivada de la salida para cada regla. De la siguiente forma:

$$R_i \rightarrow \text{Si } y(t-1) \text{ Al}_i \text{ y...y } y(t-n_y) \text{ es An}_{y_i} \text{ y } u(t-1) \text{ es Bl}_i \text{ y...y } u(t-n_u) \text{ es Bn}_{u_i} \text{ entonces } \Delta u_i(t) = f_i(\Delta u(t-1), \dots, y(t), y(t-1), \dots)$$

De esta forma la ley de control difusa se determina así:

$$\Delta u(t) = \frac{\sum_{i=1}^M w_i \Delta u_i(t)}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

Ventajas. De fácil y rápida implementación.

Desventajas. No siempre se obtiene el mínimo global, aunque si se garantiza el mínimo local para cada regla.

3.2 PLANTEAMIENTO POR ROUBOS & BABUSKA¹³:

Esta estrategia utiliza modelamiento fuzzy tipo Takagi-Sugeno para modelar el sistema no lineal y los consecuentes lineales son utilizados para obtener un modelo lineal en cada instante de tiempo o de muestreo. Este modelo obtenido es usado para formular un controlador predictivo lineal.

¹³ ROUBOS, J. A., BABUSKA R. "Predictive control by local linearization of a Takagi-sugeno fuzzy model". Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems. 1998. pp.37-42

Se realiza una descripción del modelo lineal mediante espacio de estados, por lo tanto para cada regla la descripción está dada por:

$$R_i \rightarrow \text{Si } y(t-1) \text{ } A1_i \text{ } y \dots y \text{ } y(t-n_y) \text{ es } An_{y_i} \text{ y } u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ } y \dots y \\ u(t-n_u) \text{ es } Bn_{u_i} \text{ entonces } x^i(t+1) = A^i x(t) + B^i u(t) + C^i$$

Luego la salida global es:

$$x(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^M w_i x^i(t+1)}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

Y la salida del sistema estaría determinada por:

$$y(t) = Cx(t)$$

Con este modelo calculado en cada instante de tiempo se diseñó un controlador predictivo lineal.

Ventajas. De fácil y rápida implementación.

3.3 PLANTEAMIENTO POR CIPRIANO & SAEZ¹⁴:

Se utiliza modelamiento difuso tipo takagi sugeno de la siguiente forma:

$$R_i \rightarrow \text{Si } y(t-1) \text{ } A1_i \text{ } y \dots y \text{ } y(t-n_y) \text{ es } An_{y_i} \text{ y } u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ } y \dots y \\ u(t-n_u) \text{ es } Bn_{u_i} \text{ entonces } A_i(z^{-1})y_i(t) = B_i(z^{-1})u(t-1) + \frac{e_i(t)}{\Delta}$$

¹⁴ DORIS, Sáez. "Apuntes: Control Predictivo No lineal". En http://www.aadeca.org/agenda/cursos/archivo/seminario_fiuba/archivos/Parte_IV.pdf

Luego para cada modelo lineal de cada regla se diseña un banco de predictores de tal forma que se obtiene el siguiente banco de predictores difuso¹⁵:

$$R_i \rightarrow \text{Si } y(t-1) \text{ } A1_i \text{ } y \dots y \text{ } y(t-n_y) \text{ es } An_{yi} \text{ y } u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ } y \dots y \\ u(t-n_u) \text{ es } Bn_{ui} \text{ entonces } \hat{y}_i = G_i \Delta u + f_i$$

Por lo tanto la predicción global está dada por:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^M w_i \hat{y}_i}{\sum_{i=1}^M w_i} = \frac{\sum_{i=1}^M w_i (G_i \Delta u + f_i)}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

Ahora con base en el nuevo banco de predictores global se obtiene la siguiente ley de control:

$$\Delta u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f)$$

con

$$G = \frac{\sum_{i=1}^M w_i G_i}{\sum_{i=1}^M w_i} \text{ y } f = \frac{\sum_{i=1}^M w_i f_i}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

Ventajas: Rápida y fácil implementación.

Desventajas: Es una aproximación del óptimo global.

¹⁵ CIPRIANO, D. SAEZ. "Fuzzy generalized predictive control and its application to an inverted pendulum". Proceedings of the 22nd annual international conference on industrial electronics, control and instrumentation. Agosto 5-10. 1996 pp. 1966-1971.

3.4 PLANTEAMIENTO BASADO EN PREDICTORES DIFUSOS¹⁶: El propósito de esta técnica es obtener un predictor difuso directamente de los datos de entrada y salida de la planta sin realizar una identificación de la misma previamente. Vale la pena mencionar que esta técnica es propuesta debido a que si se utilizan modelos linealizados de la planta como se presenta en las técnicas anteriores se presentan los siguientes problemas:

El primero es que dependiendo de la no linealidad de la planta se pueden llegar a requerir demasiados modelos lineales para poder abarcar todos los puntos de operación de la misma haciendo más compleja la base de reglas y el segundo problema es que el predictor que es obtenido a partir de cada modelo linealizado puede llegar a no predecir correctamente la salida por que el punto de operación puede cambiar y este modelo no puede ser válido para el futuro y se puede obtener una situación en que la planta no puede ser controlada correctamente. Adicionalmente estas técnicas presentan mayores ventajas desde el punto de vista de estabilidad.

Espinosa¹⁷ presenta lo siguiente: El predictor difuso como se explicó anteriormente se interpreta de la siguiente forma:

$$y(t+j) = y_{libre}(t+j) + y_{forzado}(t+j)$$

donde

$y_{libre}(t+j)$ depende de las entradas y salidas pasadas y es calculado a través del modelo difuso tipo takagi-sugeno.

Y el $y_{forzado}(t+j)$ depende de las acciones de control futura.

De esta forma la ley de control está dada por:

$$\Delta u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - y_{libre}).$$

¹⁶ Ahn, S.C., W.H. Kwon and Y.H. Kim, "A Fuzzy Generalized Predictive Control (FGPC) Using Affine Functions for Nonlinear Systems," Journal of Intelligent & Fuzzy System, Vol.6, No.2, pp. 185-207, 1998. http://icat.snu.ac.kr:3333/rhc/publ/publ_cisl.htm

¹⁷ ESPINOSA, Jairo. "Fuzzy Modeling and Control". Tesis para título de doctorado. Abril de 2001

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se aplica la técnica formulada por Cipriano-Ramos a un tanque esférico con las siguientes características:

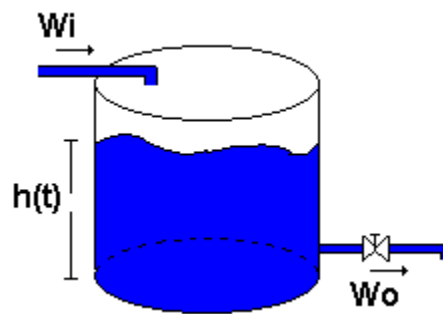


Figura No.6 Ejemplo de estudio

El objetivo es controlar $h(t)$ en función de W_i , por lo tanto la función que relaciona la entrada con la salida es de la siguiente forma:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A}(W_i - W_o)$$

$$W_o = k\sqrt{h(t)}$$

En donde se consideran los siguientes parámetros:

- El radio del tanque $r = 5cm$.
- El área del tanque $A = 78.54cm^2$.
- $k = 40cm^{5/2}/s$
- rango $h(t)[0-16]$
- rango $W_i[0-160]$

4.1. CONTROL GPC LINEAL

Debido a que $h(t)$ describe un comportamiento no lineal, en primer lugar se va utilizar un controlador lineal GPC para lo cual se hace necesario realizar una linealización, que se va a realizar alrededor del 50% de la altura de salida.

Luego linealizando alrededor de $\bar{h} = 8cm$, se obtiene:

$$\hat{W}_o = \frac{k}{2\sqrt{\bar{h}}} \hat{h}$$

$$\dot{\hat{h}} = \frac{1}{A} \left[\hat{W}_i - \frac{k}{2\sqrt{\bar{h}}} \hat{h} \right]$$

Convirtiendo a laplace:

$$\frac{\hat{h}}{\hat{W}_i} = \frac{\frac{2\sqrt{\bar{h}}}{k}}{\frac{A2\sqrt{\bar{h}}}{k}s + 1}$$

De esta forma reemplazando datos se obtiene:

$$\frac{\hat{h}}{\hat{W}_i} = \frac{0.14142}{11.1s + 1}$$

Ahora teniendo en cuenta el retenedor de orden cero y realizando la transformada de laplace (Tomando como $T_s=1s$):

$$h(z) = \frac{0.012183z^{-1}}{1 - 0.9138z^{-1}} W_i(z)$$

Acomodando la ecuación anterior utilizando el modelo carima se obtiene:

$$h(z) = \frac{0.012183}{1 - 0.9138z^{-1}} W_i(z - 1)$$

en donde:

$$B(q^{-1}) = 0.012183$$

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.9138q^{-1}$$

Tomando como $\lambda=0.0001$, $N_1=1$ y $N_2=N_U=2$, se obtiene el banco de predictores:

$$y(t+1) = 0.012183\Delta u(t) + F_1 y(t)$$

$$y(t+2) = 0.012183E_2\Delta u(t+1) + F_2 y(t)$$

En donde

$$F_1(q^{-1}) = q(1 - (1 - 0.9138q^{-1})(1 - q^{-1})) = 1.9138 - 0.9138q^{-1}$$

Aplicando la ecuación de Diophantine se obtiene:

$$E_2 = 1 + 1.9138q^{-1}$$

$$F_2(q^{-1}) = q^2(1 - (1 + 1.9138q^{-1})(1 - 1.9138q^{-1} + 0.9138q^{-2})) = 2.74883 - 1.74883q^{-1}$$

Reemplazando los datos, resulta lo siguiente:

$$y(t+1) = 0.012183\Delta u(t) + (1.9138 - 0.9138q^{-1})y(t)$$

$$y(t+2) = (0.012183 + 0.023316q^{-1})\Delta u(t+1) + (2.74883 - 1.74883q^{-1})y(t)$$

Por lo tanto el banco de predictores expresado en forma matricial es de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} y(t+1) \\ y(t+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.012183 & 0 \\ 0.023316 & 0.01283 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.9138y(t) - 0.9138y(t-1) \\ 2.74883y(t) - 1.74883y(t-1) \end{bmatrix}$$

Luego se determina la ley de control aplicando la ecuación (17).

$$\begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 0.012183 & 0 \\ 0.023316 & 0.01283 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0.012183 & 0 \\ 0.023316 & 0.01283 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} G^T \begin{bmatrix} r(t+1) + f_1 \\ r(t+2) + f_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26.8422 & 19.4140 \\ -30.3455 & 26.5389 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} r(t+1) - 1.9138y(t) + 0.9138y(t-1) \\ r(t+2) - 2.74883y(t) + 1.74883y(t-1) \end{bmatrix}$$

Finalmente:

$$\Delta u(t) = 26.8422(r(t+1) - 1.9138y(t) + 0.9138y(t-1)) + 19.4140(r(t+2) - 2.74883y(t) + 1.74883y(t-1))$$

$$\Delta u(t) = 26.8422r(t+1) + 19.4140r(t+2) - (104.7 - 58.48q^{-1})y(t)$$

Por lo tanto los polinomios del regulador son:

$$R = 104.7 - 58.48z^{-1}$$

$$S = 1 - z^{-1}$$

$$T = 46.26$$

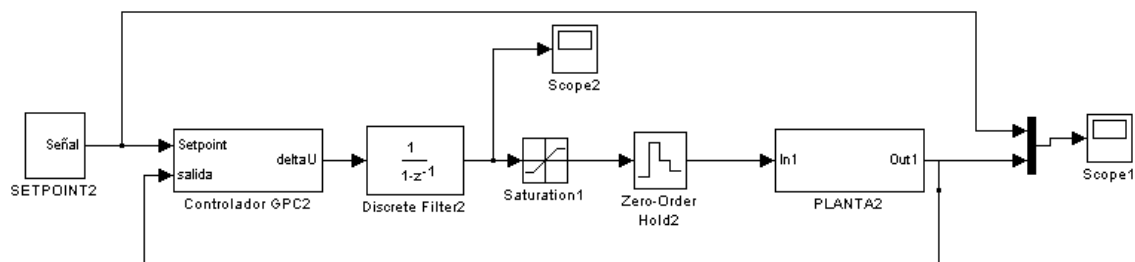


Figura No.7 Implementación ley de Control predictiva

Realizando un barrido por diferentes puntos de operación, la respuesta se muestra en la figura No.8.

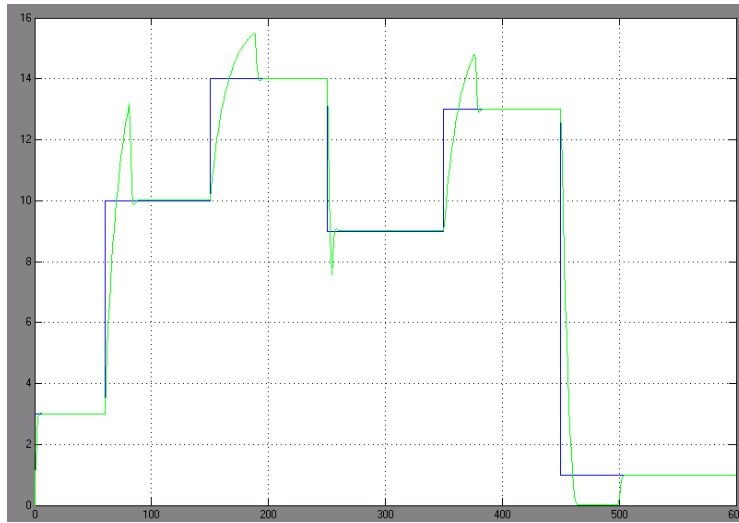


Figura No.8 Respuesta del Controlador Predictivo Lineal alrededor de varios puntos de operación

El resultado obtenido es debido a que en la entrada de la planta existe un saturador cuyo rango va desde 0 hasta 160. Luego si se observa la salida del controlador antes del saturador el rango de operación se muestra en la figura No.9.

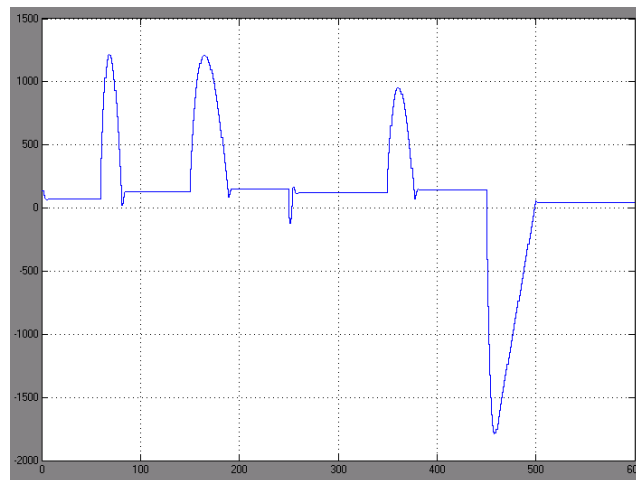


Figura No.9 Salida del controlador antes del Saturador.

Por lo tanto para disminuir la acción a la salida del controlador se debe aumentar el valor de λ . De esta forma al aplicar el criterio de minimización la salida del controlador u disminuye.

Tomando $\lambda = 0.01$. Los polinomios del regulador predictivo son:

$$R = 8.085 - 4.797z^{-1}$$

$$S = 1 - z^{-1}$$

$$T = 3.288$$

Con este valor de λ se observa una disminución a la salida del controlador (Ver figura 10) pero la salida (figura 11) es muy similar en comparación con la obtenida en la Figura No.8.

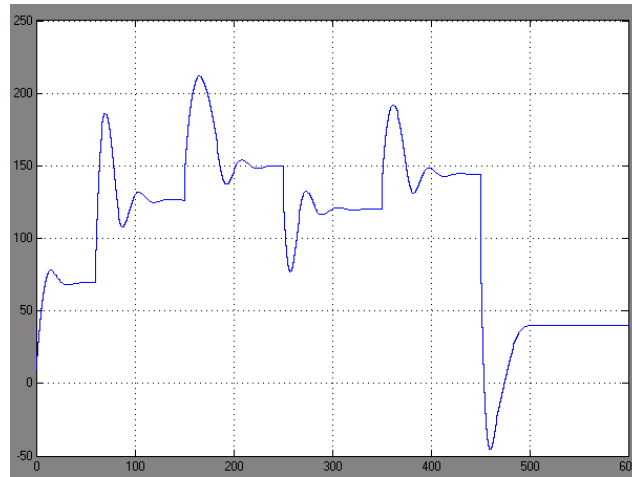


Figura No.10 Salida del Controlador al aumentar el valor de λ

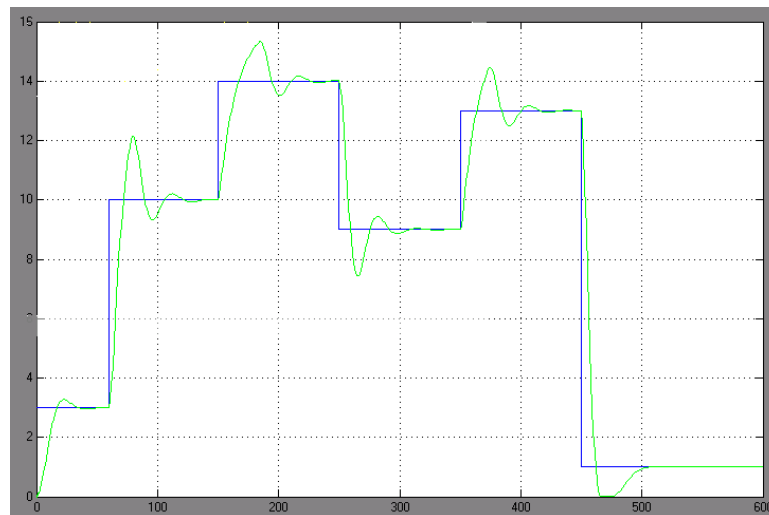


Figura No.11 Salida de la Planta al aumentar el valor de λ

Sin embargo la respuesta obtenida puede ser mejorada si se modifica el integrador a la salida del controlador predictivo de la forma como se muestra en la figura No.12.

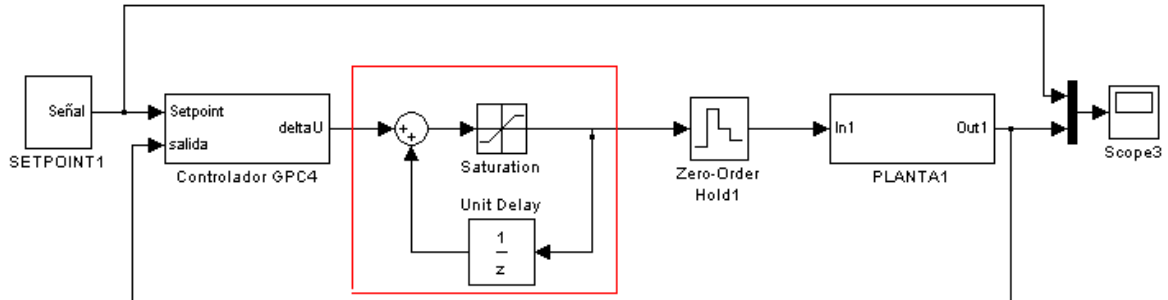


Figura No.12 Mecanismo Antisaturación

Con esta modificación la respuesta obtenida es la siguiente:

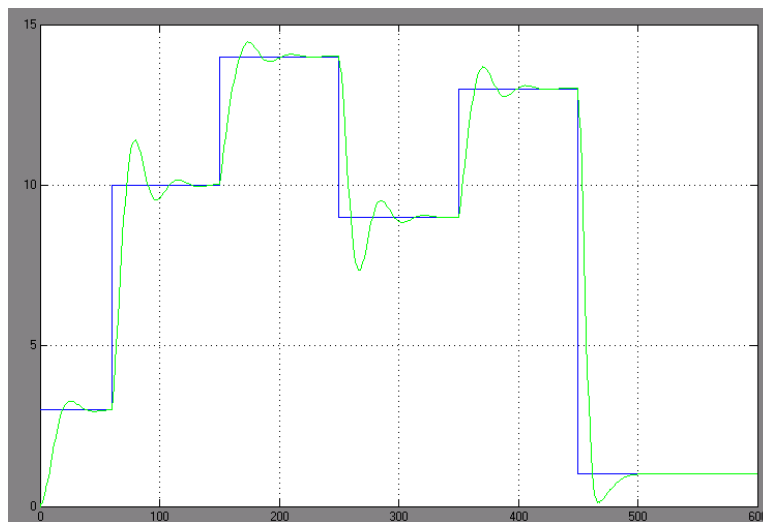


Figura No.13 Salida de la Planta con mecanismo antisaturación

La respuesta obtenida en la figura 13 es mejor en comparación con la obtenida en la figura 8 y 11.

4.2. CONTROL GPC NO LINEAL

Se parte del modelo difuso tipo Takagi-Sugeno, en donde para esta planta se realizaron tres reglas con las funciones de pertenencia que se muestran en la figura No.14 para la entrada y salida de la planta

1. **If** $y(t - 1)$ is mf11 **and** $u(t - 1)$ is mf21 **then**

$$y(t) = 3.32 \times 10^{-1} y(t - 1) + 4.88 \times 10^{-1} u(t - 1) - 2.13 \times 10^{-3}$$

2. **If** $y(t - 1)$ is mf12 **and** $u(t - 1)$ is mf22 **then**

$$y(t) = 4.35 \times 10^{-1} y(t - 1) + 1.08 \times 10^0 u(t - 1) - 2.01 \times 10^{-2}$$

3. **If** $y(t - 1)$ is mf13 **and** $u(t - 1)$ is mf23 **then**

$$y(t) = 5.71 \times 10^{-1} y(t - 1) + 1.22 \times 10^0 u(t - 1) - 3.44 \times 10^{-2}$$

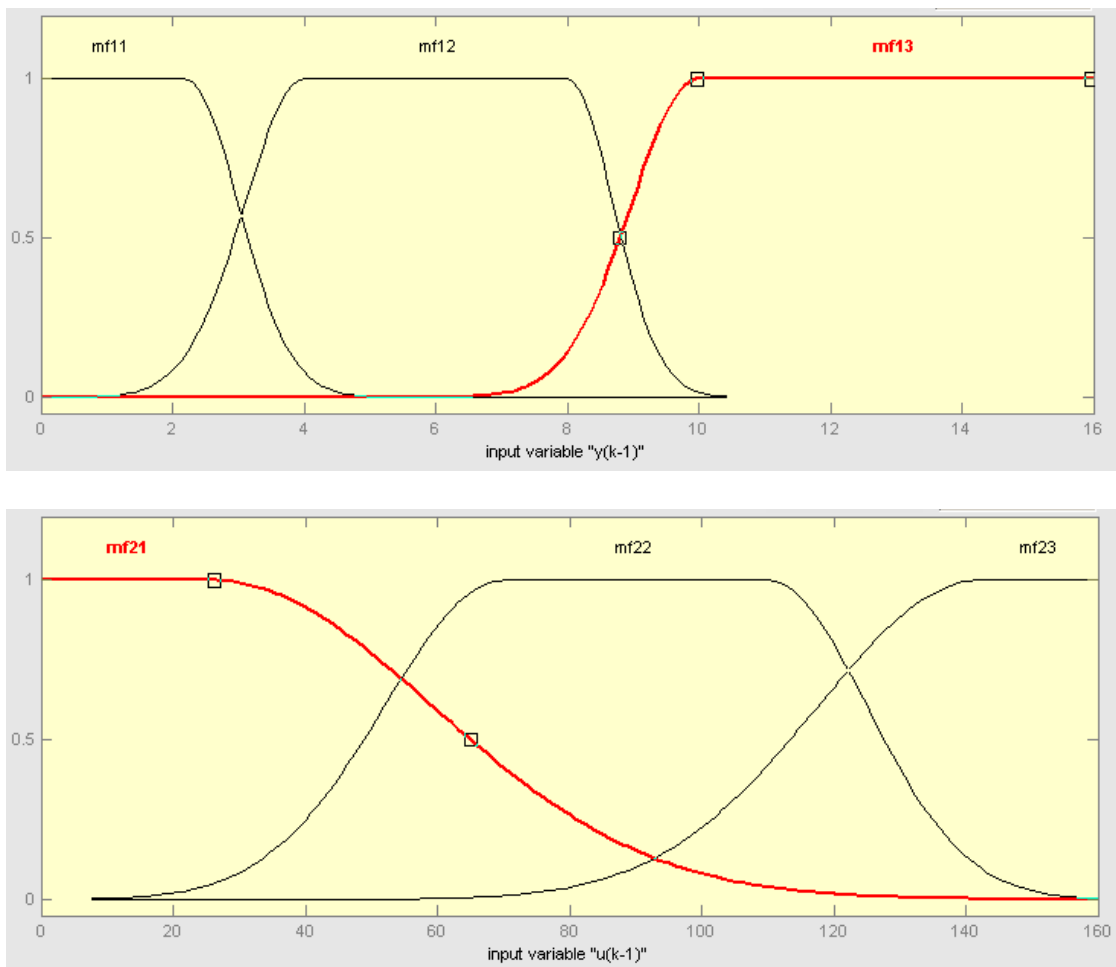


Figura No.14 Funciones de Pertenencia del Modelo Difuso

4.2.1 Cálculo de la ley de control ponderación modelo

Ahora con base en los modelos obtenidos, para cada una de las regla se aplica un controlador GPC lineal. Para esto se toma el modelo en términos de los incrementales es

decir que no se tiene en cuenta el elemento constante, por lo tanto el modelo es de la siguiente forma:

$$y(t) = \alpha y(t-1) + \beta u(t-1)$$

Ajustándolo en la forma general del modelo CARIMA se obtiene:

$$y(k) = \frac{\beta}{1 - \alpha q^{-1}} u(k-1)$$

En donde

$$B = \beta$$

$$A = 1 - \alpha q^{-1}$$

4.2.2. Cálculo del banco de predictores para cada modelo local

Tomando $N1=N2=NU=1$ y $Ts=2s$ se tiene:

$$y(t+1) = E_1 \beta \Delta u(t) + F_1 y(t)$$

$$E_1 = 1$$

$$F_1 = q(1 - (1 - \alpha q^{-1})\Delta) = (1 + \alpha) - \alpha q^{-1}$$

Por lo tanto el banco de predictores queda definido de la siguiente manera:

$$y(t+1) = \beta \Delta u(t) + ((1 + \alpha) - \alpha q^{-1}) y(t)$$

Ahora aplicando el criterio de minimización la ley de control para regla es de la siguiente forma:

$$\Delta u(k)_i = \left(\frac{\beta}{\beta^2 + \lambda} \right) r(k+1) - \left(\frac{\beta}{\beta^2 + \lambda} \right) ((1 + \alpha) - \alpha q^{-1}) y(k)$$

Esta ley de control se puede interpretar como una estructura RST

$$S * u = w * T - R * y$$

$$R = \left(\frac{\beta}{\beta^2 + \lambda} \right) ((1 + \alpha) - \alpha q^{-1})$$

$$S = 1 - q^{-1}$$

$$T = \frac{\beta}{\beta^2 + \lambda}$$

Ahora se determina el mejor valor de λ para los diferentes modelos de cada regla de tal manera que se obtenga una buena respuesta:

Modelo Regla 1.

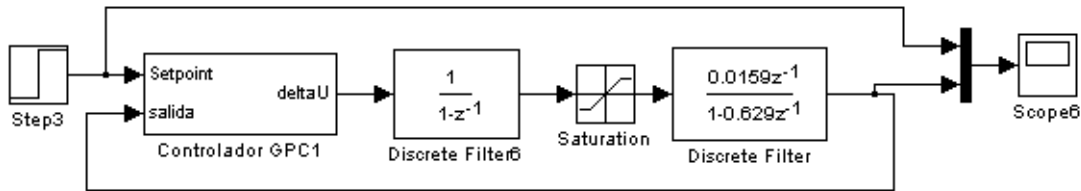


Figura No.15 Diagrama en Bloques Controlador Predictivo Modelo Local 1

Los valores del controlador son:

$$\lambda = 0.001 \quad \beta = 0.0159 \quad \alpha = 0.629$$

$$R = 20.6744 - 7.983z^{-1}$$

$$S = 1 - z^{-1}$$

$$T = 12.69147$$

Los resultados obtenidos en la simulación se muestran en la figura No.16.

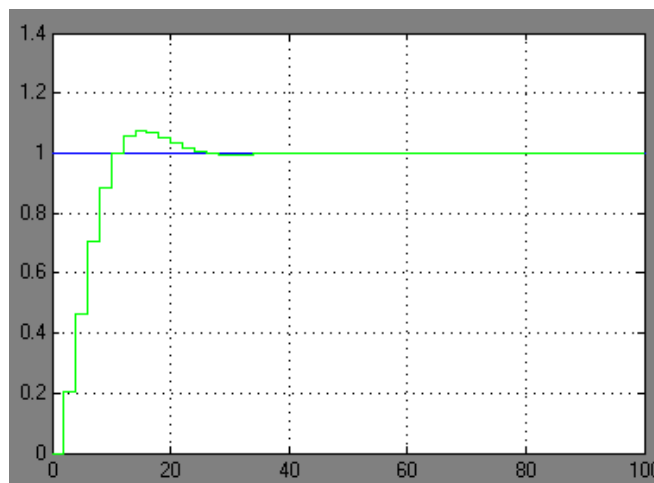


Figura No.16. Resultado de la Simulación modelo local 1

Modelo Regla 2.

$$\lambda = 0.0001 \quad \beta = 0.0227 \quad \alpha = 0.802$$

$$R = 66.4815 - 29.5883z^{-1}$$

$$S = 1 - z^{-1}$$

$$T = 36.89317$$

Los resultados obtenidos en la simulación fueron los siguientes:

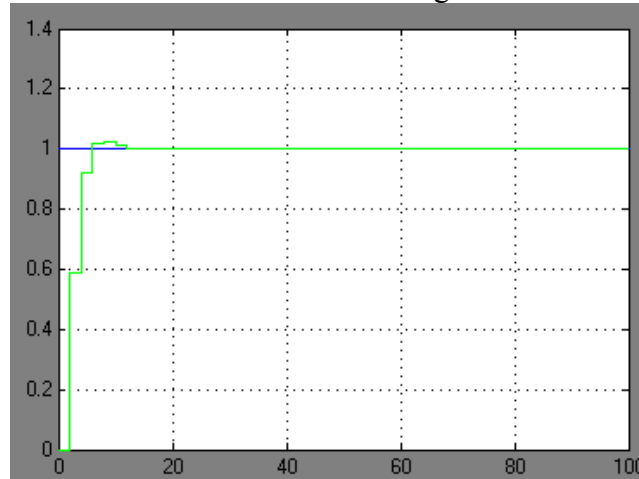


Figura No.17. Resultado de la Simulación modelo local 2

Modelo Regla 3

$$\lambda = 0.0001 \quad \beta = 0.0236 \quad \alpha = 0.864$$

$$R = 66.961 - 31.0375z^{-1}$$

$$S = 1 - z^{-1}$$

$$T = 35.923$$

Los resultados obtenidos en la simulación se muestran en la figura No.18.

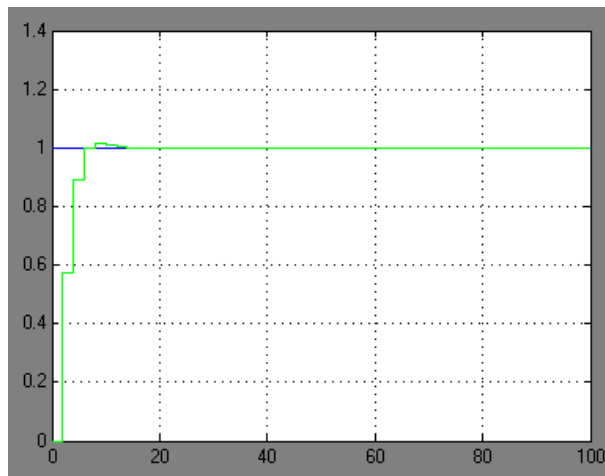


Figura No.18. Resultado de la Simulación modelo local 3

Una vez se tienen los controladores para cada modelo, utilizando las mismas funciones de pertenencia de la entrada se implementa el controlador difuso, las superficies obtenidas del controlador se muestran en la figura 19.

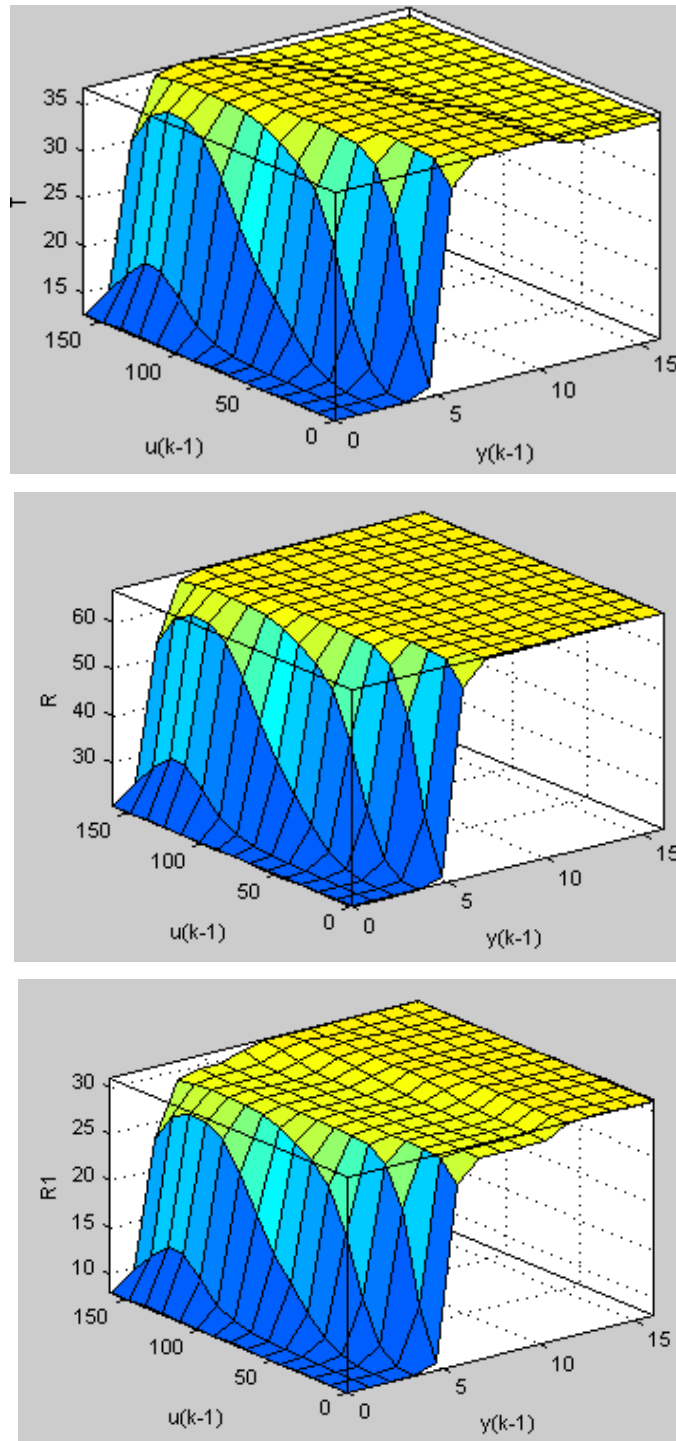


Figura 19. Superficies del Controlador predictivo Difuso

Para la implementación se ponderaron las constantes de los polinomios R y T y luego la implementación se realizó de la siguiente forma (Ver figura 20):

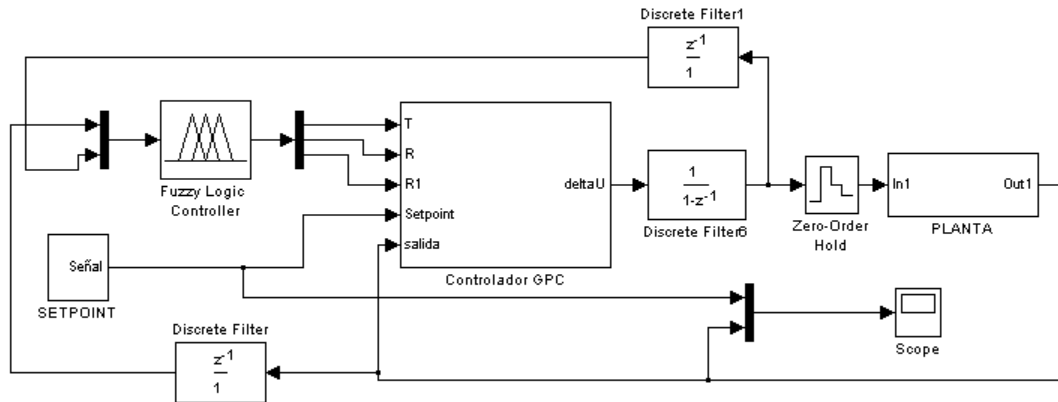


Figura No.20 Implementación Controlador Predictivo Difuso

Los resultados obtenidos en la simulación son:

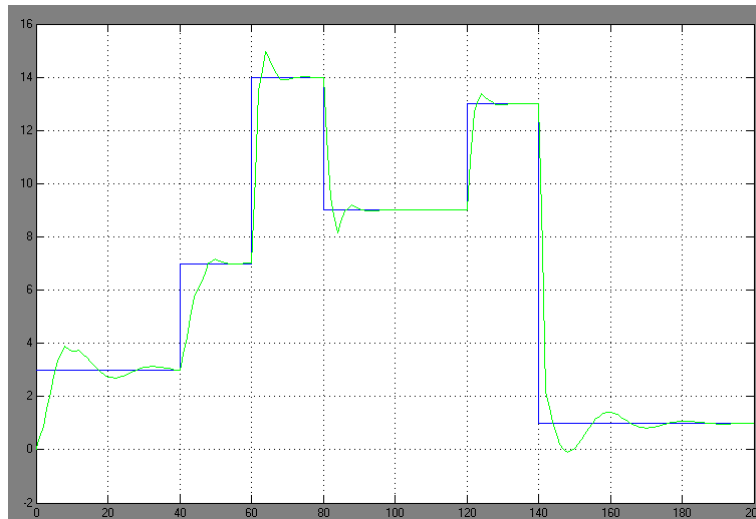


Figura No.21 Simulación Controlador Predictivo Difuso realizando un barrido alrededor de varios puntos de operación

Las grafica obtenida (figura 21) muestra un muy buen desempeño del controlador difuso alrededor de varios puntos de operación, y es muy similar en comparación con el desempeño obtenido utilizando un solo controlador GPC diseñado alrededor de un punto de

operación (figura 13), pero se muestran grandes diferencias cuando no se utiliza el dispositivo antisaturación como se muestra en las figuras 8 y 11.

5. APLICACIÓN DE GPC Y GPC DIFUSO A UNA PLANTA HIDRÁULICA REAL

5.1. CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LA PLANTA NO LINEAL.

Para la aplicación de la técnica de control difusa se implementó la planta que se muestra en la figura No.22.

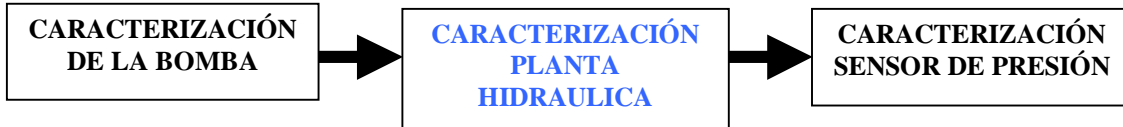


Figura No. 22 Planta Hidráulica implementada

La primera fase consistió en la obtención del modelo no lineal que representa la relación flujo de entrada (Suministrado por la bomba) con respecto a la altura de salida.

5.1.1 *Modelo No lineal Teórico*

El procedimiento para el cálculo del modelo teórico no lineal se muestra en el siguiente diagrama en bloques:



5.1.1.1 Caracterización de la bomba.

El flujo de entrada es suministrado por una bomba de 12 voltios la relación flujo de entrada vs corriente de alimentación de la bomba se muestra en la figura 23.

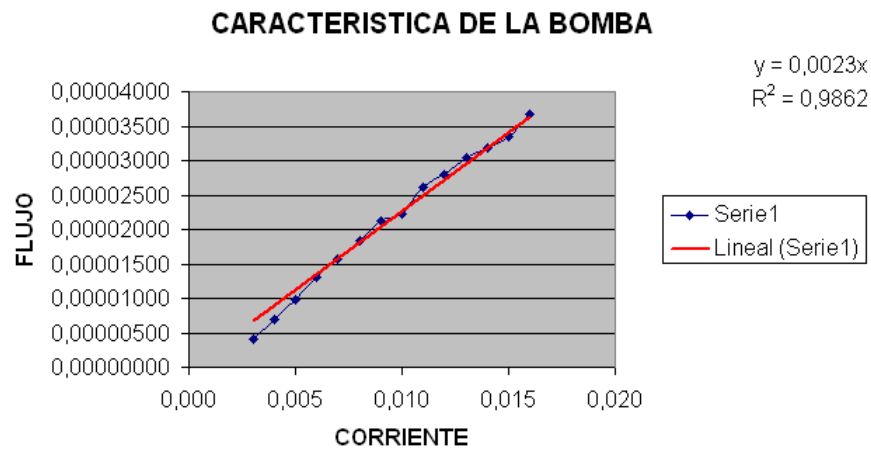


Figura No. 23. Flujo de Entrada Vs Corriente de alimentación

5.1.1.2 Caracterización Planta Hidráulica.

La planta hidráulica se muestra en la figura 24.

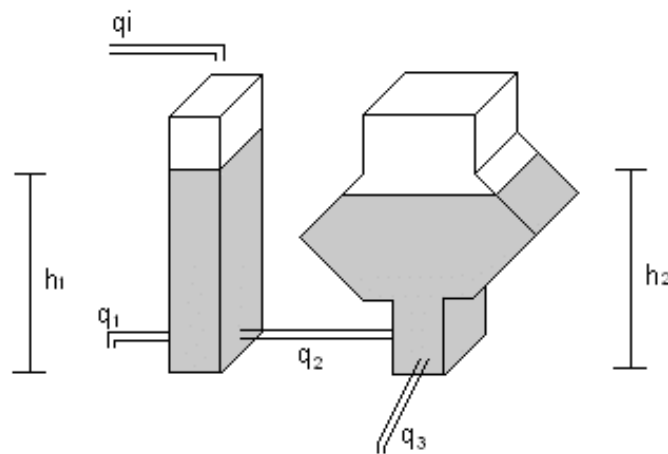


Figura 24. Planta no lineal

Rango de las variables de entrada y salida:

$$q_i(t) \longrightarrow 0 < q_i(t) \leq 0.000045 \frac{m^3}{s}$$

$$h_2(t) \longrightarrow 0 \leq h_2(t) \leq 0.35m$$

El modelo matemático que representa la relación entre h_2 / q_i es:

Para el Tanque 1

$$\dot{h}_1(t) = \frac{1}{A_1} [q_i - q_1 - q_2]$$

$$q_1 = 0.000025318 \sqrt{h_2(t)}$$

donde $q_2 = 0.00038547(h_1(t) - h_2(t))$

$$A_1 = 0.01$$

Para el Tanque 2

$$\dot{h}_2(t) = \frac{1}{A} [q_2 - q_3]$$

donde

$$q_3 = 0.000041169 \sqrt{h_2(t)}$$

$$A = \begin{cases} h_2(t) < 0 & A = 0 \\ 0 \leq h_2(t) < 0.1 & A = 0.01 \\ 0.1 \leq h_2(t) < 0.2 & A = 0.2h_2(t) \\ 0.2 \leq h_2(t) < 0.3 & A = 0.08 - 0.2h_2(t) \\ h_2(t) \geq 0.3 & A = 0.02 \end{cases}$$

q_2 es laminar, q_1 y q_3 son turbulentos. El valor de las constantes de los flujos de entrada y salida se determinaron experimentalmente.

5.1.1.3 Caracterización Sensor de Presión.

La altura del tanque es medida usando un sensor de presión la relación altura Vs voltaje se muestra en la figura 25.

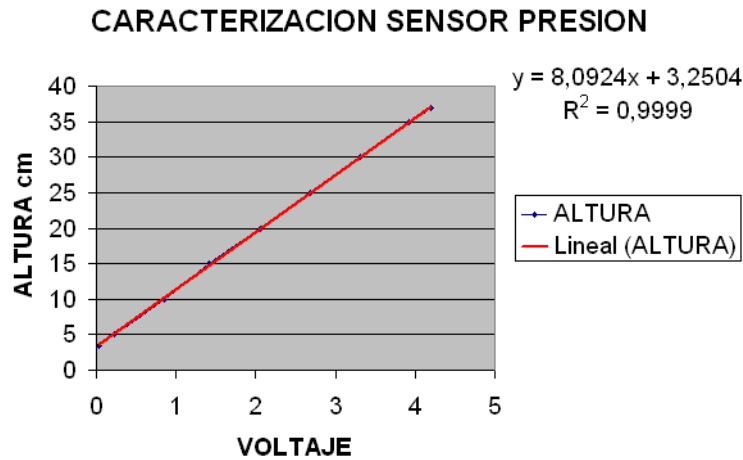


Figura No. 25. Relación Altura Vs. Voltaje Sensor de Presión

Con base en los datos anteriores se implementó el modelo no lineal para el diseño del controlador GPC.

5.1.2 Modelo Difuso

El modelo difuso real obtenido de la planta, aplicando técnicas de clustering¹⁸, es:

Las funciones de pertenencia del modelo difuso, $y(k-1)$ y $u(k-1)$ se muestran en la figura 26 y figura 27.

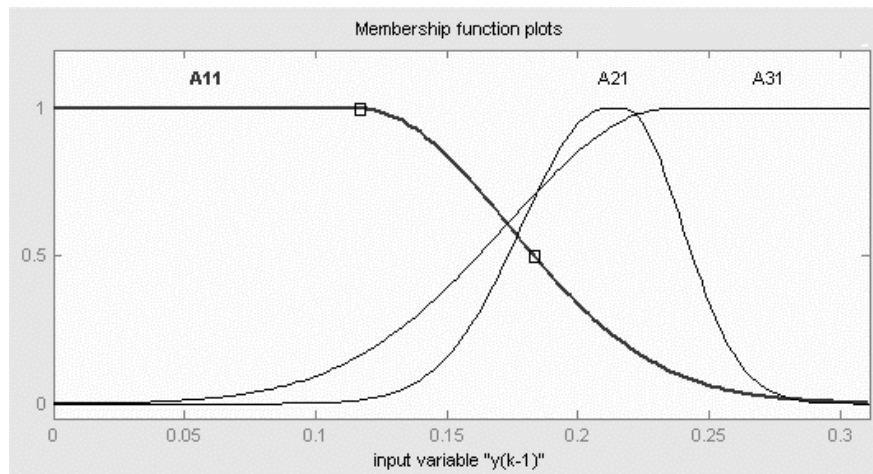


Figura 26. Función de Pertenencia $y(k-1)$

¹⁸ J. J. Soto, A. Gauthier y V. H. Grisales, "Identificación por clustering usando modelos difusos Takagi-Sugeno para sistemas con parámetros variantes en el tiempo", sometido a *II Congreso Internacional IEEE de la Región Andina – ANDESCON 2004*, Bogotá, Agosto 2004

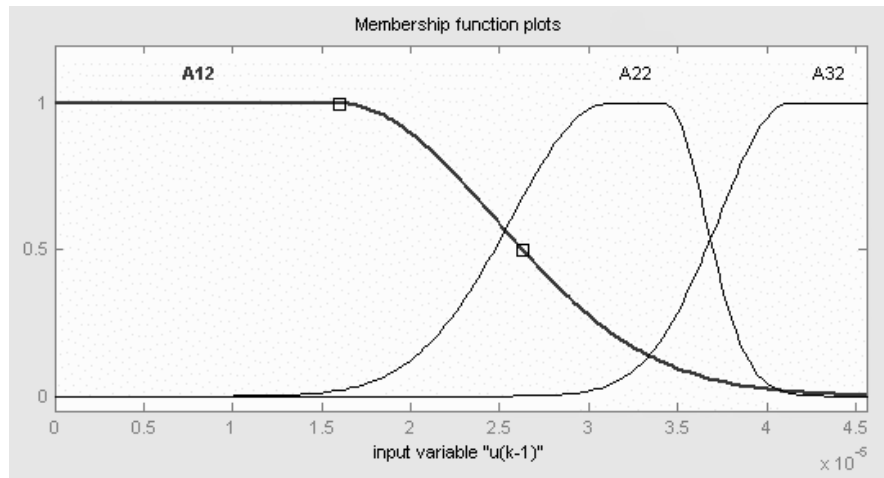


Figura 27. Función de Pertenencia $u(k-1)$

La representación matemática de cada modelo local es la siguiente:

$$M1 \rightarrow y(k) = 0.992y(k-1) + 99.4u(k-1)$$

$$M2 \rightarrow y(k) = 0.988y(k-1) + 58.5u(k-1)$$

$$M3 \rightarrow y(k) = 0.995y(k-1) + 61.6u(k-1)$$

5.1. DISEÑO DE CONTROLADORES DIFUSOS PREDICTIVOS APLICADOS A LA PLANTA HIDRAÚLICA.

En primer lugar se va a trabajar con la estrategia de ponderación de la ley de control obtenida en cada modelo local y posteriormente se comparará con las otras estrategias de ponderación mencionadas anteriormente.

5.2.1 Ponderación ley de control.

Debido a las limitaciones que tiene el flujo de entrada de la planta, que son demasiado exigentes, el parámetro λ para este diseño va ser de mucha importancia por que va permitir ajustar la salida del controlador.

Para cada modelo local se diseñó una ley de control predictiva obteniendo los siguientes resultados:

Modelo local 1

Ajustando al modelo CARIMA se obtiene:

$$y(k) = \frac{99.4}{1 - 0.992z^{-1}} u(k-1)$$

Tomando los siguientes parámetros para determinar la ley de control

$$N1 = 1 \quad N2 = 1 \quad Nu = 1 \quad \lambda = 10$$

Se obtiene:

$$R = 0.02 - 0.01z^{-1}$$

$$T = 0.0101$$

La validación de esta ley de control se realizó mediante simulación, utilizando el diagrama en bloques que se muestra en la figura No.28.

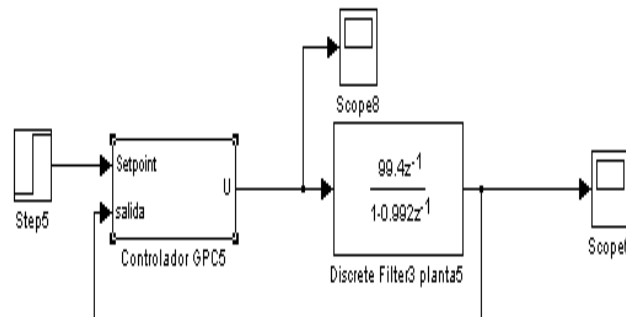


Figura 28. Esquema de control modelo local

Tomando como setpoint un escalón de 0.1, la salida del sistema se observa en la figura 29.

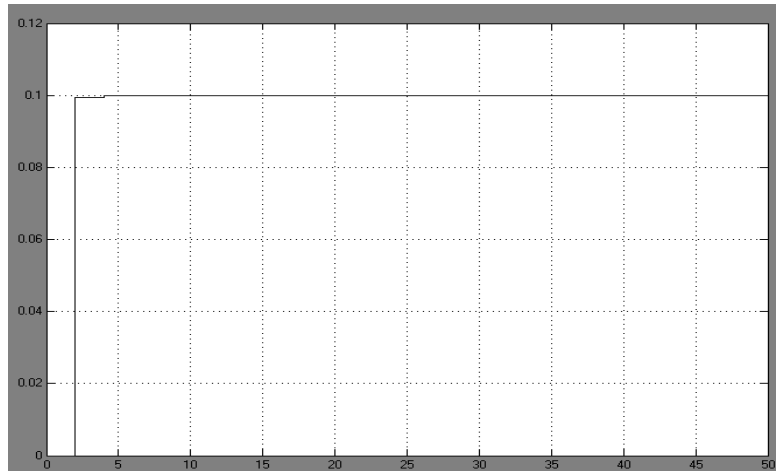


Figura No.29. Salida Modelo Local 1

Modelo local 2

Ajustando al modelo CARIMA se obtiene:

$$y(k) = \frac{58.5}{1 - 0.988z^{-1}} u(k-1)$$

Tomando los siguientes parámetros para determinar la ley de control

$$N1 = 1 \quad N2 = 1 \quad Nu = 1 \quad \lambda = 2000$$

Se obtiene:

$$R = 0.0214 - 0.0107z^{-1}$$

$$T = 0.0108$$

Tomando como setpoint un escalón de 0.2. La salida del sistema se muestra en la figura 30.

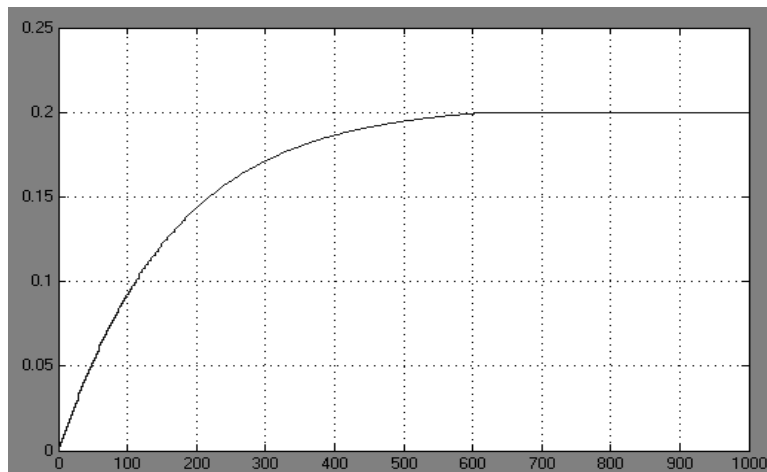


Figura 30. Salida Modelo Local 2

Modelo local 3

Ajustando al modelo CARIMA se obtiene:

$$y(k) = \frac{61.6}{1 - 0.995z^{-1}} u(k - 1)$$

Tomando los siguientes parámetros para determinar la ley de control

$$N1 = 1 \quad N2 = 1 \quad Nu = 1 \quad \lambda = 2400$$

Se obtiene:

$$R = 0.0197 - 0.0098z^{-1}$$

$$T = 0.0099$$

Tomando como setpoint un escalón de 0.3, la salida del sistema es: (Ver figura 31).

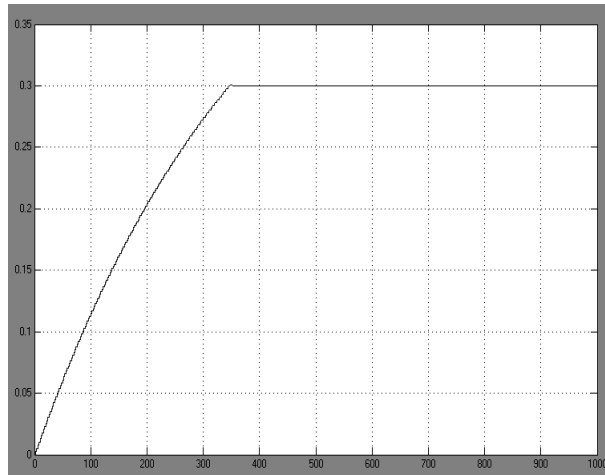


Figura 31. Salida Modelo Local 3

Después de realizar el control para cada uno de los modelos locales. Los resultados obtenidos en simulación (Ver figura 32) se pueden apreciar en la figura No.33.

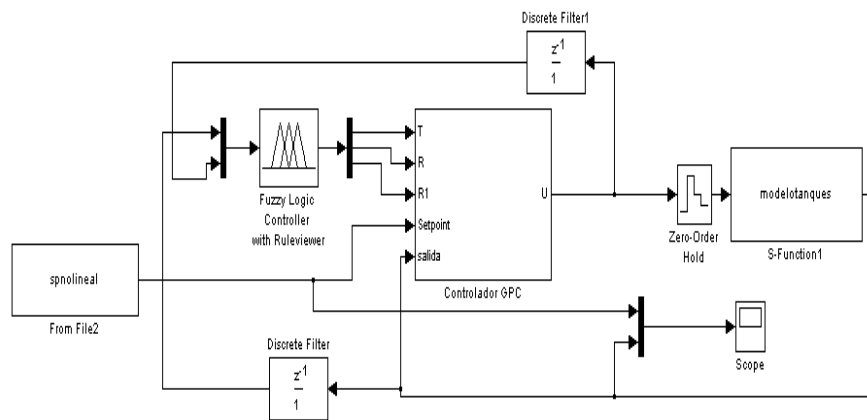


Figura No.32. Esquemático Ponderación ley de control

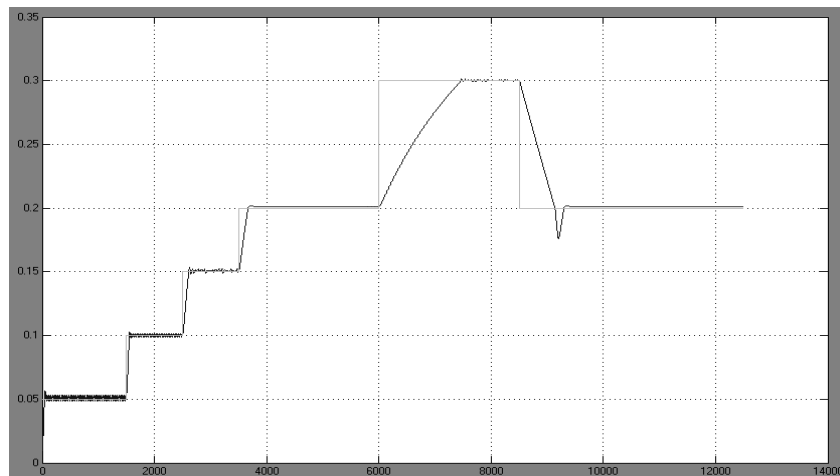


Figura 33. Salida Ponderación ley de control

Al realizar la implementación a la salida de la planta se encontró el siguiente resultado (Figura 34):

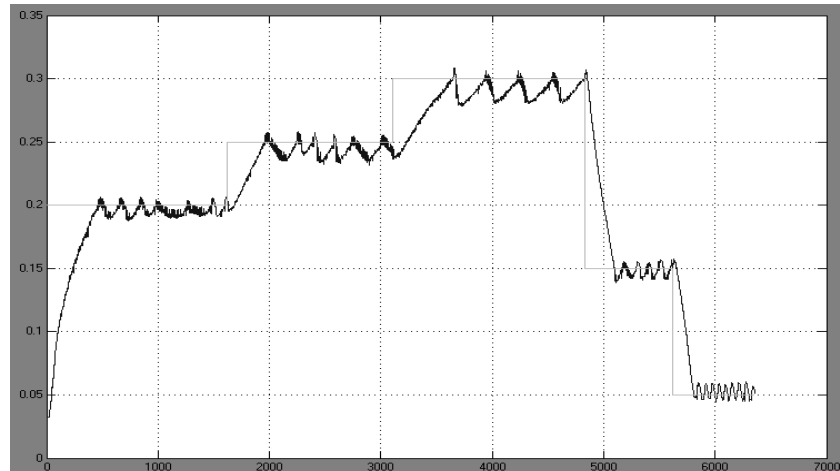


Figura 34. Salida Ponderación ley de control en la planta real

Los resultados obtenidos en simulación (Figura 33) muestran una pequeña oscilación en los puntos de operación bajos, este fenómeno ocurre debido a las limitaciones del flujo de entrada que hace que a la salida del modelo difuso exista una conmutación brusca en los parámetros.

5.2.2. Ponderación modelo

En esta implementación el λ es muy crítico. Los resultados en simulación fueron los siguientes:

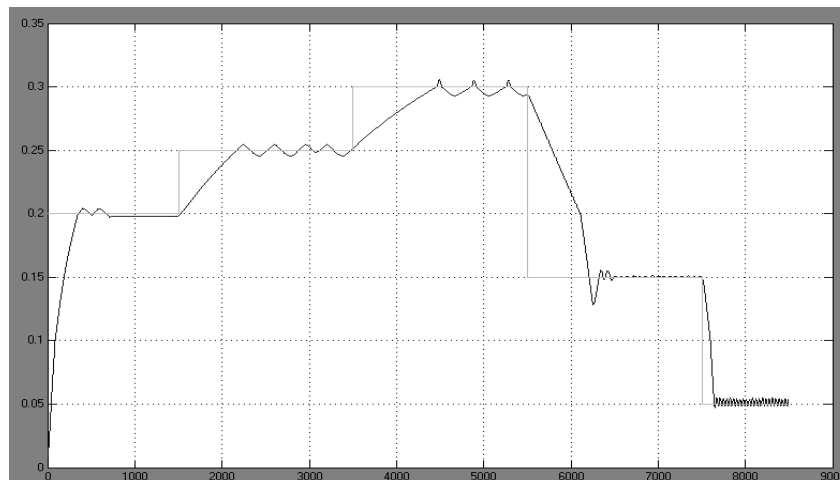


Figura 35. Simulación salida Ponderación modelo.

La salida obtenida en la planta real es la siguiente:

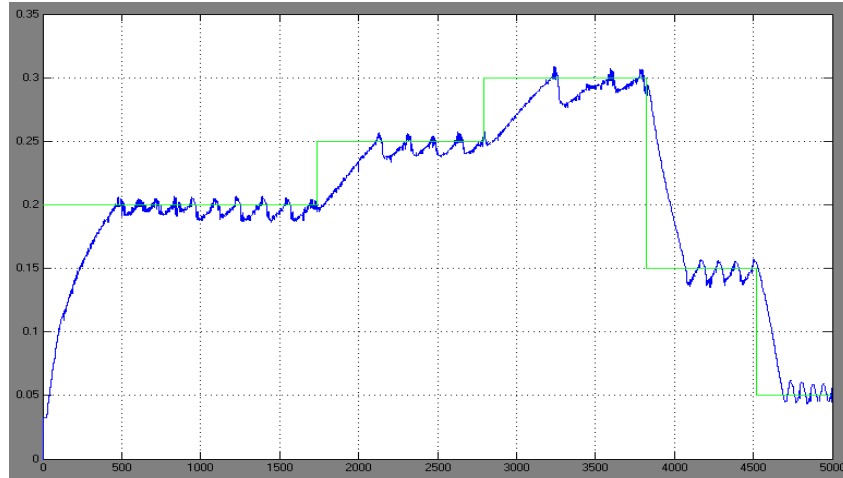


Figura 36. Salida Ponderación modelo en la planta real

5.2.3. Ponderación banco de predictores

Tomando los siguientes parámetros para determinar el banco de predictores

$$N1 = 1 \quad N2 = 1 \quad Nu = 1$$

Los bancos de predictores para cada modelo local son los siguientes:

$$M1 \rightarrow F_1 = 99.4\Delta u(t) + (1.992 - 0.992)y(t)$$

$$M2 \rightarrow F_1 = 58.5\Delta u(t) + (1.998 - 0.988)y(t)$$

$$M3 \rightarrow F_1 = 61.6\Delta u(t) + (1.995 - 0.995)y(t)$$

Los resultados de simulación son los siguientes:

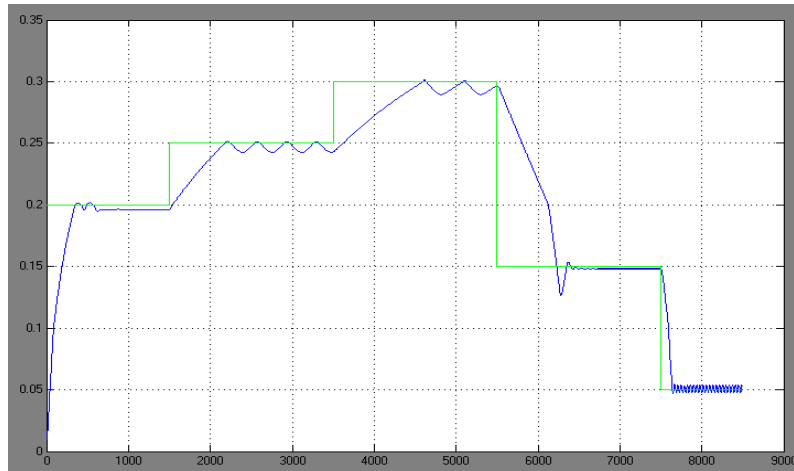


Figura 37. Salida Ponderación Banco de Predictores

5.3. DISEÑO CONTROLADOR GPC LINEAL.

Partiendo del modelo obtenido alrededor de un punto de operación de la planta no lineal, se diseñó un controlador predictivo, los resultados fueron los siguientes:

Asumiendo $\bar{q}_i = 0.0000297 \text{ m}^3/\text{s}$

se obtiene: $\bar{h}_1 = 0.23 \text{ m}^3/\text{s}$ y $\bar{h}_2 = 0.18 \text{ m}^3/\text{s}$

Linealizando los términos no lineales alrededor de \bar{q}_i , \bar{h}_1 y \bar{h}_2 se obtiene:

$$\frac{h_2(s)}{q_i(s)} = \frac{1.0531}{s^2 + 0.052838s + 0.000079651}$$

5.3.1. Cálculo de la ley de control predictiva

Se va a implementar el siguiente esquema de control:

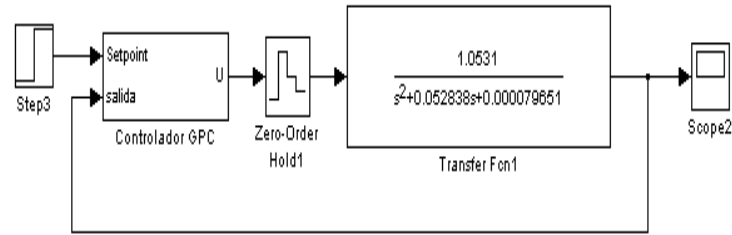


Figura 38. Esquema control predictivo lineal

Tomando $T_s=2s$. Se calcula la transformada z de la función linealizada con el retenedor de orden cero y ajustándola al modelo CARIMA se obtiene:

$$y(z) = \frac{1.73 + 1.675z^{-1}}{1 - 1.907z^{-1} + 0.90703z^{-2}} u(z-1)$$

En donde:

$$A = 1 - 1.907z^{-1} + 0.90703z^{-2}$$

$$B = 1.73 + 1.675z^{-1}$$

Los parámetros para el desarrollo de la ley de control predictiva son los siguientes:

$$N1 = 1 \quad N2 = 3 \quad Nu = 3 \quad \lambda = 1000$$

Calculo del banco de predictores:

$$\begin{bmatrix} y(t+1) \\ y(t+2) \\ y(t+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.73 & 0 & 0 \\ 6.71 & 1.73 & 0 \\ 14.62 & 6.71 & 1.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \Delta u(t+2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

en donde

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 1.68\Delta u(t-1) + (2.91 - 2.81z^{-1} + 0.91z^{-2})y(t) \\
 f_2 &= 4.87\Delta u(t-1) + (5.64 - 7.27z^{-1} + 2.63z^{-2})y(t) \\
 f_3 &= 9.44\Delta u(t-1) + (9.11 - 13.25z^{-1} + 5.12z^{-2})y(t)
 \end{aligned}$$

Aplicando el criterio de optimización:

$$\begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \Delta u(t+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0014 & 0.0052 & 0.0111 \\ -0.0001 & 0.0011 & 0.0052 \\ 0 & -0.0001 & 0.0014 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t+1) - f_1 \\ w(t+2) - f_2 \\ w(t+3) - f_3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la ley de control está determinada por:

$$\begin{aligned}
 (1 + 0.1326z^{-1})\Delta u &= (0.0014w(t+1) + 0.0052w(t+2) + 0.0111w(t+3)) - \\
 &\quad (0.1346 - 0.1887z^{-1} + 0.0718z^{-2})y(t)
 \end{aligned}$$

Por lo tanto se tiene:

$$R = 0.1346 - 0.1887z^{-1} + 0.0718z^{-2}$$

$$S = 1 + 0.326z^{-1}$$

$$T = 0.0177$$

Los resultados de simulación fueron los siguientes:

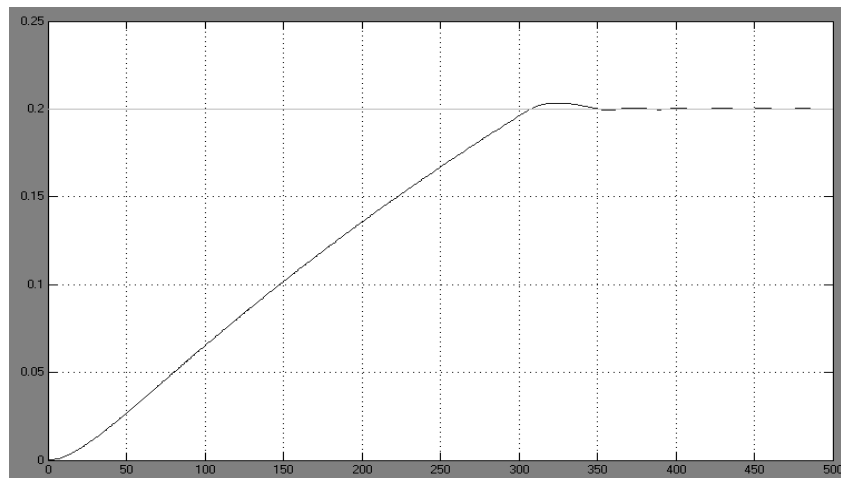


Figura 39. Salida GPC lineal con planta linealizada

Realizando la simulación con la planta no lineal utilizando el controlador GPC se obtienen los siguientes resultados en distintos puntos de operación:

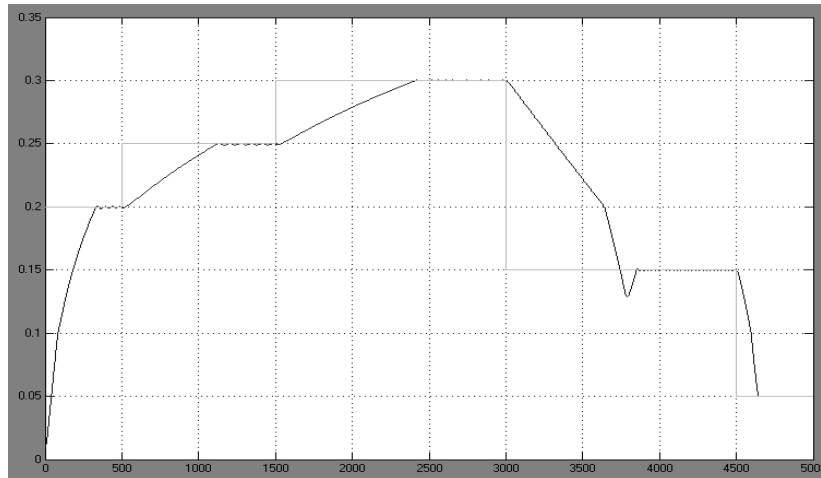


Figura 40. Salida controlador GPC con planta no lineal

Al realizar la implementación los resultados fueron los siguientes:

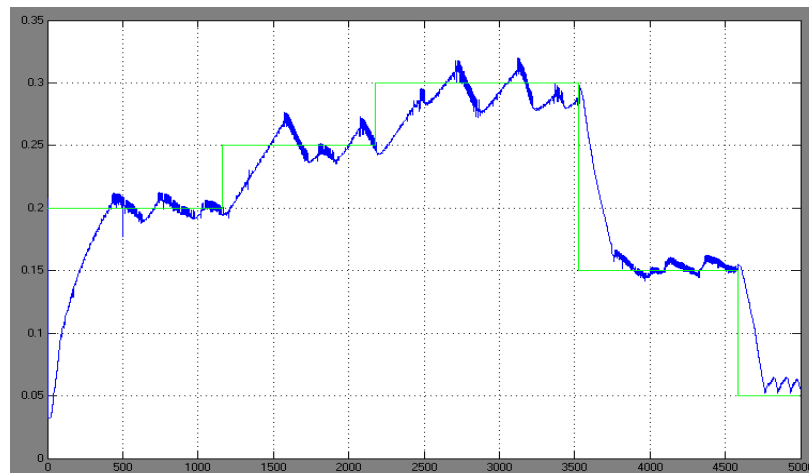


Figura 41. Salida GPC lineal con planta real

5.4. COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR GPC LINEAL CON LOS CONTROLADORES GPC NO LINEALES.

Al comparar los resultados del desempeño obtenido con los controladores GPC no lineal y lineal, tanto en simulación (figuras 33, 35, 37 y 40), como en la planta real de laboratorio (figuras 34, 36 y 41), se observa un comportamiento similar de los dos, siendo un poco

mejor, en términos de sobreimpulso y tiempo de establecimiento, el controlador GPC no lineal basado en el modelo difuso TS de la planta.

En la validación experimental se aprecian algunas oscilaciones alrededor del punto de operación para ambos controladores. Este comportamiento es debido básicamente a la restricción fuerte de flujo a la entrada de la planta.

6. CONCLUSIONES

El control predictivo basado en modelos es una técnica de control que usa el modelo del proceso para calcular y optimizar las predicciones de la acción de control y lograr el desempeño requerido en la salida controlada del sistema. Para el caso de control GPC, la ley de control resultante es de fácil implementación, y el desempeño que se obtiene es robusto, en la medida que acepta variaciones que puedan llegar a presentarse en la planta. Adicionalmente es posible ajustar la acción de control mediante los parámetros asociados al horizonte de predicción y el valor que tome λ , que pondera el esfuerzo de control.

La formulación GPC está basada en modelos. Es necesario tener en cuenta que el modelo de la planta es fundamental para obtener la ley de control. Cuando se cometen errores en la obtención de modelos de procesos complejos no lineales, se presentan complicaciones para el cálculo del control de la planta. Una alternativa para el diseño e implementación es la utilización de control predictivo basado en un modelo difuso TS del sistema a controlar. Este enfoque permite aprovechar las características del control GPC y la capacidad de interpolación de submodelos lineales del modelo difuso Takagi-Sugeno.

Respecto a los ajustes requeridos para mejorar el desempeño del controlador GPC lineal, se encontró que este mejora considerablemente cuando se incluye algún mecanismo de antisaturación. Una perspectiva de trabajo posible consiste en incluir los límites de operación de los actuadores desde la concepción misma de la función de costo a optimizar.

De otra parte, al realizar una comparación de los resultados obtenidos a la salida de la planta con el uso del controlador GPC lineal y el no lineal, se encontró que los resultados son similares, aunque con un mejor desempeño de este último, en términos de sobreimpulso y tiempo de establecimiento. A pesar de la evidente no linealidad de la planta de

laboratorio, este comportamiento podría permitir concluir que la planta no es lo suficientemente no lineal como para poder comprobar las bondades de los controladores predictivos difusos. Dada la aceptación del control GPC en industria y la característica de aproximación de sistemas no lineales como la interpolación de submodelos lineales de los modelos difusos Takagi-Sugeno, bien vale la pena la profundización sobre la temática explorada con miras al mejoramiento del desempeño en plantas del mundo real.

7. BIBLIOGRAFÍA

Ahn, S.C., W.H. Kwon and Y.H. Kim, "A Fuzzy Generalized Predictive Control (FGPC) Using Affine Functions for Nonlinear Systems," Journal of Intelligent & Fuzzy System, Vol.6, No.2, pp. 185-207, 1998. http://icat.snu.ac.kr:3333/rhc/publ/publ_cisl.htm

BABŮSKA, R. "Fuzzy Modeling Control". Kluwer Academic Publishers. Boston. 1998.

BITMEAD, Robert. "*Adaptive Optimal Control*". 1990. Prentice Hall.

CIPRIANO, A. RAMOS, M. "*Fuzzy Model Based Control for a Mineral Flotation Plant*". Journal on Automatic Control, Vol.36, No.2 pp.29-36.

CIPRIANO, D. SAEZ. "*Fuzzy generalized predictive control and its application to an inverted pendulum*". Proceedings of the 22nd annual international conference on industrial electronics, control and instrumentation. Agosto 5-10. 1996 pp. 1966-1971.

CLARKE, David W. "Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes". IEEE Control Systems Magazine. Abril 1988.

CLARKE, D. W. "Generalized Predictive Control. Part I. The Basic Algorithm". Automática Vol.23 No.2. 1987. Pág. 137 – 148.

Control Predictivo Basado en Modelos.

http://fiec.uni.edu.pe/wdoc/200004A/cont_pred_1.html

Departamento de Ingeniería de sistemas y Automática. “*VENTAJAS DEL CONTROL PREDICTIVO*”. En

<http://www.esi2.us.es/ISA/GAR/ALMAZARAS/paginaalmazara/ventajaspredictivo.html>

DIMITAR Filev, SHESU S. “Fuzzy Control: Syntesis and Análisis. John Wiley & Sons. 2000.

DORIS, Sáez. “*Apuntes: Control Predictivo No lineal*”. En

http://www.aadeca.org/agenda/cursos/archivo/seminario_fiuba/archivos/Parte_IV.pdf

ESPINOSA, Jairo. “*Fuzzy Modeling and Control*”. Tesis para titulo de doctorado. Abril de 2001

GARCIA, Carlos. PRETT, M. “*Model Predictive control:Theory and practice*”. Automatica. Vol.25 No.3. pp. 335-348. 1989.

HANG, C. Chang. “*Adaptive Control*”. Instrument Society of America. ISA. 1993.

HENSON, Michael A. “*Nonlinear Process Control*”. Prentice Hall. 1997.

HUANG, Y. L. “*Fuzzy Model Predictive Control*”. IEEE Transactions on fuzzy systems. Vol.8. No.6. Diciembre 2000.

J. J. Soto, A. Gauthier y V. H. Grisales, “Identificación por clustering usando modelos difusos Takagi-Sugeno para sistemas con parámetros variantes en el tiempo”, sometido a *II Congreso Internacional IEEE de la Región Andina – ANDESCON 2004*, Bogotá, Agosto 2004

KENNEL R. “Generalized Predictive Control (GPC). Ready for use in Drive Applications?”. University of Wuppertal. <http://www.ema.uni-wuppertal.de/paper/gpc52.pdf>

LEE, Tong. HANG, C. HO, Weng. “*Adaptive Control*”. Instrument Society of America ISA. 1993.

MATKO, Drago. “*Predictive Functional Control Based on Fuzzy Model for Heat Exchanger Pilot Plant*”. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol.8 No.6 Diciembre de 2000

POKORNY, Miroslav. A predictive Control using a Non- Linear Fuzzy Modelling. Technical University Ostrava, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science. <http://www.fs.vsb.cz/akce/2000/KonfFS04/Proceedings/papers/31.pdf>

RICHALET, J. “*Industrial Applications of Model Based Predictive Control*”. *Automática*. Vol.29. No.5 pp.1251-1274. 1993.

ROUBOS, J. A., BABUSKA R. “*Predictive control by local linearization of a Takagi-sugeno fuzzy model*”. Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems. 1998. pp.37-42

SAÉZ, Doris. “*Apuntes: Control predictivo basado en modelos*”. Universidad de Quilmas. Marzo 2002. En <http://iaci.unq.edu.ar/materias/TopicosContAvanzados/web/apuntesI.pdf>

TAKAGI, T. SUGENO, M. “*Fuzzy Identification of systems and its applications to modeling and control*”. *IEEE Transactions on systems, man, and Cybernetics*. Vol. SMC-15. 1985. pp.116-132.