

**MODELO SEMI-MECANÍSTICO DE UN PROCESO DE
DESHIDRATACIÓN OSMÓTICA**

Carlos Andrés Collazos Morales

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRÓNICA
BOGOTÁ, D.C.
2005**

TRABAJO DE GRADO

**Requisito para optar al título de Magíster en Ingeniería Electrónica y
Computadores**

Elaborado por

Carlos Andrés Collazos Morales

Asesor

Prof. Alain Gauthier S., Dr., Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

Nota de Aceptación

Asesor

Jurado

Jurado

Dedicatoria

A mis padres y hermanos

Agradecimientos

Al profesor Alain Gauthier, por toda la colaboración prestada durante el desarrollo del trabajo de grado y la maestría.

A la Universidad de la Sabana y a su Facultad de Ingeniería; por el apoyo y financiación del proyecto.

A la Dra. Gloria González por la información suministrada y los aportes acerca del proceso.

A todos aquellos que de una u otra manera colaboraron en la realización de este trabajo.

INDICE

RESUMEN	11
INTRODUCCIÓN	12
1. METODOS Y ALGORITMOS	13
1.1 Modelamiento de sistemas dinámicos, visión general.....	13
1.2 Principales Tipos de Modelos.....	14
1.2.1 Modelo en Espacio de Estado.....	14
1.2.2 Modelos Entrada-Salida.....	14
1.2.3 Modelo Semi-Mecanístico (Híbrido de clásico y difuso).....	14
1.2.4 Modelos difusos.....	15
1.2.4.1 Modelo Takagi-Sugeno, <i>T-S</i>	15
1.2.4.2 Algoritmo Gustafson-Kessel, <i>G-K</i> , Basado en <i>C-means</i>	17
1.2.4.3 Construcción de Modelos Difusos <i>T-S</i> a partir de Particiones.....	19
2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO	24
2.1 Mecanismos de transferencia.....	24
2.2 Deshidratación osmótica a presión atmosférica y temperatura ambiente.....	25
2.3 Planta Deshidratadora.....	26
2.4 Variables que rigen el proceso.....	28
2.4.1 Variables del alimento.....	28
2.4.2 Condiciones Experimentales del alimento.....	28
2.4.3 Variables de la solución osmótica.....	28
2.4.4 Condiciones Experimentales de la solución osmótica.....	29
2.4.5 Variables del proceso.....	29
2.4.6 Condiciones experimentales del proceso.....	30
2.4.7 Experimentos en Régimen Fed-Batch.....	30
3. MODELO CLÁSICO	31
3.1 Cálculo de parámetro $[C]_k$ y constantes cinéticas.....	32
3.2 Nomenclatura.....	34
4. MODELO SEMI-MECANÍSTICO	35
4.1. Cálculo de <i>B</i> y el parámetro $[C]_k$ mediante un Modelo <i>T-S</i>	37

5. COMPARACION DE MODELOS	42
CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	45
ANEXOS	46
BIBLIOGRAFÍA	54

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Procedimiento de modelaje de sistemas	13
Figura 1.2 Aproximación lineal de $f(x)$ con tres reglas difusas afines T - S	17
Figura 1.3 valores propios λ y vectores propios asociados ϕ	20
Figura 1.4 Aproximación de una función paramétrica por datos proyectados	22
Figura 2.1 Proceso de Transferencia de materia según ley de Fick.....	25
Figura 2.2 Proceso de Transferencia de materia entre solución osmótica y el alimento.....	26
Figura 2.3. Diagrama -Planta Deshidratadora,	27
Figura 2.4. Perfiles Típicos en régimen Batch del proceso de Deshidratación.....	27
Figura 3.1 Datos Experimentales y Cálculo de $[C]_k$ para modelo clásico, en Experimento1.....	33
Figura 3.2 Datos Experimentales y Cálculo de $[C]_k$ para modelo clásico, en Experimento 2.....	33
Figura 4.1 Estructura de Modelo Semi-Mecanístico.....	35
Figura 4.2 Datos de $[X^s]$ y $[Y^s]$ de identificación del modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecanístico, experimento 1.....	36
Figura 4.3 Datos de $[X^s]$ y $[Y^s]$ de identificación del modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecanístico, experimento 2.....	36
Figura 4.4 Validación del modelo T - S que define a $[C]_k$ para modelo semi-mecanístico, experimento 1.....	37
Figura 4.5 Funciones de pertenencia $[X^s]$ modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecanístico, obtenidas por algoritmo G - K , experimento	38
Figura 4.6 Funciones de pertenencia $[Y^s]$, modelo T - S para el pronóstico $[C]_k$ en el modelo semi-mecanístico, obtenidas por algoritmo G - K , experimento 1.....	38
Figura 4.7 Validación del modelo T - S para la predicción de $[C]_k$ para modelo semi- mecanístico, experimento 2.....	39

Figura 4.8 funciones de pertenencia $[X^s]$, modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, obtenidas por algoritmo G - K , experimento 2.....39

Figura 4.9 funciones de pertenencia $[Y^s]$, modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, obtenidas por algoritmo G - K , experimento 2.....40

Figura 5.1 Comparación de Modelos y Datos, Experimento 1, líneas en azul: Datos experimentales42

Figura 5.2 Comparación de Modelos y Datos, Experimento 2; líneas en azul: Datos experimentales.....43

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1 Constantes Cinéticas de Experimento 1 y 2.....	32
Tabla 4.1 Constantes Cinéticas de Experimento 1 y 2 para validación del modelo semi-mecanístico.....	37
Tabla 4.2 Validación de modelos T - S que predicen $[C]_k$ para experimento1 y 2.....	40
Tabla 5.1. Validación de modelos clásico y semi-mecanístico para experimento1.....	43
Tabla 5.2 Validación de modelos clásico y semi-mecanístico para experimento2.....	43

RESUMEN

El modelamiento matemático es esencial para el análisis, diseño, control y optimización de procesos en ingeniería. Este artículo presenta el modelo clásico y semi-mecanístico (híbrido de modelo clásico y Difuso) de un proceso de Deshidratación osmótica de Piña.

El modelo clásico es definido en estructura por las ecuaciones de balance en masa y el cálculo de un parámetro cinético por medio de datos y el conocimiento a priori que se tiene del proceso. El modelo semi-mecanístico por su parte también se encuentra definido en estructura por las ecuaciones de balance en masa, pero incorpora para la identificación del parámetro cinético un modelo difuso Takagi-Sugeno obtenido mediante clasificación de datos por el algoritmo Gustafson-Kessel. Se hacen comparaciones entre las metodologías de modelamiento usadas con validaciones sobre los dos modelos. A manera de conclusión se resalta la importancia y uso que pueden tener los modelos.

Palabras Claves

semi-mecanístico, difuso, clásico, clasificación, identificación ,deshidratación

INTRODUCCIÓN

El modelamiento es fundamental para el análisis, diseño, control y optimización de procesos en ingeniería. Un modelo matemático es útil en la medida que es una estructura que asemeja el comportamiento de un proceso para determinada zona de operación.

En sistemas complejos tales como los procesos que se llevan a nivel ingeniería, el modelamiento puede ser abordado mediante dos metodologías: La primera es una metodología de modelamiento clásico y enfoca el estudio del proceso mediante los principios fundamentales como los Teoremas de Conservación de Masa, Energía y Momento. Este tipo de modelo en estructura se representa mediante ecuaciones diferenciales o de diferencia, las cuales están definidas mediante las variables de estado, constantes y parámetros. Particularmente las variables, constantes y parámetros se definen mediante el conocimiento a priori que se tiene del proceso y datos experimentales. La segunda metodología es el modelamiento semi-mecanístico, la cual en estructura es parcialmente similar al modelamiento clásico. La diferencia radica en que la identificación de los parámetros se hace con aproximaciones mediante el uso de técnicas Soft-Computing (Modelos difusos, Redes Neuronales y ANFIS). Este último método ha mostrado un uso creciente dentro de los procesos químicos y bioquímicos donde existen expresiones parcialmente conocidas como los parámetros cinéticos, los cuales involucran el manejo de modelos altamente empíricos y válidos únicamente para determinadas condiciones o circunstancias en el proceso. Para tal efecto el método de modelo semi-mecanístico propone modelar los principios bien entendidos mediante modelos clásicos en conexión con modelos obtenidos por técnicas Soft-Computing para el caso de las relaciones parcialmente conocidas.

Como aplicación de modelamiento clásico y semi-mecanístico el proceso de deshidratación osmótica de piña ha sido modelado mediante estos dos métodos. El artículo está organizado así: El capítulo 1 presenta los métodos y algoritmos empleados en este trabajo. El capítulo 2 describe el proceso estudiado, las condiciones experimentales del proceso, experimentos y la planta deshidratadora. El capítulo 3 presenta el modelo clásico. El capítulo 4 plantea el modelo semi-mecanístico. El capítulo 5 compara resultados de el modelamiento semi-mecanístico y clásico. Finalmente se concluye el artículo señalando la importancia de los modelos obtenidos.

1. METODOS Y ALGORITMOS

1.1 Modelamiento de sistemas dinámicos, visión general

La descripción matemática de un proceso físico o químico la constituye un modelo. El procedimiento para determinar un modelo de un sistema dinámico a partir de observaciones experimentales involucra las siguientes etapas (figura 1.1):

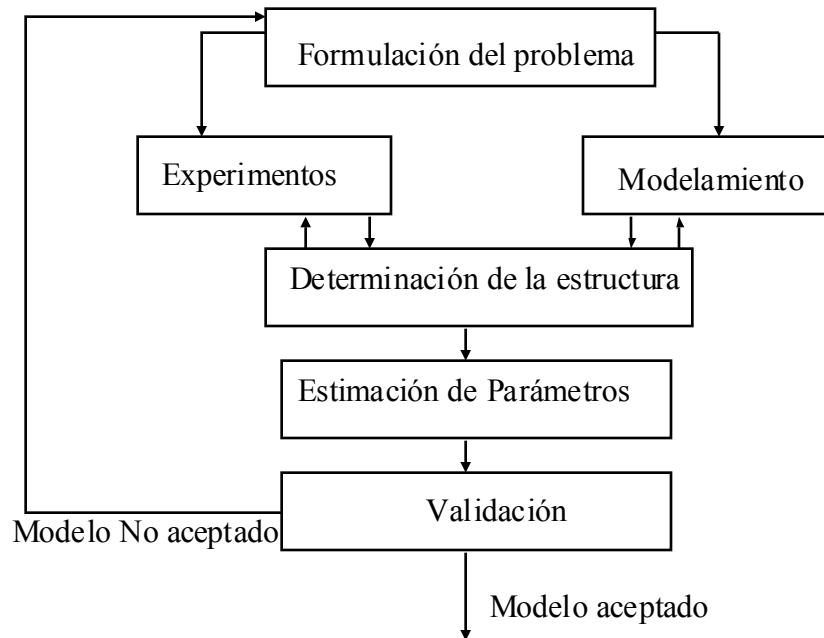


Figura 1.1 Procedimiento de modelaje de sistemas

1. Seleccionar una clase general de modelos: Una clasificación general de modelos permite distinguir según las características del proceso en difuso, clásico, semi-mecanístico, lineales o no lineales, estacionarios (estáticos) o no estacionarios (dinámicos), continuos o discretos, monovariantes o multivariantes
2. Definir o estimar los parámetros y constantes del modelo: Puede plantearse como un problema de optimización donde el mejor modelo es aquel que se ajusta a los datos de acuerdo a un principio especificado. Un principio bastante utilizado es el de mínimos cuadrados que se basa en que los parámetros y constantes desconocidas son elegidos de manera que la suma de los cuadrados de la diferencia entre los valores reales observados y los valores calculados por el modelo sea mínima
3. Validar el mejor modelo: Una vez se ha definido el modelo en estructura parámetros y constantes es necesario verificar el ajuste del modelo con otro conjunto de datos tomados bajo las mismas condiciones experimentales. Entre los métodos más utilizados están criterios estadísticos como la raíz del error cuadrático medio y la varianza

1.2 Principales Tipos de Modelos

A continuación se ha una revisión general a los principales tipos de modelos a emplear en este trabajo:

1.2.1 Modelo en Espacio de Estado

Los modelos espacio de estado usan una función de transición de estado que relaciona el estado actual y la entrada actual del sistema dinámico en el cambio del estado (derivativo, caso de tiempo continuo), o en el estado del próximo instante de muestreo (caso de tiempo discreto). La representación de estado puede llevarse mediante ecuaciones diferenciales o diferencia según el caso. Una representación general en forma discreta es de la forma:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= f(X(k), U(k)) \\ Y(k) &= g(X(k)) \end{aligned} \quad (1.1)$$

La representación en espacio de estado es apropiada cuando el conocimiento a priori permite determinar las variables de estado involucradas en el proceso. En el capítulo 3 se hace una descripción detallada en términos de las ecuaciones de diferencia del modelo clásico del proceso de deshidratación osmótica.

1.2 Modelos Entrada-Salida

La representación entrada-salida es aplicada frecuentemente para construir modelos. La estructura más común es el modelo NARX (Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input), el cual puede representar los modos observables y controlables de una gran variedad de sistemas no lineales de tiempo discreto. El modelo NARX establece una relación entre la recopilación de datos pasados entrada-salida y las salidas predecidas

$$y(k+1) = F(y(k), \dots, y(k-n_y+1), u(k), \dots, u(k-n_u+1)) \quad (1.2)$$

donde k denota muestras en tiempo discreto, n_y y n_u son enteros relacionados con el orden y retrasos de entrada (dinámica del sistema). El modelo NARX puede representar sistemas MISO directamente y sistemas MIMO en una forma descompuesta como un conjunto acoplado de modelo MISO. La estructura anteriormente descrita de los modelos entrada y salida hace posible que sea extendibles estos conceptos al modelamiento difuso. En el capítulo 4 se hace una descripción detallada de un modelo difuso Takagi-Sugeno estático de dos entradas una salida, el cual es utilizado como predictor numérico de un parámetro cinético dentro del modelo semi-mecánico del proceso de deshidratación osmótica.

1.2.3 Modelo Semi-Mecánico (Híbrido de clásico y difuso)

En sistemas, tales como los procesos químicos y bioquímicos, el modelamiento puede ser abordado por dos métodos de modelamiento. El modelamiento basado en mecanismos bien entendidos, por ejp, balances de masa y energía y la aproximación de relaciones

parcialmente conocidas tales como relaciones específicas de cinética. La última tarea involucra a menudo el uso de modelos empíricos, válidos bajo ciertas condiciones experimentales del proceso. Estos modelos pueden ser muy inexactos si las suposiciones no se cumplen o si el proceso sólo se conoce parcialmente. Para tal efecto, el modelo basado en los principios bien entendidos es representado por ecuaciones diferenciales o de diferencia que puede combinarse con un modelo difuso, anfis o red neuronal los cuales ayudan a representar las relaciones desconocidas. El capítulo 4 presenta el modelo semi-mecanístico detallado del proceso de deshidratación estudiado en este trabajo. [2]

1.2.4 Modelos difusos

L. Zadeh fue quien utilizó los conjuntos difusos para efectos de modelamiento. Esto originó nuevas metodologías que permiten hacer aproximaciones para describir el comportamiento de sistemas altamente complejos en donde el uso de las técnicas convencionales no son aplicables. El modelamiento difuso de sistemas permite reconocer una primera categoría de modelos llamados lingüísticos (Mamdani) [2] los cuales están formados por un set de reglas del tipo SI-ENTONCES con antecedentes y consecuentes difusos asociados a términos lingüísticos mediante el uso del razonamiento difuso. Para este caso el modelo difuso es una representación cualitativa del sistema. La segunda categoría de modelos difusos está basada en el método de razonamiento de Takagi-Sugeno, T-S [2]. Este tipo de modelos se conforma por reglas lógicas que tienen antecedente difuso con consecuente funcional concreto. Los modelos T-S reúnen las características de los modelos lingüísticos para representar el conocimiento cualitativo así como también expresan información cuantitativa. Dentro del ámbito de los modelos Takagi-Sugeno los modelos están definidos mediante funciones de pertenencia y reglas encontradas usando los datos de entrada y salida del sistema con algoritmos de clasificación de datos. Por la importancia que tiene el modelamiento difuso dentro de un modelo semi-mecanístico se hace una revisión general del modelo Takagi-Sugeno y el algoritmo de clasificación Gustafson-Kessel.

1.2.4.1 Modelo Takagi-Sugeno, T-S

El modelo T-S es un modelo difuso que consta de reglas R_i de la siguiente forma [2], [9]:

$$R_i: \text{Si } x \text{ es } A_i \text{ entonces } Y_i = \mathbf{a}_i^T x + b_i; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1.3)$$

Donde x es el vector de entrada, A_i es el conjunto difuso (multidimensional), Y_i es la salida de la i -ésima regla, \mathbf{a}_i es un vector paramétrico y b_i es el desplazamiento escalar, es decir el antecedente es planteado mediante reglas difusas, en tanto que el consecuente es una combinación lineal de las variables del antecedente. Por lo tanto las entradas x que son A_i se representa como una combinación de proposiciones monodimensionales definidas por cada componente del vector de entrada x .

$$R_i: \text{Si } x_1 \text{ es } A_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } x_p \text{ es } A_{ip} \text{ entonces } Y_i = \mathbf{a}_i^T x + b_i; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1.4)$$

En la i -ésima regla, las p variables $x_1 \dots x_p$ que forman el antecedente se encuentran relacionadas a conjuntos difusos $A_1 \dots A_p$, mientras Y_i es una función en donde participan

las variables del antecedente. La anterior característica permite su aplicación en sistemas dinámicos y estáticos MIMO (multientrada-multisalida).

La salida global del modelo se obtiene por agregación de reglas y desfuzificación, según métodos tradicionales [1][2][11]. Para determinar la inferencia del modelo T-S primero debe tenerse en cuenta el grado de cumplimiento del antecedente $\beta_i(\mathbf{x})$, el cual es calculado como el grado de pertenencia de \mathbf{x} en el conjunto difuso A_i : $\beta_i = \mu_{A_i}(\mathbf{x})$. Para reglas con conjuntos difusos MIMO el grado de cumplimiento del antecedente se calcula mediante combinaciones de grados de pertenencia de las proposiciones individuales usando conectivos lógicos como la T-norma, en donde el grado de cumplimiento $\beta_i(\mathbf{x})$ es calculado como:

$$\beta_i(\mathbf{x}) = \mu_{A_{i,1}}(x_1) \wedge \mu_{A_{i,2}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{A_{i,p}}(x_p) \quad (1.5)$$

Para las salidas individuales de los consecuentes Y_i , la salida global Y de el modelo difuso T-S con N reglas es calculada usando la fórmula de promedio ponderado. En este caso la inferencia se reduce a:

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i(\mathbf{x}) y_i}{\sum_{i=1}^N \beta_i(\mathbf{x})} \quad (1.6)$$

Representando λ_i por el grado de cumplimiento normalizado,

$$\lambda_i(x) = \frac{\beta_i(\mathbf{x})}{\sum_{j=1}^N \beta_j(\mathbf{x})} \quad (1.7)$$

El modelo T-S se expresa como un modelo pseudolineal con parámetros que dependientes de las entradas:

$$y = \left(\sum_{i=1}^R \lambda_i(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i^T \right) \mathbf{x} + \sum_{i=1}^R \lambda_i(\mathbf{x}) b_i = \mathbf{a}^T(\mathbf{x}) \mathbf{x} + b(\mathbf{x}) \quad (1.8)$$

Los parámetros $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ y $b(\mathbf{x})$ son combinaciones lineales convexas de los parámetros del consecuente \mathbf{a}_i y b_i ; es decir:

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i, \quad b(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) b_i \quad (1.9)$$

Los anteriores términos muestran que los modelos T-S puede cumplir el papel de regresores de funciones, es decir aproximan con buena exactitud una función $y = f(\mathbf{x})$.

La Figura 1.2 presenta la aproximación de una función monovariable $y = f(x)$ representada por tres reglas T-S. El antecedente de cada regla define una región difusa para el correspondiente modelo afín del consecuente lineal. El modelo global está conformado por la concatenación de los modelos locales y puede ser vista como una aproximación continua a tramos suavizada para una superficie no lineal.

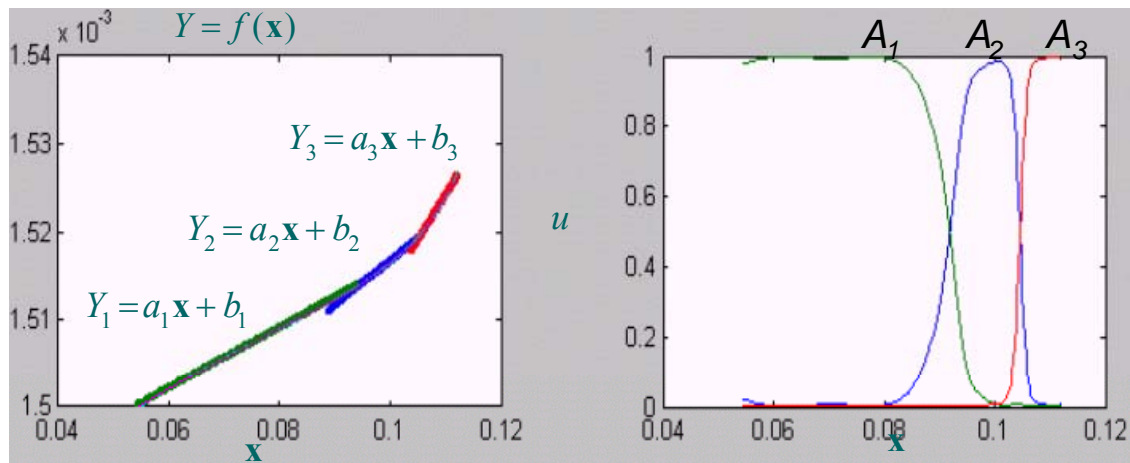


Figura 1.2 Aproximación lineal de $f(x)$ con tres reglas difusas afines T-S .

1.2.4.2 Algoritmo Gustafson-Kessel, G-K, Basado en C-means

Las técnicas de clasificación buscan hallar subgrupos con cierto grado de similitud dentro de un conjunto de datos ya sea a nivel cuantitativo o cualitativo. Los datos son observaciones de un proceso (físico, químico, etc). Cada observación consiste de n variables medidas, expresadas en un vector columna n -dimensional $z_k = [z_{1k}, \dots, z_{nk}]^T$, $z_k \in \mathfrak{R}^n$. Un conjunto de N observaciones es denotado por $Z = \{z_k \mid k = 1, 2, \dots, N\}$ y está representado como una matriz $n \times N$:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nN} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Antes de entrar a revisar las técnicas de clasificación conviene definir, “cluster”, como un grupo de objetos que son más similares entre ellos que a otros miembros de otros grupos [11]. El concepto de “semejanza” puede ser entendido como una similitud matemática, medida en espacios métricos y definida por medio de una norma de distancia. La distancia puede ser medida entre los mismos vectores de datos o como una distancia a partir de un vector de datos a algún objeto prototípico (centros) del cluster. [2]

Una de las primeras técnicas de clasificación propuesta que usa la optimización de una función objetivo es *C-means* (Bezdek, 1981), La medida de similaridad de esta técnica es capaz de detectar cluster de forma circular. Gustafson y Kessel (1979) extendieron el algoritmo *C-means* utilizando una norma de distancia adaptiva para efectos de ubicación de clusters de diferente formas geométricas en el conjunto de datos. Cada cluster tiene una propia matriz de norma inducida A_i , la cual origina norma de producto interno [2]:

$$\mathbf{D}_{ikA_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \mathbf{A}_i (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (1.11)$$

Las matrices \mathbf{A}_i son usadas como variables de optimización en el funcional de *C-means*,

$$J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \left\| \mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i \right\|_A^2 \quad (1.12)$$

donde:

$$\mathbf{U} = [\mu_{ik}] \in M_{fc} \quad (1.13)$$

\mathbf{U} es una matriz de partición difusa de \mathbf{Z} que pertenece al espacio de matrices de partición difusa M_{fc} y contiene los valores de las funciones de pertenencia de cada objeto respecto a cada uno de los c centros de prototipo, donde \mathbf{V} es el vector de prototipos de cluster (centros) [2]

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_c], \quad \mathbf{v}_i \in \mathfrak{R}^n, \quad (1.14)$$

De esta forma cada cluster adapta su norma de distancia a la estructura local de los datos. Para obtener una solución factible debe limitarse \mathbf{A}_i , lo cual se logra permitiendo una variación en la forma del cluster y manteniendo constante su volumen ρ_i , [2]:

$$\left| \mathbf{A}_i \right| = \rho_i, \quad \rho_i > 0, \quad \forall i \quad (1.15)$$

Usando el método de multiplicadores de Lagrange se obtiene:

$$\mathbf{A}_i = [\rho_i \det(\mathbf{F}_i)]^{1/n} \mathbf{F}_i^{-1} \quad (1.16)$$

En donde \mathbf{F}_i es la matriz de covarianza difusa del i -ésimo cluster definida por:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m} \quad (1.17)$$

A continuación se resume de manera genérica el algoritmo de clustering con norma adaptiva de Gustafson-Kessel [2]:

Para un conjunto de datos \mathbf{Z} , seleccionar un número de clusters $1 < c < N$, el exponente de ponderación $m > 1$ y la tolerancia de terminación $\epsilon > 0$. Iniciar la matriz de partición difusa aleatoriamente, de manera que $\mathbf{U}^{(0)} \in M_{fc}$.

Repetir para $l = 1, 2, \dots$

Paso 1: Calcular los prototipos de cluster (means):

$$\mathbf{v}_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m}, \quad 1 \leq i \leq c.$$

Paso 2: Calcular las matrices de covarianza de cluster:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m}, \quad 1 \leq i \leq c.$$

Paso 3: Calcular las distancias:

$$\mathbf{D}_{ikAi}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T \left[(\rho_i \det(\mathbf{F}_i))^{1/n} \mathbf{F}_i^{-1} \right] (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}),$$

$$1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N.$$

Paso 4: Actualizar la matriz de partición:

si $\mathbf{D}_{ikAi} > 0$ para $1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N$,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikAi} / D_{jkAi})^{2/(m-1)}},$$

de otra manera

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \quad \text{si} \quad D_{ikAi} > 0 \quad \text{y} \quad \mu_{ik}^{(l)} \in [0,1] \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1$$

$$\text{hasta que} \quad \left| \mathbf{U}^{(l)} - \mathbf{U}^{(l-1)} \right| < \epsilon$$

1.2.4.3 Construcción de Modelos Difusos T-S a partir de Particiones

Los clusters obtenidos por clasificación de datos son una aproximación local lineal de la hipersuperficie de regresión. La totalidad del modelo global puede ser representada por un modelo T-S. Entonces cada cluster es convertido en una Regla T-S definida por parámetros del consecuente y las funciones de pertenencia del antecedente que son obtenidas a partir de la matriz de partición difusa. [2] [9]. A continuación se describe el procedimiento para determinar los consecuentes, antecedentes, funciones de pertenencia de un modelo T-S.

Derivación de Consecuentes

Para obtener los consecuentes los dos métodos usados más comúnmente son mínimos cuadrados totales y mínimos cuadrados ponderados.

Mínimos cuadrados totales

Para el algoritmo *G-K* se obtienen clusters de forma hiperelipsoidal. Los parámetros que describen cada cluster son la matriz de covarianza y la media difusa, los cuales indican la orientación y el punto medio de cada cluster respectivamente. A partir de la interpretación geométrica de los autovectores de la matriz de covarianza y de la media difusa se pueden formar ecuaciones de hiperplanos. La orientación y longitud de cada eje de los hiperelipses formados están definidos por los autovectores y autovalores de la matriz de covarianza respectivamente. Las subregiones lineales se pueden aproximar por hiperplanos en alguno de los ejes, de tal forma que el eje más pequeño del hiperelipse debe tender a ser perpendicular al hiperplano que se quiere aproximar. El autovalor más pequeño indica cual de los ejes del hiperelipse es más pequeño y por tanto determina un posible vector perpendicular al hiperplano. Además, el hiperplano debe pasar por un punto determinado, en este caso la media de cada cluster. Esta aproximación se muestra en la Figura 1.3.

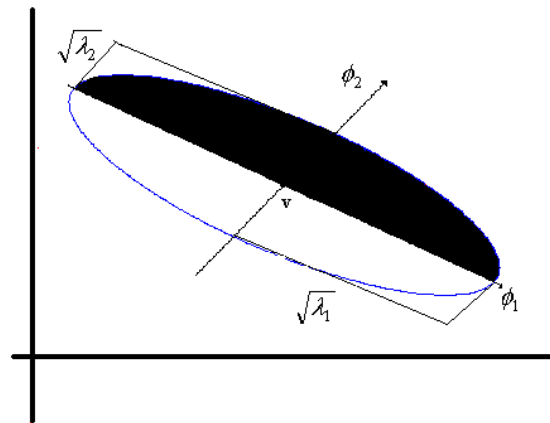


Figura 1.3 valores propios λ y vectores propios asociados ϕ

En la figura ϕ_2 presenta el eje más pequeño del hiperelipse el tiene dirección normal a la línea que se quiere aproximar. Por otro lado ϕ_1 indica el eje más grande del hiperelipse representando la línea a aproximar. Finalmente v es el centro del cluster. Basándose en esta interpretación geométrica se puede plantear la siguiente ecuación:

$$\phi_i^T (z - v_i) = 0 \quad (1.18)$$

Donde $\boldsymbol{\varphi}_i^T$ es el autovector correspondiente al autovalor más pequeño de la i -ésima matriz de covarianza y \mathbf{v}_i es el i -ésimo centro. Ahora el autovector $\boldsymbol{\varphi}_i^T$ y el centro \mathbf{v}_i se pueden describir descomponiéndolos en sus componentes de entrada y salida de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T = \left[(\boldsymbol{\varphi}_i^x)^T, \varphi_i^y \right] \quad \mathbf{v}_i^T = \left[(\mathbf{v}_i^x)^T, v_i^y \right] \quad (1.19)$$

Donde $(\boldsymbol{\varphi}_i^x)^T$ y $(\mathbf{v}_i^x)^T$ son las componentes correspondientes a las variables de entrada de los vectores $\boldsymbol{\varphi}_i^T$ y \mathbf{v}_i^T respectivamente. Mientras que φ_i^y y v_i^y son las constantes que corresponden a la salida.

Mediante manipulación algebraica se obtiene:

$$y = \frac{-1}{\varphi_i^y} (\boldsymbol{\varphi}_i^x)^T \mathbf{x} + \frac{1}{\varphi_i^y} (\boldsymbol{\varphi}_i^T) \mathbf{v}_i \quad (1.20)$$

Donde:

$$\mathbf{a}_i = \frac{-1}{\varphi_i^y} (\boldsymbol{\varphi}_i^x)^T \quad (1.21)$$

$$b_i = \frac{1}{\varphi_i^y} (\boldsymbol{\varphi}_i^T) \mathbf{v}_i \quad (1.22)$$

Mínimos Cuadrados Ponderados

Este método plantea minimizar los errores de predicción de los modelos locales individuales, resolviendo como un conjunto de c independientes problemas (uno para cada cluster) de mínimos cuadrados ponderados. Lo anterior se obtiene a partir de la minimización del siguiente criterio:

$$(\mathbf{y} - \mathbf{X}_e \boldsymbol{\theta}_i)^T \boldsymbol{\Phi}_i (\mathbf{y} - \mathbf{X}_e \boldsymbol{\theta}_i) \quad (1.23)$$

donde \mathbf{X} denota la matriz que contiene \mathbf{x}_k en su k -ésima fila. Para estimar el desplazamiento b_i se añade una columna unitaria a \mathbf{X} produciendo la matriz de regresor extendida \mathbf{X}_e , \mathbf{y} denota el vector que contiene y_k como su k -ésimo componente y $\boldsymbol{\Phi}_i$ denota una matriz diagonal en $\mathbb{R}^{N \times N}$ que tiene $\mu_{i,k}$ como su elemento diagonal. Los parámetros \mathbf{a}_i y b_i son concatenados en un vector parámetro $\boldsymbol{\theta}$:

$$\boldsymbol{\theta}_i = \left[\mathbf{a}_i^T, b_i \right] \quad (1.24)$$

Si las columnas de \mathbf{X}_e son linealmente independientes y $\mu_{i,k} > 0$ para $1 \leq k \leq N$, entonces:

$$\boldsymbol{\theta}_i = (\mathbf{X}_e^T \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{X}_e)^{-1} \mathbf{X}_e^T \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{y} \quad (1.23)$$

es la solución de mínimos cuadrados de $\mathbf{y} = \mathbf{X}_e \boldsymbol{\theta}_i$, donde la k -ésima pareja de datos (\mathbf{x}_k, y_k) es ponderado por $\mu_{i,k}$. Entonces los parámetros \mathbf{a}_i y b_i están dados por:

$$\mathbf{a}_i = [\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \dots, \boldsymbol{\theta}_p] \quad b_i = \boldsymbol{\theta}_{p+1} \quad (1.24)$$

Derivación de Antecedentes

Definir las funciones de pertenencia permite el cálculo de los grados de pertenencia para cualquier dato de entrada, esto con el fin de obtener un modelo apropiado. Esto se logra al proyectar la matriz de partición difusa \mathbf{U} sobre las variables de entrada, obteniendo las funciones de pertenencia punto a punto de los datos tratados. El procedimiento es proyectar los conjuntos difusos multidimensionales establecidos en \mathbf{U} sobre las variables individuales de la parte del antecedente. Los antecedentes se describen como una combinación de proposiciones simples con conjuntos difusos unidimensionales. Para este propósito se pueden aplicar dos estrategias. La primera, las variables pueden ser las variables originales de regresión en cuyo caso la proyección es justamente una proyección ortogonal de los datos. La segunda, pueden obtenerse variables transformadas del antecedente por medio de la proyección del autovector usando los primeros p autovectores de las matrices de covarianza de cluster. Esta proyección del autovector es útil para clusters que son rotados respecto a los ejes del espacio de regresión, y no pueden ser representados con precisión por proyección ortogonal del eje. En ambos casos las funciones de pertenencia proyectadas son aproximadas por funciones paramétricas adecuadas, figura 1.4.

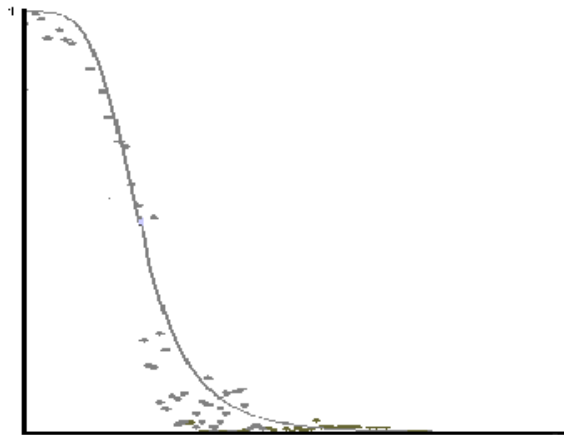


Figura 1.4 Aproximación de una función paramétrica por datos proyectados

Proyección Ortogonal

Proyecta la función de pertenencia multivariable sobre cada uno de los ejes correspondientes a las diferentes variables de entrada según:

$$\mu_{A_i}(x_j) = \text{proj}_j \mathbf{U}(i) \quad (1.25)$$

Donde $U(i)$ denota la i -ésima fila de la matriz de partición difusa y $\mu_{Ai}(x_j)$ representa la función de pertenencia univariable debida a la proyección de i -ésimo cluster sobre la j -ésima variable. Con la expresión anterior se obtiene las reglas T-S. En este tipo de proyección se puede perder información como resultado de un error de descomposición. Es decir, los cluster pueden presentar rotación del espacio de tal manera que no queden paralelos a los ejes de las variables. O en otros casos, gracias a las características de la distribución de datos, los cluster toman formas que no puedan ser generadas por una intersección de conjuntos unidimensionales.

Proyección del Autovector

Dado que los autovectores contienen información acerca de orientación de los clusters en el espacio de regresión es posible utilizar esta propiedad para formar una matriz de rotación y luego proyectar ortogonalmente. La matriz de regresión \mathbf{X} es proyectada por:

$$\mathbf{X}'_i = \mathbf{X}\mathbf{H}_i \quad (1.26)$$

donde \mathbf{H}_i es la matriz de proyección conteniendo en sus columnas el autovector unitario de la i -ésima matriz de covarianza \mathbf{F}_i^x . Es decir cada cluster tiene su propia matriz de proyección. Entonces las nuevas entradas se convierten en combinaciones lineales de las entradas originales. Aunque este tipo de proyección evita el error por descomposición presente en la proyección ortogonal, exhibe problemas de interpretación lingüística de los antecedentes de la regla, porque la transformación de las variables puede no ser relevante a la dinámica del sistema.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO

La característica fundamental de la deshidratación como medio de conservación de alimentos, es la reducción del contenido hídrico a niveles inferiores de aquellos que favorecen el desarrollo microorganismos y a la disminución de reacciones bioquímicas y enzimáticas que deterioran el alimento. Estas limitaciones del contenido de agua se acompañan de un descenso de peso y con frecuencia de una disminución de volumen, lo cual ofrece gran ventaja cuando se tiene propósitos de almacenamiento y transporte con fines de comercialización. [3],[6]

La piña utilizada en este trabajo fue la variedad cayena lisa (Ananás comosus L. Meer) la cual es un fruto caracterizado por no tener espinas en las hojas, las cuales son anchas y moderadamente largas y de color verde oscuro con manchas pardorrojizas. Los pétalos de las flores son de un color azul pálido. El fruto tiene forma cilíndrica y posee un alto contenido de azúcares y ácidos, lo que le confiere buen sabor y aroma. La pulpa es de color amarillo pálido, de poca fibra y corazón (eje central) delgado; es la variedad con mejores posibilidades en el mercado de exportación[3],[6]

Las principales propiedades fisicoquímicas de la Piña Variedad cayena lisa son[3],[6]:

- Es una infrutescencia por lo tanto la estructura global del fruto es completamente heterogénea. Esto implica que características estructurales como la porosidad serán variables dentro de todo el fruto.
- La evolución de la maduración en el fruto se realiza desde el pedúnculo hacia la corona y desde el exterior hacia el eje central (corazón).
- El contenido de sólidos solubles totales disminuye en la parte del fruto cercana al penacho y a la corteza, siendo mayor hacia la parte del corazón y la zona basal. Es costumbre analizar los sólidos solubles totales de la piña en el tercio basal, siendo esta lectura un valor superior al promedio de la fruta, se sugiere realizar dicha medida en la zona media del fruto.
- Los frutos muy jóvenes tiene menos azúcares y pocos ácidos. Con el avance de la maduración, los sólidos totales solubles aumentan como resultado del incremento en la cantidad de ácidos titulables.

2.1 Mecanismos de transferencia

Los mecanismos de transferencia de materia presentes en la deshidratación osmótica que se realiza a presión atmosférica y temperatura ambiente son principalmente por difusión(Ley de difusión de Fick).Estos mecanismos son originadas por las diferencias de concentración entre el alimento y la solución osmótica . [4] , [8] El proceso puede ser entendido como la transferencia (o movimiento individual y desordenado) de moléculas

individuales a través de un fluido. La ecuación de la difusión molecular de masa se representa por:

$$J_{AZ} = -D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dZ} \quad (2.1)$$

Donde:

J_{AZ} : es el flujo molar del componente A en la dirección Z causado por la difusión molecular (velocidad del proceso de transferencia),

D_{AB} : es la difusividad molecular de la molécula A en el solvente B , C_A es la concentración de A (fuerza impulsora del proceso) y Z es la distancia de difusión (resistencia al proceso de transferencia).

La ley de Fick supone que(figura 2.1) :

- Solamente se transfiere un componente A de la mezcla hacia la interfase y el flujo total es el correspondiente a J_{AZ} .
- La difusión de un componente A en una mezcla está equilibrada por un flujo molar igual y de sentido contrario del componente B .

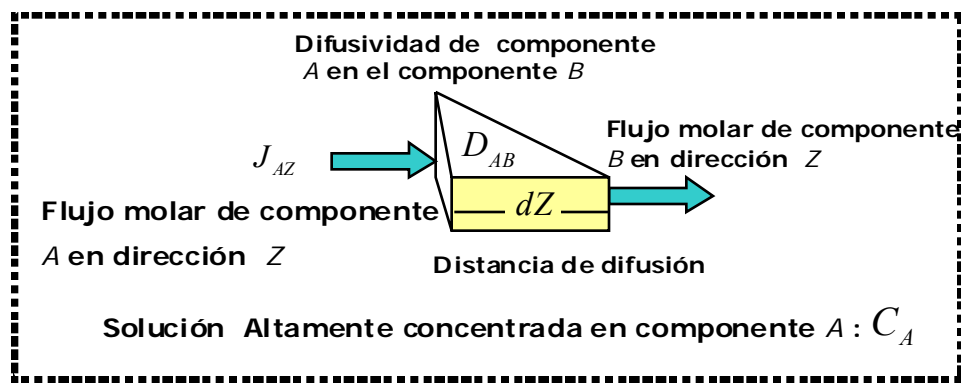


Figura 2.1 Proceso de Transferencia de materia según ley de Fick

2.2 Deshidratación osmótica a presión atmosférica y temperatura ambiente

La deshidratación osmótica se podría definir como una operación unitaria en la que se encuentran combinados tres mecanismos (deshidratación, ósmosis, difusión) a través de una membrana semipermeable que en el caso de los alimentos, en su mayoría tejidos vegetales o animales, son las paredes celulares. Las corrientes que hacen parte del mecanismo de transferencia de masa durante la deshidratación osmótica son: (Figura 2.2), [5], [6]:

- Transferencia de sólidos solubles(azúcar) desde la solución hacia el alimento.
- Flujo de agua del alimento hacia la solución.
- Un tercer flujo secundario(despreciable) de aromas, vitaminas, minerales menos intenso se lleva desde la fruta hacia la solución.

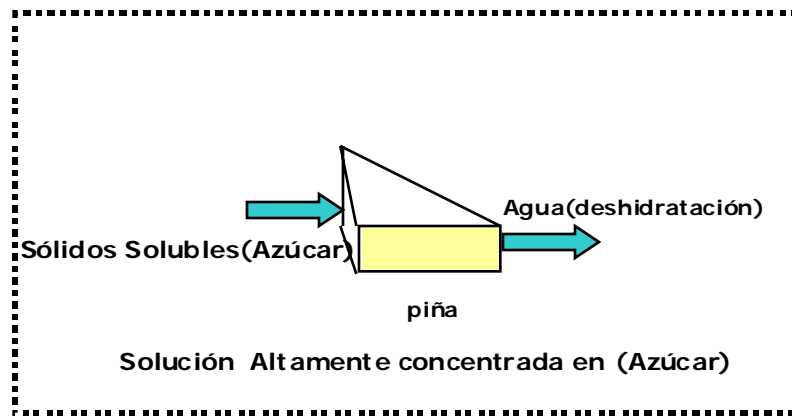


Figura 2.2 Proceso de Transferencia de materia entre solución osmótica y el alimento

Los mecanismos de transferencia de masa presentes en la deshidratación osmótica que se realiza a presión atmosférica y temperatura ambiente son principalmente mecanismos de difusión, cuyas fuerzas impulsoras están definidas por los gradientes de concentración existentes entre la Fase Líquida del Alimento y la Solución Osmótica.

2.3 Planta Deshidratadora

Las concentraciones en azúcar que posee la solución osmótica y el alimento(jugo extraído mecánicamente de la muestra de piña) son obtenidas para cada tiempo de muestreo, ΔT . Estas medidas son registradas por refractómetros y reportadas en índices de refracción o grados brix. Los grados brix pueden entenderse como un porcentaje de 0 a 1 o una fracción másica que proporciona la masa de azúcar con respecto a la masa de cada componente analizado(solución y alimento).

Cuando sucede la deshidratación se producen cambios en la composición del alimento y la solución osmótica, los cuales han sido analizados en términos de balances de masa para ganancia, $[X^s]$, y pérdida, $[Y^s]$, en azúcar respectivamente, [5], [8]. Un perfil típico de las anteriores variables para el proceso en régimen Batch es indicado en la figura 2.3,

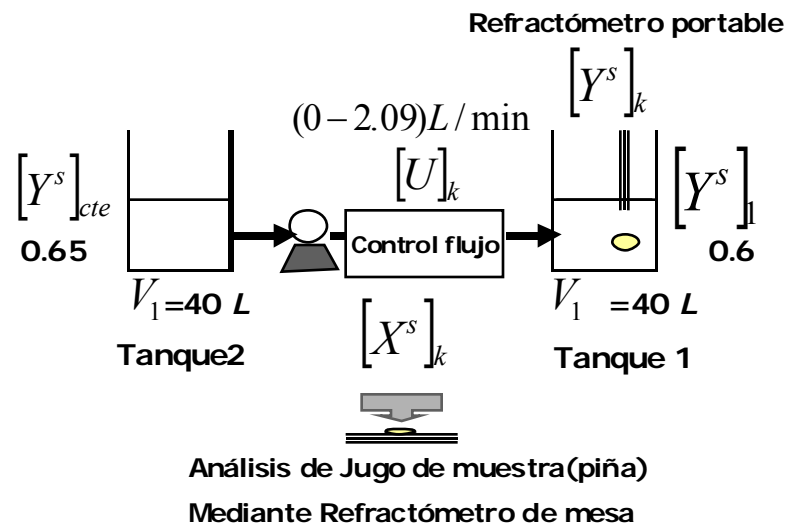


Figura 2.3. Diagrama -Planta Deshidratadora, Lab. de Operaciones Unitarias, Facultad de Ingeniería, UniSabana, Chía

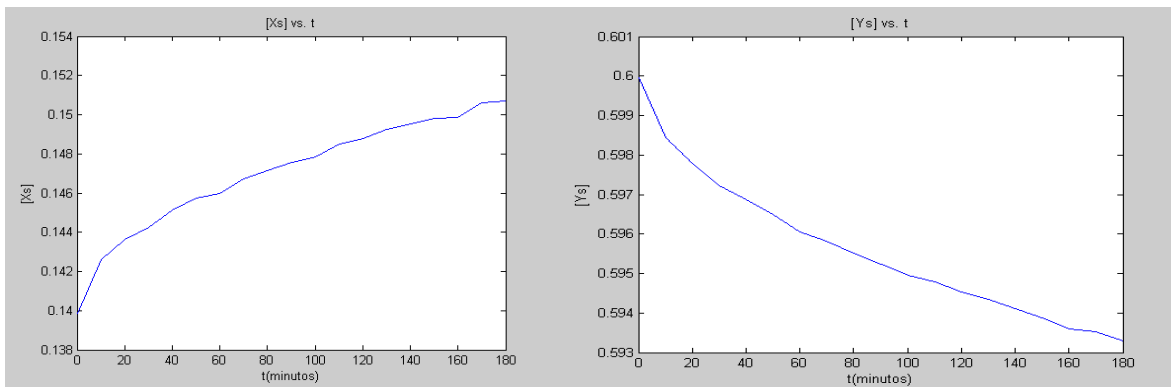


Figura 2.4. Perfiles Típicos en régimen Batch del proceso de Deshidratación

Con base a los perfiles observados en régimen Batch (Figura 2.4) la planta ha sido operada en régimen Fed-Batch (Figura 2.3).

Se ha utilizado un tanque 2 con una alta concentración en azúcar, $[Y^s]_{cte} = 0.65$ grados brix y volumen inicial de $[V]_1 = 40$ Litros, para que alimente el tanque 1 (Reactor donde se lleva el proceso de deshidratación de fruta), esto con el fin de mantener su concentración en azúcar por encima de un valor inicial y de referencia, $[Y^s]_{cte} = 0.6$ grados brix.

Este trabajo se limita a experimentos en régimen Fed-Batch por la trascendencia que tiene sobre el control y optimización del proceso. Ya que el mantener siempre la fruta bajo condiciones de alta concentración ocasiona mejores resultados en deshidratación.

2.4 Variables que rigen el proceso

El objetivo central del proceso de deshidratación osmótica es extraer agua de forma que el valor de la actividad acuosa y el alimento tenga una mayor vida útil, ya sea para su consumo como tal o como producto intermedio de otros procesos.[6] , [8]

2.4.1 Variables del alimento

Estructura del alimento: Es conocido que una elevada concentración en solutos puede provocar la ruptura de la estructura celular, lo cual implica una serie de cambios importante en las propiedades de transporte y altera el comportamiento en lo que respecta a la ganancia de solutos y pérdida de agua. Una elevada concentración en solutos de la solución externa a la célula, y que no implique una ruptura de la misma, implicará una mayor deshidratación de la célula, con un mayor encogimiento asociado al proceso de deshidratación. Este encogimiento puede cambiar la estructura de forma que tenga una menor facilidad para que en ella se den los fenómenos de transporte. Al deshidratarse productos osmóticamente con soluciones que son mezclas de distintos solutos, se ha observado que la entrada de alguno de los solutos se ve frenada. La menor entrada de solutos de bajo peso molecular se atribuye al encogimiento de la matriz del alimento debido a la fuerte deshidratación ocurrida cuando se usan solutos de elevado peso molecular, cuya entrada al alimento se ve frenada por su elevado tamaño [8]

El grado de madurez: En las frutas y verduras parece influir sustancialmente el transporte difusional porque la composición del tejido respecto a los azúcares que posee y a la distribución del agua en los alimentos es diferente según el estado de madurez. [8]

Superficie expuesta: Parámetros más controlables respecto a la materia prima son el tamaño y la forma que determinan la superficie expuesta, los cuales bajo algunas condiciones limita la transferencia de sólidos al producto. [8]

Pretratamiento: Un último factor a considerar en este grupo sería si la materia prima ha sufrido o no un tratamiento previo térmico o químico. Existen tratamientos que afectan las estructuras celulares permitiendo una mayor pérdida de agua y una mayor ganancia de solutos. [8]

2.4.2 Condiciones Experimentales del alimento

- Piña: Ananás comosus, variedad cayena lisa
- Forma geométrica: Octavos de Rodaja de 1cm de espesor
- Pretratamiento: ninguno.
- Grado de Madurez: del 75%

2.4.3 Variables de la solución osmótica

la solución osmótica: Es generalmente una solución concentrada de solutos conocidos que le confieren las características deseadas al producto que se desea obtener. Por lo tanto los solutos deben ser sustancias comestibles, igualmente no tóxicas y que en las proporciones que penetre al producto su concentración final sea la permitida por las normas previstas. [8]

Ingredientes: En el caso de las frutas, las soluciones utilizadas son aquellas que contienen azúcares de diferentes tipos y en diferentes concentraciones. Se han utilizado por ejemplo soluciones altamente concentradas de sacarosa, mezclas con glucosa y fructosa, mezclas con ácidos, ácidos, algunos experimentos se han llevado a cabo utilizando mezclas de sacarosa y sal, jarabes de maíz con diferentes grados de polimerización, lactosa, glicerol y muchas otras, también se han utilizado aditivos en las soluciones como ácidos, preservantes permitidos, algunos minerales y vitaminas y crioprotectores. [8]

Características del soluto: La variedad en las combinaciones se basa en la eficacia de los solutos como agentes de deshidratación, esta eficacia está en relación directa con su poder depresor de la actividad acuosa, siendo este a su vez mayor a medida que su fracción molar aumenta en la solución y propicie mayores interacciones con el agua. El tamaño molecular del soluto tiene igualmente un efecto significativo en la relación entre la pérdida de agua y la ganancia de sólidos, a mayor tamaño de la molécula, menor es la ganancia de sólidos por parte del producto. [8]

Concentración: El aumento en la concentración del agente osmótico aumenta la velocidad de pérdida de agua, al igual que la ganancia de sólidos, aunque el aumento en la pérdida de agua es mucho mayor que la ganancia de sólidos. [8]

2.4.4 Condiciones Experimentales de la solución osmótica

-Soluciones de alta concentración en azúcar , (figura 2.3)

-Tanque 2:(constante): $[Y^s]_{cte} = 0.65$ grados brix:

Se consigue mezclando aproximadamente 80Kg de azúcar con 40 Kg de agua.

-Tanque 1:(referencia) $[Y^s]_{ref} = 0.6$ grados brix

Se obtiene mezclando aproximadamente 78Kg de azúcar con 40 Kg de agua.

2.4.5 Variables del proceso

Las variables que desde la operación del proceso pueden y deben ser referenciadas por su influencia directa en la velocidad de transferencia de materia y en calidad del producto final son la temperatura, presión, la relación en volumen del alimento / solución, el contacto de fases (agitación), concentración bajo la cual se encuentra inmersa la fruta, tiempo de inmersión de la fruta. [8]

La temperatura es fundamental, experimentalmente se ha comprobado que a temperaturas altas el proceso en velocidad y pérdida de agua es más efectiva.

La presión es esencial, empíricamente se ha demostrado que con presiones inferiores a la atmosférica el proceso en velocidad y pérdida de agua se obtiene mejores rendimientos en deshidratación.

La relación alimento / solución osmótica debe ser alta. Cuando esta relación es baja el agua que sale del producto permanece alrededor de este diluyendo el agente osmótico y por lo tanto disminuyendo el gradiente de concentración.

Para lograr que exista un mejor contacto en la interfase (alimento / solución osmótica) se recomienda trabajar con agitación de la solución, Este mecanismo ayuda a mantener además la solución concentrada en la superficie del producto ya que por la alta viscosidad del agente osmótico el agua que sale del producto tendería a permanecer en sus alrededores y formar un frente de solución diluida que debe ser removido.

El tiempo del proceso está en relación directa del contenido final de sólidos y agua que se quieren lograr en el producto final.

2.4.6 Condiciones experimentales del proceso

- Temperatura: Ambiente, 20 grados centígrados
- Presión: Atmosférica, 76cm de Hg.
- Relación alimento/ solución(en volumen): 40/2
- Agitación: se agitó periódicamente y mecánicamente la mezcla (solución y alimento).
- El tiempo de proceso: Se utilizo un tiempo de 3 horas, con tiempos de muestreo de 10 minutos el cual fue el tiempo que duro inmersa la fruta en la solución

2.4.7 Experimentos en Régimen Fed-Batch

La planta(Figura 2.3) ha sido operada para dos entradas de flujo, $[U]$,a tanque 1:

- Experimento1:Flujo entrada lineal ascendente:
 $[U_1]$:De (0 a 2.09) L/min en 180 minutos
- Experimento2:Flujo entrada lineal constante:
 $[U_2]$:A 0.44 L/min durante 180 minutos

3. MODELO CLÁSICO

El modelo es planteado en términos de mecanismos dependientes de gradientes de concentración que incluye los mecanismos osmóticos y difusionales. La transferencia de masa descrita por el modelo se asume para un sistema de dos componentes que se transfieren: el agua y los solutos totales (se asume que los solutos totales están representados por los sólidos solubles).

El modelamiento presentado en este trabajo se limitara al régimen Fed-Batch. El proceso dinámico es discreto con un tiempo de muestreo, ΔT , que es prácticamente el tiempo que dura inmersa la fruta dentro de la solución. Para este tiempo se tiene información que flujo $[U]_k$ entra al tanque1 y se está midiendo simultáneamente las concentraciones en alimento, $[X^s]_k$, y solución $[Y^s]_k$ (figura 2.3)

Con base en múltiples investigaciones desarrolladas entorno a la cinética del proceso de deshidratación, [3],[5],[6],[8]. El modelo clásico en términos de los balances de masa llevados a cabo en un intervalo de tiempo fijo es formulado en ecuaciones de diferencia y esta representado mediante:

-La variación en concentración de azúcar para solución que se define por:

$$[Y^s]_{k+1} = [Y^s]_k - B[C]_k \cdot [X^s]_k \cdot \Delta T + ([Y^s]_{cte} - [Y^s]_k) \frac{[U]_k \Delta T}{[V]_k} \quad (3.1)$$

-La variación de concentración azúcar en alimento que es establecida como:

$$[X^s]_{k+1} = [X^s]_k + [C]_k \cdot [X^s]_k \cdot \Delta T + \frac{[U]_k \cdot [X^s]_k \cdot \Delta T}{[V]_k} \quad (3.2)$$

-La variación de volumen en tanque 1 que es:

$$[V]_{k+1} = [V]_k + [U]_k \Delta T \quad (3.3)$$

Donde:

- $[C]_k$ es la tasa específica de concentración de azúcar en alimento dada como:

$$[C]_k = \mu \cdot \frac{[Y^s]_k}{K_{Y^s} + [Y^s]_k} \quad (3.4)$$

- B es un factor de proporción adimensional entre la variación de concentración que sufre la solución con respecto al alimento. Es calculado utilizando los valores finales (subíndice: f) e iniciales (subíndices: i,o) de las concentraciones en solución y alimento.

$$B = \frac{[Y^s]_f - [Y^s]_o}{[X^s]_f - [X^s]_o} \quad (3.5)$$

- μ es la Tasa de cambio máxima en crecimiento de azúcar para el alimento, se calcula empleando los valores finales (subíndice: f) e iniciales (subíndices: i,o) de las concentraciones en alimento y los tiempos de experimentación, esta representada por:

$$\mu = \frac{\ln\left(\frac{[X^s]_f}{[X^s]_o}\right)}{(tf - ti)} \quad (3.6)$$

- $K_{Y^s} = 0.65$ (gr. Azúcar/ gr. Solución Osmótica tanque1) es la constante de saturación de concentración en azúcar para el tanque1.

3.1 Cálculo de parámetro y constantes cinéticas

El cálculo del parámetro cinético $[C]_k$ y las constantes cinéticas μ y B se realizan empíricamente con los datos y las expresiones (3.5) y (3.6) respectivamente. La Tabla 1.1 indica los resultados de los cálculos para los experimentos 1 y 2

Experimento	μ (1/min)	B
Experimento1	0.0008	0.51
Experimento2	0.0007	0.27

Tabla 1.1 Constantes Cinéticas de Experimento 1 y 2

La figura 3.1 y 3.2 presentan los datos experimentales y la ponderación de $[C]_k$ mediante la información de la Tabla 1.1, utilizando la expresión (3.4).

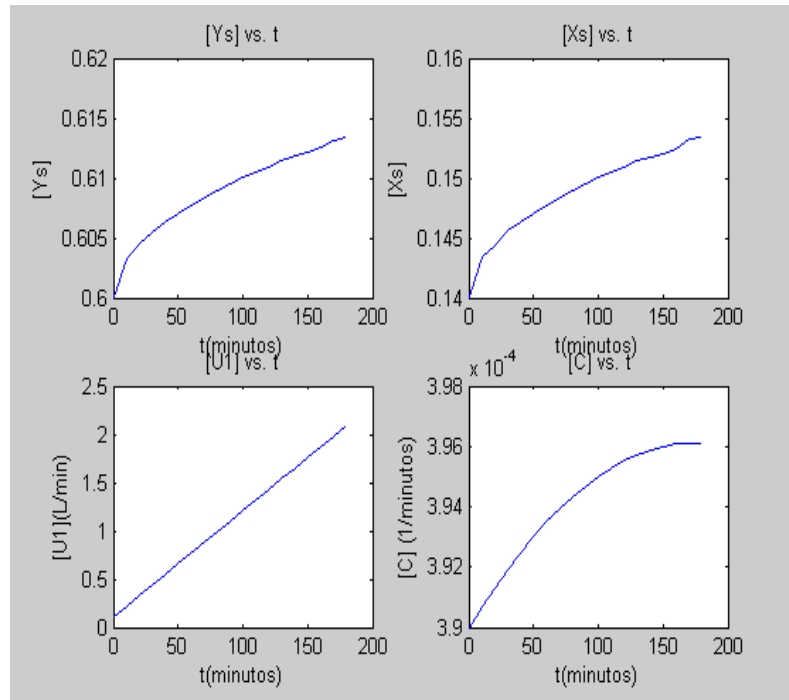


Figura 3.1 Datos Experimentales y Cálculo de $[C]_k$ para modelo clásico, en Experimento 1

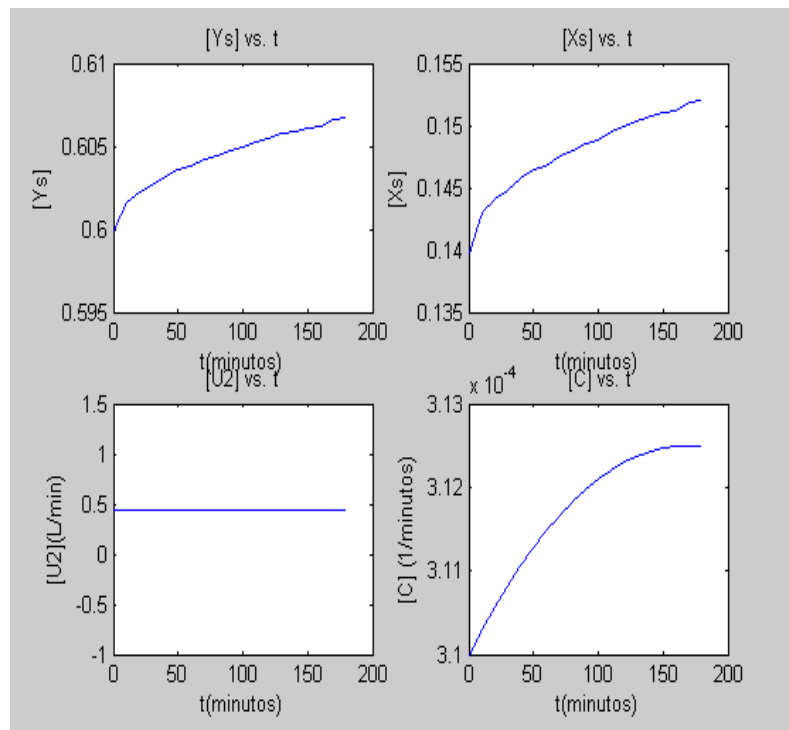


Figura 3.2 Datos Experimentales y Cálculo de $[C]_k$ para modelo clásico, en Experimento 2

3.2. Nomenclatura

ΔT : tiempo de muestreo (10 minutos)

$(t_f - t_i)$: tiempo de experimentación (180 minutos)

$[V]$: volumen variable en tanque 1 (litros)

$[V]_1$: volumen inicial en tanque 1 y 2 (40 litros)

$[U]$: Flujo de entrada tanque 1 (litros/min),

$[U_1]$: Flujo de entrada a tanque 1 (litros/min), experimento 1

$[U_2]$: Flujo de entrada a tanque 1 (litros/min), experimento 2

$[X^s]$: Fracción másica de sólidos solubles (azúcar) en alimento.
(gr. azúcar / gr. Jugo de muestra): grados brix.

$[Y^s]$: Fracción másica de sólidos solubles (azúcar) en solución tanque 1,
(gr. azúcar / gr. Solución Osmótica tanque 1): grados brix

$[Y^s]_{cte} = 0.65$, Fracción másica de sólidos solubles (azúcar) en solución tanque 2
(gr. azúcar / gr. Solución Osmótica tanque 2): grados brix

$[C]$: Tasa específica de concentración de sólidos solubles (azúcar) para alimento:
(1/minuto)

B : Factor de proporción : (adimensional)

$K_{y^s} = 0.65$, constante de saturación de concentración de sólidos solubles (azúcar) en tanque 1. (gr. Azúcar / gr. Solución Osmótica tanque 1): grados brix

μ : Tasa de cambio máxima en crecimiento de sólidos solubles (azúcar) para alimento:
(1/minuto)

k : tiempo discreto

4. MODELO SEMI-MECANÍSTICO

Una presentación en bloques del modelo semi-mecanístico utilizando una caja-blanca (modelo clásico) y caja-negra (modelo difuso Takagi-Sugeno) se presenta en la figura 4.1. La caja blanca esta asociada directamente a las ecuaciones de balances y flujo: (3.1), (3.2), (3.3) definidas en el capítulo 3. La caja negra se origina de definir de antemano una dependencia desconocida entre $[C]_k$ con $[X^s]_k$ y $[Y^s]_k$, que se representa de la forma:

$$[C]_k = f([X^s]_k, [Y^s]_k) \quad (4.1)$$

Esta dependencia en términos de modelamiento podría representarse como un Modelo Difuso (caja-negra) de un sistema de 2 entradas: $[X^s]_k$ y $[Y^s]_k$ y una salida: $[C]_k$

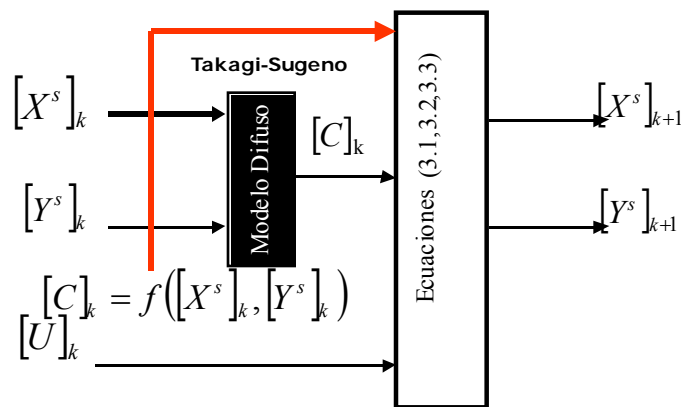


Figura 4.1 Estructura de Modelo Semi-Mecanístico. la flecha en rojo representa a las concentraciones $[X^s]_k, [Y^s]_k$ como entradas del modelo clásico

El propósito de esta metodología es precisamente definir la dependencia desconocida $f(\cdot)$ a partir de un Modelo Difuso Takagi-Sugeno. El modelo difuso previamente definido es utilizado como predictor numérico de $[C]_k$ y la predicción obtenida es remplazada explícitamente en las ecuaciones (3.1) y (3.2) del modelo clásico (caja-blanca). Para determinar el modelo T-S se utilizó el algoritmo Gustafson Kessel y datos experimentales que fueron ordenados en una matriz de datos \mathbf{Z} de la siguiente forma:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} [Y^s]_1 & [X^s]_1 & [C]_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [Y^s]_n & [X^s]_n & [C]_n \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

En la validación del modelo T - S se emplearon los datos del capítulo 3. La identificación por su parte se realizó con otros datos experimentales diferentes a los utilizados para la validación, pero tomados bajo las mismas condiciones experimentales, los cuales permitieron estimar a posteriori $[C]_k$, la figuras 4.2 y 4.3 presentan los datos para el experimento 1, mientras que la figuras 4.2 y 4.3 indican los datos para el experimento 2. La metodología anteriormente expuesta permite hacer comparaciones entre los modelos clásico y semi-mecánico a partir de las dos interpretaciones que se tienen para definir $[C]_k$ en cada caso.

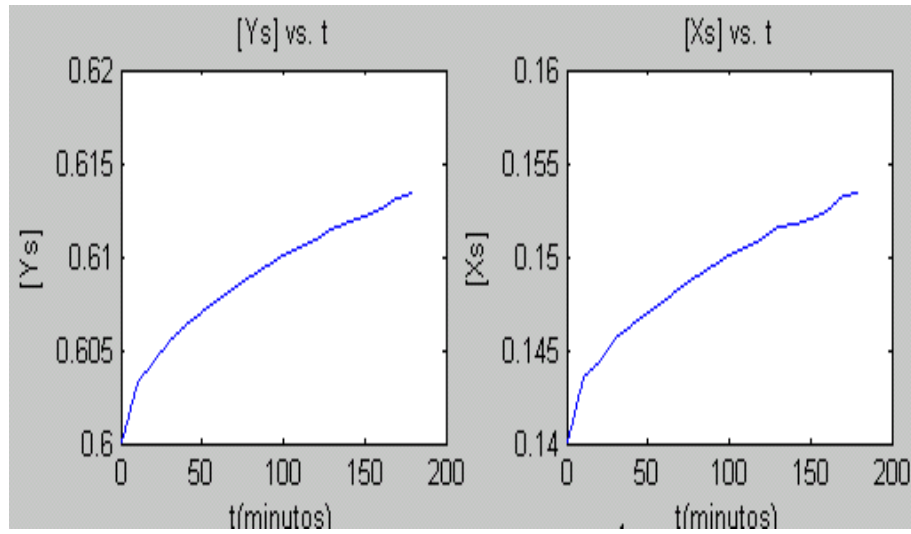


Figura 4.2 Datos de $[X^s]$ y $[Y^s]$ de identificación del modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, experimento 1.

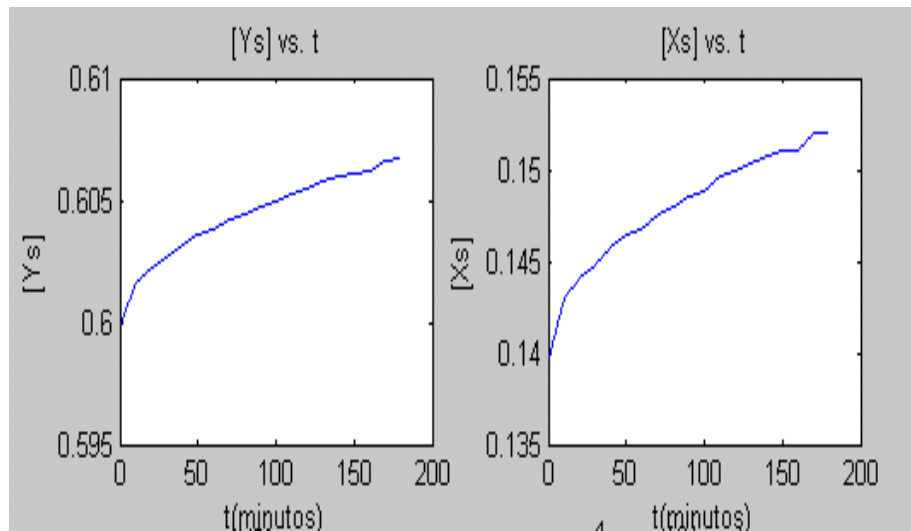


Figura 4.3 Datos de $[X^s]$ y $[Y^s]$ de identificación del modelo T - S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, experimento 2.

4.1. Cálculo de B y el parámetro $[C]_k$ mediante un Modelo T-S

Para definir B se utilizó la expresión 3.5 del capítulo 3. El cálculo de la constante B para los datos de validación en experimento 1 y 2 se presenta en la tabla 4.1

Experimento	B
Experimento1	0.5
Experimento2	0.26

Tabla 4.1 Constantes Cinéticas de Experimento 1 y 2 para validación del modelo semi-mecanístico

A continuación se presentan para el experimento 1 y 2, los modelos $T-S$ obtenidos para predecir $[C]_k$. En el proceso de estimación de modelo se emplearon 3 clusters, los cuales permitieron definir las 3 reglas y las 6 funciones de pertenencia. Estos resultados han sido obtenidos utilizando el Toolbox of fuzzy modeling and Identification de Babuska [13], y los programas del anexo.

La validación de los modelos se realizó mediante la raíz del error cuadrático medio definida por:

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2}{N}} \quad (4.3)$$

La cual depende del número de datos empleados N , la salida experimental y_j y la salida pronosticada por el modelo difuso $T-S$, \hat{y}_j .

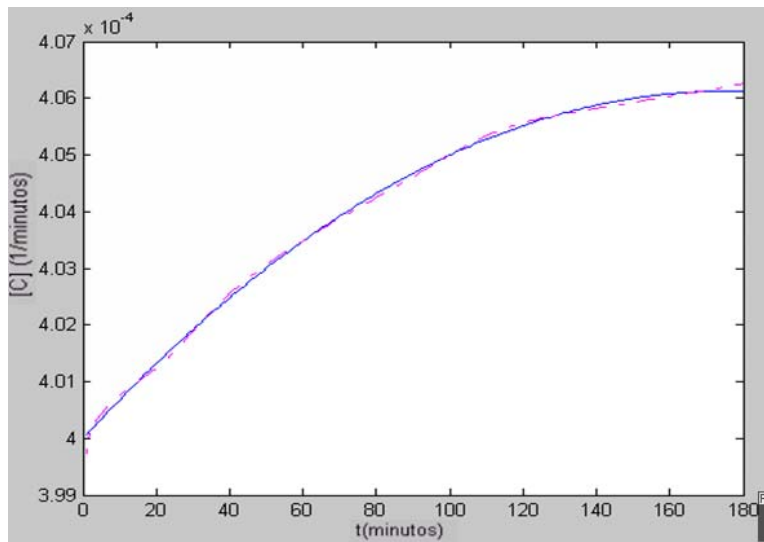


Figura 4.4 Validación del modelo T-S que define a $[C]_k$ para modelo semi-mecanístico, experimento 1. Línea violeta :Salida pronosticada por Modelo T-S; Línea Azul: Salida $[C]_k$ experimental; Raíz del error cuadrático medio, Ecuación (4.3), $E=0.00021$

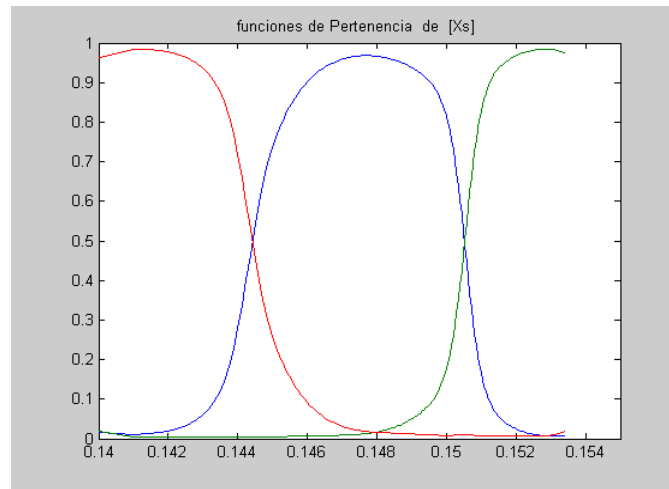


Figura 4.5 Funciones de pertenencia $[X^s]$ modelo T-S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, obtenidas por algoritmo G-K, experimento 1.

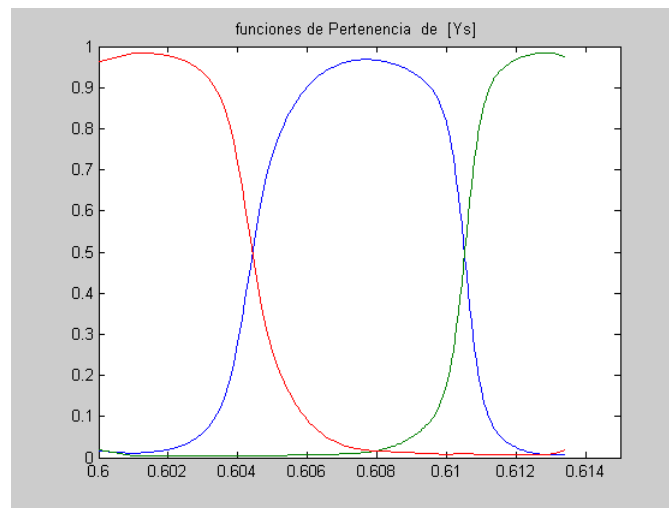


Figura 4.6 Funciones de pertenencia $[Y^s]$, modelo T-S para el pronóstico $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, obtenidas por algoritmo G-K, experimento 1.

Las reglas obtenidas de el modelo T-S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, de el experimento 1 fueron:

$$1. \text{ Si } [X^s] \text{ es } A_{11} \text{ y } [Y^s] \text{ es } A_{12} \text{ Entonces} \\ [C] = 3.50 \cdot 10^{-3} \cdot [X^s] - 3.18 \cdot 10^{-3} \cdot [Y^s] + 1.82 \cdot 10^{-3}$$

2. Si $[X^s]$ es A_{21} y $[Y^s]$ es A_{22} Entonces
 $[C] = 7.70 \cdot 10^{-4} \cdot [X^s] - 1.46 \cdot 10^{-4} \cdot [Y^s] + 3.78 \cdot 10^{-4}$
3. Si $[X^s]$ es A_{31} y $[Y^s]$ es A_{32} Entonces
 $[C] = 3.01 \cdot 10^{-3} \cdot [X^s] - 2.75 \cdot 10^{-3} \cdot [Y^s] + 1.63 \cdot 10^{-3}$

En el experimento 2 se obtuvo:

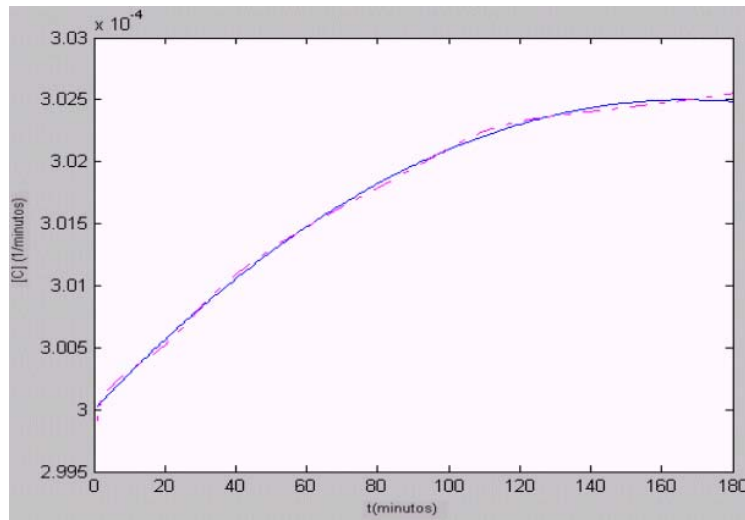


Figura 4.7 Validación del modelo T-S para la predicción de $[C]_k$ para modelo semi-mecanístico, experimento 2. Línea violeta :Salida pronosticada por Modelo T-S; Línea Azul: Salida $[C]_k$ experimental; Raíz del error cuadrático medio, Ecuación (4.3), $E=0.00022$

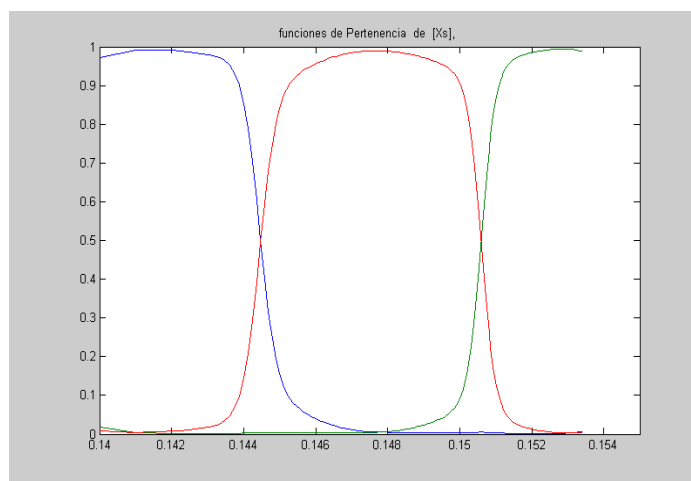


Figura 4.8 funciones de pertenencia $[X^s]$, modelo T-S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecanístico, obtenidas por algoritmo G-K, experimento 2.

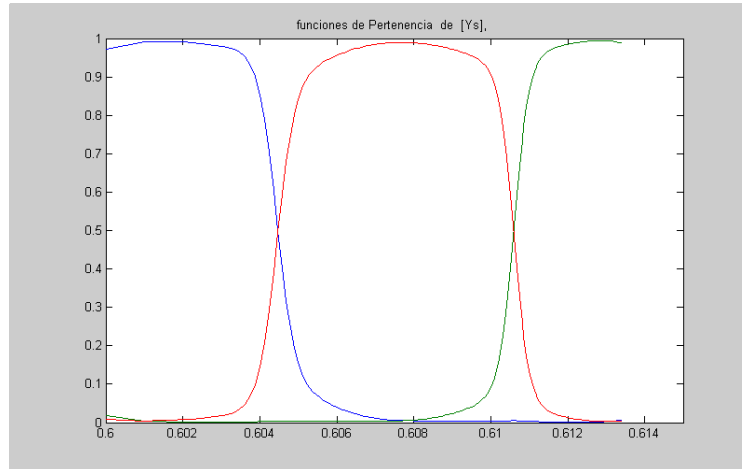


Figura 4.9 funciones de pertenencia $[Y^s]$, modelo T-S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico, obtenidas por algoritmo G-K, experimento 2

Las reglas obtenidas de el modelo T-S para el pronóstico de $[C]_k$ en el modelo semi-mecánico,

Para el experimento 2 fueron:

1. **Si** $[X^s]$ es A_{11} **y** $[Y^s]$ es A_{12} **Entonces**
 $[C] = 3.05 \cdot 10^{-4} \cdot [X^s] - 2.97 \cdot 10^{-4} \cdot [Y^s] + 4.57 \cdot 10^{-4}$
2. **Si** $[X^s]$ es A_{21} **y** $[Y^s]$ es A_{22} **Entonces**
 $[C] = 2.21 \cdot 10^{-4} \cdot [X^s] + 1.21 \cdot 10^{-4} \cdot [Y^s] + 2.12 \cdot 10^{-4}$
3. **Si** $[X^s]$ es A_{31} **y** $[Y^s]$ es A_{32} **Entonces**
 $[C] = 2.17 \cdot 10^{-4} \cdot [X^s] - 2.25 \cdot 10^{-4} \cdot [Y^s] + 4.21 \cdot 10^{-3}$

La tabla 4.2 presenta las validaciones de los modelos T-S que pronostican $[C]_k$ para experimento 1 y 2, con base a la en la ecuación (4.3) y los datos utilizados en la figuras 4.2 y 4.5.

E1 (ecuación 4.3)	Experimento1	Experimento2
E1-[C]	0.00021	0.00022

Tabla 4.2 Validación de modelos T-S que predicen $[C]_k$ para experimento1 y 2

Con base en el proceso de validación de los modelos *T-S*, anteriormente expuesto puede afirmarse que estos hacen una estimación muy eficiente

5. COMPARACION DE MODELOS

A través de las metodologías utilizadas para determinar $[C]_k$ desarrolladas en los capítulos 3 y 4 para los modelos clásico y semi-mecanístico. Se utilizo sus estructuras respectivas para generar de manera numérica recurrente y a partir de las condiciones iniciales del proceso, la predicción de las variaciones en concentración de azúcar en el alimento $[X^s]_{k+1}$ y la solución osmótica $[Y^s]_{k+1}$ para cada entrada de flujo $[U]_k$ según el experimento realizado. Para esto se desarrollo en Matlab® un archivo M que carga los datos de entrada de ambos modelos, compila las predicciones y calcula la raíz del error cuadrático medio entre los modelos y los datos experimentales, Ver anexo.

Para la validación de los modelos se ha reinterpretado la ecuación de la raíz del error cuadrático medio, que esta definida por:

$$EI = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2}{N}} \quad (5.1)$$

donde N es número de datos empleados, y_j los datos experimentales y \hat{y}_j es la salida estimada por los modelos clásico y semi-mecanístico en las respectivas variables de estado, $[X^s]$ y $[Y^s]$

A manera de comparación la figura 5.1 indica la predicción para los modelos clásico y semi-mecanístico además de los datos experimentales en el experimento1

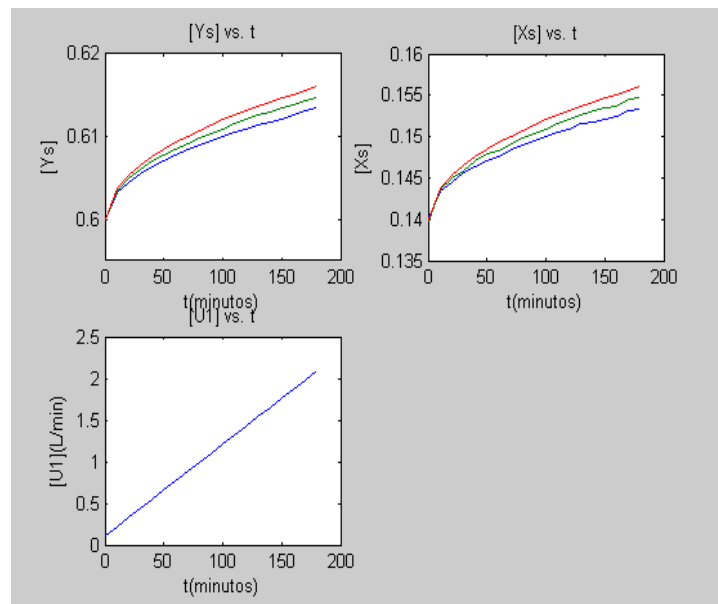


Figura 5.1 Comparación de Modelos y Datos Experimento 1, líneas en azul: Datos experimentales

Para el experimento 2 las comparación de los modelos se indica en la figura 5.2

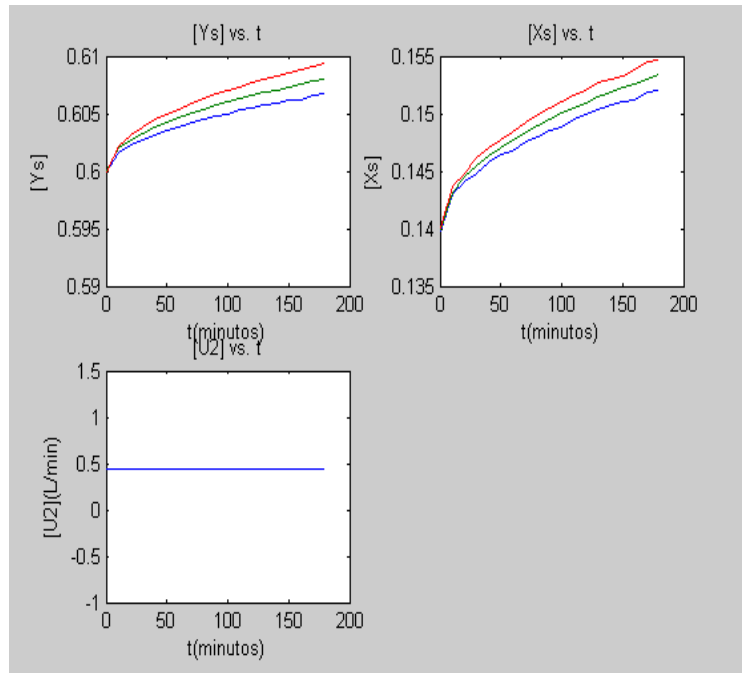


Figura 5.2 Comparación de Modelos y Datos, Experimento 2; líneas en azul: Datos experimentales

La tabla 5.1 presenta las validaciones del experimento 1, con base a la en la ecuación (5.1) y la información contenida en la figura 5.1.

E1 (ecuación 5.1)	Modelo Clásico (línea-Roja)	Modelo Semi- Mecánico (línea verde)
E1- $[X^s]$	0.006248	0.003073
E1- $[Y^s]$	0.006446	0.003165

Tabla 5.1. Validación de modelos clásico y semi-mecánico para experimento 1

La tabla 5.2 presenta las validaciones del experimento 2, con base a la en la ecuación (5.1) y la información contenida en la figura 5.2.

E1(ecuacion24)	Modelo Clásico (línea-Roja)	Modelo Semi- Mecánico (línea verde)
E1- $[X^s]$	0.006161	0.003165
E1- $[Y^s]$	0.006349	0.003175

Tabla 5.2 Validación de modelos clásico y semi-mecánico para experimento 2 .

Mediante el proceso de validación de los modelos, anteriormente expuesto se considera que estos tienen un desempeño aceptable.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

-Las técnicas de clasificación *G-K* y de modelamiento e identificación difusa proporcionadas en el Toolbox of fuzzy Modeling and Identification de R. Babuska son importantes herramientas que pueden ser utilizadas de forma complementaria con las técnicas numéricas de modelamiento clásico para generar modelos semi-mecanísticos.

-La estructura recurrente de los modelos clásico y semi-mecanístico permite su uso como predictores numéricos del proceso a partir de definir las condiciones iniciales del proceso, la entrada en flujo $[U]_k$ y el parámetro cinético $[C]_k$.

-Las estructuras de los modelos semi-mecanístico y clásico respectivamente, con base en la técnica de aproximación de $[C]_k$ a través de un modelo *T-S* y el cálculo de $[C]_k$ por métodos empíricos en cinética, pueden ser usados en el campo del diseño de controladores mediante el uso de las técnicas PID y control no lineal.

-Los modelos obtenidos pueden abrir perspectivas de trabajo entorno a las interesantes pero no tan triviales técnicas de optimización e identificación paramétrica.

-La Ingeniería de Producción Agroindustrial y de Alimentos, es otro campo prometedor donde las técnicas de automatización y la teoría de control pueden ahondar a favor de la obtención de productos alimenticios de alta calidad para fines comerciales e industriales.

ANEXOS

Anexo1. Toolbox Fuzzy Modeling and Identification

Anexo2. Rutina básica *G-K*

Anexo3. Rutina básica de modelo difuso *T-S* basado en *G-K*

Anexo4. Rutina de modelo clásico y semi-mecánico

Anexo1. Toolbox Fuzzy Modeling and Identification

Descargue el software de: <http://iridia.ulb.ac.be/FAMIMO>

Anexo2. Rutina básica G-K

Robert Babuška®

```
function [f,v,P,V,D,J,M] = gkfast(x,f0,m,e,s,rho)
% Clustering with fuzzy covariance matrix (Gustafson-Kessel algorithm)
%
% [F,C,P,V,D,J,M] = GKFAST(X,F0,m,e,s,rho)
%-----%
Input:
% X ... M by N data matrix,
% M is the number of data points and N data dimension
% F0 ... either an initial fuzzy partition matrix, or the
%       number of clusters. In the latter case, a default
%       partition matrix is generated.
% m ... optional parameter m > 1, determines the fuzziness
%       of clustering, for m close to 1 clusters become crisp,
%       default value is 2
% e ... optional termination tolerance, the algorithm stops
%       when max(max(|F(k-1) - F(k)|)) <= e, default tolerance 1e-3
% s ... optional parameter for plotting intermediate results
%       (only for 2D data), default 0 - i.e. no plot, set
%       to 1 to show the clustering process on-line,
%       set to 2 to speed-up the plots for ordered data
% rho .. 1xM vector of expected clustervolumes (default unit vector)
%-----%
% Output:
% F ... fuzzy partition matrix
% C ... cluster means matrix
% P ... cluster covariance matrices concatenated in one matrix
%       P = [P1;P2;...Pk], where k is number of clusters
% V ... eigenvectors of the covariance matrices, corresponding
%       to the smallest eigenvalues
% D ... eigenvalues of the covariance matrices
% J ... history of the clustering criterion J
% M ... matrices inducing the distance norm, calculated as
%        $M = \det(P)^{(1/N)} \cdot \text{inv}(P)$ , M = [M1;M2;...Mk]
% (c) Robert Babuska, 1994-96

%----- Initialize fuzzy partition matrix U -----
if max(mf0,nf0) == 1, % only # of cluster given
    c = f0;
    mm = mean(x);
    aa = max(abs(x - ones(mx,1)*mm));
    v = 2*(ones(c,1)*aa).*(rand(c,nx)-0.5) + ones(c,1)*mm;
elseif nf0 == nx, % centers given
    c = mf0;
    v = f0;
end;
```

```

if mf0 ~= mx,
% Calculate f0
  for j = 1 : c,                                % for all clusters
    xv = x - x1*v(j,:);
    d(:,j) = sum((xv.^2)')';
  end;
  d = (d+1e-100).^(-1/(m-1));
  f0 = (d ./ (sum(d')'*ones(1,c)));
else
  c = size(f0,2);
  fm = f0.^m; sumf = sum(fm);
  v = (fm'*x)./(sumf'*ones(1,nx));
end
f = zeros(mx,c);                                % partition matrix
iter = 0;                                        % iteration counter

if (margin < 6), rho = ones(1,c); elseif isempty(rho), rho = ones(1,c);
end;

%----- Iterate -----

while max(max(abs(f0-f))) > e
  iter = iter + 1;
  f = f0;
  fm = f.^m; sumf = sum(fm);
% Calculate centers
  v = (fm'*x)./(sumf'*ones(1,nx));
  for j = 1 : c,                                % for all clusters
    xv = x - x1*v(j,:);
% Calculate covariance matrix
    p = ones(nx,1)*fm(:,j)'.*xv'*xv/sumf(j);
%    p = ones(nx,1)*fm(:,j)'.*xv'*xv;
    if rcond(p)<1e-15;
      [ev,ei]=eig(p);
      ei(find(ei<max(diag(ei))*1e-15))=max(diag(ei))*1e-15;
      ei=diag(diag(ei));
      p=ev*ei*inv(ev);
    end
% Calculate distances
    M = (det(p)/rho(j))^inx*inv(p);
    d(:,j) = sum((xv*M.*xv)')';
% Calculate eigen vectors and cluster prototypes (lines)
    if s ~= 0 & nx < 3,
      [ev,ed] = eig(p); ed = diag(ed);
      ev = ev(:,ed == min(ed));
      lines(:,j) = -x(:,1)*ev(1)/ev(2) + v(j,:)*ev/ev(2);
      mask = find(f0 < 0.2);                    % find membership degrees < 0.2
      lines(mask) = NaN*ones(size(mask));      % mask with NaN's for plots
    end;
  end;
end;
J(iter) = sum(sum(f0.*d));
% Update f0
d = (d+1e-10).^(-1/(m-1));
f0 = (d ./ (sum(d')'*ones(1,c)));

```



```

end
%----- Update matrices -----

fm = f0.^m; sumf = sum(fm);

P = zeros(nx,nx,c);           % covariance matrix
M = P;                        % norm-inducing matrix
V = zeros(c,nx);             % eigenvectors
D = V;                         % eigenvalues

% calculate P,V,D,M
for j = 1 : c,                 % for all clusters
    xv = x - ones(mx,1)*v(j,:);
% Calculate covariance matrix
    p = ones(nx,1)*fm(:,j)'.*xv'*xv/sumf(j);
    if rcond(p)<1e-15;
        [ev,eil]=eig(p);
        ei(find(ei<max(diag(ei))*1e-15))=max(diag(ei))*1e-15;
        ei=diag(diag(ei));
        p=ev*ei*inv(ev);
    end
% Calculate eigen values and eigen vectors
    [ev,ed] = eig(p); ed = diag(ed)';
    ev = ev(:,ed == min(ed));
% Put cluster info in one matrix
    P(:, :, j) = p;
    M(:, :, j) = (det(p)/rho(j)).^(1/nx)*inv(p);
    V(j, :) = ev(:,end)';
    D(j, :) = ed;
end;

%----- end of function -----

```

Anexo 3. Rutina básica de modelo difuso T-S basado en G-K

```

%Este archivo genera el modelo difuso para predecir el parámetro
cinético C
%CCollazos
%fuzzy.m
clear all
close all;
clc

% definir parámetros de entrada

FM.c = 3;           % número de clusters
FM.m = 1.7;        % parametro de fuzziidad
FM.tol = 0.001;    % criterio de terminación
FM.seed = 204267;  % semilla
FM.ante = 2;       % 2 para visualización de reglas
FM.Ny = 0;         % 1 salida (estática)
FM.Nu = [1 1];     % 2 entradas
FM.Nd = [1 1];     % 2 entradas

% Carga de datos
load Data1
% Carga de datos de identificación
Dat.U = u;
Dat.Y = y;
Dat.Ts = 1e4;      % tiempo de muestreo en seg

% Carga de datos de validación
u=u;
y=y;

figure(2);
plot(u,y,'-');
ylabel('[C]');
xlabel('tiempo (minutos)')
hold on;

% Obtiene el modelo difuso por G-K

[FM,Part] = fmclust(Dat,FM);

%simula el modelo difuso
figure(3); clf
[ym,VAf,dof,y1,ylm] = fmsim(u,y,FM); VAF

%Grafica de las funciones de pertenencia del antecedente
if FM.ante==1
    disp('producto-espacio MFS en general no permite una visualización de
las')
    disp('funciones de pertenencia')
end
if FM.ante==2
    figure(1)

```

```
    plotmfs(FM);  
end  
  
disp('Presione una tecla para terminar'); pause  
%fm2tex(FM,'modelo1.tex');  
%Comando para generar el archivo LaTeX  
  
%save Fuzzy1.mat FM  
%Comando para salvar la estructura FM en un archivo MAT
```

Anexo 4. Rutina de modelo clásico y semi-mecanístico

```

%modelo.m
% Genera el modelo clásico y semi-mecanístico del proceso de
deshidratación
%CCollazos
clear all
close all;
clc

%entradas de modelo
load dat1exp
%carga el pronóstico del modelo difuso (anexo 3) para exp1 y exp2 para
usar en el modelo semi-mecanístico

load dat2exp
% carga los datos experimentales exp1 y exp2

Dt=1;%tiempo de muestreo en minutos
n=180;% numero de datos
kys=0.65;%Cte saturacion de la solución osmótica tanquel

%cálculo constantes y parámetros modelo clásico exp1
%rendimiento,B
B1=(ys1(n)-ys1(1))/(xs1(n)-xs1(1));
%tasa de crecimiento específico máxima, u1
u1=log(xs1(n)/(xs1(1)))/180;
% parametro cinético
c1=(u1*ys1)./(kys+ys1);

%cálculo constantes y parámetros modelo clásico exp2
%rendimiento,B
B2=(ys2(n)-ys2(1))/(xs2(n)-xs2(1));
%tasa de crecimiento específico máxima, u2
u2=log(xs2(n)/(xs2(1)))/180;
% parametro cinético
c2=(u2*ys2)./(kys+ys2);

%cálculo constantes y parámetros modelo difuso exp1
%rendimiento,B
B1F=(ys1F(n)-ys1F(1))/(xs1F(n)-xs1F(1));
% parametro cinético C(C1F) predecido por un modelo T-S
% load dat1exp, carga los datos

%cálculo constantes y parámetros modelo clásico exp2
%rendimiento,B
B2F=(ys2F(n)-ys2F(1))/(xs2F(n)-xs2F(1));
% parametro cinético C(C2F) predecido por un modelo T-S
% load dat1exp, carga los datos

```

```

for k=1:n

%predicción modelo clásico exp1
ysM1(k+1)=ysM1(k)-(c1(k)*B1)*xs1(k)*Dt+(kys-ysM1(k)).*(U1(k)./v(k))*Dt
xsM1(k+1)=xsM1(k)+ c1(k)*xsM1(k)*Dt + U1(k).*(xsM1(k)./v(k))*Dt

%predicción modelo clásico exp2
ysM2(k+1)=ysM2(k)-(c2(k)*B2)*xs2(k)*Dt+(kys-ysM2(k)).*(U2(k)./v(k))*Dt
xsM2(k+1)=xsM2(k)+ c2(k)*xsM2(k)*Dt + U2(k).*(xsM2(k)./v(k))*Dt

%predicción modelo difuso exp1
ysM1F(k+1)=ysM1F(k)-(c1F(k)*B1F)*xs1F(k)*Dt
+(kys-ysM1F(k)).*(U1(k)./v(k))*Dt

xsM1F(k+1)=xsM1F(k)+ c1F(k)*xsM1F(k)*Dt + U1(k).*(xsM1F(k)./v(k))*Dt

%predicción modelo difuso exp2
ysM2F(k+1)=ysM2F(k)-(c2F(k)*B2)*xs2F(k)*Dt
+(kys-ysM2F(k)).*(U2(k)./v(k))*Dt

xsM2F(k+1)=xsM2F(k)+ c2F(k)*xsM2F(k)*Dt + U2(k).*(xsM2F(k)./v(k))*Dt

%cálculo de errores exp1 y exp2 modelo clásico
e1=sqrt(sum((ys1(k+1)-ysM1(k+1)).^2)/(n));%e-ys modelo clasico exp1
e2=sqrt(sum((xs1(k+1)-xsM1(k+1)).^2)/(n));%e-xs modelo clásico exp1
e3=sqrt(sum((ys2(k+1)-ysM2(k+1)).^2)/(n));%e-ys modelo clasico exp2
e4=sqrt(sum((xs2(k+1)-xsM2(k+1)).^2)/(n));%e-xs modelo clásico exp2

%cálculo de errores exp1 y exp2 modelo difuso
e5=sqrt(sum((ys1(k+1)-ysM1F(k+1)).^2)/(n));%e-ys modelo difuso exp1
e6=sqrt(sum((xs1(k+1)-xsM1F(k+1)).^2)/(n));%e-xs modelo difuso exp1
e7=sqrt(sum((ys2(k+1)-ysM2F(k+1)).^2)/(n));%e-ys modelo difuso exp2
e8=sqrt(sum((xs2(k+1)-xsM2F(k+1)).^2)/(n));%e-xs modelo difuso exp2

end;

e=[e1 e2 e3 e4 e5 e6 e7 e8]% todos los errores

%graficas
%datos exp 1
subplot(2,2,1),plot(t,ys1,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs1,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U1,'-'),title('[U1] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U1](L/min)')

subplot(2,2,4),plot(t,c1,'-'),title('[C] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[C] (1/minutos)')

```

```

%datos exp 2
figure;
subplot(2,2,1),plot(t,ys2,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs2,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U2,'-'),title('[U2] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U2](L/min)')

subplot(2,2,4),plot(t,c2,'-'),title(' [C] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[C] (1/minutos)')

%figure;
%modelo difuso validacion dat expl
subplot(2,2,1),plot(t,ys1,'-',t,ysM1F,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs1,'-',t,xsM1F,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U1,'-'),title('[U1] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U1](L/min)')

figure;
%modelo difuso validacion dat exp2
subplot(2,2,1),plot(t,ys2,'-',t,ysM2F,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs2,'-',t,xsM2F,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U2,'-'),title('[U2] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U2](L/min)')

figure;
%modelos clásico validacion dat expl
%modelo difuso validacion dat expl
subplot(2,2,1),plot(t,ys1,'-',t,ysM1,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs1,'-',t,xsM1,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U1,'-'),title('[U1] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U1](L/min)')

figure;
%modelo difuso validacion dat exp2
subplot(2,2,1),plot(t,ys2,'-',t,ysM2,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

```

```
subplot(2,2,2),plot(t,xs2,'-',t,xsM2,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U2,'-'),title('[U2] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U2](L/min)')

figure;
%modelos todos validacion dat expl
subplot(2,2,1),plot(t,ys1,'-',t,ysM1,'-',t,ysM1F,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs1,'-',t,xsM1,'-',t,xsM1F,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U1,'-'),title('[U1] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U1](L/min)')

figure;
%modelos todos validacion dat exp2
subplot(2,2,1),plot(t,ys2,'-',t,ysM2,'-',t,ysM2F,'-'),title('[Ys] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Ys]')

subplot(2,2,2),plot(t,xs2,'-',t,xsM2,'-',t,xsM2F,'-'),title('[Xs] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[Xs]')

subplot(2,2,3),plot(t,U2,'-'),title('[U2] vs. t')
xlabel('t(minutos)');ylabel('[U1](L/min)')
```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Abonyi, J. Babuska R., "Fuzzy Clustering for Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetic, Part B, October, 2002.
- [2] Babuska, R., Fuzzy Modeling for Control, Kluwer Academic Publishers: Massachusetts, USA, 1998.
- [3] Barat, J.M, Desarrollo de un Modelo de la Deshidratación osmótica como Operación Básica. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, 1990
- [4] Crank, J. The mathematics of the diffusion. Ed, Lorendon Press, Oxford, U.K.,1975
- [5] Fito, P. y Chiralt, A. Osmotic dehydration: An approach to the modeling of solid food-liquid operations. Food Engineering 2000. Ed. Chapman & Hall, 231-252;Spain, 2000.
- [6] Gonzalez G., Viabilidad de la Piña colombiana var. Cayena Lisa para su industrialización combinando las operaciones de Impregnación a vacío, deshidratación osmótica y secado por aire caliente ,Tesis Doctoral. Valencia, Universidad Politécnica de Valencia, España, 1990
- [7] Gustafson D., Kessel W., "Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance", Proc.IEEE CDC, pp 761-766, San Diego, CA, USA, 1979.
- [8] Jaller S. y Vargas S, Comparación de la Transferencia de materia en los procesos de Deshidratación Osmótica a presión atmosférica y con impregnación de vacío en la piña cayena lisa (ananás comosus l. meer) a través de un modelo matemático, Tesis de Pregrado en Ing. Agroindustrial, UniSabana, Chia,2000
- [9] Takagi T. y Sugeno M., "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE Transactions Systems, Man, and Cybernetics, 15, 116-132, 1985.
- [10] Torregiani D. Osmotic dehydration of food, Trends in Food Science & Technology, Vol 5, 1995, p. 255-260
- [11] Wang, L. A Course in Fuzzy Systems and Control. Prentice Hall, 1997.
- [12] Wullner B.,Instrumentación y Control de un deshidratador Osmótico a Vacío, Tesis de Grado en Ingeniería de Producción Agroindustrial, UniSabana,Chia,1998.
- [13] <http://iridia.ulb.ac.be/FAMIMO/>