

MII-2002-2-11

**MODELO DE DESPACHO OPTIMO DE FLUJO DE AGUA EN UNA RED DE
DISTRIBUCION**

MONICA LOPEZ CASTRO

Código 200117148

Trabajo presentado en la Asignatura Tesis 2 como requisito para optar al título de Magíster
en Ingeniería Industrial

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
PROGRAMA MAGISTER EN INGENIERIA INDUSTRIAL
2002**

AGRADECIMIENTOS

José Fidel Torres. PhD Automatización Industrial. Profesor Asistente de la Universidad de los Andes.

Rafael Guillermo Garcia. Msc Ingeniería Industrial. Profesor Asistente Pontificia Universidad Javeriana.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	9
1. GENERALIDADES	11
1.1 OBJETIVO GENERAL	11
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	11
1.3 JUSTIFICACION	11
1.4 CONTEXTO GENERAL EN EL QUE SE UBICA EL PROYECTO	12
1.5 METODOLOGIA	12
2. MARCO TEORICO	14
2.1 MODELOS DE DESPACHO ÓPTIMO	14
2.2 MODELO DE FLUJO DE COSTO MINIMO	16
2.2.1 Notación	16
2.2.2 Supuestos del Modelo	17
2.3 HIDRÁULICA DE TUBERÍAS - GENERALIDADES	18
2.3.1 Flujo de Tuberías.	18
2.3.2 La Ecuación de Flujo Turbulento	20
2.3.3 Principales Programas de Simulación de Redes	24
3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO	26
3.1 MODELO DE DESPACHO ÓPTIMO	26
3.2 FUNCIÓN OBJETIVO	26
3.2.1 Variables de Decisión	26
3.2.2 Costos Asociados	27
3.3 RESTRICCIONES	33
3.3.1 Por Balance de Masa	33
3.3.2 Por Capacidad en los Arcos	35
3.3.3 Por Capacidad de las Plantas	36
3.3.4 Restricción de no negatividad	36

	Pág.
3.3.5 Transformaciones en la Red	36
3.4 SUPUESTOS DEL MODELO	38
3.5 DEFINICIÓN DE LA UNIDAD BÁSICA DE MEDIDA	39
3.6 DETERMINACION DEL HORIZONTE DE PLANEACION	39
4. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO	40
4.1 COMPORTAMIENTO DEL SUBSISTEMA HIDRAULICO DE CUENCAS (OFERTA DE AGUA CRUDA)	40
4.1.1 Subsistema Agregado Norte	40
4.1.2 Subsistema Chingaza	42
4.1.3 Subsistema Embalses: Tunjos, La Regadera y Chizacá	44
4.3.4 Subsistema de Abastecimiento Planta San Diego	45
4.2 COMPORTAMIENTO DEL SUBSISTEMA PLANTAS DE TRATAMIENTO	46
4.2.1 Planta Tibitoc	46
4.2.2 Planta Francisco Wiesner	47
4.2.3 Planta Vitelma	48
4.2.4 Planta La Laguna.	49
4.2.5 Planta San Diego	49
4.3 COMPORTAMIENTO DE SUBSISTEMA HIDRÁULICO DE LA RED MATRIZ DE ACUEDUCTO	50
4.4 COMPORTAMIENTO DEL SUBSISTEMA DE ZONAS DE SERVICIO (LA DEMANDA DE AGUA)	52
4.5 CÁLCULOS EN LA RED MATRIZ (DETERMINACIÓN DEL FLUJO MÁXIMO EN LOS ARCOS Y EL COSTO ASOCIADO)	53
4.6 COSTOS ASOCIADOS	54
4.6.1 Costo de tratamiento	54
4.6.2 Costo por uso del recurso hídrico	58
4.6.3 Costo por bombeo	58

MII-2002-2-11

5. RESULTADOS DEL MODELO	61
CONCLUSIONES	66
RECOMENDACIONES	68
BIBLIOGRAFIA	69

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Factores de demanda	34
Tabla 2. Capacidad de embalses	46
Tabla 3. Capacidad de tratamiento por planta	50
Tabla 4. Tanques de compensación y estructuras de control	51
Tabla 5. Recetas de producción	55
Tabla 6. Costos de sustancias químicas por unidad	57
Tabla 7. Costos unitarios	57
Tabla 8. Costos por uso de recurso hídrico	58
Tabla 9. Especificaciones estaciones de bombeo	59
Tabla 10. Resultados variables de decisión: Plantas de tratamiento	61
Tabla 11. Resultados variables de decisión: Embalses	62
Tabla 12. Resultados variables de decisión: Tiempos de Bombeo	62
Tabla 13. Resultados variables de decisión: Tanques	64

LISTA DE GRAFICAS

	Pág.
Grafico 1. Transformación de arco bidireccional	37
Grafico 2. Sistema Agregado Norte	40
Grafico 3. Sistema Chingaza	42
Grafico 4. Sistema Agregado Sur	44

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1. Topología de la Red	71
Anexo 2. Demanda Red Alta Vitelma	72
Anexo 3. Flujo máximo Red Alta Vitelma	74
Anexo 4. Modelo propuesto	77
Anexo 5. Formulación en Lindo	83

INTRODUCCION

Las empresas encargadas de la administración del abastecimiento de agua potable se enfrentan a la toma de decisiones sobre el manejo de los sub sistemas de producción, distribución y abastecimiento, basados en el trabajo individual; los ingenieros enfocan su trabajo en la búsqueda de soluciones locales sin tomar en cuenta que sus decisiones aisladas afectan el comportamiento de los otros subsistemas. Este es el caso de la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá E.S.P.

Es así como por ejemplo, la Dirección de Producción trata de establecer políticas de operación de las plantas de tratamiento buscando reducir costos de tratamiento y operación para abastecer la demanda de agua potable en la red matriz; los esfuerzos de la Dirección de Control Acueducto, se encaminan a buscar la forma adecuada de manejar las redes bajo condiciones técnicas óptimas de presión de tal forma que ninguna zona o sector hidráulico quede sin el servicio de agua. Es claro que bajo este procedimiento es difícil medir claramente el impacto de los esfuerzos conjuntos de toma de decisiones de operación sobre las plantas de tratamiento.

Consientes de ésta necesidad, se formuló este trabajo de tesis, con el objetivo de encontrar un modelo matemático que determine la cantidad óptima a ser despachada en cada planta a una zona de servicio específica, bajo las restricciones del sistema, con el menor costo posible y bajo un horizonte de planeación predefinido.

Las restricciones que contempla el modelo están organizadas en cuatro grupos: Oferta de agua de las cuencas de abastecimiento (Sistema agregado Norte, sistema agregado sur y los ríos San Cristóbal y San Francisco), capacidad máxima de tratamiento en las plantas de tratamiento, flujo máximo en la red incluida la capacidad de bombeo, dinámica oferta demanda de los tanques de control-compensación y demanda en los sectores hidráulicos.

MII-2002-2-11

Los costos variables corresponden a: Tratamiento, bombeo en la red, costo por compra dentro de la concesión Tibitoc y uso del recurso hídrico.

El modelo pretende analizar como un solo sistema, el suministro de agua desde cuencas hasta zonas de servicio, permitiendo tomar decisiones respecto a volúmenes óptimos de agua por periodo de tiempo de tratamiento en las plantas, tiempos óptimos de bombeo, de tal manera que se minimicen los costos de operación del sistema. El modelo también podrá seleccionar en forma optima la participación de los diferentes oferentes de agua (embalses).

1. GENERALIDADES

1.1 OBJETIVO GENERAL

Definir un modelo de despacho óptimo para las plantas de tratamiento sujeto a las restricciones del sistema y a un horizonte de planeación definido.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Configurar la topología para el modelo de redes.
- Establecer la oferta por embalse para cada planta de tratamiento.
- Establecer la capacidad de producción máxima para cada planta de tratamiento.
- Definir costos unitarios de tratamiento para cada planta de tratamiento, por ser éstos los costos variables de producción.
- Modelar el costo de compra de agua tratada establecido dentro de la concesión de la planta Tibitoc.
- Determinar el comportamiento del costo total.
- Determinar la capacidad de almacenamiento para tanques de distribución.
- Determinar la restricción de capacidad en la tubería de la red matriz.
- Establecer demandas por sectores hidráulicos para el horizonte de planeación definido.
- Modelar la función objetivo que minimice los costos de operación
- Modelar las restricciones consideradas relevantes para la definición del modelo.
- Implementar el modelo en un software de optimización

1.3 JUSTIFICACION

La planeación de producción en la empresa se basa en la experiencia acumulada históricamente en la ejecución de tareas de operación, el know how de las personas responsables; esta experticia sin embargo no se han implementado en la formulación de un

MII-2002-2-11

modelo de optimización que permita la toma de decisiones en condiciones de tiempo ideales y prácticas.

El proyecto brinda la oportunidad de hacer un análisis matemático que incluya las variables y restricciones relevantes en un medio que carece de este tipo de análisis, la fuerza argumentativa y de resultados que ofrecen estos acercamientos a la situación real del problema justifican el esfuerzo.

La tesis pretende resolver un problema de administración del recurso agua, con gran impacto debido a la naturaleza de la empresa y la responsabilidad social de la administración del agua potable en Bogotá.

1.4 CONTEXTO GENERAL EN QUE SE UBICA EL PROYECTO

El proyecto de investigación esta enmarcado en el campo de la investigación de operaciones y esta inspirado en el tema de tema específico de flujo en redes.

Pretende modelar una situación propia de una empresa prestadora de servicios públicos que cuenta con la administración de varias plantas de producción, centros de distribución y zonas que deben ser suplidas.

1.5 METODOLOGÍA

Inicialmente se hizo una documentación del marco teórico en el que se enmarca el modelo, específicamente sobre la teoría de modelos de despacho óptimo, modelos de flujo en redes y modelos de hidráulica de tuberías.

El segundo paso consistió en definir las variables relevantes del modelo para orientar la búsqueda de información.

MII-2002-2-11

Hecha la recolección de información se procedió a modelar la red:

- Parámetros de la función objetivo:

Los costos de uso del recurso hídrico, los costos variables de tratamiento por planta y costos de transporte variables en la red matriz.

- Parámetros de las restricciones:

- Configuración de la red
- Oferta de los embalses
- Capacidad de las plantas de tratamiento
- Cotas de flujo de agua en la red de distribución
- Capacidad de bombeo
- Capacidad de los tanques de compensación y almacenamiento
- Demanda de los sectores hidráulicos
- Políticas administrativas de despacho: Concesión Tibitoc

Luego de obtener los parámetros se procedió a la creación del modelo.

El cuarto paso es la búsqueda de la solución óptima, la validación y el análisis de los resultados

El último y quinto paso es la interpretación de las conclusiones y recomendaciones.

2. MARCO TEORICO

2.1 MODELOS DE DESPACHO ÓPTIMO

Estos modelos han sido muy utilizados en distintos sectores por ejemplo en el sector eléctrico y petrolero entre otros. La necesidad de su aplicación es la formulación de políticas de envío de un flujo a través de un sistema de distribución.

La formulación matemática del sistema se presume puede ser modelada por alguna técnica de optimización.

Algunos aspectos mínimos que deben ser analizados en éste tipo de modelos en redes de acueducto son:

Fuentes de Abastecimiento: Determinación de las posibles fuentes de suministro, capacidad de oferta y calidad de agua.

Infraestructura de Tratamiento: Hace relación a la ubicación y número de plantas disponibles y las limitaciones inherentes a la capacidad de tratamiento.

Costos unitarios de despacho: La determinación de costos debe contemplar todos los costos pertinentes del sistema, como por ejemplo los costos de captación de agua cruda, tratamiento y energía y compra de agua potable si se requiere, transporte y estructuras de costos, entre otros.

Disponibilidad espacial de suministro: Los elementos básicos a considerar dentro del modelo son: Topología de la red, cantidad de tanques, disposición de tuberías, capacidad de regulación de estructuras de control, capacidad de estaciones de bombeo, altimetría y sentido de los flujos, entre otros.

MII-2002-2-11

Calidad de Agua Cruda: La calidad de agua cruda proveniente de las fuentes influye en la capacidad máxima de suministro, porque baja la eficiencia del sistema en términos de tiempo y consumo de sustancias químicas.

Mapa de Presiones: El modelo debe considerar que no solo es necesario abastecer la cantidad de demanda de la población, sino también garantizar que el sistema funcione dentro de rangos adecuados de presión. El modelo debe por tanto incluir consideraciones de tipo hidráulico, estudios de sectorización y estudios de zonificación

Estos últimos son esquemas de sectorización del sistema de distribución, agrupan demandas en unidades geográficas definidas por la configuración de la red o por el cierre de válvulas.

Los criterios de sectorización incluyen consumos del sector, diámetros, longitudes y rugosidades de las tuberías¹.

Factibilidad de Agregación: La información de la demanda de un sistema de acueducto puede estar disponible en diferentes formas dependiendo de la fuente de información utilizada y del nivel de agregación en que se encuentra. De esta forma la información generada por medio de registros de micromedición (Facturación), se pueden agregar por barrio, por sector de servicio o zona de servicio y por sector hidráulico².

Magnitud de la Demanda: Para modelos de despacho óptimo es aconsejable utilizar la demanda promedio ajustada con un factor de corrección que incluya pérdida por clandestinas, comerciales, por micromedición, por rotura, para que de cualquier forma marque la diferencia entre el caudal demandado y el que debe enviarse al sistema.

¹ GUTIERREZ VALENCIA, Andres. Tesis " Modelos de Despacho Óptimo de agua Potable Urbana. Caso Sistema de Acueducto de Bogotá". Universidad de los Andes. Pág. 16. 2000.

² Idem. Pág 16.

2.2 MODELO DE FLUJO DE COSTO MINIMO

Este conjunto de modelos estudia en forma general el problema de identificación del máximo flujo factible desde los nodos oferta hasta los nodos demanda a un costo mínimo, esto es: Encontrar el menor costo de envío de un artículo a través de una red para satisfacer la demanda a ciertos nodos desde unos nodos con oferta disponible.

Este modelo conjuga dos problemas típicos de flujo en redes: El problema de la ruta más corta y el problema de flujo máximo, el primero considera los costos de flujo en el arco pero no la capacidad de flujo y el segundo solo considera capacidades de la red.

Una característica importante de éste modelo es que normalmente pueden aplicarse a problemas lineales.

2.2.1 Notación: La red dirigida, notada $G = (N, A)$, donde A es el conjunto de arcos y N es el conjunto de nodos, tiene asociado a cada arco ij , un costo C_{ij} y una capacidad mínima l_{ij} y máxima S_{ij} .

Cada nodo $i \in N$, posee un número de $b(i)$ el cual indica su oferta, transporte o demanda respectivamente si $b(i) > 0$, $b(i) = 0$ ó $b(i) < 0$ ³

El problema de flujo de costo mínimo se puede establecer como sigue:

$$\text{Minimizar } Z(V) = \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} V_{ij} \quad \text{Ecuación (1)}$$

Sujeto a

1. Restricción de balance:

³ AHUJA, Ravindra K, MAGNANTI, Thomas L y ORLIN, James B. Network Flows. New jersey 1993. Pág 296

MII-2002-2-11

$$\sum_{(j:(i,j) \in A)} V_{ij} - \sum_{(j:(j,i) \in A)} V_{ji} = b(i) \quad \text{Para todos los } i \in N. \quad \text{Ecuación (2)}^4$$

El primer término de la restricción es el flujo total de salida del nodo (Flujo que sale del nodo i), el segundo término representa el flujo total de llegada al nodo i . Esta restricción iguala el flujo de entrada más el flujo de salida a la demanda u oferta del nodo, esto es si el nodo es un nodo oferta el flujo de salida excede al flujo de entrada, si el nodo es un nodo demanda, su flujo de entrada excede a su flujo de salida, por último si el flujo de salida es igual al flujo de entrada es un nodo “Trasbordo” o simplemente un nodo transporte sin demanda u oferta.

2. Restricción de capacidad.

$$(L_{ij} \leq V_{ij} \leq S_{ij}) \quad \text{Para todos los arcos } (i,j) \in A. \quad \text{Ecuación (3)}$$

En la ecuación (3), se sume que el límite inferior sobre los arcos de flujo es igual a L_{ij} y el flujo máximo es igual a S_{ij} . Normalmente el límite inferior del arco es cero.

3. Restricción de no negatividad:

$$V_{i,j} \geq 0 \quad \text{Ecuación (4)}$$

Esta restricción implica que en la red no pueden existir flujos negativos.

⁴ AHUJA, Ravindra K, Magnanti, Thomas L y Orlin, James B. Network Flows. New jersey 1993. Pág 296

2.2.2 Supuestos del modelo.

“Supuesto 1. Todos los datos (Costo, Demanda, oferta y capacidad), son enteros. Esta condición no es restrictiva en la práctica porque los modelos pueden implementarse en computador y estos trabajan con números racionales los cuales se pueden convertir en números enteros.

Supuesto 2. La red debe ser dirigida. Esto es no deben existir arcos bidireccionales en la red. Si la red es no dirigida, existen transformaciones para convertirla en una red dirigida.

Supuesto 3. Los nodos oferta y demanda satisfacen la condición: $\sum_{i \in N} b(i) = 0$, para que el problema de flujo de costo mínimo tenga una solución factible. Este supuesto hace referencia a la restricción de los algoritmos de flujo de costo mínimo y no es una restricción de los algoritmos generales de optimización lineal.

Supuesto 4. Se asume que la red G contiene una ruta dirigida incapacitada. (Esto es cada arco en la ruta tiene una capacidad infinita), entre todos los pares de nodos. Se impone esta condición si en la red es necesario añadir arcos artificiales $(1, j)$ y $(j, 1)$ para cada $j \in N$, si éste es el caso se debe agregar un costo muy grande y una capacidad infinita a cada uno de esos arcos.

Supuesto 5. Todos los Costos asociados a los arcos son no negativos. Sin embargo si la red tiene este tipo de problemas existe la “Arc Reversal Transformación”, que convierte longitudes negativas de arcos en longitudes no negativas”⁵.

2.3 HIDRÁULICA DE TUBERÍAS - GENERALIDADES⁶

2.3.1 Flujo de Tuberías. El fluido, desde el punto de vista de su comportamiento mecánico, es una sustancia que no puede resistir a esfuerzo cortante. Si éste se presenta, el fluido se deforma y continúa deformándose mientras el esfuerzo exista, en éste proceso de deformación continuo las diferentes partes del fluido cambian de posición relativa en forma permanente, este movimiento relativo se conoce con el nombre de flujo⁷.

El flujo en un canal o tubería se puede determinar mediante las siguientes cantidades físicas:

- Desplazamiento de una partícula de fluido
- Velocidad de una partícula de fluido en un punto de campo de flujo.
- Aceleración de una partícula en un punto de flujo.

Los flujos pueden clasificarse, con respecto al espacio o con respecto al tiempo. Si las cantidades físicas permanecen constantes en el espacio se considera que son flujos uniformes de lo contrario se considera que son flujos no uniformes. Ahora, si las cantidades de flujo permanecen constantes en el tiempo se clasifican como permanentes o estacionarios ó no permanentes de lo contrario.

Para el caso de estudio los flujos observados se denominan flujos uniformes. En éste tipo de flujo las características de presión y velocidad permanecen constantes en el espacio y en el tiempo. Como la velocidad no esta cambiando, el fluido no esta siendo acelerado, sino hay aceleración, de acuerdo a la Segunda Ley de Newton para el movimiento: Existe un

⁵ AHUJA, Ravindra K, Magnanti, Thomas L y Orlin, James B. Network Flows. New jersey 1993. Pág 297.

⁶ SALDARRIAGA, Juan G. Hidráulica de Tuberías. Universidad de los Andes.

⁷ Idem Pág 1

MII-2002-2-11

equilibrio de fuerzas, es decir la sumatoria de todas las fuerzas que actúan sobre un volumen de control, debe ser igual a cero⁸.

Las fuerzas involucradas en el flujo en tuberías son: Presión, fuerzas gravitacionales y de fricción, las dos primeras tratan de acelerar el flujo y la última trata de frenarlo.

Dada la importancia de la fricción en la mecánica de fluidos, las ecuaciones que gobiernan el flujo uniforme en tuberías se conocen con el nombre de ecuaciones de fricción. Estas relacionan la energía que se pierde en el proceso del movimiento del fluido a causa de la fricción entre la pared del ducto y del fluido.

Por otro lado, todas las ecuaciones que describen el flujo uniforme en tuberías son de naturaleza similar: se basan simplemente en un equilibrio de fuerzas muy sencillo; las diferencias, no son de fondo, obedecen más bien a la diferencia de los procesos empíricos utilizados en la deducción.

Las siguientes son las ecuaciones más importantes:

2.3.2 La ecuación de Flujo turbulento. Para plantear la ecuación general de resistencia fluida en tuberías circulares bajo condiciones de flujo uniforme es necesario hacer un análisis dimensional en el cual se involucran todas las variables relevantes del fenómeno. La variable dependiente h_f es la pérdida de cabeza por fricción debido al esfuerzo cortante entre las paredes internas del ducto y el fluido⁹.

La pérdida de la cabeza debido a la fricción que experimenta un fluido cuando fluye por una tubería circular depende de:

⁸ Idem. Pág 2.

⁹ Idem. Pág 39

MII-2002-2-11

- El diámetro de la tubería (d)
- La longitud en la que se mida la pérdida de cabeza por fricción (l)
- Velocidad media en la tubería (v).
- Rugosidad absoluta de la tubería (k_s)
- Aceleración de la gravedad (g)
- Densidad (ρ) y la
- Viscosidad del fluido (μ)¹⁰.

Ecuación General de resistencia fluida:

$$h_f = \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g} F \left(\frac{k_s}{d}, R_e \right) \quad \text{Ecuación (5)}$$

Esta ecuación se dedujo mediante el análisis dimensional basado en las ecuaciones de la física clásica $F = m \times \vec{a}$, de ella se derivan varios casos particulares, algunos ejemplos son las ecuaciones de Manning, Chézy y de Hazen-Williams, entre otras.

Debido a que los argumentos de la función F ' (Factor de fricción) de la ecuación (5) (Rugosidad relativa (k_s) y número de Reynolds (R_e)), son números reales adimensionales, el resultado de la ecuación también debe ser adimensional denotado como¹¹:

$$f = F \left(\frac{k_s}{d}, Re \right) \quad \text{Ecuación (6)}$$

¹⁰ Idem Pág. 40

MII-2002-2-11

Así la ecuación (5) queda:

$$h_f = f \left(\frac{1}{d} \right) \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación (7)}$$

Esta ecuación fue deducida por Henry Darcy, y Julius Weisback, ingeniero Francés y científico alemán respectivamente, por esta razón la ecuación (7), se conoce con el nombre de ecuación de Darcy-Weisback, la cual es la mas general para explicar la pérdida de energía ocurrida durante el movimiento de fluidos¹².

Otra investigación importante en la teoría de hidráulica de tuberías es la desarrollada por Colebrook-White, en cuanto a clasificación de rugosidades.

Estos investigadores ingleses, hicieron una clasificación de rugosidades relativas para entender mejor el flujo transaccional, a fin de establecer una ecuación que permitiera el cálculo del factor de fricción f , bajo el criterio de que éste depende de la rugosidad relativa del ducto y del número de Reynolds (R_e) del flujo de la tubería.

Llegaron a la siguiente ecuación¹³

$$\frac{1}{f} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7d} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad \text{Ecuación (8)}$$

Sin embargo, tiene el problema de no ser una ecuación explícita para el factor de fricción f , lo cual implica la necesidad de utilizar algún método numérico para calcularlo una vez se conozcan todas las variables. Este problema matemático ocasionó la aparición de

¹¹ Idem. Pág 43.

¹² Idem. Pág. 43.

¹³ Idem. Pág 63.

MII-2002-2-11

ecuaciones empíricas más sencillas de utilizar, entre estas, la más famosa, la ecuación de Hazen-Williams, desarrollada en 1933. Actualmente los cálculos de análisis de la red matriz de distribución en la EAAB-ESP, se basan en ésta ecuación.

Esta se describe a continuación:

$$v = 0.849 C_{HW} R^{0.63} S^{0.54}$$

$$C_{HW} = \frac{14.09}{f^{0.54} d^{0.009} R_e^{0.081} v^{0.081}}$$

Ecuaciones (9)

Junto con la ecuación siguiente para pérdidas por fricción:

$$h_f = \frac{6.824 \times l \times v^{1.851}}{C_{HW}^{1.851} d^{1.167}}$$

Ecuación (10)

Donde:

- v = Velocidad media de la tubería en m/seg
 R = Radio hidráulico en metros
 S = Pérdida de energía por unidad de peso (Cabeza) por unidad de longitud
 C_{HW} = Coeficiente de rugosidad de la tubería
 d = Diámetro de la tubería
 l = Unidad de longitud

El coeficiente de rugosidad se obtiene en las tablas de Hazen-Williams.

El coeficiente C_{HW} , depende únicamente de la rugosidad del material que conforma las paredes de la tubería, esta ecuación es explícita para el diámetro, además tiene la ventaja de ser explícita para la velocidad y por consiguiente para el caudal.

Un aspecto importante es que el uso de ésta ecuación debe estar limitado a ciertas características del fluido y del flujo. Los límites establecidos son:

- El fluido debe ser agua a temperatura normal
- El diámetro debe ser superior o igual a dos pulgadas
- La velocidad en las tuberías se debe limitar a 3 m/s

La desventaja de la ecuación de Hazen-Williams radica en que algunas veces se olvida que es una ecuación válida para un determinado rango de velocidades y de diámetro de tuberías, llevando de esta manera a cálculos ineficientes, sobrestimando por ejemplo los diámetros requeridos.

La simulación para el cálculo de flujo máximo en la red se basó en las ecuaciones de Hazen-Williams.

2.3.3 Principales Programas de Simulación de Redes. Actualmente en el mercado se tiene acceso a diversos programas que simulan el comportamiento de redes de acueducto, los más importantes y sus principales características se describan a continuación:

2.3.3.1 Watercad. Es un programa que permite hacer análisis y diseño de redes de distribución de agua potable. Las simulaciones hidráulicas que puede realizar en estado estable (Análisis bajo condiciones de flujo uniforme permanente) o bajo la figura de periodos de tiempo extendidos (EPS), permite modelar varios componentes hidráulicos típicos de redes de distribución tales como: Válvulas reguladoras, estaciones de bombeo y controles automatizados sensibles a la presión o al caudal.

Es posible, además determinar tiempos de retención y las edades de cada uno de los puntos en la red de distribución e identificar las procedencias de agua desde cada una de las

MII-2002-2-11

fuentes y hacer cálculo de pérdidas por fricción mediante las aproximaciones Hidráulicas: Hazen-Williams y la de Darcy-Weisbach junto con la ecuación de Colebrook-White.

2.3.3.2 EPANET. Fue desarrollado por la Agencia de protección Ambiental de E. U., para el estudio y análisis del comportamiento de redes hidráulicas a presión.

Este permite simular el comportamiento dinámico de una red de distribución de agua potable, incorporando la simulación de tuberías, bombas de velocidad fija y de velocidad variable, válvulas de estrangulación, entre otros elementos de la red.

Permite calcular las pérdidas por fricción mediante las Metodologías Hidráulicas: Hazen-Williams o Chézy-Manning y la de Darcy-Weisbach.

EPANET, utiliza la teoría lineal para la solución matemática de la red. Cuenta también con un módulo para evaluar la calidad del agua en la red, permitiendo evaluar el decaimiento de una sustancia química a lo largo de la red.

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

3.1 MODELO DE DESPACHO ÓPTIMO

El modelo se define como un problema de flujo en redes de flujo de costo mínimo.

3.2 FUNCIÓN OBJETIVO

3.2.1 Variables de Decisión.

Las variables de decisión en el sistema objeto de estudio son:

- Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta i al sector hidráulico j en el periodo de tiempo k : $V_{i,j}^k$
- Tiempo de bombeo de la estación i en el periodo k : $T_{i,j}^k$
- Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta Tibitoc al tanque j en el periodo k , para el intervalo de volumen entre 0 y 60800 m^3 : $X_{i,j}^k$
- Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta Tibitoc al tanque j en el periodo k , para el intervalo de volumen entre 608001 y 108000 m^3 : $Y_{i,j}^k$
- Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta Tibitoc al conjunto de tanques tanque j en el periodo k , para el intervalo de volumen entre 108001 y 151200 m^3 : $Z_{i,j}^k$

3.2.2 Costos Asociados.

3.2.2.1 Costos de Tratamiento. Cada planta de producción maneja su propio comportamiento de costos de tratamiento, en la práctica se manejan para cada planta una receta de producción, a excepción de la planta Wiesner que maneja de acuerdo a la calidad del agua cruda entrante 3 recetas de producción. Para este último caso se corrió el modelo con la receta para un agua normal (ver Tabla 5)

Visto así el modelo tendrá en cuenta el costo de tratamiento de la planta i , definido por: $CT_{i,j}V_{i,j}^k$ para todos los i que pertenezcan al conjunto de plantas (B), donde B es el conjunto de los nodos plantas de tratamiento que es un subconjunto de N.

$CT_{i,j}$, es el costo de la receta por metro cúbico de agua tratada en la planta i , éste debe calcularse tomando en cuenta cada una de las sustancias químicas utilizadas, Cloro, sulfato de aluminio líquido, sulfato de aluminio granulado, polímetro, cal hidratada, cal viva y pre-cal.

3.2.2.2 Costos de Bombeo. El modelo contempla el costo asociado al bombeo en la línea de conducción donde éste exista. El costo está medido en términos de costo de consumo de energía en Kwh por tiempo de bombeo.

El modelo tendrá en cuenta el costo de bombeo de la estación en el arco (i, j) definido por: $CB_{i,j}c_{i,j}T_{i,j}^k$ para todos los (i, j) que pertenezcan al conjunto de estaciones de bombeo (C), donde C es un conjunto de arcos que contienen las estaciones de bombeo y es un subconjunto de A.

MII-2002-2-11

$CB_{i,j}$, es el costo de bombeo sobre segundo asociado a la estación de bombeo (C) éste debe calcularse tomando en cuenta la tarifa de energía correspondiente en éste caso la cobrada a la EAAB-ESP por ser cliente no regulado.

Para analizar este costo asociado a una estación de bombeo, se debe entender ésta como el conjunto de bombas ubicadas sobre una misma infraestructura cuyo objetivo fundamental es la elevación de la cabeza de agua. La energía consumida depende de la potencia de las bombas y de la cantidad de tiempo de bombeo. Las especificaciones técnicas de las bombas aseguran un caudal constante del fluido.

Haciendo las conversiones necesarias se encuentra la expresión en términos del caudal, esta es mostrada a continuación:

$$\text{Energía} = \text{Potencia} \times \text{Tiempo}$$

Donde

$$E_p = mgh$$

$$E = \frac{1}{h}mgh$$

Ahora,

$$d = \frac{m}{V}$$

$$\text{Luego, } m = Vd$$

MII-2002-2-11

De esta forma :

$$E = \frac{1}{\mathbf{h}} V d g h$$

Ahora :

$$Q = \frac{V}{t}$$

Ecuación (11)

Luego , $V = Qt$

y queda :

$$E = \frac{1}{\mathbf{h}} d g h Q t$$

Si se denota $c = \frac{1}{\mathbf{h}} d g h Q$, por ser éstas variables constantes para cada estación de bombeo

se tiene:

$$E = ct$$

Donde:

E_p = Energía potencial

c = constante asociada a la estación de bombeo, dada en watios

m = masa

V = volumen

d = densidad

= eficiencia

t = tiempo

g = gravedad

Q = caudal

h = altura

E = energía consumida

MII-2002-2-11

De ésta forma como la constante c , esta en wátios , $T_{i,j}^k$ en segundos y la tarifa se cobra en \$/Kwh, entonces se debe hacer la conversión siguiente:

$$\frac{\$}{Kwh} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{1Kw}{1000w} = \frac{\$}{3600000ws} = \text{tarifa}$$

$$CB_{i,j}^k = \text{tarifa} \times c_C$$

Donde c_C , es igual a la constante c perteneciente a cada arco (i,j), que pertenece al subconjunto C (Estaciones de bombeo). Las constantes c , se muestran en la Tabla 9.

No se contemplan los costos de mantenimiento de la red, por considerarse costos fijos de distribución.

3.2.2.3 Costo de Uso del Recurso Hídrico. El costo de uso de recurso hídrico esta asociado a la tarifa que cobran a la EAAB-ESP, entidades como la CAR y Corporinoquía, por tomar el agua en las cuencas, tratarla abastecerla y posteriormente devolverla como agua residual a la sabana de Bogotá. Este costo cambia de acuerdo a la entidad ambiental y a la cuenca.

El modelo tendrá en cuenta el costo de uso del recurso hídrico del embalse i, definido por: $CU_{i,j} V_{i,j}^k$ para todos los i que pertenezcan al conjunto de embalses (D), donde D es el conjunto de nodos de las fuentes de abastecimiento de agua cruda y es un subconjunto de N.

$CU_{i,j}$, es el costo por metro cúbico de agua cruda suministrada desde el embalse i, éste debe calcularse tomando en cuenta las tarifas específicas pactadas entre las entidades ambientales y la EAAB-ESP

MII-2002-2-11

El número de embalses y su respectiva tarifa se muestra en la Tabla 8.

3.2.2.4 Planta Tibitoc. Esta planta por estar en concesión tiene un comportamiento en costos diferente, el costo varia de acuerdo al caudal suministrado de la siguiente forma:

De 0 m³/s - 4.5 m³/s con tarifa plena.

de 4.5 m³/s a 7.5 m³/s con 78% de descuento

de 7.5 m³/s a 10.5 m³/s con 85% de descuento

Podría decirse que es lineal a tramos. El modelo se describe a continuación:

El flujo que sale de la tabla Tibitoc puede tener varias posibilidades, si la demanda asociada a la planta es inferior a 60800 m³ el costo será de \$108/m³. Si la demanda es superior a 60800 m³, pero inferior a 108000 m³, entonces se cobrarán los primeros 60800 m³ a \$108/m³ y el volumen restante con un 78% de descuento sobre \$108/m³ es decir \$23.76/m³, si la demanda es superior a 108000 m³ pero inferior a 151200 m³, entonces se cobrarán los primeros 60800 m³ a \$108/m³, los siguientes 47200 m³ a \$23.76/m³ y el volumen restante con un 85% de descuento sobre \$108/m³ es decir \$16.2/m³

Las ecuaciones que modelan el comportamiento de los arcos de salida del nodo Planta Tibitoc se muestran a continuación:

$$0 \leq X_{ij}^{k1} \leq 60800$$

$$60800 \leq X_{ij}^{k1} + Y_{ij}^{k2} \leq 108000$$

$$108000 \leq X_{ij}^{k1} + Y_{ij}^{k2} + Z_{ij}^{k3} \leq 151200$$

$$\forall k \in K$$

Ecuaciones (12)

A este costo debe sumarse el costo de consumo de energía por metro cúbico suministrado, esta consideración quedo pactada en el contrato debido al carácter de gran consumidor de la

MII-2002-2-11

EAAB-ESP. La Empresa dispone sin costo alguno al concesionario la energía requerida para la operación de la planta, hasta 0.315 Kwh de energía activa por cada metro cúbico suministrado. La diferencia con la energía real consumida por periodo será asumida por el concesionario.

Y los costos asociados a cada arco son:

$$\begin{aligned} C_{ij}^{k1} &= 108.003 \frac{\$}{m^3} \\ C_{ij}^{k2} &= 0.22 C_{ij}^{k1} \\ C_{ij}^{k3} &= 0.15 C_{ij}^{k1} \end{aligned} \quad \text{Ecuaciones (13)}$$

$$\forall k \in K$$

La ecuación de costo estaría dada por:

$$\sum_{(t,j) \in G} (C_{ij}^{k1} X_{ij}^{k1} + C_{ij}^{k2} Y_{ij}^{k2} + C_{ij}^{k3} Z_{ij}^{k3}) \quad \text{Ecuación (14)}$$

$$\forall k \in K$$

Donde G es el conjunto de arcos que salen de la planta Tibitoc, G es un subconjunto de A

La función objetivo es:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{(i,j) \in B; k \in K} C_{i,j}^{k1} V_{i,j}^k + \sum_{(i,j) \in C; k \in K} C_{i,j}^{k2} T_{i,j}^k + \sum_{(i,j) \in D; k \in K} C_{i,j}^{k3} V_{i,j}^k + \\ & \sum_{(t,j) \in G} (C_{ij}^{k1} X_{ij}^{k1} + C_{ij}^{k2} Y_{ij}^{k2} + C_{ij}^{k3} Z_{ij}^{k3}) \end{aligned}$$

$$\forall k \in K$$

Ecuación (15)

3.3 RESTRICCIONES

3.3.1 Por Balance de Masa.

$$\sum_{j:(i,j) \in A} V_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} V_{j,i}^k = b_i^k$$

$$\forall i \in N$$

$$\forall k \in K$$

Donde :

$$V_{i,j}^k = Q_{i,j} T_{i,j}^k$$

Para $\forall i \in C$

Ecuación (16)

y :

$$b_i^k = U_i^1 + \sum_{k=2}^n D_i^k$$

$$\forall i \in C$$

$$n\{1,2,3,\dots,K\}$$

Se entiende que los nodos plantas son nodos demanda y los nodos tanques siempre se comportan como un nodo oferta en el primer periodo, es decir la condición inicial de los nodos tanques es de oferta.

El efecto de los gradientes en la dinámica del modelo es muy importante debido a que ellos modelan el cambio de un periodo al siguiente en el nivel de volumen de agua en los tanques; de esta manera se regula el estado oferta-demanda en la red en cada periodo.

Los gradientes permiten que un estado siguiente sea dependiente de los estados anteriores, por lo tanto no se podrían modelar los periodos en forma independiente.

3.3.1.1 Demanda en sectores hidráulicos:

Se cuenta para cada sector hidráulico con un valor promedio de demanda y un conjunto de factores de ajuste que dependen de la hora del día. Estos se muestran a continuación:

Patrones de Demanda	
Residencial	
Hora de inicio (hr)	factor
0	0.58
4	0.79
8	1.39
12	1.30
16	1.09
20	0.78

Tabla 1. Factores de demanda

3.3.1.2 Oferta de embalses: Se cuenta con 8 fuentes de abastecimiento que son las encargadas de proporcionar el recurso hídrico para satisfacer la demanda.

3.3.1.3 Capacidad de tratamiento: Se cuenta con 5 plantas de producción. Cada planta tiene sus propias condiciones de operación, determinada por la capacidad de tratamiento.

3.3.1.4 Capacidad en los Tanques de Compensación y Control. El modelo debe contemplar restricciones de capacidad en tanques de control y compensación de la red matriz de distribución.

El sistema en buena parte es regulado por los tanques que tienen una función tanto de oferta como de demanda, de tal manera que cuando la demanda de agua varía, el tanque debe ser ajustado a un nivel que permita satisfacer la demanda en forma continua. Las variables que definen el comportamiento de los tanques son:

MII-2002-2-11

U_i^1 = Capacidad inicial del tanque i

D_i^k = Gradiente del volumen del tanque i en el periodo k, para los $1 < k \leq K$

Como el gradiente del volumen por periodo en los tanques puede ser de diferente signo, este debe ser modelado por variables libres. Para asegurar que los cambios no excedan la capacidad máxima y mínima (0), de los tanques se restringe a que el volumen acumulado histórico este entre estos límites para cualquier periodo, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
 U_i^1 &\leq C_T \\
 0 &\leq U_i^1 + \sum_{k=2}^n D_i^k \leq C_T \\
 \forall i &\in C \\
 \text{para } n &= 2, 3, \dots, K
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación (17)}$$

Donde C_T es la capacidad máxima de volumen del tanque.

3.3.2 Por Capacidad en los Arcos: El rango de volumen que puede pasar por un arco esta entre cero y un límite superior, este calculo fue mostrado en la ecuación (12).

$$\begin{aligned}
 0 &\leq V_{i,j}^k \leq S_{i,j} \\
 \forall (i, j) &\in A \\
 \text{Donde } &: \\
 V_{i,j}^k &= Q_i T_{i,j}^k \\
 \text{Para } \forall i &\in C \\
 \forall k &\in K
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación (18)}$$

La velocidad máxima estimada por la simulación en Watercad, permite calcular la cota máxima de volumen que puede fluir en un arco (tubería) en un periodo determinado.

La longitud recorrida por un diferencial de agua en el tiempo determinado es:

MII-2002-2-11

$$l = vt$$

Así entonces el volumen máximo que fluye por un arco será igual a:

$$S = \pi r^2 l \quad \text{Ecuación (19)}$$

Donde:

r = radio de la tubería particularmente un cilindro

3.3.3 Por Capacidad de las plantas. El rango de volumen que puede tratar una planta esta entre cero y un límite superior.

$$0 \leq \sum_j V_{i,j}^k \leq P_i$$

j que salen de la planta i

$\forall i \in B$

3.3.4 Restricciones de no negatividad

Con la excepción de los gradientes, todas las variables del sistema son variables no negativas. Los gradientes D_i^k , son variables no restringidas.

3.3.5 Transformaciones en la Red. El abastecimiento de la red en algunos puntos de demanda se hace desde diferentes fuentes, lo que implica que pueda existir en diferentes periodos de tiempo flujo en doble sentido. Esto también ocurre en algunos segmentos de red próximos a los tanques de abastecimiento.

Para asegurar que la red sea dirigida y cumpla con el supuesto 2 del modelo (denotados en el capítulo dos), se utilizó la siguiente transformación¹⁴ (Ver gráfico 1.):

¹⁴ AHUJA, Ravindra K, Magnanti, Thomas L y Orlin, James B. Network Flows. New jersey 1993. Pág 39

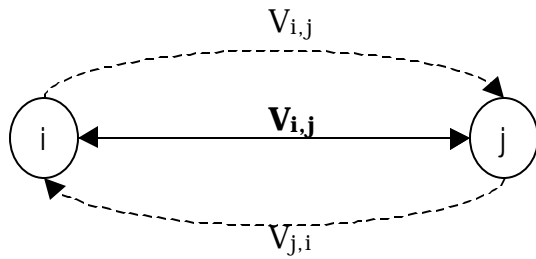


Grafico 1. Transformación arco bidireccional

Cada arco bidireccional se convierte en dos arcos dirigidos. Las ecuaciones que surgen con la transformación son:

Ecuación de balance de masa:

$$\sum_{j:(i,j) \in A} V_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} V_{j,i}^k = b_i^k$$

$$\forall i \in E$$

donde $E \in N$

$$\forall k \in K$$

Ecuación (20)

Donde E es el conjunto de nodos que contienen a los arcos bidireccionales, y E es un subconjunto de N

Ecuación de capacidad en los arcos

$$0 \leq V_{i,j}^k + V_{j,i}^k \leq S_{i,j}$$

$$\forall k \in K$$

$$(i, j) \in F$$

$$F \in A$$

Ecuación (21)

Donde F es el conjunto de arcos bidireccionales y es un subconjunto de A.

MII-2002-2-11

La formulación completa del modelo propuesto se muestra en el Anexo 4.

La formulación para la red Alta Vitelma en el programa de optimización Lindo, se muestra en el Anexo 5.

3.4 SUPUESTOS DEL MODELO

- Se supone que en la red se administra un solo producto, aunque las plantas suministran calidades de agua diferentes, no existe control de calidad en las zonas de servicio que restrinja el problema a un modelo multiproducto.
- La demanda en los sectores de servicio es un dato agregado en 8 zonas de servicio que corresponden a 27 sectores. Los sectores de demanda se pueden desagregar en 421 sectores hidráulicos, que es la máxima desagregación de demanda que tiene el modelo. De esta forma se elimina la complejidad de las redes menores de acueducto.
- No se tienen en cuenta las capacidades de los pequeños tanques intermedios entre los tanques de compensación y las zonas de demanda. A priori se considera que no son restricciones relevantes dentro del modelo de red.
- El límite inferior del flujo en el arco se considera igual a cero. Porque un tubo puede no tener flujo sin afectar ninguna condición de operación en la red.
- La oferta de los nodos cuencas es la sumatoria de las ofertas de sus afluentes.
- Se asume que la capacidad de los arcos que unen los nodos oferta de agua con los nodos plantas de tratamiento tienen capacidad infinita. Este supuesto se hace porque la

MII-2002-2-11

construcción de la red es a flujo abierto y no a presión, asumiendo que existe una capacidad muy grande de caudal.

3.5 DEFINICIÓN DE LA UNIDAD BÁSICA DE MEDIDA

La unidad básica de medida es metros cúbicos de agua durante cuatro horas.

Los costos unitarios se miden en pesos por metro cúbico.

3.6 DETERMINACION DE HORIZONTE DE PLANEACION

Se definió un horizonte de planeación diario que comprende seis periodos de cuatro horas cada uno, tal como se muestra en la Tabla 1, esto se debe a que la necesidad primaria para la EAAB ESP, es estimar el despacho óptimo para un periodo de un día. Un horizonte mas amplio de planeación puede ser expandido sin dificultad.

4. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

El sistema está subdividido en cuatro subsistemas: Subsistema de cuencas, subsistema de plantas de tratamiento, subsistema hidráulico de la red matriz de acueducto y subsistema de zonas de servicio.

La topología de la red se muestra en el Anexo 1, en ella se describen perfectamente los cuatro subsistemas, las especificaciones de demanda, de las estaciones de bombeo, flujos máximos en los arcos, capacidad de tratamiento en plantas y oferta de embalses, así como los costos asociados a cada arco.

4.1 COMPORTAMIENTO DEL SUBSISTEMA HIDRAULICO DE CUENCAS (OFERTA DE AGUA CRUDA)

El subsistema está conformado de acuerdo a como se presenta en las gráficas correspondientes a los sistemas: Agregado Norte, Chingaza, Tunjos, Chizacá y la Regadera y Sistema Planta San Diego, estos corresponden a una parte del denominado Sistema Hidráulico de la Sabana.

4.1.1 Subsistema Agregado Norte

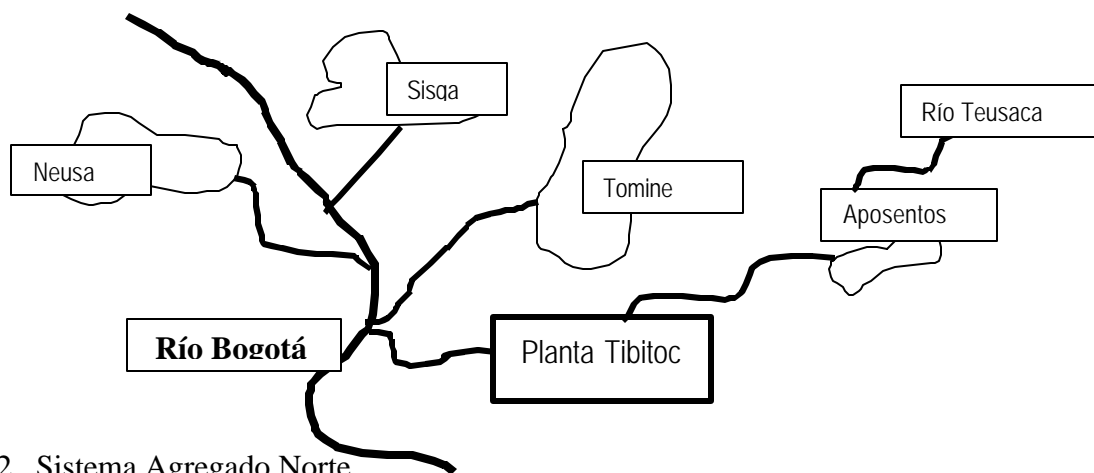


Grafico 2. Sistema Agregado Norte.

El Agregado Norte esta conformado por los siguientes embalses: Tominé, Sisga y Neusa. Este sistema se encuentra ubicado hacia las poblaciones de Zipaquira, Gachancipa, Chocontá, en la vía hacia Tunja.

Embalse de Sisga: El embalse de Sisga, es manejado por la CAR, tiene una capacidad de almacenamiento de 102 millones de m^3 , y se estima que su volumen muerto de almacenamiento es de 25 millones de m^3 . La descarga del embalse de Sisga es la primera alteración que sufre el Río Bogotá. El caudal de descarga del embalse es medido usando la curva de calibración de la válvula de tubería de descarga.

Embalse de Tomine: Este embalse es manejado por EMGESA; tiene una capacidad de almacenamiento de 690 millones de m^3 y un embalse muerto de aproximadamente 25 millones de m^3 . Se conecta al Río Bogotá a través del canal de Achiri. La estación limnigrafica de Tocancipa mide el caudal natural del Río Bogotá, la descarga del embalse de Sisga y Tomine incluyendo aportes de cuencas pequeñas y las captaciones en dicho tramo.

Embalse de Neusa: Tiene aproximadamente las mismas dimensiones del embalse de Sisga se conecta con el Río Bogotá usando el cauce del Río Neusa, el aporte de este embalse y el aporte del Río Checua es medido en la estación limnigrafica de las Lajas.

Embalse de Aposentos: Tiene una capacidad de 1 millón de m^3 , se encuentra localizado aguas abajo de la Planta Tibitoc, razón por la cual para hacer uso de esas aguas, se requiere de un bombeo adicional. Lo anterior hace que su utilización sea solo ocasional para eventos de emergencia. Este embalse recoge las aguas que vienen por el Río Teusaca el cual a su vez, recibe las aguas sobrantes del Embalse de San Rafael, situación que se presenta especialmente en épocas de invierno.

La Planta Tibitoc es abastecida por los embalses Sisga, Tomine y Neusa, que vierten sus aguas al Río Bogotá y éste directamente a la Planta

La capacidad que asciende a un total de 894 millones de m^3 de agua almacenada, es administrada por la CAR y solo una parte de ella esta destinada a abastecer las necesidades del

MII-2002-2-11

acueducto de Bogotá. La EAAB tiene derechos sobre este almacenamiento, hasta del 30%, las cantidades restantes se utilizan en agua para riegos agrícolas y para producción de energía eléctrica.

En la Planta Tibitoc el agua del Río Bogotá es tomada mediante dos bocatomas que conducen el agua a las dársenas donde se realiza el proceso de pre sedimentación.

Los datos que requiere el Modelo deben ser en m^3 o litros por periodo. La estación limnigrafica El Espino mide el aporte del Sistema Agregado Norte a la Planta, ésta es administrada por la CAR. El aporte del Sistema Agregado Norte se muestra en la Tabla 2.

4.1.2 Subsistema Chingaza: Este sistema es administrado por la EAAB

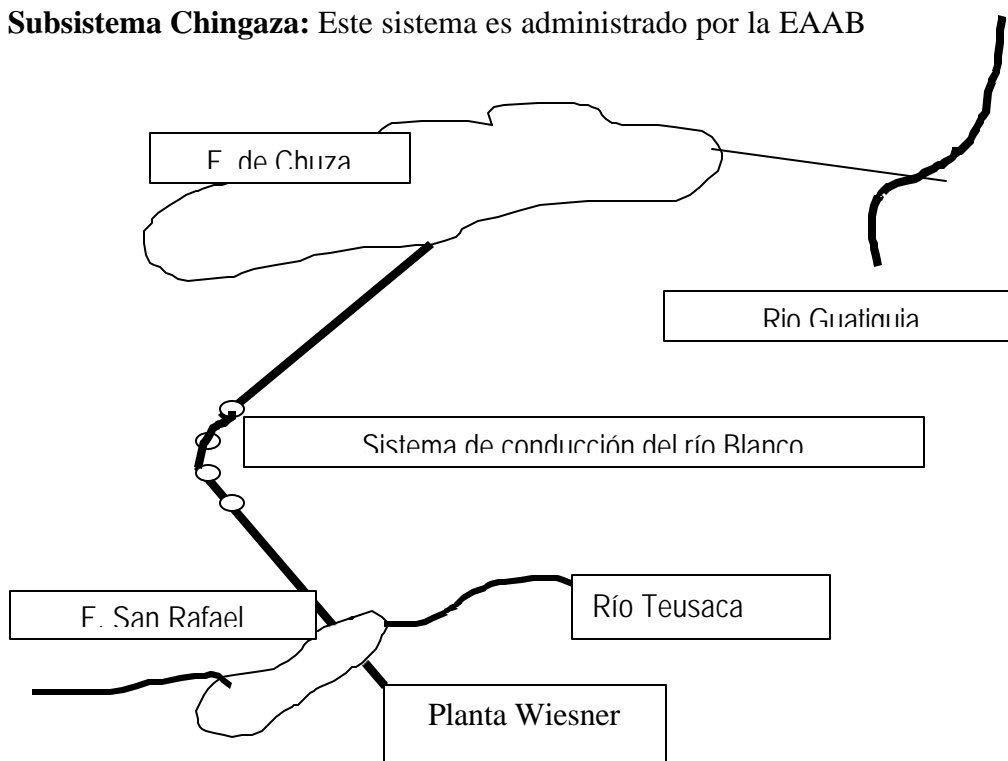


Grafico 3. Sistema Chingaza

Embalse de Chuza: Tiene una capacidad máxima de 250 millones de m^3 y un volumen muerto de 27 millones de m^3 . Este es alimentado por los Ríos Chuza, Guatiquia y la quebrada Leticia.

MII-2002-2-11

Embalse de San Rafael: Este embalsa el Río Teusaca, tiene una capacidad de 75 millones de m³ y un volumen muerto de 5 millones de m³.

Se cuenta con un sistema adicional de captación (Río Blanco), que reúne las aguas de varias quebradas y ríos pequeños a través de pozos o sumideros, posteriormente la entrega directamente al túnel de conducción que las lleva hacia la planta de tratamiento Wiesner. Este sistema se denomina Sistema Chingaza.

El agua cruda procedente del embalse de Chuza llega a la planta Wiesner, mediante un sistema de conducción que se compone de: Túnel Palacio – Río Blanco sectores Chuza y Ventana, Túnel El Faro, Conducción de Simayá, Túnel de Siberia y finaliza con el Sifón de Teusaca.

La conducción del agua desde el embalse de Chuza se realiza por tubería. A la salida del embalse se cuenta con una válvula HB la cual permite medir el caudal que se descarga. Durante el recorrido se recogen los aportes del Río Blanco la medida de contribuciones se hace en el sitio de aforo llamado Simaya.

El agua conducida de Chuza es enviada en parte a San Rafael. Los vertederos se encuentran calibrados permitiendo medir el volumen de agua entrante al embalse y el caudal de entrada a la Planta.

El bombeo de San Rafael a Wiesner se realiza por tres razones: Para mantener condiciones de turbiedad mínimas, para mantener el consumo de energía mínimo exigido con el fin de garantizar el precio especial en Kwh y porque la CAR exige una rotación de agua del embalse por lo menos tres veces al año.

El aporte del Sistema Chingaza, es medido por las estaciones Simaza y Puente Francis. La oferta de los embalses se muestra en la Tabla 2.

4.1.3 Sistema Embalses: Tunjos, La Regadera y Chizacá

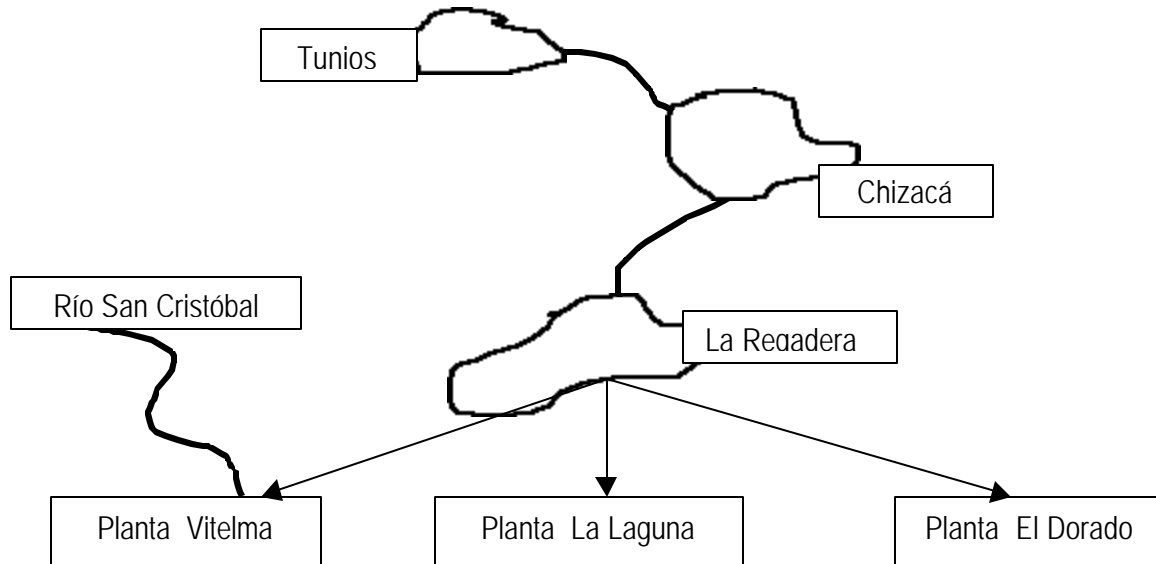


Grafico 4. Sistema Agregado Sur

Este sistema es muy pequeño en comparación con los anteriores, cuenta con una capacidad de 10 millones de metros cúbicos, estos embalses son manejados por la EAAB.

El Río San Cristóbal (Fucha, calle 11 sur), abastece a la planta Vitelma. Este río que en la década del 50 era la principal fuente, suministra un buen caudal en épocas de invierno, pero se queda corto para las necesidades del verano.

La toma de agua esta ubicada al oriente del barrio San Cristóbal (Calle 11 sur)

Las estaciones limnigraficas Puente Carretera y Puente Australia, miden el aporte de los embalses Tunjos, la Regadera y Chizaca a las plantas Vitelma y La Laguna. La estación Vizcaya, determina el aporte del Río San Cristóbal. Los datos de oferta se muestran en la Tabla 2.

4.1.4 Subsistema de Abastecimiento Planta San Diego

La Planta San Diego es abastecida de agua cruda por el Río San Francisco, este está ubicado en el sur de Bogotá hacia la Calle 13 o Avenida Jiménez de Quesada, abastece a la planta San Diego, sin embargo, el caudal es tan pequeño que muy seguramente en el mediano plazo, se prescindirá de esta fuente y de esta planta.

La toma de agua cruda, está en las cercanías del Chorro de Padilla, a unos 200 m de la estación del teleférico.

La estación limnigráfica el Delirio mide la oferta de agua del Río San Francisco a la Planta. El aporte del Río se muestra en la Tabla 2.

Desafortunadamente no se cuenta con las series históricas de caudal actualizadas, sin embargo se utilizaron para las series existentes métodos tradicionales de pronósticos, como lo son promedios móviles, regresión y suavización exponencial, con resultados muy pobres (errores muy grandes), el resultado no es de extrañar ya que las características estadísticas de las series diarias son de por sí difíciles de modelar. Dado que el alcance de este trabajo no incluye unos pronósticos formales, no se incluyeron métodos más formales que pueden ir desde los tradicionales y confiables ARIMAS a estimaciones hechas por Redes neuronales.

Como datos de oferta para insumo del modelo se optó por los promedios por periodo de las series suministradas por la EAAB-ESP. La Tabla 2, presenta un resumen de las ofertas de agua cruda por subsistema:

Embalse	Estación Limnigráfica	Número del nodo en la red	Capacidad en m³/s
Sistema Agregado Norte	El Espino	1	3.86
Sistema Chingaza	Simaya	4	9.47
	Pte Francis	2	0.76
	La Cabaña	3	2.68
Sistema La Regadera	Pte Carretera	8	1.43
	Pte Australia	7	1.43
Río San Francisco	El Delirio	6	0.66
Río San Cristóbal	Vizcaya	5	0.16

Tabla 2. Capacidad de embalses

4.2 COMPORTAMIENTO DEL SUBSISTEMA PLANTAS DE TRATAMIENTO

Las Plantas de tratamiento son: Planta Tibitoc, planta Francisco Wiesner, planta San Diego, planta Vitelma y planta La Laguna

4.2.1 Planta Tibitoc. Funciona desde 1958, trata las aguas que capta en el río Bogotá procedente del sistema Agregado Norte. Es una planta de tipo convencional con una capacidad de tratamiento que llega a los 10.5 m³/s. Capta las aguas en una cota de 2561 msnm y mediante bombeo la eleva a la cota 2671 msnm donde están ubicados los sedimentadores. Aquí luego del proceso de tratamiento, tiene la opción de almacenarla en el tanque bajo ubicado en la cota 2666 o bombear al tanque alto en una cota de 2696 msnm. El que se trabaje con uno u otro tanque, depende del esquema de distribución del Sistema red matriz.

Se caracteriza esta planta por su eficiencia, ya que puede trabajar con un rango muy amplio de condiciones químicas y de turbiedad, sin disminuir la capacidad propia de caudal

MII-2002-2-11

tratado. Sin embargo, la calidad del agua cruda que le llega, hace que el costo del tratamiento sea relativamente alto por las cantidades de químicos que se requieren.

La capacidad total de almacenamiento de agua tratada de la planta es de 50.000 m³, al sumar las capacidades de los tanques Bajo y Alto.

Esta planta esta actualmente en concesión, dentro de los términos legales del contrato con la EAAB, se especifica una demanda máxima de 10.5 m³/s

El objeto de la concesión es la explotación, incluyendo la captación, bombeo y tratamiento. El concesionario es responsable de la financiación, diseño y ejecución de obras, la rehabilitación y renovación de las instalaciones y la explotación de la planta durante el periodo del contrato, así como la rehabilitación de un tramo de aproximadamente 31 kilómetros de tubería matriz de acueducto que comunica a Tibitoc con Casablanca.

4.2.2 Planta Francisco Wiesner. Esta ubicada a unos 6 kms al sur de la población de La Calera, en la vía Bogotá – La Calera. Es la primera planta en importancia y la quinta construida en Bogotá. Fue puesta en servicio de forma definitiva en 1985. Trata las aguas procedentes del Sistema Chingaza - Río Blanco.

Es una planta de tratamiento del tipo filtración directa, porque el agua del Sistema Chingaza que recibe, es de óptima condición físico - química. En las condiciones en que hoy se encuentra, presenta problemas de tipo operativo ya que en épocas de invierno, el río Guatiquía le introduce al embalse de Chuza, unas altas cantidades de turbiedad y la planta se ve gravemente afectada, incluso puede llegar a pararse su producción. Bajo estas condiciones se hace necesario usar el agua del embalse San Rafael para ajustar la turbiedad promedio

MII-2002-2-11

La entrada de agua a la planta se realiza usando dos sistemas idénticos paralelos y una tubería directa a la cámara de contacto. Cada uno de los dos sistemas consta de un rebosadero semicircular, que permite enviar agua no tratada de Chuza al embalse de San Rafael, esta cantidad de agua de rebose es medida en los vertederos; además cuenta con medidores a la entrada de la planta que permite determinar diariamente la cantidad de agua captada.

La planta esta ubicada en la cota 2825 msnm. Tiene una capacidad de almacenamiento de agua tratada de 30.000 m³, y una capacidad de tratamiento de 14 m³/s. La calidad del agua que recibe permite que esta planta tenga los menores costos de tratamiento.

De acuerdo a las condiciones de operación técnicas de la planta el porcentaje de consumo interno es del 4%, para lavado de filtros, lo que deja un caudal máximo de suministro a Bogotá de 13.44 m³/s. De todas formas este caudal es afectado por la proyección de abastecimiento del Sistema Chingaza y las condiciones de operación para el horizonte de planeación establecido.

4.2.3 Planta Vitelma. Es la tercera en importancia y la primera planta de tratamiento construida en Bogotá. Esta localizada en la carrera 9 al Este con Calle 8 Sur sobre la antigua carretera de Oriente, se encuentra ubicada a una cota de 2787 msnm.

Es una planta de tratamiento de tipo convencional y es autosuficiente porque produce su energía eléctrica de consumo.

Trata las aguas procedentes del río San Cristóbal y del Sistema Agregado Sur. Tiene una capacidad de producción de 1 m³/s, y de almacenamiento de agua tratada de 38.000 m³

Es una planta muy eficiente puesto que acepta aguas crudas con un amplio rango de condiciones químicas y de turbiedad, sin afectar sensiblemente su capacidad de producción.

4.2.4 Planta La Laguna. Es la cuarta en importancia y la quinta construida en Bogotá. Esta localizada al oriente de la población de Usme, sobre una cota 2890 msnm. Hasta hace poco años, era de filtración directa, pero hoy en día es de tipo convencional

Tiene una capacidad de producción de 0,6 m³/s. Trata las aguas procedentes del río Tunjuelo y los embalses de La Regadera y Chizaca. Su capacidad de almacenamiento es de 1.000 m³.

4.2.5 Planta San Diego. Es la quinta en importancia y la segunda construida en Bogotá. Fue puesta en servicio en 1949. Esta localizada sobre la carrera 3 calle 26, barrio La Macarena (cerca de La Perseverancia), sobre una cota de 2700 msnm. Es una planta de tipo convencional con una capacidad de producción de 0,1 m³/s y una capacidad de almacenamiento de 3.800 m³ (tanque viejo de San Diego construido en 1936).

Trata las aguas procedentes del río San Francisco, que las toma en las cercanías del teleférico a Monserrate.

La siguiente tabla muestra un resumen de las capacidades de tratamiento por Planta

Número del Nodo	Planta	Capacidad m ³ /s	Capacidad l/seg	Capacidad m ³ /4h
10	Wiesner	13.44	13440	193536
9	Tibitoc	10.5	10500	151200
13	La Laguna	0.6	600	8640
11	San Diego	0.1	100	1440
12	Vitelma	1	1000	14400

Tabla 3. Capacidad de tratamiento por planta.

4.3 COMPORTAMIENTO DE SUBSISTEMA HIDRÁULICO DE LA RED MATRIZ DE ACUEDUCTO

El sistema matriz de conducción de agua tratada, esta conformado por las redes principales que transportan el agua desde las plantas de tratamiento, hasta los sectores hidráulicos o nodos demanda, que incluyen las estructuras de control y compensación y las estaciones de bombeo.

Estructuras De Control. El agua procedente del sistema Chingaza – Wiesner, llega a la ciudad con un valor de presión demasiado alto, razón por la cual para poder hacer uso de ella, debe ser primero descargada en tanques de almacenamiento que están regulados a través de un sistema de válvulas para su posterior entrega al consumo. Así entonces las estructuras de Control tienen como fines principales: hacer un quiebre de presiones para que el agua entre al tanque sin destruirlo, y servir de elemento de control de caudales.

Estas Estructuras son de norte a sur: Control Chico, Control Santa Ana, Control Silencio, Control San Diego, Control Vitelma, Control Casablanca y Control Cazucá.

Existen además los tanques de compensación y las estructuras de control se muestran en la Tabla 4.

Numero del Nodo	Nombre	Capacidad en m³
14	La Laguna	1,000
15	Monteblanco	5,000
16	El Volador	660
17	Castillo	750
18	Jalisco	1,900
19	El Consuelo	2,000
20	San Dionisio	4,300
21	Vitelma	38,000
22	Columnas	1,310

23	San Vicente	6,250
24	Los Alpes	4,700
25	Quindio	2,500
26	Los Pinos	1,800
27	Juan Rey	2,000
28	Parque Nacional	51,200
29	Santa Lucia	28,000
30	Casablanca	143,000
31	Suba Inter Norte	4,000
32	Suba Succión	1,000
33	Suba alto	2,000
34	Sierra Morena Dos	10,200
35	Santa Cecilia	1,000
36	Cazuca	10,000
37	Sierra Morena Tres	10,200
38	Chico	7,000
39	Tibitoc Bajo	20,000
40	Codito	1,000
41	Tibitoc Alto	26,000
42	San Diego	28,000
43	Santa Ana	30,000
44	El Silencio	30,000
45	Wiesner	50,000

Tabla 4. Tanques de compensación y estructuras de control

4.4 COMPORTAMIENTO DEL SUBSISTEMA DE ZONAS DE SERVICIO (DEMANDA DE AGUA)

Para el estudio se tomaron en cuenta las demandas de los sectores hidráulicos, el cálculo de la demanda promedio y de los factores de demanda presentados en la Tabla 1, fueron determinados dentro del estudio “Actualización de la Proyección de Demanda de Agua”, presentado por la firma TEA LTDA Consultorías, en 1999. En éste la empresa contrató el calculo de las proyecciones de demanda para Bogotá, y los 13 municipios circunvecinos:

MII-2002-2-11

Cajicá, Cota, Chía, Facatativa, Funza, Gachancipá, La Calera, Madrid, Mosquera, Soacha, Sopó, Tocancipá y Zipaquirá.

Inicialmente el estudio se basó en las proyecciones de demanda de población de la ciudad; tomó como base el método de los componentes, que consiste en proyectar por separado el futuro comportamiento de las tasas brutas de natalidad y mortalidad y las tasas netas migratorias de población hacia Bogotá.

Las proyecciones de población de los municipios vecinos, descritos anteriormente, se basaron en la dinámica de crecimiento que presentaron cada uno en los censos desde 1973 hasta 1993.

Otro aspecto que se tomó en cuenta en la proyección de la demanda fue la distribución de la población y las viviendas. “Se trató de definir el uso actual por grupos de actividad: residencial, comercial, institucional e industrial y se determinaron las áreas disponibles para crecimiento de vivienda dentro de los diferentes polígonos censales. Finalmente tomando en consideración estas tendencias se agruparon los sectores y se estimaron las densidades de población y vivienda por estratos socioeconómicos, las cuales sirvieron de parámetros para hacer las proyecciones de distribución espacial de estas dos variables hasta el año 2020”¹⁵. Para analizar la distribución de la población y de las viviendas se tomo en cuenta los cálculos de expansión inmediata contemplados en el Plan de Ordenamiento Territorial del DAPD.

Las proyecciones de los consumos percapita por estrato, tomaron como base las proyecciones anteriores y la influencia de eventos como la emergencia de Chingaza en 1997, el programa de uso racional de agua en la ciudad que exige las Ley 373/97 y en las mejoras en la operación del sistema asociadas con cambios en la presión de servicio y la estimación de la elasticidad de la demanda de agua con relación al precio y al ingreso.

¹⁵ Actualización de la Proyección de demanda de Agua. TEA Ltda. Consultorias. Informe Ejecutivo, 1999, Pág 21.

Las proyecciones de demanda se afectaron por el índice de agua no contabilizada, que incluye pérdidas por clandestinos y micro medición, perdidas por fugas y por macro medición. Finalmente se determinó la proyección de demanda promedio y los factores multiplicadores que determinan la variación de la demanda de acuerdo a la hora del día, estos como ya se dijo, se muestran en la Tabla 1.

Los resultados del cálculo de demanda para la Red Alta Vitelma se presenta en el Anexo 2.

4.5 CÁLCULOS EN LA RED MATRIZ: DETERMINACIÓN DEL FLUJO MÁXIMO EN LOS ARCOS

Junto con la información sobre proyecciones de demanda, la empresa consultora, levantó el plano hidráulico de la red matriz de acueducto. Este diseño sirvió de base para hacer los cálculos de simulación hidráulica del presente trabajo de tesis.

Las ecuaciones que se tomaron en cuenta para hacer la simulación fueron las ecuaciones de Hazen-Williams. La razón básica: el diseño de la red contaba con todas las variables que facilitaban la simulación basándose en éstas ecuaciones. No se contaban con variables tales como tipo de material de construcción de la tubería, que hubiese facilitado el cálculo basado en las ecuaciones de Colebrook-White.

Para el cálculo se hizo uso del programa de simulación Watercad. La elección de este programa se debe a que actualmente la EAAB ESP, cuenta con la licencia de éste programa. Se contó también con la asesoría del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados CIACUA de la Universidad de los Andes, para la simulación hidráulica.

El procedimiento de simulación consistió en estimar velocidades “máximas” que satisfacen grandes demandas propuestas. El procedimiento experimental no pudo no fue efectuado

MII-2002-2-11

bajo condiciones optimas, la razón principal se debió a la poca disponibilidad del programa Watercad. En este sentido una estimación más precisa debe ser hecha si se desea una mayor precisión de los flujos máximos.

La simulación se efectuó con el propósito de estimar la velocidad máxima posible en los diferentes arcos de la red, y los sentidos de los flujos, bajo las condiciones de la topología de la red. la velocidad permitió como se muestra en la ecuación (19), determinar la cota de volumen máxima en un periodo. Los resultados de la Red alta Vitelma se muestran en el Anexo 3.

4.6 COSTOS ASOCIADOS

4.6.1 Costo de Tratamiento. Los costos asociados por metro cúbico de tratamiento con sustancias químicas son analizados mensualmente por la Dirección de Producción por cada planta. Estos corresponden a los costos asociados a las cuentas de Mano de obra (Nómina, casino, vigilancia), mantenimiento, energía y consumo de sustancias químicas.

Los datos suministrados en el rubro de mano de obra son aproximados porque no se incluyen los datos de prestaciones sociales. El costo de energía incluye los costos de consumos en la planta de tratamiento y los consumos por bombeo. Como el modelo de optimización solo incluye los costos variables, estos corresponden al costo por consumo de sustancias químicas.

Para la operación de las plantas se cuentan con recetas de producción definidas por los históricos de comportamiento de la calidad del agua cruda, las condiciones de operación de cada embalse y de las plantas. Las recetas de producción por planta se muestran en las Tablas 5.

Planta Wiesner

Receta 1	Con carga bacteriana alta
Sulfato de Aluminio	16
Cloro	2.2
Cal Viva	2.2
Polímero superfloc	572.2
Hidróxido de hidrógeno	0.1
Permanganato de potasio	0.2

Receta 2	Con carga bacteriana alta a normal
Sulfato de Aluminio	16
Cloro	3.2
Cal Viva	2.4
Polímero superfloc	0.2

Receta 3	Normal
Sulfato de Aluminio	12
Cloro	2.2
Cal Viva	2.2
Polímero superfloc	0.2

Planta Vitelma

Receta 1	Normal
Sulfato de Aluminio	21
Cloro	1.7
Cal Viva	6
Cal hidratada	1
Polímero superfloc	572.2

Planta San Diego

Receta 1	Normal
Sulfato de Aluminio	22
Cloro	1.8
Cal Viva	0

Cal hidratada	4
Cal post cal	4
Polímero superfloc	0.4

Planta La Laguna

Receta 1	Normal
Sulfato de Aluminio	22
Cloro	1.8
Cal Viva	5
Cal hidratada	4
Polímero superfloc	0

Planta El Dorado

Receta 1	Normal
Sulfato de Aluminio	22
Cloro	1.8
Cal Viva	4
Cal hidratada	4
Polímero superfloc	

Tablas 5. Recetas de producción

Los costos por kilogramo de sustancias químicas se muestran en la Tabla 6.

Costos	\$/Kg
Cal Viva	195.5
Cal Hidratada	304.4
Cloro	1101.9
Cal precal	193.4
Sulfato de aluminio Liquido	228.0
Polímero superfloc	3764.4
Sulfato de Aluminio Granulado	379.7

Tabla 6. Costos de sustancias químicas por unidad

Los costos unitarios de tratamiento normal se calcularon a partir de las recetas de tratamiento y los costos de sustancias químicas asociados. Estos muestran en la siguiente tabla.

Planta	\$/m³
Wiesner	8.2
Vitelma	32.9
San Diego	13.8
La Laguna	12.5

Tabla 7. Costos unitarios

Debido a la concesión de la Planta Tibitoc, La EAAB debe garantizar al concesionario el pago de la tarifa correspondiente a un consumo mínimo mensual establecido en el contrato. Si la Empresa no realiza el consumo establecido, el excedente se envía a un inventario de agua no consumida denominado “Banco de Agua”, de ésta forma no se hace una contabilización de un costo por penalización, por no hacer el consumo mínimo.

El costo por metro cúbico pactado en el contrato de concesión es de 108\$/m³ con precios de 1997, ajustado anualmente según la ecuación (18), la cual fue determinada por la EAAB-ESP en la elaboración del contrato.

$$K_{i+1} = \left(0.52 \left(TRM_i \times \frac{CPI_i}{TRM_{i-1}} \times CPI_{i-1} \right) \right) + \left(0.48 \times \frac{IPC_i}{IPC_{i-1}} \right) \quad \text{Ecuación (22)}$$

Donde:

TRM_i = Tasa representativa del dólar americana del último día del año i

IPC_i = Índice de precios al consumidor del último día del año i.

MII-2002-2-11

$CPI_i =$ Índice de precios al consumidor en los E U, (Consumer Price Index), del último día del año i.

El cálculo de costo unitario total de la Planta Tibitoc, se describió en el capítulo 3.

4.6.2 Costo por Uso del Recurso.

Los costos por uso del recurso hídrico se muestran en la siguiente tabla, unos costos aproximados fueron suministrados, por la Dirección de Producción de la EAAB-ESP.

Cuenca	Entidad	Costo \$/m ³
Sistema agregado sur	CAR	70
Río San Francisco	CAR	70
Río San Cristobal	CAR	70
Sistema Sisga_Neusa_Tomine_ Río Bogotá	CAR	70
Sistema Chingaza	Corporinoquía	3
Embalse San Rafael	CAR	70

Tabla 8. Costos por uso de recurso hídrico

4.6.3 Costo por Bombeo. La determinación del costo esta regida por la ecuación (11), esta exige la definición por estación de bombeo de las variables que se muestran en la Tabla 9.

Nombre del nodo en la red	Estación de bombeo	Eficiencia	Q m ³ /s	H (m)	Unidades (n)	c	Costo energía/t
46	Sierra Morena I	0.75	0.854	113	3	3.50E-04	0.0482
47	Sierra Morena II	0.72	0.569	108	2	2.33E-04	0.0320
48	Suba Cota 2634	0.81	0.581	73	2	1.42E-04	0.0196
49	Suba	0.63	1.278	91	5	5.02E-04	0.0691
50	Quindío	0.81	0.581	73	2	1.42E-04	0.0196
51	Columnas	0.63	1.278	91	5	5.02E-04	0.0691

MII-2002-2-11

52	San Vicente	0.82	1.204	131	4	5.23E-04	0.0720
53	Los Alpes	0.86	0.908	140	3	4.03E-04	0.0553
54	El Consuelo	0.87	0.235	79	2	5.81E-05	0.0080
55	San Dionisio	0.81	0.253	62	3	5.26E-05	0.0072
56	Castillo	0.76	0.521	122	3	2.28E-04	0.0313
57	Jalisco	0.87	0.917	65	3	1.86E-04	0.0256

Tabla 9. Especificaciones estaciones de bombeo

Los datos que contiene la Tabla 9. fueron suministrados por un estudio de mantenimiento en las estaciones de bombeo, realizado por la empresa consultora HIDROSAN LTDA Ingenieros Consultores¹⁶

El contrato contemplaba el análisis del estado actual de los sistemas mecánico, hidráulico y eléctrico de cada estación de bombeo. Así mismo una descripción del estado de cada equipo y una proyección de inversión con el objetivo de hacer mejoras en la eficiencia mecánica, hidráulica y eléctrica. Este último dato sirvió como insumo en el cálculo de la variable eficiencia que se presenta en la Tabla 9.

Los datos de caudal, cabeza de agua o altura y número de bombas se identificaron en el informe descriptivo por estación de bombeo contemplado en el mismo informe. El cálculo de la constante k se determinó, de acuerdo a la ecuación (11)

La tarifa actual para cobro es: 137,5 \$/Kwh.

¹⁶ Contrato Nro. 1-02-8400-0018-99 "Estudio y actualización de las Estaciones de Bombeo"

5. RESULTADOS DEL MODELO

Los resultados del flujo óptimo de los arcos asociados a la Red Alta Vitelma se muestran en las tablas 10, 11, 12 y 13. Este contiene dos tablas en la primera se muestra la actividad de las restricciones y en la segunda se muestra la actividad de las variables.

La escogencia de la red alta de Vitelma se debió a que esta posee la mayoría de las características modeladas en la formulación y porque su tamaño brinda la posibilidad de utilizar los recursos disponibles (LINDO), para asegurar su éxito en CPLEX.

Los resultados del flujo óptimo en los arcos procedentes del conjunto de nodos que pertenecen a las plantas de tratamiento se muestran en la siguiente tabla:

Periodo	Arco (i,j)	Volumen suministrado en m ³
Planta Vitelma		
k = 1; 0 – 4 a.m.	V1012021	3612.1
K = 2; 4 – 8 a.m.	V2012021	0.0
k = 3; 8 – 12 m	V3012021	22566.53
k = 4; 12 – 4 p.m.	V4012021	15116.65
k = 5; 4 - 8 p.m.	V5012021	0.0
k=6; 8 – 12 p.m.	V6012021	0.0
Planta La Laguna		
k = 1; 0 – 4 a.m.	V1013014	0.0
K = 2; 4 – 8 a.m.	V2013014	0.0
k = 3; 8 – 12 m	V3013014	2095.8
k = 4; 12 – 4 p.m.	V4013014	1336.6
k = 5; 4 - 8 p.m.	V5013014	0.0
k=6; 8 – 12 p.m.	V6013014	0.0

Tabla 10. Resultados variables de decisión: Plantas de Tratamiento

MII-2002-2-11

Los resultados del flujo óptimo en los arcos procedentes del conjunto de nodos que pertenecen a los embalses se muestran en la siguiente tabla:

Periodo	Arco (i,j)	Volumen suministrado en m³
Embalse Río San Cristóbal		
k = 1; 0 – 4 a.m.	V1006012	3612.1
K = 2; 4 – 8 a.m.	V2006012	0.0
k = 3; 8 – 12 m	V3006012	9512.0
k = 4; 12 – 4 p.m.	V4006012	9512.0
k = 5; 4 - 8 p.m.	V5006012	0.0
k = 6; 8 – 12 p.m.	V6006012	0.0
Embalse La Regadera		
k = 1; 0 – 4 a.m.	V1007012 + V1007013	0.0
K = 2; 4 – 8 a.m.	V2007012 + V2007013	0.0
k = 3; 8 – 12 m	V3007012 + V3007013	15150.3
k = 4; 12 – 4 p.m.	V4007012 + V4007013	6941.6
k = 5; 4 - 8 p.m.	V5007012 + V5007013	0.0
k = 6; 8 – 12 p.m.	V6007012 + V6007013	0.0
Embalse Chisacá		
k = 1; 0 – 4 a.m.	V1008007	0.0
K = 2; 4 – 8 a.m.	V2008007	0.0
k = 3; 8 – 12 m	V3008007	0.0
k = 4; 12 – 4 p.m.	V4008007	0.0
k = 5; 4 - 8 p.m.	V5008007	0.0
k = 6; 8 – 12 p.m.	V6008007	0.0

Tabla 11. Resultados variables de decisión: Embalses

Los resultados de los tiempos de bombeo en los arcos procedentes del conjunto de nodos que contienen las estaciones de bombeo se muestran en la siguiente tabla:

Periodo	Arco (i,j)	Tiempo De Bombeo en Seg
Estación de Bombeo Quindío		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1082085	272
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2082085	374
k = 3; 8 – 12 m	T3082085	695
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4082085	641
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5082085	516
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6082085	367

MII-2002-2-11

Estación de Bombeo Columnas		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1079060	1604
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2079060	2203
k = 3; 8 – 12 m	T3079060	5959
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4079060	4963
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5079060	3040
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6079060	2161
Estación de Bombeo San Vicente		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1023080	1249
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2023080	1715
k = 3; 8 – 12 m	T3023080	4723
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4023080	3917
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5023080	2367
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6023080	1683
Estación de Bombeo Los Alpes		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1081062	2341
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2081062	1492
k = 3; 8 – 12 m	T3081062	6957
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4081062	6134
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5081062	2005
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6081062	1426
Estación de Bombeo El Consuelo		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1071059	0
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2071059	0
k = 3; 8 – 12 m	T3071059	693
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4071059	443
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5071059	0
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6071059	0
Estación de Bombeo San Dionisio		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1071058	0
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2071058	0
k = 3; 8 – 12 m	T3071058	1960
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4071058	1253
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5071058	0
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6071058	0
Estación de Bombeo Castillo		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1112066	5757
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2112066	7224
k = 3; 8 – 12 m	T3112066	0
k = 4; 12 – 4 p.m.	T4112066	0
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5112066	0
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6112066	0
Estación de Bombeo Jalisco		
k = 1; 0 – 4 a.m.	T1111065	8690
K = 2; 4 – 8 a.m.	T2111065	11293
k = 3; 8 – 12 m	T3111065	14040

MII-2002-2-11

k = 4; 12 – 4 p.m.	T4111065	13176
k = 5; 4 - 8 p.m.	T5111065	11047
k = 6; 8 – 12 p.m.	T6111065	7855

Tabla 12. Resultados variables de decisión: Tiempo de Bombeo

Los resultados de la dinámica de algunos de los tanques procedentes de su conjunto de nodos se muestran en la siguiente tabla:

Periodo	Arco (i,j)	Volumen suministrado en m ³
Tanque Vitelma		
k = 1; 0 – 4 a.m.	U1021	38000
K = 2; 4 – 8 a.m.	U1021+D2021	20120.3
k = 3; 8 – 12 m	U1021+D2021+D3021	0.0
k = 4; 12 – 4 p.m.	U1021+D2021+D3021+D4021	0.0
k = 5; 4 - 8 p.m.	U1021+D2021+D3021+D4021+D5021	1116.9
k = 6; 8 – 12 p.m.	U1021+D2021+D3021+D4021+D5021+D6021	24233.5
Tanque Vitelma		
k = 1; 0 – 4 a.m.	U1019	401
K = 2; 4 – 8 a.m.	U1019+D2019	251
k = 3; 8 – 12 m	U1019+D2019+D3019	0.0
k = 4; 12 – 4 p.m.	U1019+D2019+D3019+D4019	0.0
k = 5; 4 - 8 p.m.	U1019+D2019+D3019+D4019+D5019	42
k = 6; 8 – 12 p.m.	U1021+D2019+D3019+D4019+D5019+D6019	262
Tanque Columnas		
k = 1; 0 – 4 a.m.	U1022	1310
K = 2; 4 – 8 a.m.	U1022+D2022	1310
k = 3; 8 – 12 m	U1022+D2022+D3022	0
k = 4; 12 – 4 p.m.	U1022+D2022+D3022+D4022	0
k = 5; 4 - 8 p.m.	U1022+D2022+D3022+D4022+D5022	1310
k = 6; 8 – 12 p.m.	U1022+D2022+D3022+D4022+D5022+D6022	1310

Tabla 13. Resultados variables de decisión: Tanques

Durante los seis periodos de operación se incurre en un costo de \$ 4'538.312,00 pesos.

MII-2002-2-11

El embalse de Chisacá no fue utilizado en este periodo, su utilización no se debe a que el costo de agua es mayor sino que los otros dos embalses se encuentran más cercanos a la red y son suficientes para satisfacer la demanda

Las mayores demandas se encuentran en los periodos tres y cuatro, esto tiene significativo impacto en la dinámica del modelo, como se comentan a continuación:

Únicamente en el tercer y cuarto periodo funcionan dos embalses que contiene la Red Alta Vitelma, en los demás periodos la demanda es satisfecha con el agua almacenada en los tanques de almacenamiento.

La dinámica de optimización de los costos de los tanques muestra que estos buscan una condición inicial optima (fue dejada libre como se comento inicialmente, pero esta puede ser fijada sin ninguna dificultad) se empieza a desocupar en el segundo periodo continuando este comportamiento en los periodos tres y cuatro en el que el tanque queda con su capacidad mínima y en el periodo cinco inicia de nuevo el periodo de llenado que continua en el sexto periodo.

La oferta de agua se maximiza en el periodo tres, se mantiene en el cuarto y es nula en los periodos dos y cinco.

El tiempo de bombeo también es superior en estos periodos. Es necesario anotar que el porcentaje de utilización de las bombas es significativo en todas las estaciones y en todos los periodos. En el tercer y cuarto periodo operan la mayoría de las estaciones de bombeo.

La provisión de los tanques se hace desde el primer periodo para satisfacer la demanda de los periodos tres y cuatro, se reinicia la provisión en el periodo cinco.

CONCLUSIONES

Esta tesis presenta un nuevo modelo de optimización para el despacho óptimo de agua en una red de distribución, aspectos claves del modelo son el modelaje del bombeo en la red, el modelaje lineal a trazos de la estructura de costos de una planta de tratamiento, el modelaje dinámico de los tanques y su efecto regulador en la red, el cálculo del costo de la energía a partir de ecuaciones físicas, el modelaje de la calidad del agua a partir de recetas de producción y el cálculo de los límites superiores a partir de la estimación de la velocidad del flujo y ecuaciones físicas.

El modelo permite la toma de decisiones a partir de la determinación de la participación de cada planta en la satisfacción de la demanda de los sectores hidráulicos y la determinación de los tiempos de bombeo en cada estación, así también se puede determinar el volumen de utilización de los embalses y la dinámica de los tanques de almacenamiento.

Otra característica importante del modelo es su linealidad y su rápida convergencia en programas de optimización como LINDO o CPLEX

Se observa una gran dinámica en el flujo del modelo de tal manera que los tanques mantienen unos niveles óptimos que minimizan los costos del agua. Esta salida incluye unas condiciones iniciales que es escogida por el modelo (estas pueden ser fijadas), haciendo que el costo total del periodo diario sea el mínimo posible, debido a que algunos tanques tienen la suficiente capacidad para surtir inicialmente al sistema sin ningún costo, como resultado de la no contabilización del valor del agua en sus depósitos. El problema no pierde generalidad al ser éste un estado transitorio de partida y simplemente puede ser

MII-2002-2-11

registrado al sumar su costo a la solución, identificando únicamente el lugar de procedencia del agua de los tanques.

Finalmente, se observa gran dinámica de bombeo por periodo, producto de la topología particular de Vitelma, que se apoya fuertemente del efecto regulador de los tanques. El tiempo de bombeo en algunas estaciones es considerable en algunos periodos.

El ejercicio de validación de esta red confirma el acierto de la formulación y brinda un prometedor acercamiento de la optimización de estos tipos de problemas.

RECOMENDACIONES

En caso que esta formulación tenga usos comerciales se recomienda hacer una cuidadosa estimación de los parámetros del modelo. Como se comentó, para el caso del acueducto de Bogotá, se sugiere una estimación mas ajustada de las velocidades máximas de flujo en la red.

De igual forma se recomienda implementar dentro de la formulación del modelo un tratamiento de variables aleatorias de oferta y demanda.

En caso de que la EAAB-ESP, suministrará agua tratada a otras localidades, donde se exigieran calidades diferentes de agua, el modelo podría contemplar flujo multiproducto.

Finalmente, de acuerdo a los resultados de las variables que modelan las estaciones de bombeo, en las que los mayores tiempos registrados corresponden a aquellas que tienen menor eficiencia, se recomienda hacer un análisis mas detallado de relación beneficio costo para mejorar ésta condición.

BIBLIOGRAFIA

AHUJA, Ravindra K; MAGNANTI, Thomas y ORLIN, James B. Network Flows. New Jersey, 1993

DASCI, Abdullah and VERTER, Vedat. A Continuous Model for production Distribution System Design. European Journal of Operational Research 2001, Vol 129

HIDROSAN LTDA Ingenieros Consultores, Estudio y Actualización de las Estaciones de Bombeo. EAAB-ESP

INGETEC S.A. – INGESTUDIOS. Modelo de evaluación financiera Concesión Planta Tibitoc. EAAB-ESP. 1996

JOHNSON, Lynwood y MONTGOMERY, Douglas. Operational Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control. Canadá, 1974.

SHU, Yang, YUNG-Hsin Sun, Optimization of Regional Water Distributions System Whit Blending Requirements. Journal Of Water Resources Planning and Managment. July – August 2000, Vol 126, Nro4

TEA LTDA CONSULTORIAS, Actualización de la Proyección de la Demanda de Agua. Informe Ejecutivo. EAAB-ESP, 1999

SALDARRIAGA VALDERRAMA, Guillermo y ALVAREZ GORDILLO, Rafael. Rediseño Automatizado de Redes de Distribución de Agua, Una Nueva Metodología de Diseño. Memos de Investigación Nro 170, Universidad de los Andes, Agosto de 1994.

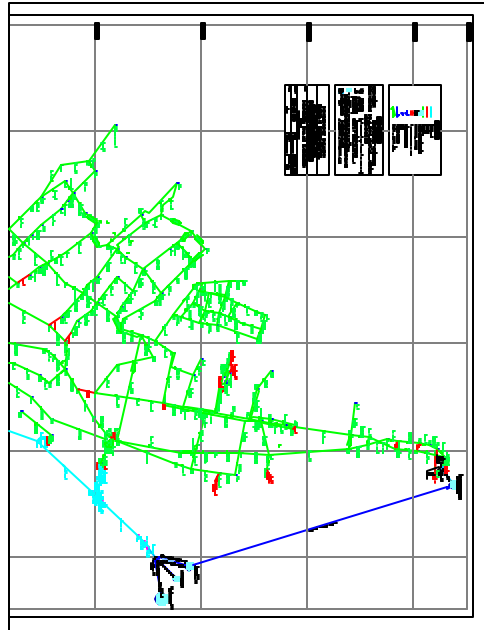
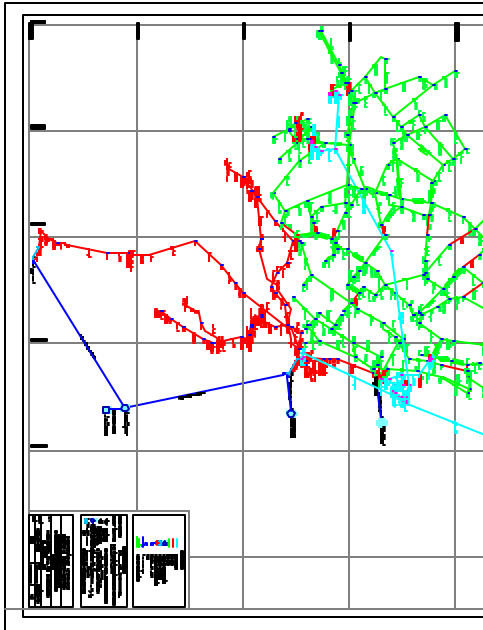
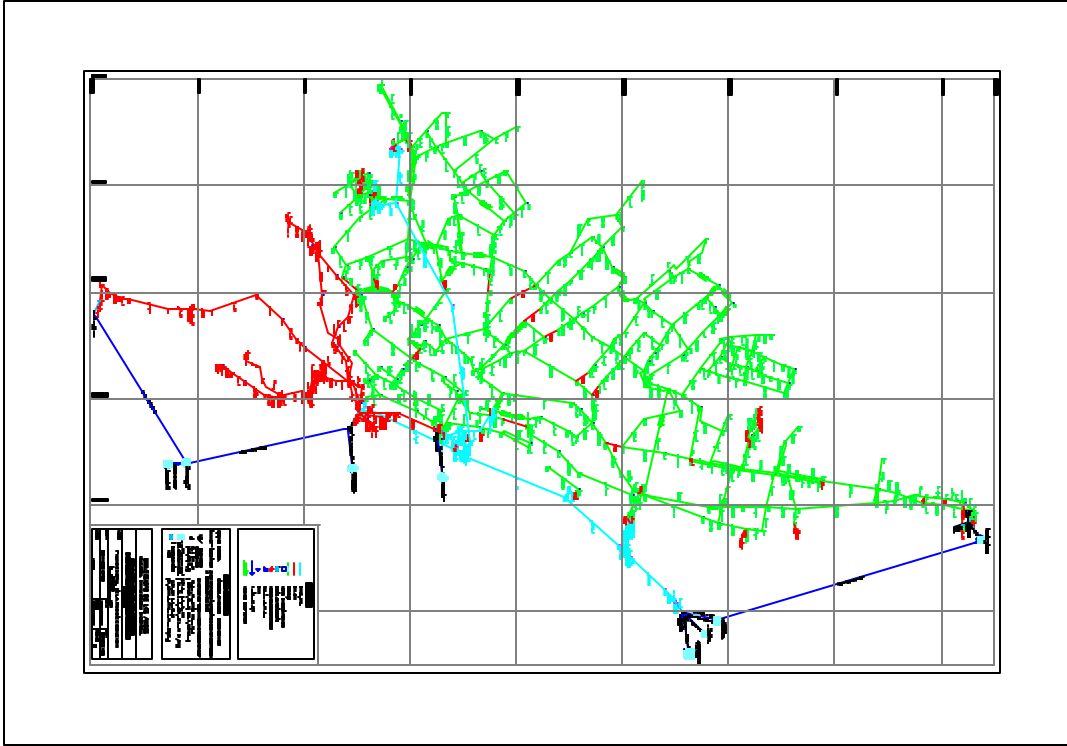
MII-2002-2-11

SALDARRIAGA VALDERRAMA, Juan Guillermo. Hidráulica de Tuberías. Bogotá D.C. 1998. Mc Graw Hill.

VALENCIA GUTIERREZ, Andrés. Modelos de Despacho Óptimo de Agua Potable Urbana. Caso Acueducto de Bogotá. Universidad de los Andes. 2000.

MII-2002-2-11

Anexo 1. Topología de la Red. (ver plano adjunto)



Anexo 2. Demanda Sectores Hidráulicos
Nodos Red Alta - Vitelma
Unidad m³

Label	ID RED	Demanda en 4h					
		1	2	3	4	5	6
A-6030-San Dionisio	58	1212	1665	2920	2741	2298	1634
A-6075-El Consuelo	59	401	551	965	906	760	540
A-6190-San Vicente	60	20493	28156	49361	46332	38848	27621
A-6225-Los Alpes	61	15033	20654	36210	33988	28498	20262
A-6260-Quindio	62	9605	13196	23135	21715	18207	12946
A-6425 Monteblanco	63	3231	4439	7782	7305	6125	4355
A-6560-Jalisco	64	8441	11597	20331	19083	16001	11377
A-6595-Castillo	65	5344	7342	12872	12082	10130	7203
A-6630-El Volador	66	3570	4905	8600	8072	6768	4812
J-6005	67	1192	1638	2872	2696	2260	1607
J-6015	68	280	385	674	633	531	377
J-6016	69	982	1349	2365	2220	1862	1324
J-6017	70	739	1015	1779	1670	1400	995
J-6050	71	0	0	0	0	0	0
J-6090	72	0	0	0	0	0	0
J-6100	73	1745	2398	4204	3946	3309	2353
J-6110	74	657	903	1584	1486	1246	886
J-6130	75	177	243	427	401	336	239
J-6135	76	181	248	435	408	342	243
J-6145	77	1176	1615	2832	2658	2229	1585
J-6155	78	0	0	0	0	0	0
J-6165	79	2999	4120	7224	6780	5685	4042
J-6215	80	0	0	0	0	0	0
J-6240	81	0	0	0	0	0	0
J-6275	82	1870	2569	4503	4227	3544	2520
J-6276	83	3123	4291	7523	7061	5921	4210
J-6277	84	1325	1820	3191	2995	2511	1786
J-6295	85	581	799	1400	1314	1102	783
J-6305	86	1045	1436	2517	2362	1981	1408

MII-2002-2-11

J-6315	87	691	949	1663	1561	1309	931
J-6325	88	0	0	0	0	0	0
J-6335	89	821	1128	1978	1857	1557	1107
J-6350	90	3751	5153	9035	8480	7110	5055
J-6360	91	344	473	830	779	653	464
J-6370	92	4062	5581	9785	9184	7700	5475
J-6380	93	2285	3140	5505	5167	4332	3080
J-6390	94	1759	2416	4236	3976	3334	2370
J-6400	95	2236	3072	5385	5054	4238	3013
J-6410	96	447	614	1077	1011	848	603
J-6435	97	1784	2450	4296	4032	3381	2404
J-6445	98	0	0	0	0	0	0
J-6455	99	0	0	0	0	0	0
J-6465	100	0	0	0	0	0	0
J-6475	101	189	259	455	427	358	254
J-6490	102	1013	1392	2441	2291	1921	1366
J-6500	103	492	676	1185	1112	932	663
J-6510	104	1131	1554	2724	2557	2144	1524
J-6520	105	4284	5886	10319	9686	8121	5774
J-6521	106	0	0	0	0	0	0
J-6522	107	0	0	0	0	0	0
J-6530	108	1909	2623	4599	4317	3619	2573
J-6540	109	333	457	802	753	631	449
J-6550	110	692	951	1667	1565	1312	933
J-6575	111	0	0	0	0	0	0
J-6610	112	0	0	0	0	0	0
Río San Cristobal	006	9512	9512	9512	9512	9512	9512
Embalse la Regadera	007	20584	20584	20584	20584	20584	20584
Embalse Chizaca	008	20532	20532	20532	20532	20532	20532
Planta La Laguna	013	8640	8640	8640	8640	8640	8640
Planta Vitelma	012	14400	14400	14400	14400	14400	14400

Anexo 2. Demanda Red Alta Vitelma

Anexo 3. Simulación de Flujos Cada Dos Horas desde las 0:00 hasta las 24:00
Arcos Red Alta - Vitelma
Unidad m³/4h

Label	ID Red	Length (m)	Diameter (in)	Hazen-Williams C	Flujo Máximo	Flujo mínimo	> Flujo Factible	Cota maxima de arco en m3/4h
P-6010	V068067	2400	24	120	102.7	39	103	10270
P-6011	V069068	500	24	120	126.9	48	127	12690
P-6020	V070069	700	24	120	211.6	80	212	21160
P-6021	V021070	1200	24	120	275.2	105	275	27520
P-6025	V058020	1	12	110	0	0	0	0
P-6035	V071058	1100	12	110	73.2	73	73	7320
P-6045	V071058	10	12	110	73.2	73	73	7320
p-6055	V021071	10	12	110	-97.4	-97	97	9700
P-6060	V071059	10	12	110	24.2	24	24	2420
P-6070	V071059	500	12	110	24.2	24	24	2420
P-6080	V059019	1	12	110	0	0	0	0
P-6085	V021072	1	42	71	-2516.4	-3771	3771	377100
P-6095	V072073	235	42	71	3771.3	2516	3771	377130
P-6105	V073074	860	42	71	1042.2	762	1042	104220
P-6115	V073075	2300	24	110	592.1	225	592	59210
P-6120	V073076	1560	42	130	1986.6	1472	1987	198660
P-6125	V074076	910	42	71	985.5	741	986	98550
P-6140	V076077	60	42	71	2956.6	2207	2957	295660
P-6150	V077078	510	42	109	1496	1336	1496	149600
P-6160	V078079	950	42	109	1496	1336	1496	149600
P-6170	V079022	50	30	130	0	0	0	0
P-6175	V079060	50	24	130	1237.5	1238	1238	123750
P-6185	V079060	720	30	130	1237.5	1238	1238	123750
p-6195	V060023	1	30	130	0	0	0	0
P-6200	V023080	5	24	109	907.8	908	908	90780
P-6210	V023080	785	24	109	907.8	908	908	90780
P-6220	V080061	200	24	130	907.8	908	908	90780
P-6230	V061024	1	24	130	0	0	0	0
P-6235	V024081	1	24	109	580	580	580	58000
P-6245	V081062	5	16	130	580	580	580	58000
P-6255	V081062	1640	24	109	580	580	580	58000

MII-2002-2-11

P-6265	V062025	1	24	109	0	0	0	0
P-6270	V025082	10	16	130	704.9	333	705	70490
P-6271	V082084	100	16	120	114.2	43	114	11420
P-6280	V082085	10	16	130	270.5	103	271	27050
P-6290	V082085	780	24	109	270.5	103	271	27050
P-6300	V085086	880	24	109	220.4	84	220	22040
P-6310	V086087	680	24	109	130.3	50	130	13030
P-6320	V087088	520	24	109	70.8	27	71	7080
P-6330	V088089	360	24	109	70.8	27	71	7080
P-6340	V089027	5	24	109	0	0	0	0
P-6344	V082083	1800	12	110	159	125	159	15900
P-6345	V083090	1200	12	110	22.9	-110	110	11000
P-6346	V026090	5	12	130	-99.9	-434	434	43400
P-6355	V075091	2850	20	110	576.8	219	577	57680
P-6365	V091092	600	22	110	547.2	208	547	54720
P-6375	V092093	1120	22	110	196.9	75	197	19690
P-6385	V093094	2280	18	110	0	0	0	0
P-6395	V095094	1850	18	110	151.7	58	152	15170
P-6405	V096095	600	20	110	344.4	131	344	34440
P-6415	V015096	135	12	110	382.9	146	383	38290
P-6420	V062015	120	12	110	0	0	0	0
P-6430	V097063	1130	20	110	195.1	195	195	19510
P-6440	V098097	2670	20	110	348.8	254	349	34880
P-6450	V099098	3	20	110	348.8	254	349	34880
P-6451	V099098	3	20	110	348.8	254	349	34880
P-6460	V100099	730	18	110	348.8	254	349	34880
P-6470	V101100	620	18	110	348.8	254	349	34880
P-6480	V014101	1000	20	110	365.1	260	365	36510
P-6485	V077102	1200	24	110	849.6	323	850	84960
P-6495	V102103	850	24	113	762.2	290	762	76220
P-6505	V103104	350	24	113	719.8	274	720	71980
P-6514	V077106	5600	30	120	509.7	510	510	50970
P-6515	V104105	800	24	113	622.4	237	622	62240
P-6524	V106107	458	24	120	509.7	510	510	50970
P-6525	V105108	800	24	113	253	96	253	25300
P-6535	V108109	1000	24	113	88.5	34	89	8850
P-6545	V109110	1700	24	113	59.7	23	60	5970
P-6554	V107064	2540	24	120	509.7	510	510	50970
P-6555	V110064	2200	24	113	0	0	0	0

MII-2002-2-11

P-6565	V064018	1	24	113	0	0	0	0
P-6570	V018111	1	24	130	322.7	323	323	32270
P-6580	V111065	10	24	130	322.7	323	323	32270
P-6590	V111065	1150	24	130	322.7	323	323	32270
P-6600	V065017	1	24	130	0	0	0	0
P-6605	V017112	1	16	130	215.6	216	216	21560
P-6615	V112066	10	16	130	215.6	216	216	21560
P-6625	V112066	1350	16	130	215.6	216	216	21560
P-6635	V066016	1	16	130	0	0	0	0
P-6800	V012021	1	42	71	-2516.4	-3771	3771	144000
P-6700	V013014	1000	20	110	365.1	260	365	86400
Canal 7	V006012							Infinita
Canal 8	V007012							Infinita
Canal 9	V007013							Infinita
Canal 10	V008007							Infinita

Anexo 3. Flujo Máximo Red Alta Vitelma**Modelo Propuesto****Conjuntos y subconjuntos relacionados con la función objetivo**

N es el conjunto de nodos i

A es el conjunto de arcos (i, j)

K son los periodos de planeación.

B es el conjunto de los nodos plantas de tratamiento que es un subconjunto de N.

C es un conjunto de arcos que contienen estaciones de bombeo y es un subconjunto de A.

D es el conjunto de nodos de las fuentes de abastecimiento de agua cruda y es un subconjunto de N.

G es el conjunto de arcos que salen de la planta Tibitoc, G es un subconjunto de A.

E es el conjunto de nodos que contienen a los arcos bidireccionales, y E es un subconjunto de N

F es el conjunto de arcos bidireccionales y F es un subconjunto de A.

H es el conjunto de gradientes de volumen por periodo para el conjunto de tanques

Variables del problema

$V_{i,j}^k$ Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta i al sector hidráulico j en el periodo de tiempo k .

$T_{i,j}^k$ Tiempo de bombeo de la estación i en el periodo k

$X_{i,j}^k$ Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta Tibitoc al tanque j en el periodo k , para el intervalo de volumen entre 0 y 60800 m³

$Y_{i,j}^k$ Número de metros cúbicos de agua suministrada por la planta Tibitoc al tanque j en el periodo k , para el intervalo de volumen entre 60801 y 108000 m³

$Z_{i,j}^k$ Número de metros cúbicos de agua suministrada desde la planta Tibitoc al conjunto de tanques j en el periodo k , para el intervalo de volumen entre 108001 y 151200 m³

D_i^k Gradiente del volumen del tanque i en el periodo k , para los $1 < k \leq K$

Costos

$CT_{i,j}$ Costo de tratamiento para todos los i que pertenezcan al conjunto de plantas (B)

$CB_{i,j}$ Costo de energía asociado a todos los arcos (i, j) que pertenezcan al conjunto de bombas (C)

MII-2002-2-11

$CU_{i,j}$ Costo de uso del recurso hídrico para todos los i que pertenezcan al conjunto de embalses (D)

C_{tj}^{k1} Costo de tratamiento de la planta Tibitoc para el intervalo de volumen entre 0 y 60800 m^3 en el periodo k .

C_{tj}^{k2} Costo de tratamiento de la planta Tibitoc para el intervalo de volumen entre 60801 y 108000 m^3 en el periodo k .

C_{tj}^{k3} Costo de tratamiento de la planta Tibitoc para el intervalo de volumen entre 108001 y 151200 m^3 en el periodo k .

Sujeto a:

Parámetros

b_i^k Demanda u oferta del nodo i , en el periodo k .

Q_i Caudal de la bomba i .

U_i^1 Capacidad inicial del tanque i

C_T Capacidad máxima de volumen del tanque.

$S_{i,j}$ Límite superior del arco (i, j)

FUNCIÓN OBJETIVO

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in B; k \in K} C_{i,j}^k V_{i,j}^k + \sum_{(i,j) \in C; k \in K} C_{i,j}^k c_{i,j} T_{i,j}^k + \sum_{(i,j) \in D; k \in K} C_{i,j}^k V_{i,j}^k +$$

$$\sum_{(t,j) \in G} (C_{tj}^{k1} X_{tj}^{k1} + C_{tj}^{k2} Y_{tj}^{k2} + C_{tj}^{k3} Z_{tj}^{k3})$$

$$\forall k \in K$$

RESTRICCIONES**Restricciones por Balance de Masa.**

$$\sum_{j:(i,j) \in A} V_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} V_{j,i}^k = b_i^k$$

$$\forall i \in N$$

$$\forall k \in K$$

Donde :

$$V_{i,j}^k = Q_{i,j} T_{i,j}^k$$

Para $\forall i \in C$

y :

$$b_i^k = U_i^1 + \sum_{k=2}^n D_i^k$$

$$\forall i \in C$$

$$n \{1, 2, 3, \dots, K\}$$

MII-2002-2-11

Restricciones por Capacidad en los Arcos.

$$0 \leq V_{i,j}^k \leq S_{i,j}$$

$$\forall (i, j) \in A$$

Donde :

$$V_{i,j}^k = Q_i T_{i,j}^k$$

Para $\forall i \in C$

$$\forall k \in K$$

Restricción planta Tibitoc: Límite de flujo máximo por arco

$$0 \leq X_{ij}^{k1} \leq 60800$$

$$60800 \leq X_{ij}^{k1} + Y_{ij}^{k2} \leq 108000$$

$$108000 \leq X_{ij}^{k1} + Y_{ij}^{k2} + Z_{ij}^{k3} \leq 151200$$

$$\forall k \in K$$

Restricciones por Capacidad en los Tanques de Compensación y Control

$$U_i^1 \leq C_T$$

$$0 \leq U_i^1 + \sum_{k=2}^n D_i^k \leq C_T$$

$$\forall i \in C$$

para $n = 2, 3, \dots, K$

Transformación en la red. Arcos bidireccionales:**Restricciones de balance de masa.**

$$\sum_{j:(i,j) \in A} V_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} V_{j,i}^k = b_i^k$$

$$\forall i \in E$$

$$\text{donde } E \in N$$

$$\forall k \in K$$

Restricciones de capacidad en los arcos.

$$0 \leq V_{i,j}^k + V_{j,i}^k \leq S_{i,j}$$

$$\forall k \in K$$

$$(i, j) \in F$$

$$F \in A$$

Por Capacidad de las plantas: El rango de volumen que puede tratar una planta esta entre cero y un límite superior.

$$0 \leq \sum_j V_{i,j}^k \leq P_i$$

j que salen de la planta i

$$\forall i \in B$$

Restricciones de no negatividad

Con la excepción de los gradientes todas las variables del sistema son variables no negativas. Finalmente los gradientes D_i^k , son variables no restringidas.

Anexo 4. Modelo Propuesto

Formulación en Lindo

La estructura de la notación de las variables es como sigue:

p.e. V1012021

1. El primer carácter representa la clasificación de la variable:

V: Volumen

T: Tiempo

U: Condición inicial del tanque

D: gradiente en el tanque

2. El segundo carácter corresponde a el número del periodo k, varia entre uno y seis (p.e 1)

3. Los caracteres tres, cuatro y cinco, representan la identificación del nodo de salida del arco (p.e. 012)

4. los caracteres seis, siete y ocho corresponden a la identificación del nodo de entrada del arco (p.e. 021)

En caso de la notación para las condiciones iniciales del tanque y para el gradiente es:

p.e. U1021 ó D2021

El primer y segundo carácter no cambian, el tercer, cuarto y quinto carácter corresponde a la identificación del nodo de ubicación del tanque.

La formulación del modelo para la red Alta Vitelma se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} & \text{Min } 70 V1006012 + 70 V1008007 + 70 V1007012 + 70 V1007013 + 32.9 V1012021 + \\ & 12.5 V1013014 + 0.0072 T1071058 + 0.008 T1071059 + 0.0256 T1111065 + 0.0313 \\ & T1112066 + 0.0691 T1079060 + 0.072 T1023080 + 0.0553 T1081062 + 0.0196 T1082085 \\ & + 70 V2006012 + 70 V2008007 + 70 V2007012 + 70 V2007013 + 32.9 V2012021 + 12.5 \\ & V2013014 + 0.0072 T2071058 + 0.008 T2071059 + 0.0256 T2111065 + 0.0313 T2112066 \\ & + 0.0691 T2079060 + 0.072 T2023080 + 0.0553 T2081062 + 0.0196 T2082085 + 70 \\ & V3006012 + 70 V3008007 + 70 V3007012 + 70 V3007013 + 32.9 V3012021 + 12.5 \\ & V3013014 + 0.0072 T3071058 + 0.008 T3071059 + 0.0256 T3111065 + 0.0313 \end{aligned}$$

MII-2002-2-11

$T3112066 + 0.0691 T3079060 + 0.072 T3023080 + 0.0553 T3081062 + 0.0196 T3082085$
 $+ 70 V4006012 + 70 V4008007 + 70 V4007012 + 70 V4007013 + 32.9 V4012021 + 12.5$
 $V4013014 + 0.0072 T4071058 + 0.008 T4071059 + 0.0256 T4111065 + 0.0313$
 $T4112066 + 0.0691 T4079060 + 0.072 T4023080 + 0.0553 T4081062 + 0.0196 T4082085$
 $+ 70 V5006012 + 70 V5008007 + 70 V5007012 + 70 V5007013 + 32.9 V5012021 + 12.5$
 $V5013014 + 0.0072 T5071058 + 0.008 T5071059 + 0.0256 T5111065 + 0.0313$
 $T5112066 + 0.0691 T5079060 + 0.072 T5023080 + 0.0553 T5081062 + 0.0196 T5082085$

st

Restricciones de tiempo de bombeo

$T1071059 \leq 14400$
 $T2071059 \leq 14400$
 $T3071059 \leq 14400$
 $T4071059 \leq 14400$
 $T5071059 \leq 14400$

$T1071058 \leq 14400$
 $T2071058 \leq 14400$
 $T3071058 \leq 14400$
 $T4071058 \leq 14400$
 $T5071058 \leq 14400$

$T1079060 \leq 14400$
 $T2079060 \leq 14400$
 $T3079060 \leq 14400$
 $T4079060 \leq 14400$
 $T5079060 \leq 14400$

$T1023080 \leq 14400$
 $T2023080 \leq 14400$
 $T3023080 \leq 14400$
 $T4023080 \leq 14400$
 $T5023080 \leq 14400$

$T1081062 \leq 14400$
 $T2081062 \leq 14400$
 $T3081062 \leq 14400$
 $T4081062 \leq 14400$
 $T5081062 \leq 14400$

$T1082085 \leq 14400$
 $T2082085 \leq 14400$

MII-2002-2-11

T3082085 <= 14400

T4082085 <= 14400

T5082085 <= 14400

T1111065 <= 14400

T2111065 <= 14400

T3111065 <= 14400

T4111065 <= 14400

T5111065 <= 14400

T1112066 <= 14400

T2112066 <= 14400

T3112066 <= 14400

T4112066 <= 14400

T5112066 <= 14400

Restricciones de balance de masa

V1006012 <= 9512

V2006012 <= 9512

V3006012 <= 9512

V4006012 <= 9512

V5006012 <= 9512

V1012021 - V1006012 - V1007012 = -14400

V2012021 - V2006012 - V2007012 = -14400

V3012021 - V3006012 - V3007012 = -14400

V4012021 - V4006012 - V4007012 = -14400

V5012021 - V5006012 - V5007012 = -14400

V1021071 + V1021070 + V1021072 - V1012021 - U1021 = 0

V2021071 + V2021070 + V2021072 - V2012021 - U1021 + D2021 = 0

V3021071 + V3021070 + V3021072 - V3012021 - U1021 + D2021 + D3021 = 0

V4021071 + V4021070 + V4021072 - V4012021 - U1021 + D2021 + D3021 + D4021 = 0

V5021071 + V5021070 + V5021072 - V5012021 - U1021 + D2021 + D3021 + D4021 +

D5021 = 0

U1021 <= 38000

U1021 + D2021 <= 38000

U1021 + D2021 + D3021 <= 38000

U1021 + D2021 + D3021 + D4021 <= 38000

U1021 + D2021 + D3021 + D4021 + D5021 <= 38000

U1021 + D2021 >= 0

MII-2002-2-11

$$U1021 + D2021 + D3021 \geq 0$$

$$U1021 + D2021 + D3021 + D4021 \geq 0$$

$$U1021 + D2021 + D3021 + D4021 + D5021 \geq 0$$

$$0.253 T1071058 + 0.235 T1071059 - V1021071 = 0$$

$$0.253 T2071058 + 0.235 T2071059 - V2021071 = 0$$

$$0.253 T3071058 + 0.235 T3071059 - V3021071 = 0$$

$$0.253 T4071058 + 0.235 T4071059 - V4021071 = 0$$

$$0.253 T5071058 + 0.235 T5071059 - V5021071 = 0$$

$$V1058020 - V1020058 - 0.253 T1071058 = -1212$$

$$V2058020 - V2020058 - 0.253 T2071058 = -1665$$

$$V3058020 - V3020058 - 0.253 T3071058 = -2920$$

$$V4058020 - V4020058 - 0.253 T4071058 = -2741$$

$$V5058020 - V5020058 - 0.253 T5071058 = -2298$$

$$V1020058 - V1058020 + U1020 = 0$$

$$V2020058 - V2058020 + U1020 + D2020 = 0$$

$$V3020058 - V3058020 + U1020 + D2020 + D3020 = 0$$

$$V4020058 - V4058020 + U1020 + D2020 + D3020 + D4020 = 0$$

$$V5020058 - V5058020 + U1020 + D2020 + D3020 + D4020 + D5020 = 0$$

$$U1020 \leq 4300$$

$$U1020 + D2020 \leq 4300$$

$$U1020 + D2020 + D3020 \leq 4300$$

$$U1020 + D2020 + D3020 + D4020 \leq 4300$$

$$U1020 + D2020 + D3020 + D4020 + D5020 \leq 4300$$

$$U1020 + D2020 \geq 0$$

$$U1020 + D2020 + D3020 \geq 0$$

$$U1020 + D2020 + D3020 + D4020 \geq 0$$

$$U1020 + D2020 + D3020 + D4020 + D5020 \geq 0$$

$$V1059019 - V1019059 - 0.235 T1071059 = -401$$

$$V2059019 - V2019059 - 0.235 T2071059 = -551$$

$$V3059019 - V3019059 - 0.235 T3071059 = -965$$

$$V4059019 - V4019059 - 0.235 T4071059 = -906$$

$$V5059019 - V5019059 - 0.235 T5071059 = -760$$

$$V1019059 - V1059019 + U1019 = 0$$

$$V2019059 - V2059019 + U1019 + D2019 = 0$$

$$V3019059 - V3059019 + U1019 + D2019 + D3019 = 0$$

$$V4019059 - V4059019 + U1019 + D2019 + D3019 + D4019 = 0$$

$$V5019059 - V5059019 + U1019 + D2019 + D3019 + D4019 + D5019 = 0$$

MII-2002-2-11

$U1019 \leq 2000$
 $U1019 + D2019 \leq 2000$
 $U1019 + D2019 + D3019 \leq 2000$
 $U1019 + D2019 + D3019 + D4019 \leq 2000$
 $U1019 + D2019 + D3019 + D4019 + D5019 \leq 2000$

$U1019 + D2019 \geq 0$
 $U1019 + D2019 + D3019 \geq 0$
 $U1019 + D2019 + D3019 + D4019 \geq 0$
 $U1019 + D2019 + D3019 + D4019 + D5019 \geq 0$

$V1070069 - V1021070 = -739$
 $V2070069 - V2021070 = -1015$
 $V3070069 - V3021070 = -1779$
 $V4070069 - V4021070 = -1670$
 $V5070069 - V5021070 = -1400$

$V1069068 - V1070069 = -982$
 $V2069068 - V2070069 = -1349$
 $V3069068 - V3070069 = -2365$
 $V4069068 - V4070069 = -2220$
 $V5069068 - V5070069 = -1862$

$V1068067 - V1069068 = -280$
 $V2068067 - V2069068 = -385$
 $V3068067 - V3069068 = -674$
 $V4068067 - V4069068 = -633$
 $V5068067 - V5069068 = -531$

$-V1068067 = -1192$
 $-V2068067 = -1638$
 $-V3068067 = -2872$
 $-V4068067 = -2696$
 $-V5068067 = -2260$

$V1072073 - V1021072 = 0$
 $V2072073 - V2021072 = 0$
 $V3072073 - V3021072 = 0$
 $V4072073 - V4021072 = 0$
 $V5072073 - V5021072 = 0$

$V1073074 + V1073076 + V1073075 - V1072073 = -1745$
 $V2073074 + V2073076 + V2073075 - V2072073 = -2398$

MII-2002-2-11

$$V3073074 + V3073076 + V3073075 - V3072073 = -4204$$

$$V4073074 + V4073076 + V4073075 - V4072073 = -3946$$

$$V5073074 + V5073076 + V5073075 - V5072073 = -3309$$

$$V1074076 - V1073074 = -657$$

$$V2074076 - V2073074 = -903$$

$$V3074076 - V3073074 = -1584$$

$$V4074076 - V4073074 = -1486$$

$$V5074076 - V5073074 = -1246$$

$$V1076077 - V1074076 - V1073076 = -181$$

$$V2076077 - V2074076 - V2073076 = -248$$

$$V3076077 - V3074076 - V3073076 = -435$$

$$V4076077 - V4074076 - V4073076 = -408$$

$$V5076077 - V5074076 - V5073076 = -342$$

$$V1075091 - V1073075 = -177$$

$$V2075091 - V2073075 = -243$$

$$V3075091 - V3073075 = -427$$

$$V4075091 - V4073075 = -401$$

$$V5075091 - V5073075 = -336$$

$$V1077078 + V1077102 + V1077106 - V1076077 = -1176$$

$$V2077078 + V2077102 + V2077106 - V2076077 = -1615$$

$$V3077078 + V3077102 + V3077106 - V3076077 = -2832$$

$$V4077078 + V4077102 + V4077106 - V4076077 = -2658$$

$$V5077078 + V5077102 + V5077106 - V5076077 = -2229$$

$$V1078079 - V1077078 = 0$$

$$V2078079 - V2077078 = 0$$

$$V3078079 - V3077078 = 0$$

$$V4078079 - V4077078 = 0$$

$$V5078079 - V5077078 = 0$$

$$V6078079 - V6077078 = 0$$

$$V1079022 + 1.278 T1079060 - V1078079 - V1022079 = -2999$$

$$V2079022 + 1.278 T2079060 - V2078079 - V2022079 = -4120$$

$$V3079022 + 1.278 T3079060 - V3078079 - V3022079 = -7224$$

$$V4079022 + 1.278 T4079060 - V4078079 - V4022079 = -6780$$

$$V5079022 + 1.278 T5079060 - V5078079 - V5022079 = -5685$$

$$V1022079 - V1079022 - U1022 = 0$$

$$V2022079 - V2079022 - U1022 + D2022 = 0$$

$$V3022079 - V3079022 - U1022 + D2022 + D3022 = 0$$

MII-2002-2-11

$$V4022079 - V4079022 - U1022 + D2022 + D3022 + D4022 = 0$$

$$V5022079 - V5079022 - U1022 + D2022 + D3022 + D4022 + D5022 = 0$$

$$U1022 \leq 1310$$

$$U1022 + D2022 \leq 1310$$

$$U1022 + D2022 + D3022 \leq 1310$$

$$U1022 + D2022 + D3022 + D4022 \leq 1310$$

$$U1022 + D2022 + D3022 + D4022 + D5022 \leq 1310$$

$$U1022 + D2022 \geq 0$$

$$U1022 + D2022 + D3022 \geq 0$$

$$U1022 + D2022 + D3022 + D4022 \geq 0$$

$$U1022 + D2022 + D3022 + D4022 + D5022 \geq 0$$

$$-1.278 T1079060 + V1060023 = -2049.3$$

$$-1.278 T2079060 + V2060023 = -2815.6$$

$$-1.278 T3079060 + V3060023 = -4936.1$$

$$-1.278 T4079060 + V4060023 = -4633.2$$

$$-1.278 T5079060 + V5060023 = -3884.8$$

$$1.204 T1023080 - V1060023 - U1023 = 0$$

$$1.204 T2023080 - V2060023 - U1023 + D2023 = 0$$

$$1.204 T3023080 - V3060023 - U1023 + D2023 + D3023 = 0$$

$$1.204 T4023080 - V4060023 - U1023 + D2023 + D3023 + D4023 = 0$$

$$1.204 T5023080 - V5060023 - U1023 + D2023 + D3023 + D4023 + D5023 = 0$$

$$U1023 \leq 6250$$

$$U1023 + D2023 \leq 6250$$

$$U1023 + D2023 + D3023 \leq 6250$$

$$U1023 + D2023 + D3023 + D4023 \leq 6250$$

$$U1023 + D2023 + D3023 + D4023 + D5023 \leq 6250$$

$$U1023 + D2023 \geq 0$$

$$U1023 + D2023 + D3023 \geq 0$$

$$U1023 + D2023 + D3023 + D4023 \geq 0$$

$$U1023 + D2023 + D3023 + D4023 + D5023 \geq 0$$

$$V1080061 - 1.204 T1023080 = 0$$

$$V2080061 - 1.204 T2023080 = 0$$

$$V3080061 - 1.204 T3023080 = 0$$

$$V4080061 - 1.204 T4023080 = 0$$

$$V5080061 - 1.204 T5023080 = 0$$

$$V1061024 - V1080061 = -1503.3$$

MII-2002-2-11

$$V2061024 - V2080061 = - 2065.4$$

$$V3061024 - V3080061 = - 3621.0$$

$$V4061024 - V4080061 = - 3398.8$$

$$V5061024 - V5080061 = - 2849.8$$

$$V1024081 - V1061024 - U1024 = 0$$

$$V2024081 - V2061024 - U1024 + D2024 = 0$$

$$V3024081 - V3061024 - U1024 + D2024 + D3024 = 0$$

$$V4024081 - V4061024 - U1024 + D2024 + D3024 + D4024 = 0$$

$$V5024081 - V5061024 - U1024 + D2024 + D3024 + D4024 + D5024 = 0$$

$$U1024 \leq 4700$$

$$U1024 + D2024 \leq 4700$$

$$U1024 + D2024 + D3024 \leq 4700$$

$$U1024 + D2024 + D3024 + D4024 \leq 4700$$

$$U1024 + D2024 + D3024 + D4024 + D5024 \leq 4700$$

$$U1024 + D2024 \geq 0$$

$$U1024 + D2024 + D3024 \geq 0$$

$$U1024 + D2024 + D3024 + D4024 \geq 0$$

$$U1024 + D2024 + D3024 + D4024 + D5024 \geq 0$$

$$0.908 T1081062 - V1024081 = 0$$

$$0.908 T2081062 - V2024081 = 0$$

$$0.908 T3081062 - V3024081 = 0$$

$$0.908 T4081062 - V4024081 = 0$$

$$0.908 T5081062 - V5024081 = 0$$

$$V1062025 - 0.908 T1081062 = - 960.5$$

$$V2062025 - 0.908 T2081062 = - 1319.6$$

$$V3062025 - 0.908 T3081062 = - 2313.5$$

$$V4062025 - 0.908 T4081062 = - 2171.5$$

$$V5062025 - 0.908 T5081062 = - 1820.7$$

$$V1025082 - V1062025 - U1025 = 0$$

$$V2025082 - V2062025 - U1025 + D2025 = 0$$

$$V3025082 - V3062025 - U1025 + D2025 + D3025 = 0$$

$$V4025082 - V4062025 - U1025 + D2025 + D3025 + D4025 = 0$$

$$V5025082 - V5062025 - U1025 + D2025 + D3025 + D4025 + D5025 = 0$$

$$U1025 \leq 2500$$

$$U1025 + D2025 \leq 2500$$

$$U1025 + D2025 + D3025 \leq 2500$$

$$U1025 + D2025 + D3025 + D4025 \leq 2500$$

MII-2002-2-11

$$U1025 + D2025 + D3025 + D4025 + D5025 \leq 2500$$

$$U1025 + D2025 \geq 0$$

$$U1025 + D2025 + D3025 \geq 0$$

$$U1025 + D2025 + D3025 + D4025 \geq 0$$

$$U1025 + D2025 + D3025 + D4025 + D5025 \geq 0$$

$$V1082084 + 0.581 T1082085 + V1082083 - V1025082 = - 1870$$

$$V2082084 + 0.581 T2082085 + V2082083 - V2025082 = - 2569$$

$$V3082084 + 0.581 T3082085 + V3082083 - V3025082 = - 4503$$

$$V4082084 + 0.581 T4082085 + V4082083 - V4025082 = - 4227$$

$$V5082084 + 0.581 T5082085 + V5082083 - V5025082 = - 3544$$

$$- V1082084 = - 1325$$

$$- V2082084 = - 1820$$

$$- V3082084 = - 3191$$

$$- V4082084 = - 2995$$

$$- V5082084 = - 2511$$

$$V1083090 - V1082083 = -312.3$$

$$V2083090 - V2082083 = -429.1$$

$$V3083090 - V3082083 = -752.3$$

$$V4083090 - V4082083 = -706.1$$

$$V5083090 - V5082083 = -592.1$$

$$V1090026 - V1083090 - V1026090 = - 3751$$

$$V2090026 - V2083090 - V2026090 = - 5153$$

$$V3090026 - V3083090 - V3026090 = - 903.5$$

$$V4090026 - V4083090 - V4026090 = - 848.0$$

$$V5090026 - V5083090 - V5026090 = -711.0$$

$$V1026090 - V1090026 + U1026 = 0$$

$$V2026090 - V2090026 + U1026 + D2026 = 0$$

$$V3026090 - V3090026 + U1026 + D2026 + D3026 = 0$$

$$V4026090 - V4090026 + U1026 + D2026 + D3026 + D4026 = 0$$

$$V5026090 - V5090026 + U1026 + D2026 + D3026 + D4026 + D5026 = 0$$

$$U1026 = 1800$$

$$U1026 + D2026 \leq 1800$$

$$U1026 + D2026 + D3026 \leq 1800$$

$$U1026 + D2026 + D3026 + D4026 \leq 1800$$

$$U1026 + D2026 + D3026 + D4026 + D5026 \leq 1800$$

$$U1026 + D2026 \geq 0$$

MII-2002-2-11

$$\begin{aligned}U1026 + D2026 + D3026 &\geq 0 \\U1026 + D2026 + D3026 + D4026 &\geq 0 \\U1026 + D2026 + D3026 + D4026 + D5026 &\geq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V1085086 - 0.851 T1082085 &= - 58.1 \\V2085086 - 0.851 T2082085 &= - 79.9 \\V3085086 - 0.851 T3082085 &= - 140.0 \\V4085086 - 0.851 T4082085 &= - 131.4 \\V5085086 - 0.851 T5082085 &= - 110.2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V1086087 - V1085086 &= - 104.5 \\V2086087 - V2085086 &= - 143.6 \\V3086087 - V3085086 &= - 251.7 \\V4086087 - V4085086 &= - 236.2 \\V5086087 - V5085086 &= - 198.1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V1087088 - V1086087 &= - 69.1 \\V2087088 - V2086087 &= - 94.6 \\V3087088 - V3086087 &= - 166.3 \\V4087088 - V4086087 &= - 156.1 \\V5087088 - V5086087 &= - 130.9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V1088089 - V1087088 &= 0 \\V2088089 - V2087088 &= 0 \\V3088089 - V3087088 &= 0 \\V4088089 - V4087088 &= 0 \\V5088089 - V5087088 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V1089027 - V1027089 - V1088089 &= - 82.1 \\V2089027 - V2027089 - V2088089 &= - 112.8 \\V3089027 - V3027089 - V3088089 &= - 197.8 \\V4089027 - V4027089 - V4088089 &= - 185.7 \\V5089027 - V5027089 - V5088089 &= - 155.7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V1027089 - V1089027 + U1027 &= 0 \\V2027089 - V2089027 + U1027 + D2027 &= 0 \\V3027089 - V3089027 + U1027 + D2027 + D3027 &= 0 \\V4027089 - V4089027 + U1027 + D2027 + D3027 + D4027 &= 0 \\V5027089 - V5089027 + U1027 + D2027 + D3027 + D4027 + D5027 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U1027 &\leq 2000 \\U1027 + D2027 &\leq 2000 \\U1027 + D2027 + D3027 &\leq 2000 \\U1027 + D2027 + D3027 + D4027 &\leq 2000\end{aligned}$$

MII-2002-2-11

$$U1027 + D2027 + D3027 + D4027 + D5027 \leq 2000$$

$$U1027 + D2027 \geq 0$$

$$U1027 + D2027 + D3027 \geq 0$$

$$U1027 + D2027 + D3027 + D4027 \geq 0$$

$$U1027 + D2027 + D3027 + D4027 + D5027 \geq 0$$

$$V1091092 - V1075091 = -34.4$$

$$V2091092 - V2075091 = -47.3$$

$$V3091092 - V3075091 = -83.0$$

$$V4091092 - V4075091 = -77.9$$

$$V5091092 - V5075091 = -65.3$$

$$V1092093 - V1091092 = -4062$$

$$V2092093 - V2091092 = -5581$$

$$V3092093 - V3091092 = -9785$$

$$V4092093 - V4091092 = -9184$$

$$V5092093 - V5091092 = -7700$$

$$V1093094 - V1092093 = -2285$$

$$V2093094 - V2092093 = -3140$$

$$V3093094 - V3092093 = -5505$$

$$V4093094 - V4092093 = -5167$$

$$V5093094 - V5092093 = -4332$$

$$-V1093094 - V1095094 = -1759$$

$$-V2093094 - V2095094 = -2416$$

$$-V3093094 - V3095094 = -4236$$

$$-V4093094 - V4095094 = -3976$$

$$-V5093094 - V5095094 = -2370$$

$$V1095094 - V1096095 = -2236$$

$$V2095094 - V2096095 = -3072$$

$$V3095094 - V3096095 = -5385$$

$$V4095094 - V4096095 = -5054$$

$$V5095094 - V5096095 = -4238$$

$$V1096095 - V1015096 = -447$$

$$V2096095 - V2015096 = -614$$

$$V3096095 - V3015096 = -1077$$

$$V4096095 - V4015096 = -1011$$

$$V5096095 - V5015096 = -848$$

$$V1015096 - V1063015 - U1015 = 0$$

MII-2002-2-11

$$\begin{aligned}
V2015096 - V2063015 - U1015 + D2015 &= 0 \\
V3015096 - V3063015 - U1015 + D2015 + D3015 &= 0 \\
V4015096 - V4063015 - U1015 + D2015 + D3015 + D4015 &= 0 \\
V5015096 - V5063015 - U1015 + D2015 + D3015 + D4015 + D5015 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U1015 &\leq 5000 \\
U1015 + D2015 &\leq 5000 \\
U1015 + D2015 + D3015 &\leq 5000 \\
U1015 + D2015 + D3015 + D4015 &\leq 5000 \\
U1015 + D2015 + D3015 + D4015 + D5015 &\leq 5000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U1015 + D2015 &\geq 0 \\
U1015 + D2015 + D3015 &\geq 0 \\
U1015 + D2015 + D3015 + D4015 &\geq 0 \\
U1015 + D2015 + D3015 + D4015 + D5015 &\geq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1063015 - V1097063 &= -323.1 \\
V2063015 - V2097063 &= -443.9 \\
V3063015 - V3097063 &= -778.2 \\
V4063015 - V4097063 &= -730.5 \\
V5063015 - V5097063 &= -612.5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1097063 - V1098097 &= -178.4 \\
V2097063 - V2098097 &= -245.0 \\
V3097063 - V3098097 &= -429.6 \\
V4097063 - V4098097 &= -403.2 \\
V5097063 - V5098097 &= -338.1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1098097 - V1099098 &= 0 \\
V2098097 - V2099098 &= 0 \\
V3098097 - V3099098 &= 0 \\
V4098097 - V4099098 &= 0 \\
V5098097 - V5099098 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1099098 - V1100099 &= 0 \\
V2099098 - V2100099 &= 0 \\
V3099098 - V3100099 &= 0 \\
V4099098 - V4100099 &= 0 \\
V5099098 - V5100099 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1100099 - V1101100 &= 0 \\
V2100099 - V2101100 &= 0 \\
V3100099 - V3101100 &= 0 \\
V4100099 - V4101100 &= 0
\end{aligned}$$

MII-2002-2-11

$$V5100099 - V5101100 = 0$$

$$V1101100 - V1014101 = -189$$

$$V2101100 - V2014101 = -259$$

$$V3101100 - V3014101 = -455$$

$$V4101100 - V4014101 = -427$$

$$V5101100 - V5014101 = -358$$

$$V1014101 - V1013014 - U1014 = 0$$

$$V2014101 - V2013014 - U1014 + D2014 = 0$$

$$V3014101 - V3013014 - U1014 + D2014 + D3014 = 0$$

$$V4014101 - V4013014 - U1014 + D2014 + D3014 + D4014 = 0$$

$$V5014101 - V5013014 - U1014 + D2014 + D3014 + D4014 + D5014 = 0$$

$$U1014 \leq 1000$$

$$U1014 + D2014 \leq 1000$$

$$U1014 + D2014 + D3014 \leq 1000$$

$$U1014 + D2014 + D3014 + D4014 \leq 1000$$

$$U1014 + D2014 + D3014 + D4014 + D5014 \leq 1000$$

$$U1014 + D2014 \geq 0$$

$$U1014 + D2014 + D3014 \geq 0$$

$$U1014 + D2014 + D3014 + D4014 \geq 0$$

$$U1014 + D2014 + D3014 + D4014 + D5014 \geq 0$$

$$V1013014 - V1007013 = -8640$$

$$V2013014 - V2007013 = -8640$$

$$V3013014 - V3007013 = -8640$$

$$V4013014 - V4007013 = -8640$$

$$V5013014 - V5007013 = -8640$$

$$V1007013 + V1007012 - V1008007 \leq 20532$$

$$V2007013 + V2007012 - V2008007 \leq 20532$$

$$V3007013 + V3007012 - V3008007 \leq 20532$$

$$V4007013 + V4007012 - V4008007 \leq 20532$$

$$V5007013 + V5007012 - V5008007 \leq 20532$$

$$V1008007 \leq 20584$$

$$V2008007 \leq 20584$$

$$V3008007 \leq 20584$$

$$V4008007 \leq 20584$$

$$V5008007 \leq 20584$$

$$V1102103 - V1077102 = -1013$$

MII-2002-2-11

V2102103 - V2077102 = -1392
V3102103 - V3077102 = -2441
V4102103 - V4077102 = -2291
V5102103 - V5077102 = -1921

V1103104 - V1102103 = -492
V2103104 - V2102103 = -676
V3103104 - V3102103 = -1185
V4103104 - V4102103 = -1112
V5103104 - V5102103 = -932

V1104105 - V1103104 = -1131
V2104105 - V2103104 = -1554
V3104105 - V3103104 = -2724
V4104105 - V4103104 = -2557
V5104105 - V5103104 = -2144

V1105108 - V1104105 = -4284
V2105108 - V2104105 = -5886
V3105108 - V3104105 = -10319
V4105108 - V4104105 = -9686
V5105108 - V5104105 = -8121

V1108109 - V1105108 = -1909
V2108109 - V2105108 = -2623
V3108109 - V3105108 = -4599
V4108109 - V4105108 = -4317
V5108109 - V5105108 = -3619

V1109110 - V1108109 = -333
V2109110 - V2108109 = -457
V3109110 - V3108109 = -802
V4109110 - V4108109 = -753
V5109110 - V5108109 = -631

V1110064 - V1109110 = -692
V2110064 - V2109110 = -951
V3110064 - V3109110 = -1667
V4110064 - V4109110 = -1565
V5110064 - V5109110 = -1312

V1106107 - V1077106 = 0
V2106107 - V2077106 = 0
V3106107 - V3077106 = 0

MII-2002-2-11

$$V4106107 - V4077106 = 0$$

$$V5106107 - V5077106 = 0$$

$$V1107064 - V1106107 = 0$$

$$V2107064 - V2106107 = 0$$

$$V3107064 - V3106107 = 0$$

$$V4107064 - V4106107 = 0$$

$$V5107064 - V5106107 = 0$$

$$V1064018 - V1110064 - V1107064 = -8441$$

$$V2064018 - V2110064 - V2107064 = -11597$$

$$V3064018 - V3110064 - V3107064 = -20331$$

$$V4064018 - V4110064 - V4107064 = -19083$$

$$V5064018 - V5110064 - V5107064 = -16001$$

$$V1018111 - V1064018 - U1018 = 0$$

$$V2018111 - V2064018 - U1018 + D2018 = 0$$

$$V3018111 - V3064018 - U1018 + D2018 + D3018 = 0$$

$$V4018111 - V4064018 - U1018 + D2018 + D3018 + D4018 = 0$$

$$V5018111 - V5064018 - U1018 + D2018 + D3018 + D4018 + D5018 = 0$$

$$U1018 \leq 1900$$

$$U1018 + D2018 \leq 1900$$

$$U1018 + D2018 + D3018 \leq 1900$$

$$U1018 + D2018 + D3018 + D4018 \leq 1900$$

$$U1018 + D2018 + D3018 + D4018 + D5018 \leq 1900$$

$$U1018 + D2018 \geq 0$$

$$U1018 + D2018 + D3018 \geq 0$$

$$U1018 + D2018 + D3018 + D4018 \geq 0$$

$$U1018 + D2018 + D3018 + D4018 + D5018 \geq 0$$

$$0.917 T1111065 - V1018111 = 0$$

$$0.917 T2111065 - V2018111 = 0$$

$$0.917 T3111065 - V3018111 = 0$$

$$0.917 T4111065 - V4018111 = 0$$

$$0.917 T5111065 - V5018111 = 0$$

$$V1065017 - 0.917 T1111065 = -5344$$

$$V2065017 - 0.917 T2111065 = -7342$$

$$V3065017 - 0.917 T3111065 = -12875$$

$$V4065017 - 0.917 T4111065 = -12082$$

$$V5065017 - 0.917 T5111065 = -10130$$

MII-2002-2-11

$$\begin{aligned}
V1017112 - V1065017 - U1017 &= 0 \\
V2017112 - V2065017 - U1017 + D2017 &= 0 \\
V3017112 - V3065017 - U1017 + D2017 + D3017 &= 0 \\
V4017112 - V4065017 - U1017 + D2017 + D3017 + D4017 &= 0 \\
V5017112 - V5065017 - U1017 + D2017 + D3017 + D4017 + D5017 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U1017 &\leq 750 \\
U1017 + D2017 &\leq 750 \\
U1017 + D2017 + D3017 &\leq 750 \\
U1017 + D2017 + D3017 + D4017 &\leq 750 \\
U1017 + D2017 + D3017 + D4017 + D5017 &\leq 750
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U1017 + D2017 &\geq 0 \\
U1017 + D2017 + D3017 &\geq 0 \\
U1017 + D2017 + D3017 + D4017 &\geq 0 \\
U1017 + D2017 + D3017 + D4017 + D5017 &\geq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0.521 T1112066 - V1017112 &= 0 \\
0.521 T2112066 - V2017112 &= 0 \\
0.521 T3112066 - V3017112 &= 0 \\
0.521 T4112066 - V4017112 &= 0 \\
0.521 T5112066 - V5017112 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1066016 - 0.521 T1112066 - V1016066 &= -3570 \\
V2066016 - 0.521 T2112066 - V2016066 &= -4905 \\
V3066016 - 0.521 T3112066 - V3016066 &= -860.0 \\
V4066016 - 0.521 T4112066 - V4016066 &= -807.2 \\
V5066016 - 0.521 T5112066 - V5016066 &= -676.8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V1016066 - V1066016 + U1016 &= 0 \\
V2016066 - V2066016 + U1016 + D2016 &= 0 \\
V3016066 - V3066016 + U1016 + D2016 + D3016 &= 0 \\
V4016066 - V4066016 + U1016 + D2016 + D3016 + D4016 &= 0 \\
V5016066 - V5066016 + U1016 + D2016 + D3016 + D4016 + D5016 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U1016 &\leq 660 \\
U1016 + D2016 &\leq 660 \\
U1016 + D2016 + D3016 &\leq 660 \\
U1016 + D2016 + D3016 + D4016 &\leq 660 \\
U1016 + D2016 + D3016 + D4016 + D5016 &\leq 660
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U1016 + D2016 &\geq 0 \\
U1016 + D2016 + D3016 &\geq 0 \\
U1016 + D2016 + D3016 + D4016 &\geq 0
\end{aligned}$$

MII-2002-2-11

$$U1016 + D2016 + D3016 + D4016 + D5016 \geq 0$$

Restricciones de flujo Máximo

$$V1012021 \leq 144000$$

$$V2012021 \leq 144000$$

$$V3012021 \leq 144000$$

$$V4012021 \leq 144000$$

$$V5012021 \leq 144000$$

$$V1021071 \leq 13970$$

$$V2021071 \leq 13970$$

$$V3021071 \leq 13970$$

$$V4021071 \leq 13970$$

$$V5021071 \leq 13970$$

$$0.253 T1071058 \leq 21020$$

$$0.253 T2071058 \leq 21020$$

$$0.253 T3071058 \leq 21020$$

$$0.253 T4071058 \leq 21020$$

$$0.253 T5071058 \leq 21020$$

$$V1020058 + V1058020 \leq 10510$$

$$V2020058 + V2058020 \leq 10510$$

$$V3020058 + V3058020 \leq 10510$$

$$V4020058 + V4058020 \leq 10510$$

$$V5020058 + V5058020 \leq 10510$$

$$0.235 T1071059 \leq 9940$$

$$0.235 T2071059 \leq 9940$$

$$0.235 T3071059 \leq 9940$$

$$0.235 T4071059 \leq 9940$$

$$0.235 T5071059 \leq 9940$$

$$V1019059 + V1059019 \leq 10510$$

$$V2019059 + V2059019 \leq 10510$$

$$V3019059 + V3059019 \leq 10510$$

$$V4019059 + V4059019 \leq 10510$$

$$V5019059 + V5059019 \leq 10510$$

$$V1021070 \leq 39510$$

$$V2021070 \leq 39510$$

$$V3021070 \leq 39510$$

$$V4021070 \leq 39510$$

MII-2002-2-11

V5021070 <= 39510

V1070069 <= 30260

V2070069 <= 30260

V3070069 <= 30260

V4070069 <= 30260

V5070069 <= 30260

V1069068 <= 18070

V2069068 <= 18070

V3069068 <= 18070

V4069068 <= 18070

V5069068 <= 18070

V1068067 <= 14710

V2068067 <= 14710

V3068067 <= 14710

V4068067 <= 14710

V5068067 <= 14710

V1461021 <= 168330

V2461021 <= 168330

V3461021 <= 168330

V4461021 <= 168330

V5461021 <= 168330

V1021072 <= 543170

V2021072 <= 543170

V3021072 <= 543170

V4021072 <= 543170

V5021072 <= 543170

V1072073 <= 543170

V2072073 <= 543170

V3072073 <= 543170

V4072073 <= 543170

V5072073 <= 543170

V1073076 <= 285740

V2073076 <= 285740

V3073076 <= 285740

V4073076 <= 285740

V5073076 <= 285740

MII-2002-2-11

V1073074 <= 150590
V2073074 <= 150590
V3073074 <= 150590
V4073074 <= 150590
V5073074 <= 150590

V1074076 <= 141580
V2074076 <= 141580
V3074076 <= 141580
V4074076 <= 141580
V5074076 <= 141580

V1073075 <= 85320
V2073075 <= 85320
V3073075 <= 85320
V4073075 <= 85320
V5073075 <= 85320

V1076077 <= 426040
V2076077 <= 426040
V3076077 <= 426040
V4076077 <= 426040
V5076077 <= 426040

V1077078 <= 214950
V2077078 <= 214950
V3077078 <= 214950
V4077078 <= 214950
V5077078 <= 214950

V1078079 <= 214950
V2078079 <= 214950
V3078079 <= 214950
V4078079 <= 214950
V5078079 <= 214950

V1022079 + V1079022 <= 328347
V2022079 + V2079022 <= 328347
V3022079 + V3079022 <= 328347
V4022079 + V4079022 <= 328347
V5022079 + V5079022 <= 328347

1.278 T1079060 <= 350160
1.278 T2079060 <= 350160

MII-2002-2-11

1.278 T3079060 <= 350160

1.278 T4079060 <= 350160

1.278 T5079060 <= 350160

V1060023 <= 65670

V2060023 <= 65670

V3060023 <= 65670

V4060023 <= 65670

V5060023 <= 65670

1.204 T1023080 <= 26142

1.204 T2023080 <= 26142

1.204 T3023080 <= 26142

1.204 T4023080 <= 26142

1.204 T5023080 <= 26142

V1080061 <= 130710

V2080061 <= 130710

V3080061 <= 130710

V4080061 <= 130710

V5080061 <= 130710

V1061024 <= 42030

V2061024 <= 42030

V3061024 <= 42030

V4061024 <= 42030

V5061024 <= 42030

V1024081 <= 83640

V2024081 <= 83640

V3024081 <= 83640

V4024081 <= 83640

V5024081 <= 83640

0.908 T1081062 <= 167140

0.908 T2081062 <= 167140

0.908 T3081062 <= 167140

0.908 T4081062 <= 167140

0.908 T5081062 <= 167140

V1062025 <= 42030

V2062025 <= 42030

V3062025 <= 42030

V4062025 <= 42030

MII-2002-2-11

 $V5062025 \leq 42030$ $V1025082 \leq 101430$ $V2025082 \leq 101430$ $V3025082 \leq 101430$ $V4025082 \leq 101430$ $V5025082 \leq 101430$ $V1082084 \leq 16440$ $V2082084 \leq 16440$ $V3082084 \leq 16440$ $V4082084 \leq 16440$ $V5082084 \leq 16440$ $V1082083 \leq 229100$ $V2082083 \leq 229100$ $V3082083 \leq 229100$ $V4082083 \leq 229100$ $V5082083 \leq 229100$ $V1090083 + V1083090 \leq 25870$ $V2090083 + V2083090 \leq 25870$ $V3090083 + V3083090 \leq 25870$ $V4090083 + V4083090 \leq 25870$ $V5090083 + V5083090 \leq 25870$ $V1090026 + V1026090 \leq 62410$ $V2090026 + V2026090 \leq 62410$ $V3090026 + V3026090 \leq 62410$ $V4090026 + V4026090 \leq 62410$ $V5090026 + V5026090 \leq 62410$ $0.581 T1082085 \leq 78130$ $0.581 T2082085 \leq 78130$ $0.581 T3082085 \leq 78130$ $0.581 T4082085 \leq 78130$ $0.581 T5082085 \leq 78130$ $V1085086 \leq 31940$ $V2085086 \leq 31940$ $V3085086 \leq 31940$ $V4085086 \leq 31940$ $V5085086 \leq 31940$

MII-2002-2-11

V1086087 <= 18910
V2086087 <= 18910
V3086087 <= 18910
V4086087 <= 18910
V5086087 <= 18910

V1087088 <= 10090
V2087088 <= 10090
V3087088 <= 10090
V4087088 <= 10090
V5087088 <= 10090

V1088089 <= 10090
V2088089 <= 10090
V3088089 <= 10090
V4088089 <= 10090
V5088089 <= 10090

V1027089 + V1089027 <= 130710
V2027089 + V2089027 <= 130710
V3027089 + V3089027 <= 130710
V4027089 + V4089027 <= 130710
V5027089 + V5089027 <= 130710

V1075091 <= 83180
V2075091 <= 83180
V3075091 <= 83180
V4075091 <= 83180
V5075091 <= 83180

V1091092 <= 78750
V2091092 <= 78750
V3091092 <= 78750
V4091092 <= 78750
V5091092 <= 78750

V1092093 <= 28250
V2092093 <= 28250
V3092093 <= 28250
V4092093 <= 28250
V5092093 <= 28250

V1093094 <= 53901.48
V2093094 <= 53901.48

MII-2002-2-11

V3093094 <= 53901.48

V4093094 <= 53901.48

V5093094 <= 53901.48

V1095094 <= 21750

V2095094 <= 21750

V3095094 <= 21750

V4095094 <= 21750

V5095094 <= 21750

V1096095 <= 49620

V2096095 <= 49620

V3096095 <= 49620

V4096095 <= 49620

V5096095 <= 49620

V1015096 <= 55160

V2015096 <= 55160

V3015096 <= 55160

V4015096 <= 55160

V5015096 <= 55160

V1063015 <= 12608500

V2063015 <= 12608500

V3063015 <= 12608500

V4063015 <= 12608500

V5063015 <= 12608500

V1097063 <= 28020

V2097063 <= 28020

V3097063 <= 28020

V4097063 <= 28020

V5097063 <= 28020

V1098097 <= 50200

V2098097 <= 50200

V3098097 <= 50200

V4098097 <= 50200

V5098097 <= 50200

V1099098 <= 100400

V2099098 <= 100400

V3099098 <= 100400

V4099098 <= 100400

MII-2002-2-11

V5099098 <= 100400

V1100099 <= 50120

V2100099 <= 50120

V3100099 <= 50120

V4100099 <= 50120

V5100099 <= 50120

V1101100 <= 50120

V2101100 <= 50120

V3101100 <= 50120

V4101100 <= 50120

V5101100 <= 50120

V1014101 <= 52540

V2014101 <= 52540

V3014101 <= 52540

V4014101 <= 52540

V5014101 <= 52540

V1013014 <= 86400

V2013014 <= 86400

V3013014 <= 86400

V4013014 <= 86400

V5013014 <= 86400

V1077102 <= 122300

V2077102 <= 122300

V3077102 <= 122300

V4077102 <= 122300

V5077102 <= 122300

V1102103 <= 109690

V2102103 <= 109690

V3102103 <= 109690

V4102103 <= 109690

V5102103 <= 109690

V1103104 <= 103810

V2103104 <= 103810

V3103104 <= 103810

V4103104 <= 103810

V5103104 <= 103810

MII-2002-2-11

V1104105 <= 89520
V2104105 <= 89520
V3104105 <= 89520
V4104105 <= 89520
V5104105 <= 89520

V1105108 <= 36560
V2105108 <= 36560
V3105108 <= 36560
V4105108 <= 36560
V5105108 <= 36560

V1108109 <= 12610
V2108109 <= 12610
V3108109 <= 12610
V4108109 <= 12610
V5108109 <= 12610

V1109110 <= 8410
V2109110 <= 8410
V3109110 <= 8410
V4109110 <= 8410
V5109110 <= 8410

V1110064 <= 9246.258
V2110064 <= 9246.258
V3110064 <= 9246.258
V4110064 <= 9246.258
V5110064 <= 9246.258

V1077106 <= 373550
V2077106 <= 373550
V3077106 <= 373550
V4077106 <= 373550
V5077106 <= 373550

V1106107 <= 73550
V2106107 <= 73550
V3106107 <= 73550
V4106107 <= 73550
V5106107 <= 73550

V1107064 <= 73550
V2107064 <= 73550

MII-2002-2-11

V3107064 <= 73550

V4107064 <= 73550

V5107064 <= 73550

V1064018 <= 46650

V2064018 <= 46650

V3064018 <= 46650

V4064018 <= 46650

V5064018 <= 46650

V1018111 <= 42030

V2018111 <= 42030

V3018111 <= 42030

V4018111 <= 42030

V5018111 <= 42030

0.917 T1111065 <= 93300

0.917 T2111065 <= 93300

0.917 T3111065 <= 93300

0.917 T4111065 <= 93300

0.917 T5111065 <= 93300

V1065017 <= 42030

V2065017 <= 42030

V3065017 <= 42030

V4065017 <= 42030

V5065017 <= 42030

V1017112 <= 31010

V2017112 <= 31010

V3017112 <= 31010

V4017112 <= 31010

V5017112 <= 31010

0.521 T1112066 <= 62020

0.521 T2112066 <= 62020

0.521 T3112066 <= 62020

0.521 T4112066 <= 62020

0.521 T5112066 <= 62020

V1016066 + V1066016 <= 18680

V2016066 + V2066016 <= 18680

V3016066 + V3066016 <= 18680

V4016066 + V4066016 <= 18680

MII-2002-2-11

V5016066 + V5066016 <= 18680

END

FREE D2020
FREE D3020
FREE D4020
FREE D5020

FREE D2021
FREE D3021
FREE D4021
FREE D5021

FREE D2019
FREE D3019
FREE D4019
FREE D5019

FREE D2022
FREE D3022
FREE D4022
FREE D5022

FREE D2023
FREE D3023
FREE D4023
FREE D5023

FREE D2024
FREE D3024
FREE D4024
FREE D5024

FREE D2025
FREE D3025
FREE D4025
FREE D5025

FREE D2026
FREE D3026
FREE D4026
FREE D5026

MII-2002-2-11

FREE D2027
FREE D3027
FREE D4027
FREE D5027

FREE D2015
FREE D3015
FREE D4015
FREE D5015

FREE D2014
FREE D3014
FREE D4014
FREE D5014

FREE D2018
FREE D3018
FREE D4018
FREE D5018

FREE D2017
FREE D3017
FREE D4017
FREE D5017

FREE D2016
FREE D3016
FREE D4016
FREE D5016

MII-2002-2-11

Anexo 5. Formulación en Lindo