

# APROXIMACIÓN AL PROBLEMA DE RUTA MÁS CORTA CON TRASBORDOS

Trabajo de Tesis  
presentado al  
Departamento de Ingeniería Industrial

por

**Juan Pablo Suárez Sánchez**

Asesor: Andrés Medaglia

Para optar al título de  
Magister en Ingeniería Industrial

Ingeniería Industrial  
Universidad de Los Andes  
February 2005

*A mi familia,  
quienes me lo han dado todo y  
a quienes quiero enorgullecer con mis  
actos.*

## Prefacio

La principal motivación para la realización de este proyecto de investigación fue la idea de diseñar e implementar una solución a un problema práctico, cotidiano y de gran impacto social. La dificultad para la construcción de “buenas” rutas en medios de transporte masivo es un problema entendido por el común de las personas debido a que tienen que enfrentarse a él cada vez que quieren trasladarse a un lugar de interés. Este problema se acentúa más en sistemas de transporte como el sistema Transmilenio donde se estima que en el año 2016 el 80 % de la población bogotana se movilizará a través de él.

# Tabla de Contenido

<b>Dedicatoria</b>	<b>II</b>
<b>Prefacio</b>	<b>III</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>VII</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>VIII</b>
<b>Resumen</b>	<b>x</b>
<b>I. MARCO INTRODUCTORIO</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción del Problema . . . . .	1
1.2. Objetivos del Proyecto . . . . .	3
1.2.1. Objetivo General . . . . .	3
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	4
1.3. Contexto General en que se ubica el Proyecto . . . . .	4
1.4. Descripción de la Metodología . . . . .	5
1.5. Resultados Esperados . . . . .	6
1.6. Compromiso de Resultados Finales . . . . .	6
<b>II. MARCO TEÓRICO</b>	<b>7</b>
2.1. Estado del Arte del Problema de Ruta Más Corta (Shortest Path Problem SPP). . . . .	7
2.1.1. Problema de Ruta Más Corta Simple . . . . .	8
2.1.2. Ruta más Corta entre todas las Parejas de Nodos. . . . .	9
2.1.3. Variaciones del Problema de Ruta más Corta. . . . .	10

<b>III. REPRESENTACIÓN DEL SISTEMA TRANSMILENIO COMO UN GRAFO</b>	<b>19</b>
3.1. Características de la red de Transmilenio . . . . .	19
3.2. Descripción del grafo que modela al Sistema Transmilenio . . . . .	20
3.2.1. Sistema de Nodos . . . . .	20
3.2.2. Sistema de Arcos . . . . .	21
3.2.3. Comportamiento dinámico del grafo . . . . .	25
3.3. Construcción del grafo equivalente a la red de Transmilenio . . . . .	26
3.3.1. Limitaciones de la modelación del Sistema Transmilenio . . . . .	26
3.3.2. Supuestos de la modelación del Sistema Transmilenio . . . . .	28
3.3.3. Datos del grafo equivalente a la red de Transmilenio . . . . .	30
<b>IV. PROBLEMA DE RUTA MÁS CORTA EN EL SISTEMA TRANSMILENIO</b>	<b>32</b>
4.1. Formulación matemática . . . . .	32
4.2. Algoritmo <i>Modified Label Correcting Extendido</i> . . . . .	34
<b>V. PROBLEMA DE RUTA MÁS CORTA CON TRASBORDOS EN EL SISTEMA TRANSMILENIO</b>	<b>38</b>
5.1. Temas a analizar en el problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio . . . . .	38
5.1.1. Minimización conjunta de dos objetivos: El tiempo y el número de trasbordos . . . . .	38
5.1.2. Problema de ruta más corta restringido a un número de trasbordos establecido . . . . .	39
5.2. Descripción de la Solución . . . . .	39
5.2.1. Formulación Matemática . . . . .	39
5.2.2. Algoritmo <i>Brumbaugh-Smith and Shier Extendido</i> . . . . .	41
<b>VI. IMPLEMENTACIÓN DE LA SOLUCIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS</b>	<b>45</b>

6.1. Soluciones al Problema de Ruta más Corta en el sistema Transmilenio	45
6.1.1. Formulación Matemática . . . . .	45
6.1.2. Algoritmo <i>Modified Label Correcting Extendido</i> . . . . .	50
6.2. Soluciones al Problema de Ruta más Corta con Traspardos . . . . .	51
6.2.1. Formulación matemática . . . . .	51
6.2.2. Algoritmo <i>Brumbaugh-Smith and Shier Extendido</i> . . . . .	57
<b>VII.CONCLUSIONES</b>	<b>63</b>
<b>VIII.LISTADO DE ANEXOS</b>	<b>65</b>
<b>Referencias</b>	<b>94</b>

## Lista de Tablas

1.	Matriz de tiempos (en minutos) del grafo $G$ resultante de la red de tres estaciones. . . . .	26
2.	Intervalos de activación para los arcos de tránsito del grafo generado para la red de tres estaciones. . . . .	26
3.	Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 1 del problema de ruta más corta en el Sistema Transmilenio . . . . .	48
4.	Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 2 del problema de ruta más corta en el Sistema Transmilenio . . . . .	48
5.	Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 3 del problema de ruta más corta en el Sistema Transmilenio . . . . .	49
6.	Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 1 del problema de ruta más corta con Traspuestos en el Sistema Transmilenio . . . . .	54
7.	Ruta óptima, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, encontrada para la Instancia 2 del problema de ruta más corta con Traspuestos en el Sistema Transmilenio . . . . .	55
8.	Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 3 del problema de ruta más corta con Traspuestos en el Sistema Transmilenio . . . . .	56

## Lista de Figuras

1.	Mapa de Bogota con líneas de Transmilenio hasta el año 2016. Fuente: <a href="http://www.transmilenio.gov.co">www.transmilenio.gov.co</a> . . . . .	2
2.	Clasificación de los métodos para resolver el problema de Ruta Más Corta Biobjetivo (BSPP). . . . .	13
3.	Sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. El conjunto de servicios que se detienen en A es $\mathbf{S}_A=\{b,c,d \text{ y } h\}$ y en B es $\mathbf{S}_B=\{b,d,e \text{ y } j\}$ . . . . .	22
4.	Arcos de salida del sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. El punto de salida es la estación A. . . . .	23
5.	Arcos de llegada del sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. El punto de salida es la estación A. . . . .	24
6.	Arcos de tránsito del sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. Las estaciones A y B son contiguas. . . . .	24
7.	Grafo $G$ resultante de la red conformada por las estaciones A con $\mathbf{S}_A=\{b, c, d \text{ y } h\}$ , B con $\mathbf{S}_B=\{b, d, e \text{ y } j\}$ y C con $\mathbf{S}_C=\{b, y j\}$ . . . . .	27
8.	Composición de rutas con respecto al tiempo para viajar desde: a) la estación A a la B por medio del servicio d y b) la estación A a la C por medio del servicio b. Hora de entrada al sistema: 07:00 a.m. . . . .	28
9.	Estaciones y servicios relevantes del sistema Transmilenio para viajar desde la estación Cr. 90 a la estación Biblioteca Tintal. . . . .	47
10.	Copia de la solución encontrada para la Instancia 1 del problema de ruta más corta, a través del programa que implementa el algoritmo <i>Modified Label Correcting Extendido</i> . . . . .	52
11.	Copia de la solución encontrada para la Instancia 2 del problema de ruta más corta, a través del programa que implementa el algoritmo <i>Modified Label Correcting Extendido</i> . . . . .	53



12.	Copia de la solución encontrada para la instancia evaluada del problema de ruta más corta con trasbordos, a través del programa que implementa el algoritmo <i>Brumbaugh-Smith and Shier Extendido</i> . (Ruta 1 de 3). . . . .	59
13.	Copia de la solución encontrada para la instancia evaluada del problema de ruta más corta con trasbordos, a través del programa que implementa el algoritmo <i>Brumbaugh-Smith and Shier Extendido</i> . (Ruta 2 de 3). . . . .	60
14.	Copia de la solución encontrada para la instancia evaluada del problema de ruta más corta con trasbordos, a través del programa que implementa el algoritmo <i>Brumbaugh-Smith and Shier Extendido</i> . (Ruta 3 de 3). . . . .	61
15.	Mensaje generado por el programa que implementa el algoritmo <i>Brumbaugh-Smith and Shier Extendido</i> para indicar la ruta óptima al problema de ruta más corta sujeta a la restricción de trasbordos para la instancia evaluada . . . . .	62

## Resumen

Este trabajo tiene como fin el diseño e implementación de una herramienta para la composición de rutas en medios de transporte masivo, que tengan como criterios de optimización el tiempo y el número de trasbordos. Específicamente se tratarán dos problemas: Problema de ruta más corta bicriterio, teniendo como criterios de minimización el tiempo y el número de trasbordos y el Problema de ruta más corta con una restricción adicional, condicionando las rutas factibles al cumplimiento de un número máximo de trasbordos deseado. El problema será analizado dentro del contexto del sistema Transmilenio, principal proyecto de transporte masivo y recuperación vial de la ciudad de Bogotá, para el cual se definió un grafo fiel a las características del sistema teniendo en cuenta características complejas como el comportamiento dinámico de la red debido a la salida y entrada en funcionamiento de los servicios troncales de acuerdo al tiempo. Instancias particulares al problema de composición de rutas en el sistema Transmilenio fueron resueltas y analizadas, comprobando la efectividad de la herramienta para hallar soluciones óptimas al problema.

# Capítulo I

## MARCO INTRODUCTORIO

### 1.1. Descripción del Problema

Transmilenio es un sistema de transporte masivo en la ciudad de Bogotá caracterizado por la utilización de buses articulados de gran capacidad (160 pasajeros / bus) que se movilizan por vías troncales exclusivas <sup>1</sup>, lo que les permite alcanzar grandes velocidades (27,32 km/h. en promedio) y por ende disminuir el tiempo de desplazamiento desde un punto a otro frente a los sistemas de transporte tradicionales [18].

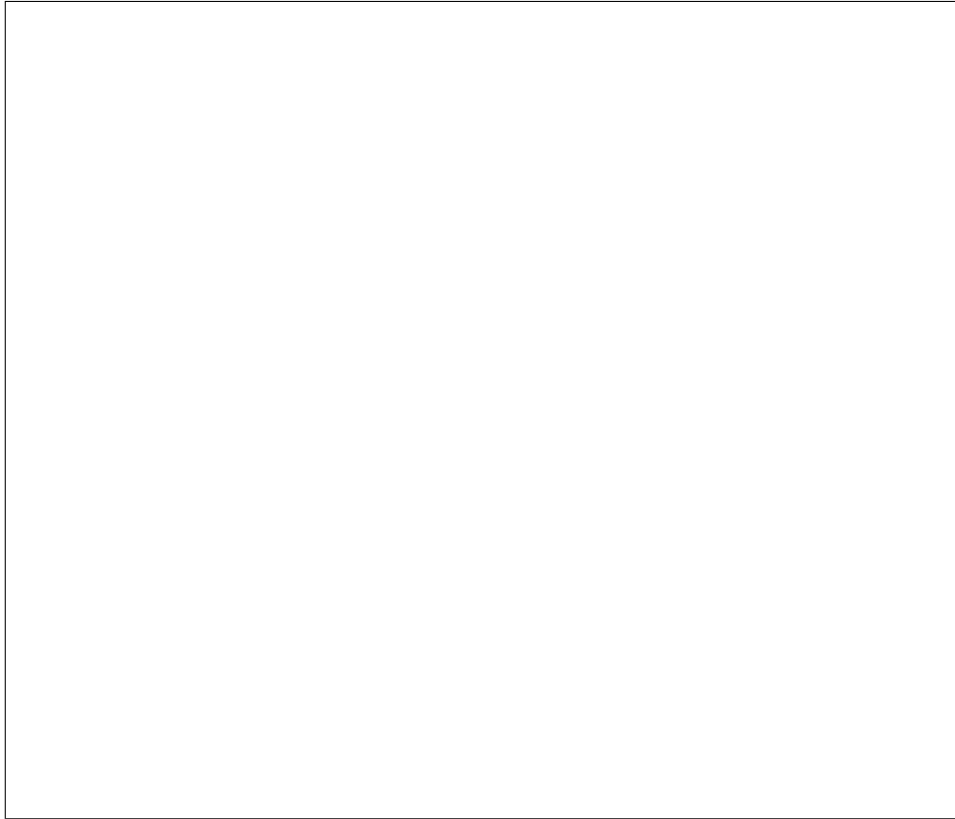
La red de Transmilenio consta de una serie de estaciones a lo largo de las líneas troncales, las cuales representan los puntos de entrada y salida de los usuarios al sistema así como las zonas exclusivas donde los buses se detienen a recoger y dejar pasajeros de tal forma que estas áreas constituyen el destino final del viajero o un punto intermedio para hacer conexión con buses que lo lleven a su destino final (trasbordos).

Las estaciones están conectadas a través del desplazamiento de los buses entre éstas. A los buses que circulan sobre las líneas troncales se les denomina Servicios Troncales los cuales pueden ser servicios corrientes o expresos. Existen 3 clases de servicios corrientes (servicio 1, 2 y 3), que tienen la particularidad de parar en cada una de las estaciones de la línea troncal a la que están asignados; y 12 clases de servicios expresos <sup>2</sup> (entre los días lunes y viernes), que se detienen en un grupo de

---

<sup>1</sup>Hasta el 30 de septiembre de 2004 se encuentran disponibles 3 vías troncales: troncal Autonorte, Caracas y Calle 80.

<sup>2</sup>Desde el pasado 30 de septiembre de 2004 los servicios expresos son 12 (expresos 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110 y 120). El nuevo servicio (expreso 100) solo se moviliza sobre la



**Figura 1:** Mapa de Bogotá con líneas de Transmilenio hasta el año 2016. Fuente: [www.transmilenio.gov.co](http://www.transmilenio.gov.co)

ellas. De acuerdo a cifras disponibles a 30 de septiembre de 2004 [1] existen un total de 78 estaciones y más de 510 buses entre todos los servicios troncales.

Debido a que más de un servicio troncal se detiene en una misma estación es posible viajar de una estación a otra de múltiples formas, lo cual constituye un problema para el viajero ya que no es trivial determinar la combinación de servicios troncales que debe tomar para desplazarse hasta su punto de destino invirtiendo el menor tiempo posible. Esta situación se agrava si se tiene en cuenta la entrada en funcionamiento de nuevas fases del sistema (líneas), que pueden observarse en la Figura 1.

Una primera aproximación a este problema se hizo mediante el planteamiento de troncal Autopista Norte.

un modelo de programación entero y la utilización de un software de optimización comercial [21]. No obstante, la formulación planteada no consideró el número de trasbordos implicados en la ruta seleccionada, lo cual dejaba abierta la posibilidad de encontrar soluciones con un número considerable de trasbordos y por lo tanto rutas que involucran un gran número de esperas en las estaciones, tanto para esperar la llegada de un servicio troncal que se traslade directamente al punto de destino o para ir a una estación intermedia. A pesar de que las estadísticas de operación de Transmilenio (véase [1]) estiman en 2 o 3 minutos la periodicidad con que los servicios troncales llegan a una estación, este tiempo es mucho mayor debido a factores como las esperas en los semáforos, la congestión de las vías, problemas mecánicos de los buses, entre otros, lo que retrasa el tiempo de viaje. Además, asumiendo factores psicológicos, los usuarios del sistema perciben un mayor consumo de tiempo en aquellos estados de espera debido al sentimiento de retroceso que produce el no estar avanzando en el sistema. Teniendo en cuenta lo anterior, es preferible que la ruta escogida para ir de una estación a otra involucre el menor número de trasbordos, así no sea la más corta con respecto a los datos teóricos.

A través de este proyecto de investigación se pretende determinar la ruta más corta (con respecto al tiempo) bajo condiciones de trasbordo, es decir, la ruta que minimice tanto el tiempo como el número de trasbordos para viajar entre dos estaciones del sistema Transmilenio y además, la ruta más rápida entre dos estaciones sujeta al cumplimiento de un número máximo de trasbordos establecido por el usuario.

## **1.2. Objetivos del Proyecto**

### **1.2.1. Objetivo General**

Dada una estación de salida y otra de llegada en el sistema Transmilenio, determinar la ruta que minimice tanto el tiempo de viaje como el número de trasbordos empleado, como también la ruta más corta (i.e. la más rápida) sujeta a un número de máximo de trasbordos establecido.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Investigar el “estado del arte” del problema de ruta más corta en sistemas de transporte.
- Modelar la red de Transmilenio como un grafo.
- Plantear y resolver el problema de ruta más corta entre dos estaciones del sistema Transmilenio, a través de la optimización del modelo de programación matemática y técnicas de flujo en redes.
- Plantear y resolver el problema de ruta más corta (bajo condiciones de trasbordo) entre dos estaciones del sistema Transmilenio, a través de técnicas de programación matemática y heurísticas.
- Analizar y comparar los resultados obtenidos con los diferentes métodos utilizados y concluir al respecto.

### 1.3. Contexto General en que se ubica el Proyecto

Transmilenio constituye el proyecto social más ambicioso e importante en la ciudad de Bogotá. Con más de 55 Km de vías troncales construidas y 779 buses entre alimentadores y troncales, el sistema ha transportado desde su inauguración el 17 de diciembre de 2000 a cerca de 575.306.378 pasajeros [1].

El sistema está en constante expansión gracias al apoyo del gobierno nacional y distrital. Para la construcción de la primera fase del sistema, se entregaron recursos por 153,5 millones de dólares y para la segunda fase se tiene reservado un total de 478 millones de dólares [15].

Haciendo proyecciones a futuro (año 2016), Transmilenio contará con aproximadamente 387.9 Km de vías troncales y 4474 buses lo que permitirá que una persona que ingrese al sistema en una de las estaciones recorra el 85 % de la ciudad por el pago de un solo tiquete [18].

Teniendo en cuenta lo anterior, no es apresurado pensar que, a futuro, por este medio de transporte se movilizará más del 80% de la población de personas que

monta en bus [18]. Es por esto que cualquier mejora introducida en la manera de seleccionar la ruta más adecuada para ir de una estación a otra tendrá un gran impacto, tanto por el número de personas que se verán beneficiadas como por la disminución en el tiempo de viaje real o percibido por el usuario. Adicionalmente, la identificación de buenas rutas entre cualquier pareja de estaciones servirá a Transmilenio como medio de autocrítica para evaluar el servicio brindado por el sistema a los usuarios, ya que se contarán con cifras (en tiempo, número de trasbordos, entre otros) para poder llevarlo a cabo.

#### 1.4. Descripción de la Metodología

El proyecto se llevará a cabo en 4 etapas las cuales se describen brevemente a continuación:

1. **Levantamiento del “Estado del arte” del problema de ruta más corta en sistemas de transporte.** Esta etapa comprende la revisión bibliográfica del problema en estudio, teniendo en cuenta los diferentes métodos utilizados para resolverlo.
2. **Planteamiento y solución del problema de ruta más corta entre dos estaciones del sistema Transmilenio.** Aquí se hará la representación del sistema Transmilenio como un grafo (conjunto de arcos y nodos). Además se planteará el problema como un modelo de programación lineal para ser resuelto mediante optimización y se codificará el problema en un lenguaje de programación siguiendo lineamientos de técnicas de flujo en redes.
3. **Planteamiento y resolución del problema de ruta más corta entre dos estaciones del sistema Transmilenio sujeto al cumplimiento de restricciones de trasbordo o la minimización del número de buses utilizados.** En esta etapa se planteará el problema como un modelo de optimización y se propondrá y codificará un algoritmo para su solución.
4. **Elaboración de documento final.** El documento final además de contener las tres etapas anteriores contendrá un análisis y comparación de los resultados

hallados bajo los diferentes métodos utilizados para la solución del problema.

## **1.5. Resultados Esperados**

Las expectativas del proyecto son:

- Dado una estación de salida y una de llegada en el sistema Transmilenio se determine la ruta más corta que cumpla las condiciones de trasbordo deseadas.
- Conocer el desempeño y la eficacia del método heurístico utilizado para resolver el problema frente al modelo de optimización.

## **1.6. Compromiso de Resultados Finales**

Entrega de un informe final en las materias Tesis 1 y Tesis 2 revisados y aprobados por el asesor, los cuales contendrán los siguientes aspectos:

- TESIS 1

Levantamiento del “Estado del arte” del problema de ruta más corta en sistemas de transporte.

Planteamiento y solución del problema de ruta más corta entre dos estaciones del sistema Transmilenio.

- TESIS 2

Planteamiento y solución del problema de ruta más corta entre dos estaciones del sistema Transmilenio sujeto al cumplimiento de condiciones de trasbordo.



## Capítulo II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Estado del Arte del Problema de Ruta Más Corta (Shortest Path Problem SPP).

El problema de ruta más corta es considerado uno de los problemas más fundamentales estudiados en el marco de Flujo en Redes [17]. En términos generales, el estudio de este problema pretende hallar en una red de nodos y arcos el trayecto o ruta más “corta” (el atributo corto depende del valor total del costo de la ruta, calculado como una medida de la distancia recorrida o tiempo empleado, entre otros) para trasladarse de un nodo de partida a otro de llegada. Este problema reviste gran atención entre la comunidad de investigadores debido a la valiosa utilidad que ofrece para la solución de problemas reales en diferentes sectores de la economía (e.g., transporte, telecomunicaciones, entre otras) y, a que es aprovechado para resolver en forma indirecta muchos problemas teóricos planteados en la academia en temas como programación de producción, ruteo de vehículos, entre otros (véase [4]).

A fin de hacer una revisión estructurada del SPP el presente capítulo se compondrá de tres secciones que describirán de forma breve los diferentes grupos de problemas de ruta más corta encontrados en la literatura:

- Ruta más corta simple (single-source shortest path problem o simplemente shortest path problem).
- Ruta más corta entre todas las parejas de nodos (All-pairs shortest path problem).
- Variaciones del problema de ruta más corta.

### 2.1.1. Problema de Ruta Más Corta Simple

Sea  $G = (\mathbf{N}, \mathbf{A})$  un grafo dirigido fuertemente conectado donde  $\mathbf{N}$  es el conjunto de nodos con  $\|\mathbf{N}\| = n$  y  $\mathbf{A}$  es el conjunto de arcos con  $\|\mathbf{A}\| = m$ . Cada arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$  tiene asociado un costo fijo  $c_{ij}$ . Dado un nodo de salida  $s \in \mathbf{N}$  y un nodo de llegada  $t \in \mathbf{N}$ , el problema de ruta más corta tiene como fin encontrar una ruta dirigida  $P$  compuesta por arcos  $(i, j) \in \mathbf{A}$  que permita llegar a  $t$  partiendo desde  $s$  con el menor costo posible. El costo de una ruta dirigida es igual a la suma de los costos de todos los arcos que la conforman.

La formulación matemática del problema de ruta más corta simple se presenta a continuación: Sea  $x_{ij}$  una variable binaria que toma el valor de 1 si el arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$  hace parte de la ruta  $P$  seleccionada para ir desde  $s$  a  $t$  y 0 de lo contrario, el criterio de minimización  $z$  y las restricciones que acotan el conjunto solución se definen de la siguiente manera:

$$\text{Min } z = \text{Min } \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.a. : } \sum_{\{j:(i,j) \in \mathbf{A}\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i) \in \mathbf{A}\}} x_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = s \\ -1 & \text{si } i = t \\ 0 & \text{si } i \in \mathbf{N} - \{s, t\} \end{cases} \quad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in \mathbf{A} \quad (3)$$

Este problema también podría ser visto como: hallar la ruta más corta entre un nodo  $s \in \mathbf{N}$  y los  $\mathbf{N} - \{s\}$  nodos restantes. El modelo de programación lineal para este caso sería el mismo visto arriba, pero cambiando las restricciones (2) y (3) por las siguientes:

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathbf{A}} x_{i,j} - \sum_{j:(j,i) \in \mathbf{A}} x_{j,i} = \begin{cases} n - 1 & \text{si } i = s \\ -1 & \text{si } i \in \mathbf{N} - \{s\} \end{cases} \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1, 2, \dots, n - 1\}, \forall (i, j) \in \mathbf{A} \quad (5)$$

Se puede notar que con esta modificación la variable de decisión  $x_{ij}$  está restringida a ser entera y no solo a tomar valores entre cero y uno. El producto final

en este caso es un árbol dirigido hacia afuera (Directed Out Tree) donde cada pareja de nodos  $(s, i)$ ,  $i \in N$ , están unidos por la ruta más corta disponible en  $G$ . El valor que toma la variable de decisión representa el número de predecesores en el árbol de ruta más corta.

Para la solución del problema SPP se han diseñado algoritmos bastante eficientes que garantizan una solución óptima. Estos algoritmos son generalmente reunidos dentro de dos grupos: *label setting* y *label correcting* [17], cuya característica en común es la asignación de etiquetas de costo  $c[i]$  a cada nodo  $i \in \mathbf{N}$  pero diferenciándose entre si en que el primero asigna en cada paso etiquetas permanentes a los nodos mientras que el segundo trabaja con etiquetas temporales las cuales serán permanentes solo hasta cuando haya terminado el algoritmo.

Dentro de los algoritmos *label setting* el más representativo es el algoritmo *Dijkstra* [17], el cual encuentra la ruta más corta entre un nodo de salida y otro de llegada (o entre los demás nodos restantes) en un grafo donde ningún arco tiene asociado costos negativos. El tiempo empleado para la solución del SPP con este algoritmo es polinomial (en el peor caso el tiempo sería de  $O(n^2)$ )<sup>1</sup>. Por otro lado, un importante algoritmo del tipo *label correcting* es el *Generic Label Correcting* y el *Modified Label Correcting* [17], el cual a diferencia del algoritmo Dijkstra, resuelve problemas que consideran arcos con costos negativos siempre y cuando no se generen ciclos dirigidos negativos. El precio que debe pagarse por esta generalización es un mayor esfuerzo computacional (el tiempo empleado en el peor caso es de  $O(n^2C)$  y  $O(nmC)$  para el *Generic Label Correcting* y el *Modified Label Correcting* respectivamente, donde  $C$  es el mayor costo asociado a un arco en el grafo).

### 2.1.2. Ruta más Corta entre todas las Parejas de Nodos.

Dado un grafo  $G = (\mathbf{N}, \mathbf{A})$  con las mismas características definidas en el Problema de Ruta Más Corta Simple, el presente problema pretende hallar la ruta más corta entre todas las parejas de nodos  $[i, j] \in \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ . Intuitivamente se puede generar una solución a este problema al pensar resolver  $n$  veces el problema de ruta más

---

<sup>1</sup>Extensiones a este algoritmo han sido propuestas disminuyendo el tiempo de entrega de resultados [10].

corta simple, tomando en cada problema un nodo  $i \in \mathbf{N}$  como nodo de salida. No obstante existen algoritmos más eficientes como el *All Pairs Generic Label Correcting Algorithm* [17], el cual halla la solución óptima al problema partiendo del criterio de que para todo  $[i, j] \in \mathbf{N} \times \mathbf{N}$  existe una ruta dirigida cuyo costo es de  $d[i, j]$  y que este será mínimo si  $d[i, j] \leq d[i, k] + d[k, j]$ ,  $\forall i, j, k \in \mathbf{N}$ .

### 2.1.3. Variaciones del Problema de Ruta más Corta.

En esta sección se describirán de manera breve variaciones del SPP tratados en la literatura. Sin embargo, se sugiere al lector dirigirse a las referencias citadas en cada caso para obtener mayor información del problema que le interese.

#### 2.1.3.1. Problema de la Ruta de Máxima Capacidad (Maximum Capacity path problem (MCP)).

El problema de la ruta de máxima capacidad parte de un grafo  $G$  cuyos arcos no tienen asociados costos como en el SPP, sino capacidades de flujo. El objetivo del problema es encontrar la ruta óptima por donde pueda circular la mayor cantidad de flujo. Como solución a este problema puede utilizarse una variante del algoritmo Dijkstra. Para obtener un mayor acercamiento a este problema diríjase a [16].

#### 2.1.3.2. Problema de Ruta Más Corta sujeto a Restricciones de Recursos (Resource-Constrained shortest path problem (RCSPP)).

Este problema consiste en encontrar la ruta más corta en un grafo  $G'$  que a diferencia del grafo  $G$  definido en el SPP simple tiene asociado más de un atributo a cada arco. Toda pareja de nodos  $(i, j) \in \mathbf{A}$  tiene un costo  $c_{ij}$  y un vector de consumo de recursos  $\mathbf{r} = (r_{ij1}, r_{ij2}, \dots, r_{ijk})$  asociado. El objetivo es encontrar la ruta con el menor costo bajo la restricción de que el consumo de los recursos está limitado a un valor  $R_k$ . Para una revisión de los métodos aplicados para resolver este problema puede verse [8], [12] y más recientemente [14].

2.1.3.3. Problema de Ruta Más Corta con Ventanas de Tiempo (Shortest path problem with time windows (SPPTW)).

Este problema consiste en encontrar la ruta más corta (de costo mínimo) para viajar de un nodo a otro, respetando condiciones de visita de nodos  $[a_i, b_i]$ . Aquí  $a_i$  y  $b_i$  representan el tiempo mínimo y máximo respectivamente para visitar un nodo  $i \in N$ , y en conjunto entregan el intervalo de tiempo en que puede ser visitado cada nodo. De manera similar al RCSPP, aquí se parte de un grafo  $G'$  que tiene asociado más de un atributo a cada arco: uno correspondiente al costo  $c_{ij}$  y otro al tiempo de desplazamiento  $t_{ij}$ . Para obtener mayor información acerca de este problema puede dirigirse a [9].

2.1.3.4. Problema de Ruta Más Corta con parámetros Estocásticos (Stochastic shortest path problem).

Este problema nace de la determinación de estudiar los problemas de ruta más corta teniendo en cuenta la incertidumbre en el tiempo de recorrido (o en cualquier otro costo asociado) al desplazarse sobre los arcos del grafo  $G$ . De esta forma, el tiempo de desplazamiento en este problema constituye una variable aleatoria que tomará valores de acuerdo a una función de distribución de probabilidad. Para mayor información acerca de este problema y posibles soluciones puede dirigirse a [13] y [5].

2.1.3.5. Problema de Ruta Más Corta Biobjetivo (Bicriterion shortest path problem (BSPP)).

Este problema parte de un grafo  $G'$  de características similares al definido en el SPP simple pero con la diferencia de que cada arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$  tiene asociado dos atributos denotados por  $(c_{ij}, t_{ij})$ . El objetivo del problema es encontrar una ruta  $P'$  cuyo vector objetivo  $z(P') = (c(P'), t(P'))$  sea el mínimo posible. La formulación matemática que representa este problema es el mismo formulado en el SPP simple

con la siguiente variación en (1):

$$\begin{aligned} \text{Min } c(P') &= \text{Min} \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} c_{ij} x_{ij} \\ \text{Min } t(P') &= \text{Min} \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} t_{ij} x_{ij} \end{aligned} \tag{6}$$

Debido a la complejidad que reviste, este problema es NP-completo (véase [11]). Además, ya que es muy difícil encontrar una solución que minimice las dos componentes del vector objetivo  $\mathbf{z}(P')$ , es necesario concebir un nuevo conjunto solución, denotado como conjunto de *soluciones eficientes o Pareto optimal paths* (tomado de [2]) de tal forma que el tomador de decisiones seleccione a su criterio la ruta que más le convenga.

**Definición 1:**

Una ruta  $P$  que satisface las restricciones (2) y (3) es eficiente si y solo si no existe una ruta  $Q'$  que satisface (2) y (3) tal que  $\mathbf{z}(Q') \leq \mathbf{z}(P')$  con una desigualdad estricta.

**Definición 2:**

Un vector objetivo  $z(P')$  es no dominado si y solo si la ruta  $P'$  es una solución eficiente al problema de ruta más corta bicriterio. De otro modo el vector objetivo  $z(P')$  es dominado.

De manera intuitiva, una aproximación a la solución podría obtenerse al trabajar con una función objetivo combinada  $W(P', \lambda)$  la cual fuera igual a la suma ponderada de los componentes del vector objetivo:

$$W(P', \lambda) = \lambda c(P') + (1 - \lambda)t(P') \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

De esta forma, si se utilizan diferentes valores de  $\lambda$  y se reemplaza (6) por la minimización de la función combinada se obtendrían soluciones (conocidas como *soluciones no dominadas soportadas*) al problema. Sin embargo, como lo muestra [2], este conjunto solución no contendría todas las soluciones eficientes.



**Figura 2:** Clasificación de los métodos para resolver el problema de Ruta Más Corta Biobjetivo (BSPP).

Una clasificación y descripción de los algoritmos existentes en la literatura para hallar el conjunto de todas las soluciones eficientes es hecha por [2] (véase Figura 2). Debido a que los algoritmos del grupo *Node Labeling* han demostrado ser más eficientes que los del grupo *Path/Tree* (véase [3]), aquí solo se describirán algoritmos del primer grupo. Si el lector desea información acerca de los algoritmos del tipo *Path/Tree* puede dirigirse a [2].

Antes de describir los algoritmos es necesario hacer las siguientes definiciones:

- $\mathbf{L}(i)$  = Conjunto de vectores objetivos (o etiquetas) no dominadas de la forma  $(c[i], t[i])$  del nodo  $i \in \mathbf{N}$ .
- $\mathbf{L} = \bigcup_{i=1}^n L(i)$ .
- $Merge(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \setminus \{z \in \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \mid \exists x \in \mathbf{A} \cup \mathbf{B} : x \leq z\}$ . Conjunto resultado de la unión de los conjuntos  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  y la eliminación de las etiquetas dominadas en cada conjunto.

Algunos algoritmos del tipo *Node Labeling* son:

**Martin's Algorithm [19]** De acuerdo a la estructura hecha por [2] este algoritmo es del tipo *Label Setting*. El método sigue los siguientes pasos:

Paso 1: Se halla la ruta más corta, teniendo en cuenta solo el criterio del costo, desde el nodo  $s$  a los demás  $\mathbf{N} - \{s\}$  nodos restantes a través de un algoritmo label setting (e.g. Dijkstra) a fin de tener un elemento en  $L(i)$  para todo  $i \in \mathbf{N}$ .

Paso 2: Posteriormente se remueve la etiqueta lexicográfica más pequeña  $(c, t)(i)$  de  $\mathbf{L}$  (es decir, aquella que tiene el menor costo, utilizando como criterio de desempate la que tiene el menor tiempo) y se establece como etiqueta permanente.

Paso 3: Desde la etiqueta  $(c, t)(i)$  se generan nuevas etiquetas  $(c, t)(j) = (c, t)(i) + (c_{ij}, t_{ij})$  hacia los nodos adyacentes  $(i, j) \in \mathbf{A}$  y se ejecuta la operación *Merge* de la nueva etiqueta en  $\mathbf{L}(j)$ .

Paso 4: Se repite el proceso hasta que  $\mathbf{L} = \{\phi\}$ .

Debido a que se utiliza un algoritmo de tipo Label Setting para hallar rutas más cortas, este procedimiento se limita a grafos cuyos arcos no tienen costo negativo.

**Brumbaugh-Smith and Shier's algorithm [7]** De acuerdo a la estructura hecha por [2] este algoritmo es del tipo Label Correcting. El método sigue los siguientes pasos:

Paso 1: Se forma un conjunto de nombre **Labeled** con todos los nodos etiquetados. Al comienzo solo el nodo  $s$  está etiquetado  $(c, t)(s) = (0, 0)$ . Se selecciona un nodo  $i$  del conjunto **Labeled** (el criterio de selección es el principio FIFO).

Paso 2: Se generan nuevas etiquetas  $(c, t)(j) = (c, t)(i) + (c_{ij}, t_{ij})$  a los nodos  $j$  alcanzables desde  $i$ , utilizando todas las etiquetas en  $\mathbf{L}(i)$  y se ejecuta la operación *Merge* de la nueva etiqueta en  $\mathbf{L}(j)$ . Si  $\mathbf{L}(j)$  sufre cambios, el nodo  $j$  es ingresado al conjunto **Labeled**.

Paso 3: Se repite el proceso hasta que el conjunto **Labeled** =  $\{\phi\}$ .

El algoritmo 1 (tomado de [2]) muestra de una manera lógica e iterativa los pasos descritos anteriormente. Este algoritmo tiene un mejor desempeño que el Martin's algorithm, obteniendo resultados en un menor tiempo [7].



---

**Algorithm 1** Algoritmo Brumbaugh-Smith and Shier para el problema de ruta más corta biobjetivo

---

```
1:  $\mathbf{L}(s) \leftarrow (0, 0)$ 
2:  $\mathbf{Labeled} \leftarrow \{s\}$ 
3: while  $\mathbf{Labeled} \neq \{\phi\}$  do
4:   Seleccione  $i$  de  $\mathbf{Labeled}$  (principio FIFO)
5:    $\mathbf{Labeled} \equiv \mathbf{Labeled} - \{i\}$ 
6:   for  $j \in \mathbf{out}(i)$  ( $\mathbf{out}(i)$ : Conjunto de arcos que nacen del nodo  $i$ ) do
7:      $\mathbf{LM}(j) \equiv \text{Merge}(\mathbf{L}(j), \mathbf{L}(i) + (c_{ij}, t_{ij}))$ 
8:     if  $\mathbf{LM}(j) \neq \mathbf{L}(j)$  then
9:        $\mathbf{L}(j) \equiv \mathbf{LM}(j)$ 
10:    if  $j \notin \mathbf{Labeled}$  (validación para evitar el doble marcaje) then
11:       $\mathbf{Labeled} = \mathbf{Labeled} + \{j\}$ 
12:    end if
13:  end if
14: end for
15: end while
```

---

**Skriver and Andersen's algorithm [3].** Este algoritmo es una mejora al Brumbaugh-Smith and Shier's algorithm. Tiene como principio hacer un filtro entre los arcos que salen del nodo seleccionado del conjunto **Labeled** para conocer cuáles deben ser considerados en el cálculo de nuevas etiquetas en los nodos adyacentes  $j \in \mathbf{out}(i)$ . Debido a que la mejora de este algoritmo frente al Brumbaugh-Smith and Shier's algorithm no es percible en términos de esfuerzo computacional para solucionar el problema marco de este proyecto de investigación, no se mostrarán mas detalles del Skriver and Andersen's algorithm. Si se desea tener más información de este algoritmo puede remitirse a la referencia.

#### 2.1.3.6. Problema de Ruta más corta Restringido (Weight Constrained Shortest Path Problem (WCSP)).

Este es un caso especial del RCSP visto anteriormente, ya que es equivalente al estudio de este problema con un solo recurso. Esta variación del SPP parte de un grafo  $G'$  que al igual que el problema BSPP tiene asociado a cada arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$  una pareja de atributos  $(c_{ij}, w_{ij})$ . Aquí el objetivo es encontrar una ruta  $P'$  que pertenezca a  $G'$ , la cual minimice el costo total y cuyo consumo total del atributo

$w$  ( $\sum_{(i,j) \in P'} w_{ij}$ ) no exceda un límite deseado  $W$ . La formulación de este problema es el mismo planteado en el SPP pero añadiendo la siguiente restricción:

$$\sum_{(i,j) \in P'} w_{ij} \leq W \quad (7)$$

La consideración de la restricción adicional (7) provoca que el problema sea NP-duro [11]. Sin embargo, se han desarrollado algoritmos que resuelven el problema en tiempo pseudo polinomial. Una buena recopilación de estos métodos es hecha por [6], en donde se estructuran de la siguiente manera:

**Métodos de Simplificación del Problema (Pre-processing and problem simplification).** La filosofía de las técnicas que encajan dentro de este grupo es reducir el tamaño del problema para facilitar la solución del mismo a través de otras técnicas. El problema se contrae cuando se detectan arcos y/o nodos del grafo  $G'$  que no pueden hacer parte de la solución óptima y por ende no deben ser considerados en el proceso de búsqueda de la ruta más corta que cumpla con la restricción adicional. Debido a que el producto de estos métodos es un nuevo grafo  $G'' = (\mathbf{N}', \mathbf{A}')$ , donde  $\mathbf{N}' \subseteq \mathbf{N}$  y  $\mathbf{A}' \subseteq \mathbf{A}$ , estos son conocidos como técnicas de podado. Importantes ideas con respecto a esta técnica fueron entregadas por [20]. Una breve descripción de estas es hecha por [6], la cual se muestra a continuación:

Se parte de las siguientes cuatro variables:

$\sigma_i^w$  Longitud de la ruta más corta desde el nodo  $s$  (nodo salida) a un nodo  $i \in N$  con longitud de arco igual a  $w$ .

$\tau_i^w$  Longitud de la ruta más corta desde un nodo  $i \in N$  al nodo  $t$  (Nodo destino) con longitud de arco igual a  $w$ .

$\sigma_i^c$  Longitud de la ruta más corta desde el nodo  $s$  (nodo salida) a un nodo  $i \in N$  con longitud de arco igual a  $c$ .

$\tau_i^c$  Longitud de la ruta más corta desde un nodo  $i \in N$  al nodo  $t$  (Nodo destino) con longitud de arco igual a  $c$ .

Analizando estas variables, se pueden llegar a las siguientes conclusiones:

- Si  $\sigma_t^w > W$ , entonces el problema es infactible.

- Si  $\sigma_t^c$  cumple con la restricción adicional, entonces esta es la solución óptima al problema.
- Si  $\sigma_j^w + \tau_j^w > W$  para un nodo  $j \in \mathbf{N}$ , entonces toda ruta  $P \in G'$  que vaya del nodo  $s$  al nodo  $t$  y visite el nodo  $j$  violará la restricción adicional.
- Si  $\sigma_i^w + w_{ij} + \tau_j^w > W$  para un arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$ , entonces este arco no podrá conformar ninguna ruta factible (no cumplirá la restricción adicional) desde  $s$  a  $t$ .
- Si  $U$  denota el costo ( $\sum_{(i,j) \in P'} c_{ij}$ ) de la ruta  $P$  hallada al calcular  $\sigma_i^w$  y  $\sigma_i^c + w_{ij} + \tau_j^c \geq U$  para un arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$ , entonces toda ruta que contenga a este arco tendrá un costo mayor al obtenido con la ruta  $P$ .

Teniendo en cuenta lo anterior, se pueden eliminar del grafo  $G'$  todos los nodos y arcos considerados como indeseables y generar un grafo  $G''$  cuya complejidad es menor al original.

**Relajación Lagrangiana.** La idea de este método es destruir o eliminar la restricción adicional del WCSPP para conservar las propiedades favorables del problema SP. La relajación lagrangiana consiste en realizar una modificación de la función objetivo, agregando la restricción adicional junto con un multiplicador de Lagrange. Entonces los multiplicadores de Lagrange pueden ser vistos como una penalización por violar las restricciones. Este método ocasiona el tratamiento de un problema adicional que es determinar los valores óptimos de los multiplicadores de Lagrange, puesto que no es trivial la escogencia. Valores muy altos pueden ocasionar que no se logre una buena estimación del problema original debido a que se está forzando al poco consumo de los recursos (grandes holguras), por otro lado valores pequeños de estos multiplicadores provocará que no se tengan en cuenta las restricciones de recursos lo que conllevaría a soluciones no factibles.

La relajación Lagrangiana considerada sería:

$$Z_{LR} = \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} c_{ij}x_{ij} + \lambda \left( \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} w_{ij}x_{ij} - W \right) \quad (8)$$

donde  $\lambda$  es el multiplicador de lagrange. El valor óptimo de este multiplicador se calcula a través de la solución del siguiente problema dual:

$$Max_{\lambda \geq 0} (Min Z_{LR}) = Max_{\lambda \geq 0} (Min( \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} c_{ij}x_{ij} + \lambda( \sum_{(i,j) \in \mathbf{A}} w_{ij}x_{ij} - W)))$$

sujeto a las restricciones (2) y (3).

Un método de solución de este problema fue propuesto por [6]. Esta es una técnica iterativa que obtiene una solución en tiempo pseudopolinomial.

**Método Label Setting (Label Setting Method).** Es considerado como el método más efectivo para el WCSPP. Este se basa en los conceptos de etiquetado de nodos y rutas eficientes vistos en el BSPP. En esencia, este método trata de determinar todas las soluciones eficientes, es decir las rutas cuyos vectores objetivo sean no dominados, para identificar cuáles de ellos satisfacen la restricción adicional. De las rutas remanentes, se selecciona aquella cuyo vector objetivo tiene el menor costo. Esta última ruta es la solución al problema WCSPP.

A pesar de que en [6] se describe un algoritmo del tipo Label Setting para hallar las rutas eficientes, en este proyecto de investigación será utilizado el Brumbaugh-Smith and Shier's algorithm el cual es básicamente un algoritmo de tipo Label Correcting.

## Capítulo III

# REPRESENTACIÓN DEL SISTEMA TRANSMILENIO COMO UN GRAFO

Para dar solución al problema estudiado en este proyecto de investigación es necesario modelar la red de Transmilenio como un sistema de nodos y arcos (grafo). Para lograr este cometido, primero se identificarán las características relevantes del sistema Transmilenio para posteriormente diseñar paso a paso el grafo que simule dichas características.

### 3.1. Características de la red de Transmilenio

1. **Solo un grupo del total de servicios troncales se detienen en todas las estaciones.** Dado que no todos los servicios se detienen en todas las estaciones, no es posible viajar (en todos los casos) directamente desde una estación a otra. Por lo tanto es necesario utilizar rutas compuestas por diferentes servicios.
2. **Todo desplazamiento entre dos estaciones por medio de un servicio incurre en un tiempo.** Este tiempo corresponde al tiempo de viaje empleado por el servicio para recorrer la distancia existente entre las dos estaciones. Este tiempo depende del número de estaciones en las que se debe detener antes de llegar a su punto de destino y de si el servicio troncal es corriente o expreso.
3. **Un servicio que viaja de la estación A a la B también viaja de la B a la A.** Todos los servicios troncales tienen una estación de salida y una estación retorno (que por lo general son Portales Estación de Cabecera). Antes de llegar a la estación retorno, el servicio troncal debe detenerse en estaciones

intermedias predeterminadas y una vez que llega a la estación retorno regresa a la estación de salida deteniéndose en las mismas estaciones intermedias, lo cual provoca que dos estaciones estén conectadas en ambos sentidos por el mismo servicio troncal.

4. **Un trasbordo tiene lugar en una estación y se produce cada vez que el usuario se baja de un servicio e ingresa a uno nuevo.** Esta característica establece que solo son posibles trasbordos entre servicios troncales que se detienen en una misma estación.
5. **Todo trasbordo involucra un tiempo de espera.** Si un usuario decide pasar de un servicio troncal a otro en una estación determinada, esperará detenido en dicha estación hasta que llegue el servicio al cual quiere subir.
6. **Todos los servicios troncales tienen horarios de funcionamiento.** Los servicios expresos y corrientes funcionan de acuerdo a horarios predeterminados y de si el día es ordinario, sábado ó domingo (o festivo).

## 3.2. Descripción del grafo que modela al Sistema Transmilenio

Teniendo en cuenta las características del sistema Transmilenio mencionadas anteriormente, se construirá paso a paso el grafo equivalente. Dicho grafo se describirá de manera genérica y seguirá los parámetros de la teoría de grafos consignados en [17].

### 3.2.1. Sistema de Nodos

De acuerdo a la teoría de grafos, un grafo  $G$  se compone de un conjunto de nodos  $\mathbf{N}$  y un conjunto de arcos  $\mathbf{A}$ , ( $G = (\mathbf{N}, \mathbf{A})$ ). En la presente sección se explicará como está constituido el conjunto  $\mathbf{N}$ .

El conjunto de nodos está formado por dos subconjuntos: Nodos de salida y llegada ( $\mathbf{N1}$ ) y Nodos de tránsito ( $\mathbf{N2}$ ).

### 3.2.1.1. Nodos de salida y llegada (**N1**)

Los nodos de salida y llegada representan cada una de las estaciones que conforman la red de Transmilenio, es decir, son los puntos de entrada y de salida en el grafo  $G$ . El nombre con el que se identificará a cada uno de estos nodos será el nombre de la estación a la que representa. El nodo de partida o de salida ( $s$ ) y el nodo destino o de llegada ( $t$ ) pertenecen a este conjunto. El tamaño del conjunto **N1** es igual al número de estaciones del sistema Transmilenio.

### 3.2.1.2. Nodos de tránsito (**N2**)

Los nodos de tránsito indican el servicio en el que se encuentra un pasajero cuando está detenido en una estación, es decir, estos nodos son una combinación de la estación y los servicios troncales que se detienen en esta. Los nodos de tránsito son de gran importancia debido a que a través de estos se realiza el desplazamiento por el grafo. El tamaño del conjunto **N2** está determinado por la siguiente expresión:

$$\|\mathbf{N2}\| = \sum_{m \in \mathbf{E}} \|\mathbf{S}_m\|$$

donde  $\mathbf{E}$  representa el conjunto de estaciones del sistema Transmilenio y  $\mathbf{S}_m$  indica el conjunto de servicios que se detienen en la estación  $m \in \mathbf{E}$ .

En la Figura 3 puede verse el sistema de nodos resultante para dos estaciones, la estación A donde se detienen los servicios b, c, d y h, y la estación B donde se detienen los servicios b, d, e y j.

## 3.2.2. Sistema de Arcos

El conjunto de arcos  $\mathbf{A}$  del grafo  $G$  está conformado por tres subconjuntos: Arcos de salida (**A1**), arcos de llegada (**A2**) y arcos de tránsito (**A3**).

### 3.2.2.1. Arcos de salida (**A1**)

Un arco de salida es aquel que conecta un nodo de salida y llegada con los nodos de tránsito correspondientes a la estación que está representando el nodo de salida y llegada. La cola del arco es el nodo de salida y llegada y la cabeza el nodo de tránsito.



**Figura 3:** Sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. El conjunto de servicios que se detienen en A es  $\mathbf{S}_A = \{b, c, d \text{ y } h\}$  y en B es  $\mathbf{S}_B = \{b, d, e \text{ y } j\}$ .

Este arco representa la espera del usuario por la llegada de un servicio hasta que ingresa a él. Esta espera se debe ya sea porque se realiza un trasbordo (para aquellos nodos diferentes al de partida) o porque va a tomar el primer servicio (para el nodo de partida o de salida). El tiempo de espera y el trasbordo ocasionado se asignan a los arcos de salida como una pareja de atributos  $[t_{ij}, \text{trasb}_{ij}]$  donde  $t_{ij}$  es el tiempo ocasionado por tomar el arco  $(i, j) \in \mathbf{A1}$  y  $\text{trasb}_{ij}$  es el trasbordo ocasionado por tomar el arco  $(i, j) \in \mathbf{A1}$  cuyo valor es igual a 1 en todos los arcos a excepción de aquellos que nacen del nodo de partida o salida  $s$  donde el valor de  $\text{trasb}_{sj}$  es igual a 0. La diferencia en el valor del atributo trasbordo se debe a que no se hacen trasbordos desde el nodo de salida  $s$ .

Debido a que hay un arco de salida por cada nodo de tránsito, el tamaño del conjunto  $\mathbf{A1}$  es igual al del conjunto  $\mathbf{N2}$ . En la Figura 4 se muestran los arcos de salida del sistema de nodos de la estación A y de la estación B (ver Figura 3). Debido a que la estación A es la estación de salida (en este ejemplo), el nodo A sería el nodo  $s$  y por lo tanto el valor del trasbordo en cada uno de los arcos de salida que nacen de este nodo es igual a cero, mientras que los arcos del nodo B tienen un valor igual a 1 en dicho atributo. Adicionalmente, puede verse que el número de arcos coincide con el número de nodos de tránsito en los dos casos.



**Figura 4:** Arcos de salida del sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. El punto de salida es la estación A.

#### 3.2.2.2. Arcos de llegada (**A2**)

Los arcos de llegada, al igual que los arcos de salida, conectan los nodos de salida y llegada con los nodos de tránsito, sin embargo, estos arcos tienen su cola en los nodos de tránsito y su cabeza en los nodos de salida y llegada.

Representan la bajada del usuario de un servicio troncal a una estación. La estación a la que llega corresponde al nodo de salida y llegada y el servicio del cual se está bajando está contenido en el nodo de tránsito. Debido a que el tiempo para que un usuario baje de un servicio no es considerable, el valor de este atributo tomará el valor de 0 en todos los arcos. Además, ya que no se está produciendo un traspaso el valor de este atributo también será nulo. El tamaño del conjunto **A2** es el mismo del conjunto **A1**. El mismo caso visto para los arcos de salida se tiene consignado en la Figura 5 para los arcos de llegada.

#### 3.2.2.3. Arcos de tránsito (**A3**)

Los arcos de tránsito conectan nodos de tránsito que están formados por un mismo servicio y estaciones que son alcanzables directamente a través de ese servicio. Estos arcos representan la movilización de un servicio desde una estación a otra. Al igual que los arcos de salida y los arcos de llegada, estos arcos poseen dos atributos:  $[t_{ij}, trasb_{ij}]$ , donde  $t_{ij}$  es el tiempo de desplazamiento ocasionado por tomar el arco

**Figura 5:** Arcos de llegada del sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. El punto de salida es la estación A.

**Figura 6:** Arcos de tránsito del sistema de nodos resultante para las estaciones A y B. Las estaciones A y B son contiguas.

$(i, j) \in \mathbf{A3}$  y  $trasb_{ij}$  es 0 en todos los arcos debido a que no se producen trasbordos. Debido a que es posible movilizarse en ambos sentidos, cada arco de tránsito estará acompañado por un arco idéntico pero de sentido contrario.

En la Figura 6 se muestran los arcos de tránsito resultantes al considerar las estaciones A y B como estaciones consecutivas. Debido a que los servicios b y d se detienen en ambas estaciones, es posible viajar de la estación A a la B por medio de estos servicios lo cual se ve representado por los arcos de tránsito. Adicionalmente, puede verse que estos arcos se constituyen en parejas de arcos que tienen iguales atributos pero diferente sentido.

### 3.2.3. Comportamiento dinámico del grafo

Además de las características descritas anteriormente, el grafo  $G$  que modela a la red de Transmilenio tiene la propiedad de poseer arcos dinámicos, es decir, arcos que aparecen y desaparecen del grafo de acuerdo al tiempo. Los arcos dinámicos corresponden a los arcos de tránsito (**A3**) los cuales son habilitados según intervalos de tiempo de activación  $I_{ij}$  para cada arco  $(i, j) \in \mathbf{A3}$ . Esta propiedad representa la salida de funcionamiento de algunos servicios troncales de acuerdo al horario de funcionamiento de cada uno de ellos.

Para que la propiedad dinámica de los arcos de tránsito pueda ser utilizada es necesario llevar una medida del tiempo, en otras palabras, se necesita un reloj interno inicializado con el tiempo de entrada del usuario al sistema y actualizado cada vez que se consume tiempo dentro del grafo. Toda vez que se desee utilizar un arco de tránsito del grafo  $G$  se determinará si ese arco está activo o inactivo dependiendo de si el tiempo del reloj interno se encuentra dentro del intervalo de activación del arco de tránsito o no. No obstante, dicha validación no será necesaria cuando el nodo de tránsito desde donde nace el arco de tránsito es alcanzado desde otro nodo de tránsito, debido a que el usuario ya estaría utilizando el servicio troncal representado por el nodo de tránsito lo cual aseguraría el funcionamiento del servicio.

Para un sólido entendimiento del comportamiento dinámico del grafo  $G$  se hará un ejemplo utilizando como base el grafo que se encuentra en la Figura 7. El tiempo asociado a cada arco y el intervalo de activación de los arcos de tránsito del grafo  $G$  están consignados en las tablas 3.2.3 y 3.2.3 respectivamente. Este grafo se generó de una red compuesta de tres estaciones: las estaciones A y B cuya información es la misma utilizada en los ejemplos anteriores (las estaciones son consecutivas,  $\mathbf{S}_A = \{b, c, d \text{ y } h\}$  y  $\mathbf{S}_B = \{b, d, e \text{ y } j\}$ ) y una estación C donde se detienen los servicios b y j. La estación de salida o partida es A y la de llegada es C. Suponiendo que el usuario entra al sistema a las 7 a.m. y pretende llegar desde la estación A a la B a través del servicio d, encontrará que el arco (A-d,B-d) está inactivo debido a que llega al nodo A-d a las 7:02 a.m. y el arco de tránsito solo está activo desde las 02 p.m., por tal razón no es posible llegar a la estación B por medio del servicio d (véase Figura 8

	A	A-b	A-c	A-d	A-h	B	B-b	B-d	B-e	B-j	C	C-b	C-j
A	-	2	2	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-
A-b	0	-	-	-	-	-	4	-	-	-	-	-	-
A-c	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
A-d	0	-	-	-	-	-	-	7	-	-	-	-	-
A-h	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B	-	-	-	-	-	-	2	2	2	2	-	-	-
B-b	-	4	-	-	-	0	-	-	-	-	-	3	-
B-d	-	-	-	7	-	0	-	-	-	-	-	-	-
B-e	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-
B-j	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	5
C	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	2
C-b	-	-	-	-	-	-	3	-	-	-	0	-	-
C-j	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	0	-	-

**Tabla 1:** Matriz de tiempos (en minutos) del grafo  $G$  resultante de la red de tres estaciones.

	A-b	A-d	B-b	B-d	B-j	C-b	C-j
A-b	-	-	07a.m. - 01p.m.	-	-	-	-
A-d	-	-	-	02p.m. - 07p.m.	-	-	-
B-b	07a.m. - 01p.m.	-	-	-	-	07a.m. - 01p.m.	-
B-d	-	02p.m. - 07p.m.	-	-	-	-	-
B-j	-	-	-	-	-	-	08a.m. - 07p.m.
C-b	-	-	07a.m. - 01p.m.	-	-	-	-
C-j	-	-	-	-	08a.m. - 07p.m.	-	-

**Tabla 2:** Intervalos de activación para los arcos de tránsito del grafo generado para la red de tres estaciones.

punto a)). Por otro lado, si se quiere viajar desde la estación A a la C por medio del servicio b se encuentra que los arcos de tránsito utilizados en la ruta están activos, como puede verse en la Figura 8 punto b). Es importante anotar que la verificación del cumplimiento del intervalo de activación no se hizo en el arco (B-b,C-b) debido a que se llegó al nodo B-b a través del nodo A-b, lo cual quiere decir que el usuario ya está dentro del servicio b lo que garantiza que el usuario puede utilizar el servicio.

### 3.3. Construcción del grafo equivalente a la red de Transmilenio

En esta sección se construirá el grafo equivalente a la red de Transmilenio teniendo en cuenta el sistema de nodos y arcos descrito anteriormente y las limitaciones y supuestos considerados para tal fin.

#### 3.3.1. Limitaciones de la modelación del Sistema Transmilenio

1. Se contemplan en el modelo los servicios y las vías troncales que están en funcionamiento hasta el 30 de septiembre de 2004.

**Figura 7:** Grafo  $G$  resultante de la red conformada por las estaciones A con  $\mathbf{S}_A=\{b, c, d \text{ y } h\}$ , B con  $\mathbf{S}_B=\{b, d, e \text{ y } j\}$  y C con  $\mathbf{S}_C=\{b, y \text{ y } j\}$ .

**Figura 8:** Composición de rutas con respecto al tiempo para viajar desde: a) la estación A a la B por medio del servicio d y b) la estación A a la C por medio del servicio b. Hora de entrada al sistema: 07:00 a.m.

2. **El modelo considera solo la información del funcionamiento del sistema Transmilenio de los días lunes a viernes.** Los servicios troncales, frecuencias y horarios de funcionamiento que operan en el sistema Transmilenio difieren entre días ordinarios, sábados y domingos y festivos. Sin embargo, el modelo solo considera los parámetros de lunes a viernes.
3. **Los datos concernientes a la operación del sistema tales como frecuencias de los servicios troncales y tiempos de desplazamiento fueron estimados.** Los datos acerca de frecuencias y tiempos no fueron suministrados por Transmilenio S.A. sino que son una estimación hecha a partir de las estadísticas de operación del sistema (tales como velocidad promedio de los servicios, distancia promedio entre estaciones, tiempo de espera promedio en las estaciones, entre otras) divulgados a través de medios públicos como revistas, página web, entre otros.

### 3.3.2. Supuestos de la modelación del Sistema Transmilenio

1. **Los servicios troncales tardan un tiempo fijo para llegar a la estación de partida o salida.** Se asumirá que cada uno de los servicios troncales que se detienen en la estación de partida tardarán un tiempo fijo igual al tiempo

de trasbordo (ver ítem siguiente) para llegar a dicha estación. De esta forma, no importará el tiempo en que el usuario entra al sistema ya que independientemente de este el tiempo de espera será el mismo.

2. **El tiempo de trasbordo es determinístico.** El tiempo de espera por la llegada de un servicio depende de la frecuencia de salida de dicho servicio, la cual puede ser diferente en distintas horas del día. Sin embargo, se supondrá que el tiempo de espera por concepto de trasbordo es fijo y su valor será igual a la estadística de espera de servicios troncales en una estación encontrada en [1]: el tiempo promedio para la llegada de un servicio corriente a una estación es de 3 minutos y para un servicio expreso es de 2 minutos.
3. **El tiempo empleado por un servicio troncal para el desplazamiento de una estación a otra es determinístico.** El tiempo empleado por un servicio troncal para el desplazamiento de una estación a otra es un parámetro probabilístico debido a que su valor depende de muchas variables como la velocidad promedio, obstáculos en la vía, semáforos, entre otros. No obstante, en este proyecto de investigación se asumió que el valor del tiempo de desplazamiento es determinístico y se derivó de una fórmula racional. Esta fórmula se compone de dos elementos: El primero, un valor constante igual a 1,5 minutos que corresponde al tiempo de viaje entre dos estaciones consecutivas a velocidad constante; El segundo, un valor constante igual a 45 segundos que contempla el tiempo de espera para la salida y entrada de pasajeros al servicio, el tiempo de desaceleración hasta que se detiene el servicio y el de aceleración para llegar a la velocidad de viaje.
4. **Los intervalos de funcionamiento de los servicios son determinísticos y dependientes de la estación donde se encuentre el usuario.** El horario de funcionamiento de cada uno de los servicios troncales en la red de Transmilenio corresponde al tiempo de salida del primer y último servicio de las estaciones Portales o retorno que limitan su recorrido dentro de la red. Esto quiere decir que el horario de funcionamiento de los servicios no es el mismo en todas las estaciones ya que mientras un servicio está disponible en

la estación Portal, al comienzo del horario de funcionamiento, no lo estará en una estación intermedia hasta que pase el tiempo necesario para llegar a esta. De esta forma, el intervalo de funcionamiento de los servicios en cada una de las estaciones dependerá del tiempo de salida del primer y último servicio de las estaciones Portales y retorno y del tiempo necesario para llegar a cada estación. De acuerdo a esto, se derivó una expresión matemática para calcular el Intervalo de activación de los arcos de tránsito en el grafo  $G$ :

$\mathbf{S}$ : Conjunto de Servicios.

$\mathbf{E}_j$ : Conjunto de estaciones donde se detiene el servicio  $j \in \mathbf{S}$ .

$P1_j$ : Primera estación Portal o de retorno del servicio  $j \in \mathbf{S}$ .

$P2_j$ : Segunda estación Portal o de retorno del servicio  $j \in \mathbf{S}$ .

$t[a]_j$ : Tiempo empleado por el servicio  $j \in \mathbf{S}$  para viajar desde la estación Portal o de retorno a la estación intermedia  $a \in \mathbf{E}_j$ .

$I1[a]_j$ : Tiempo de salida del primer bus del servicio  $j \in \mathbf{S}$  en la estación  $a \in \mathbf{E}_j$ .

$I2[a]_j$ : Tiempo de salida del último bus del servicio  $j \in \mathbf{S}$  en la estación  $a \in \mathbf{E}_j$ .

$I1[P1_j]_j$ : Tiempo de salida del primer bus del servicio  $j \in \mathbf{S}$  de la primera estación Portal o de retorno del servicio  $j$ .

$I2[P2_j]_j$ : Tiempo de salida del último bus del servicio  $j \in \mathbf{S}$  de la segunda estación Portal o de retorno del servicio  $j$ .

$$I1[a]_j = I1[P1_j]_j + t[a]_j$$

$$I2[a]_j = I2[P2_j]_j + t[a]_j$$

### 3.3.3. Datos del grafo equivalente a la red de Transmilenio

El sistema Transmilenio cuenta con 78 estaciones y 15 servicios troncales (3 servicios corrientes y 12 servicios expresos) de acuerdo a datos de operación del sistema hasta el 30 de septiembre de 2.004. Teniendo en cuenta los detalles de conformación del grafo  $G$  descritos en las secciones anteriores se crearon 366 nodos



(78 nodos de salida y llegada y 288 nodos de tránsito) y 1118 arcos (288 arcos de salida, 288 arcos de llegada y 542 arcos de tránsito). El listado de nodos junto al detalle de conformación (pareja Estación-Servicio) y la relación de arcos junto con el tiempo y el intervalo de activación (para los arcos de tránsito) asociado a cada uno de ellos se encuentran en los anexos 2 y 3 respectivamente.

## Capítulo IV

# PROBLEMA DE RUTA MÁS CORTA EN EL SISTEMA TRANSMILENIO

Ya definido el grafo equivalente a la red de Transmilenio es posible representar el movimiento de un usuario desde una estación a otra. Por lo tanto, se tienen las suficientes herramientas para desarrollar técnicas que permitan determinar la mejor ruta para viajar entre dos estaciones del sistema Transmilenio, de acuerdo a criterios y condiciones interpuestas por el usuario. En este capítulo se presentarán dos métodos para determinar la ruta que minimiza el tiempo para desplazarse desde una estación a otra cumpliendo con las restricciones esenciales del problema de ruta más corta y aquellas correspondientes al horario de funcionamiento de los servicios troncales. La solución de este problema servirá de base para el diseño de las herramientas de solución del problema marco de este proyecto de investigación que es el de determinar la ruta más corta entre dos estaciones del sistema transmilenio teniendo en cuenta condiciones de trasbordo.

### 4.1. Formulación matemática

Uno de los métodos para solucionar el problema de ruta más corta en el sistema Transmilenio es la optimización del modelo de programación entero del problema. Esta herramienta permite determinar la ruta más corta para viajar desde un nodo de salida a un nodo de llegada dentro de un grafo  $G$ , sin embargo, no considera la desactivación de arcos a medida que el tiempo avanza. A pesar de esto, es posible tener en cuenta el efecto del tiempo al eliminar de los parámetros de entrada aquellos arcos que representan los servicios que están fuera de funcionamiento.

La formulación matemática del problema analizado tuvo como base el modelo de programación entero del SPP visto en el marco teórico. La variación consistió en que el nodo de salida y el nodo de llegada solo pueden ser aquellos reunidos en el conjunto de nodos de salida y llegada (**N1**) y que el número de arcos del grafo dependerá del tiempo de entrada del usuario al sistema Transmilenio.

Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo de programación entero para resolver el problema de ruta más corta en el sistema Transmilenio es el siguiente:

Parámetros:

- N1** Conjunto de nodos de salida y llegada del grafo  $G$ .
- N2** Conjunto de nodos de tránsito del grafo  $G$ .
- N** Conjunto de nodos del grafo  $G$ .  $\mathbf{N} \equiv \mathbf{N1} \cup \mathbf{N2}$
- A1** Conjunto de arcos de salida del grafo  $G$ .
- A2** Conjunto de arcos de llegada del grafo  $G$ .
- A3** Conjunto de arcos de tránsito del grafo  $G$ .
- A** Conjunto de arcos del grafo  $G$ .  $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A1} \cup \mathbf{A2} \cup \mathbf{A3}$
- $s$  Nodo de salida.  $s \in \mathbf{N1}$
- $f$  Nodo de llegada.  $f \in \mathbf{N1}$
- $time$  Tiempo de entrada del usuario al sistema.
- $\mathbf{A}_{time}$  Subconjunto de arcos  $(i, j) \in \mathbf{A}$  que están disponibles en  $time$ .
- $t_{ij}$  Tiempo de desplazamiento asociado al arco  $(i, j) \in \mathbf{A}_{time}$

Variable de decisión:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la ruta seleccionada se compone del arco } (i, j) \in \mathbf{A}_{time} \\ 0 & \text{dlc.} \end{cases}$$

Formulación:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= \text{Min} \sum_{(i,j) \in A_{time}} t_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a. : } & \sum_{\{j:(i,j) \in A_{time}\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i) \in A_{time}\}} x_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = s \\ -1 & \text{si } i = f \\ 0 & \text{dlc} \end{cases} \\
 & x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A_{time}
 \end{aligned}$$

## 4.2. Algoritmo *Modified Label Correcting Extendido*

El segundo método de solución es una modificación del *Modified Label Correcting algorithm* presentado en [17], algoritmo del tipo *Label Correcting* para solucionar el SPP (ver Marco Teórico). Se escogio este algoritmo debido a que es la base del *Brumbaugh-Smith and Shier algorithm*, técnica que será utilizada para solucionar el problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio.

La variación con respecto al algoritmo original radica en la adición de una rutina para considerar la desactivación de arcos del grafo  $G$  a medida que el tiempo avanza. Por tal motivo, esta técnica permite modelar de manera más cercana las características del sistema Transmilenio puesto que es posible considerar la salida y entrada en funcionamiento de los servicios a medida que el usuario se desplaza por la red.

La rutina adicional no es mas que una verificación entre los intervalos de tiempo de los arcos de tránsito (**A3**) del grafo  $G$  y el tiempo registrado en una variable que simula un reloj interno. Dicha variable es inicializada con el valor del tiempo cuando el usuario entra al sistema y actualizada cada vez que se realiza un desplazamiento entre estaciones ó cuando se ejecuta un trasbordo. Si el reloj interno registra un tiempo que esta por fuera del intervalo de activación de los arcos de tránsito, el arco será desactivado.

El algoritmo *Modified Label Correcting Extendido* puede verse en el algoritmo 2 y es descrito a continuación:

Notación:

$G$	Grafo $G = (\mathbf{N}, \mathbf{A})$ , donde $\mathbf{N} \equiv \mathbf{N1} \cup \mathbf{N2}$ y $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A1} \cup \mathbf{A2} \cup \mathbf{A3}$
$s$	Nodo de salida. $s \in \mathbf{N1}$ .
$f$	Nodo de llegada $f \in \mathbf{N1}$ .
$\text{out}(i)$	Conjunto de nodos que son alcanzables desde el nodo $i \in \mathbf{N}$ .
<b>Labeled</b>	Conjunto de nodos pendientes por explorar.
$L(i)$	Etiqueta del nodo $i \in \mathbf{N}$ . Es decir, menor tiempo para viajar desde $s$ hasta $i$ .
$t(i, j)$	Tiempo de desplazamiento desde el nodo $i \in \mathbf{N}$ hasta el nodo $j \in \mathbf{N}$ .
$\text{pred}(i)$	Nodo desde el que se llega al nodo $i \in \mathbf{N}$ para alcanzar la etiqueta $L(i)$ .
$\text{time}$	Medida del tiempo (reloj interno).
$I(i, j)$	Intervalo de activación del arco $(i, j) \in \mathbf{A3}$
$t$	Tiempo de entrada del usuario al sistema Transmilenio.
$\text{ValidarHorario}(i)$	Variable auxiliar que indica si debe verificarse si el arco de tránsito está activo cada vez que se examine el nodo $i$ . El valor <i>true</i> supone la validación del horario, <i>false</i> la validación no es necesaria.

Paso 1: Corresponde a las líneas 1 a 5 del algoritmo 2. Al inicio no se conoce el tiempo para ir desde el nodo  $s$  a cada nodo  $i \in \mathbf{N} - \{s\}$ , por lo que  $L(i)$  toma un valor muy grande para cada caso. Como simplemente se conoce el valor  $L(s)$ , solo este nodo puede ser explorado, es decir **Labeled**  $\equiv \{s\}$ . El valor de  $\text{ValidarHorario}(i)$  es igual a *false* en todos los nodos hasta que se determine lo contrario.

Paso 2: Corresponde a las líneas 6 en adelante. Se extrae un nodo  $i$  del conjunto **Labeled** (según principio FIFO) y sobre cada arco  $(i, j)$  que nace de  $i$  se valida (si es necesario) si el arco está activo o no. Si el arco está activo, es decir si es posible llegar a  $j$  desde  $i$ , se calcula una nueva etiqueta de  $j$  ( $L(j) = L(i) + t_{ij}$ ) y si esta es menor a la que ya tenía, se superpone el valor, el nuevo predecesor de  $j$  es  $i$  y si el nodo desde donde se alcanza  $j$  es un nodo de salida y llegada ( $i \in \mathbf{N1}$ ),  $\text{ValidarHorario}$  toma el valor de *true*, en otras palabras, es necesario validar el cumplimiento del intervalo de activación. Además, si se produce una mejora del tiempo de viaje desde

$s$  hasta  $j$ , este último nodo es ingresado al conjunto **Labeled** siempre y cuando no sea un elemento de este.

Paso 3: Se repite el proceso hasta que el conjunto **Labeled** esté vacío.

Paso 4: La ruta más corta para viajar desde  $s$  hasta  $f$  teniendo en cuenta los intervalos de activación de los arcos de tránsito se construye por medio de los nodos predecesores, partiendo desde el nodo  $f$  hasta llegar al nodo  $s$ .

---

**Algorithm 2** Algoritmo Modified Label Correcting extendido para considerar intervalos de tiempo para la activación de arcos

---

```

1:  $L(s) \leftarrow 0$ 
2:  $L(i) \leftarrow \infty \quad \forall i \in N - \{s\}$ 
3:  $Labeled \leftarrow \{s\}$ 
4:  $t :=$  Tiempo de entrada al sistema
5:  $ValidarHorario(i) := false \quad \forall i \in G$ 
6: while  $Labeled \neq \{\phi\}$  do
7:   Seleccione  $i$  de  $Labeled$  (principio FIFO)
8:    $Labeled = Labeled - \{i\}$ 
9:   for  $j \in out(i)$  do
10:    if  $ValidarHorario(i) = true$  then
11:       $time := t + L(i)$ 
12:      if  $time \in I(i, j)$  then
13:         $(i, j)$  está activo
14:      else
15:         $(i, j)$  está inactivo
16:      end if
17:    else
18:       $(i, j)$  está activo
19:    end if
20:    if  $(i, j)$  está activo then
21:      if  $L(j) > L(i) + t(i, j)$  then
22:         $L(j) := L(i) + t(i, j)$ 
23:         $pred(j) := i$ 
24:        if  $i \in \mathbf{N1}$  (es decir, si el nodo  $i$  es un nodo de salida y llegada) then
25:           $ValidarHorario(j) := true$ 
26:        else
27:           $ValidarHorario(j) := false$ 
28:        end if
29:        if  $j \notin Labeled$  then
30:           $Labeled \equiv Labeled + \{j\}$ 
31:        end if
32:      end if
33:    end if
34:  end for
35: end while

```

---

## Capítulo V

# PROBLEMA DE RUTA MÁS CORTA CON TRASBORDOS EN EL SISTEMA TRANSMILENIO

Como se dijo en la Introducción de este proyecto de investigación, el problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio se abordará desde dos puntos de vista: como la inclusión de una restricción adicional a las del problema de ruta más corta simple, que establecerá el número de trasbordos permisibles; y el otro considerando a los trasbordos como parte de la función objetivo lo que nos conduciría a un problema de ruta más corta bicriterio. Como se verá mas adelante, es posible solucionar estos dos problemas por medio de la misma herramienta lo cual simplifica la dimensión del problema.

Sin mas preámbulo, a continuación se describirán brevemente los temas a tratar en el problema de ruta más corta con trasbordos dentro del contexto del sistema Transmilenio y posteriormente se expondrán los métodos de solución para dar respuesta a dichos problemas.

### **5.1. Temas a analizar en el problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio**

#### **5.1.1. Minimización conjunta de dos objetivos: El tiempo y el número de trasbordos**

Debido a que los trasbordos son un factor indeseable en la composición de una ruta en el sistema Transmilenio, es interesante considerar este elemento dentro de los



objetivos a minimizar. Hasta el momento solo el tiempo del recorrido era considerado en la función objetivo debido a que se quería conocer la ruta a través de la cual se alcanza el menor tiempo para viajar de una estación a otra. Al ingresar el número de trasbordos como criterio de minimización, al igual que el tiempo, la función a minimizar deja de ser un escalar para pasar a ser un vector ya que cada solución (ruta) será calificada con una función de dos componentes: el tiempo y el número de trasbordos. Este problema fue descrito en el Marco Teórico como Problema de Ruta más corta Bicriterio y existen herramientas para la solución del mismo.

### **5.1.2. Problema de ruta más corta restringido a un número de trasbordos establecido**

Es posible que los usuarios tengan definido un límite de tolerancia con respecto al número de trasbordos empleado por una ruta. Por consiguiente estos estarán interesados en la ruta con la que consigan un menor tiempo de recorrido y no tenga un número de trasbordos mayor al límite establecido. Este problema fue descrito en el Marco Teórico como Problema de Ruta más corta Restringido.

## **5.2. Descripción de la Solución**

Para dar respuesta al problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio se presentarán dos alternativas de solución: la optimización del modelo de programación entero asociado al problema y un algoritmo de flujo en redes. Los dos métodos se diferencian entre si por el alcance de la solución obtenida, ya que con la formulación matemática solo puede resolverse el problema de ruta más corta restringida a un número de trasbordos establecido, mientras que el algoritmo de flujo en redes también da solución al problema de ruta más corta bicriterio.

### **5.2.1. Formulación Matemática**

El modelo de programación entero definido para este problema no considera la desactivación de arcos por efectos del tiempo ni tampoco la minimización conjunta de los dos criterios de interés (tiempo y trasbordos). Dicha formulación solo considera

la restricción adicional al problema de ruta más corta introducida por el interés de limitar a un número dado el número de trasbordos utilizado por la ruta hallada.

La formulación matemática del problema es una modificación a la formulación presentada en la sección 4.1 y el cambio radica en la totalización de los trasbordos utilizados por medio de la suma del atributo  $trasb_{ij}$  asociado a cada arco  $(i, j) \in \mathbf{A}$  que compone la ruta hallada. El total del número de trasbordos será limitado a una cantidad máxima denominada  $NMT$ .

La formulación matemática es la siguiente:

Parámetros:

- N1** Conjunto de nodos de salida y llegada del grafo  $G$ .
- N2** Conjunto de nodos de tránsito del grafo  $G$ .
- N** Conjunto de nodos del grafo  $G$ .  $\mathbf{N} \equiv \mathbf{N1} \cup \mathbf{N2}$
- A1** Conjunto de arcos de salida del grafo  $G$ .
- A2** Conjunto de arcos de llegada del grafo  $G$ .
- A3** Conjunto de arcos de tránsito del grafo  $G$ .
- A** Conjunto de arcos del grafo  $G$ .  $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A1} \cup \mathbf{A2} \cup \mathbf{A3}$ .
- $s$  Nodo de salida.  $s \in \mathbf{N1}$ .
- $f$  Nodo de llegada.  $f \in \mathbf{N1}$ .
- $time$  Tiempo de entrada del usuario al sistema.
- $\mathbf{A}_{time}$  Subconjunto de arcos  $(i, j) \in \mathbf{A}$  que están disponibles en  $time$ .
- $t_{ij}$  Tiempo de desplazamiento asociado al arco  $(i, j) \in \mathbf{A}_{time}$ .
- $trasb_{ij}$  Número de trasbordos asociado al arco  $(i, j) \in \mathbf{A}_{time}$ .
- $NMT$  Número máximo de trasbordos.

Variable de decisión:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la ruta seleccionada se compone del arco } (i, j) \in \mathbf{A}_{time} \\ 0 & \text{dlc.} \end{cases}$$

Formulación:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= \text{Min} \sum_{(i,j) \in A_{time}} t_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a. : } & \sum_{\{j:(i,j) \in A_{time}\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i) \in A_{time}\}} x_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = s \\ -1 & \text{si } i = f \\ 0 & \text{dlc} \end{cases} \\
 & \sum_{(i,j) \in A_{time}} \text{trasb}_{ij} x_{ij} \leq NMT \\
 & x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A_{time}
 \end{aligned}$$

### 5.2.2. Algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido*

El algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido* da solución a la totalidad del problema de ruta más corta con trasbordos dentro del contexto del sistema Transmilenio ya que considera de manera conjunta la activación de arcos a medida que pasa el tiempo, halla la ruta de menor tiempo sujeto a un número permisible de trasbordos y determina el conjunto de rutas eficientes que dan solución al problema de ruta más corta bicriterio.

Este algoritmo es una modificación del *Brumbaugh-Smith and Shier algorithm* (véase Marco Teórico, herramientas para solucionar el Bicriterion Shortest Path Problem). Estas modificaciones tienen como objetivo:

- *Considerar la desactivación de arcos por efecto del tiempo.* Esta modificación es una rutina similar a la presentada en el algoritmo *Modified Label Correcting*, con la variante de que como por cada nodo hay un conjunto de soluciones eficientes (*Optimal Pareto Paths*), el nodo predecesor y el tiempo de llegada en cada una de las soluciones de un mismo nodo son diferentes. Esto quiere decir que la validación de la activación del arco y la medida del tiempo frente a la que se verificará el cumplimiento del horario de funcionamiento dependerán de los resultados de cada una de las soluciones.
- *Determinar la ruta de menor tiempo que cumple con la restricción de trasbordos.* Esta modificación consiste en una pequeña rutina ejecutada una vez se

han determinado todas las soluciones eficientes. Esta rutina busca la solución eficiente de menor tiempo que cumple con el número de trasbordos máximo establecido. Si en el conjunto de soluciones eficientes no se encuentra una solución con un número de trasbordos menor o igual al límite de trasbordos, el problema no es factible. Esto es debido a que el conjunto de soluciones eficientes contiene, entre otras muchas rutas, aquella que minimiza el número de trasbordos, por lo que si esta ruta no satisface la restricción de trasbordos no habrá ninguna otra que lo haga.

El algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido* puede verse en el algoritmo 3 y es descrito a continuación:

Notación:

- $G$  Grafo  $G = (\mathbf{N}, \mathbf{A})$ , donde  $\mathbf{N} \equiv \mathbf{N1} \cup \mathbf{N2}$  y  $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A1} \cup \mathbf{A2} \cup \mathbf{A3}$
- $s$  Nodo de salida.  $s \in \mathbf{N1}$ .
- $f$  Nodo de llegada  $f \in \mathbf{N1}$ .
- $\text{out}(i)$  Conjunto de nodos que son alcanzables desde el nodo  $i \in \mathbf{N}$ .
- Labeled** Conjunto de nodos pendientes por explorar.
- $\text{NumSoluciones}(i)$  Número de soluciones eficientes encontradas para el nodo  $i \in \mathbf{N}$ .
- $L(i, k)$  Etiqueta de la solución  $k$  ( $k = 1, \dots, \text{Numsoluciones}(i)$ ) del nodo  $i \in \mathbf{N}$ . Cada etiqueta tiene dos componentes [tiempo, trasbordos].
- $\mathbf{L}(i)$  Conjunto de soluciones eficientes del nodo  $i \in \mathbf{N}$ .
- $t(i, j)$  Tiempo de desplazamiento desde el nodo  $i \in \mathbf{N}$  hasta el nodo  $j \in \mathbf{N}$ .
- $\text{trasb}(i, j)$  Número de trasbordos desde el nodo  $i \in \mathbf{N}$  hasta el nodo  $j \in \mathbf{N}$ .
- $\text{pred}(i, k)$  Nodo desde el que se llega al nodo  $i \in \mathbf{N}$  para alcanzar la etiqueta  $L(i, k)$ .
- $\text{time}$  Medida del tiempo (reloj interno).
- $I_{(ij)}$  Intervalo de activación del arco  $(i, j) \in \mathbf{A3}$
- $t$  Tiempo de entrada del usuario al sistema Transmilenio.
- $\text{ValidarHorario}(i, k)$  Variable auxiliar que indica si debe verificarse si el arco de tránsito está activo cada vez que se examine la solución  $k$  del nodo  $i$ . El valor

*true* supone la validación del horario, *false* la validación no es necesaria.

Paso 1: Corresponde a las líneas 1 a 6 del algoritmo 3. Al inicio no se tiene ninguna ruta para viajar desde el nodo  $s$  a cada nodo  $i \in \mathbf{N} - \{s\}$ , por lo que  $NumSoluciones(i)$  es igual a 1 y  $L(i, 1)$  toma un valor muy grande en sus dos componentes para todo nodo  $i \in \mathbf{N} - \{s\}$ . Como simplemente se conoce el valor  $L(s, 1)$ , solo este nodo puede ser explorado, es decir **Labeled**  $\equiv \{s\}$ . El valor de  $ValidarHorario(i, k)$  es igual a *false* en todos los nodos hasta que se determine lo contrario.

Paso 2: Corresponde a las líneas 7 a la 40. Se extrae un nodo  $i$  del conjunto **Labeled** (según principio FIFO) y para cada una de las soluciones eficientes consignadas para dicho nodo se realiza lo siguiente: sobre cada arco  $(i, j)$  que nace de  $i$  se valida (si es necesario) si el arco está activo o no. Si el arco está activo, es decir si es posible llegar a  $j$  desde  $i$ , se calcula una nueva etiqueta de  $j$  ( $L(i, k) + (t(i, j), trasb(i, j))$ ) y se aplica el operador *Merge* de la nueva etiqueta en  $\mathbf{L}(j)$ . Si  $\mathbf{L}(j)$  sufre cambios, se actualiza el número de soluciones del nodo  $j$  ( $NumSoluciones(j) = \|\mathbf{L}(j)\|$ ), se guarda el nodo  $i$  como nodo predecesor de la nueva solución ( $pred(j, NumSoluciones(j)) = i$ ), si el nodo  $i$  es un nodo de salida y llegada ( $i \in \mathbf{N1}$ ), la nueva solución de  $j$  debe validar la activación del arco ( $ValidarHorario = true$ ) y por último, el nodo  $j$  es ingresado al conjunto **Labeled** siempre y cuando no sea ya un elemento de este.

Paso 3: Se repite el proceso hasta que el conjunto **Labeled** esté vacío. Las soluciones reunidas en  $\mathbf{L}(f)$  son las soluciones eficientes que dan respuesta al problema de ruta más corta teniendo como criterio a minimizar el tiempo y el número de trasbordos.

Paso 4: Corresponde a las líneas 41 a la 45 del algoritmo 3. Sobre los elementos del conjunto  $\mathbf{L}(f)$  se filtran aquellas parejas de solución [tiempo, trasbordo] que cumplan con el límite permisible de trasbordos. Entre estas soluciones remanentes se selecciona aquella de menor tiempo, obteniendo así la solución al problema de ruta más corta restringido a un número máximo de trasbordos.

---

**Algorithm 3** Algoritmo Brumbaugh-Smith and Shier extendido para considerar intervalos de tiempo para la activación de arcos y la inclusión del límite tolerable de trasbordos.

---

```

1:  $NumSoluciones(i) := 1 \quad \forall i \in \mathbf{N}$ 
2:  $L(s, 1) \leftarrow (0, 0)$ 
3:  $L(i, 1) \leftarrow (\infty, \infty) \quad \forall i \in G - \{s\}$ 
4:  $Labeled \leftarrow \{s\}$ 
5:  $ValidarHorario(i) := false \quad \forall i \in \mathbf{N}$ 
6:  $t :=$  Tiempo de entrada al sistema
7: while  $Labeled \neq \{\phi\}$  do
8:   Seleccione  $i$  de  $Labeled$  (principio FIFO)
9:    $Labeled = Labeled - \{i\}$ 
10:  for  $j \in out(i)$  do
11:    for  $k \leq NumSoluciones(i)$  do
12:      if  $ValidarHorario(i, k) = true$  then
13:         $time = t + L(i, k)$ 
14:        if  $time \in I_{(i,j)}$  then
15:           $(i, j)$  está activo
16:        else
17:           $(i, j)$  está inactivo
18:        end if
19:      else
20:         $(i, j)$  está activo
21:      end if
22:      if  $(i, j)$  está activo then
23:         $LM(j) = Merge(\mathbf{L}(j), L(i, k) + (t(i, j), trasb(i, j)))$ 
24:        if  $LM(j) \neq \mathbf{L}(j)$  then
25:           $\mathbf{L}(j) = LM(j)$ 
26:           $NumSoluciones(j) = \|\mathbf{L}(j)\|$ 
27:           $pred(j, NumSoluciones(j)) = i$ 
28:          if  $i \in N_{syt}$  then
29:             $ValidarHorario(j, NumSoluciones(j)) = true$ 
30:          else
31:             $ValidarHorario(j, NumSoluciones(j)) = false$ 
32:          end if
33:          if  $j \notin Labeled$  then
34:             $Labeled = Labeled + \{j\}$ 
35:          end if
36:        end if
37:      end if
38:    end for
39:  end for
40: end while
41: for  $k \in NumSoluciones(t)$  do
42:  if  $L(t, k)$  tiene el menor tiempo que cumple restricción de trasbordos then
43:     $SolucionRestriccionTrasbordos = L(t, k)$ 
44:  end if
45: end for

```

---

## Capítulo VI

# IMPLEMENTACIÓN DE LA SOLUCIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En la siguiente sección se dará información acerca de la implementación de las soluciones descritas en las secciones anteriores. Para cada una de ellas se indicará el nombre del software donde fue implementado, el código utilizado, entre otros datos de interés. Además se resolverán instancias de los problemas por medio de cada una de las herramientas de solución para posteriormente analizar sus resultados.

### 6.1. Soluciones al Problema de Ruta más Corta en el sistema Transmilenio

#### 6.1.1. Formulación Matemática

##### 6.1.1.1. Datos técnicos

Este modelo de programación entero fue implementado en el software de optimización Xpress-MP. El código fue diseñado por Andrés Medaglia para el curso de Flujo en Redes de la Universidad de los Andes. Dicho código fue pensado para solucionar problemas de tipo *Minimum Cost Flow*, sin embargo también puede utilizarse para problemas de ruta más corta al definir 1 y 0 como valores máximo y mínimo respectivamente del flujo en los arcos. Dicho código se incluyó como anexo electrónico (véase archivo mcfp.mos).

Las instancias evaluadas fueron resueltas a través del software Xpress-MP versión

estudiantil y la conexión al servidor Neos en internet<sup>1</sup> .

#### 6.1.1.2. Solución de instancias

Los parámetros introducidos en el código para resolver cada una de las instancias varían según la estación de salida y la estación de llegada de cada una, además del escenario de tiempo que se esté evaluando (tiempo de entrada al sistema), ya que habrán arcos no habilitados por efectos del horario de funcionamiento. A continuación se resolverán 3 instancias las cuales presentan las mismas estaciones de salida y llegada (véase Figura 9) pero que se desarrollan en diferentes escenarios, para de esta forma visualizar el impacto del tiempo de entrada al sistema.

##### **Instancia No.1 :**

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 06:00 a.m.

Servicios fuera de funcionamiento: 90

La solución a esta instancia se incluye como anexo electrónico (véase el archivo `solucion_Instancia1.txt`), sin embargo la interpretación de estos resultados están consignados en la tabla 3. Puede verse que la ruta óptima para este escenario necesita de 2 trasbordos y un tiempo de 68,25 minutos.

##### **Instancia No.2 :**

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 12:00 m.

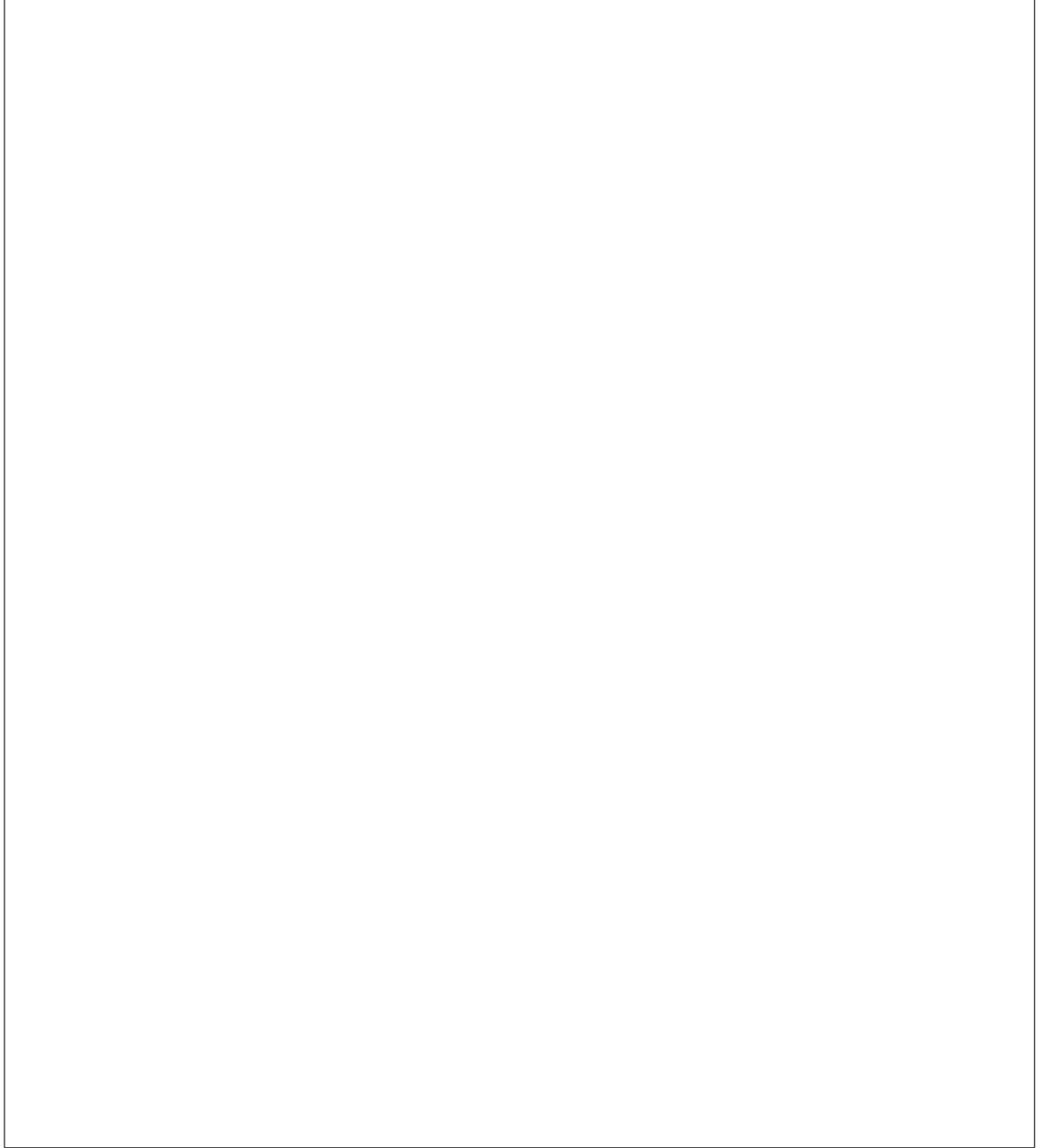
Servicios fuera de funcionamiento: 20, 40, 100, 110 y 120

El análisis de esta instancia es importante ya que debido al tiempo de entrada al sistema dos servicios de los tres utilizados en la solución de la instancia anterior salen de funcionamiento. La interpretación de la solución óptima (véase

---

<sup>1</sup>Para información acerca del funcionamiento del servidor Neos visite la página web <http://www-neos.mcs.anl.gov/neos>





**Figura 9:** Estaciones y servicios relevantes del sistema Transmilenio para viajar desde la estación Cr. 90 a la estación Biblioteca Tintal.

Desde		Hasta		Recursos	
Nodo	Tipo de nodo	Nodo	Tipo de nodo	Tiempo (min)	Trasbordos
Cr 90	N1	Cr 90-20	N2	2	0
Cr 90-20	N2	Minuto de Dios-20	N2	6,75	0
Minuto de Dios-20	N2	Cl 72-20	N2	12,75	0
Cl 72-20	N2	Cl 72	N1	0	0
Cl 72	N1	Cl 72-50	N2	2	1
Cl 72-50	N2	Cl 26-50	N2	12,75	0
Cl 26-50	N2	Cl 26	N1	0	0
Cl 26	N1	Cl 26-100	N2	2	1
Cl 26-100	N2	CDS - Cr32-100	N2	11,25	0
CDS - Cr32-100	N2	Pradera-100	N2	8,25	0
Pradera-100	N2	Banderas-100	N2	6,75	0
Banderas-100	N2	Biblioteca Tintal-100	N2	3,75	0
Biblioteca Tintal-100	N2	Biblioteca Tintal	N1	0	0
<b>Total</b>				<b>68,25</b>	<b>2</b>

**Tabla 3:** Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 1 del problema de ruta más corta en el Sistema Transmilenio

Desde		Hasta		Recursos	
Nodo	Tipo de nodo	Nodo	Tipo de nodo	Tiempo (min)	Trasbordos
Cr 90	N1	Cr 90-90	N2	2	0
Cr 90-90	N2	Minuto de Dios-90	N2	6,75	0
Minuto de Dios-90	N2	Av 68-90	N2	5,25	0
Av 68-90	N2	Escuela Militar-90	N2	5,25	0
Escuela Militar-90	N2	Polo-90	N2	2,25	0
Polo-90	N2	Cl 63-90	N2	6,75	0
Cl 63-90	N2	Cl 63	N1	0	0
Cl 63	N1	Cl 63-80	N2	2	1
Cl 63-80	N2	Cl 22-80	N2	11,25	0
Cl 22-80	N2	Cl 19-80	N2	2,25	0
Cl 19-80	N2	Ricaurte-80	N2	6,75	0
Ricaurte-80	N2	Americas - Cr53A-80	N2	8,25	0
Americas - Cr53A-80	N2	Marsella-80	N2	3,75	0
Marsella-80	N2	Banderas-80	N2	5,25	0
Banderas-80	N2	Banderas	N1	0	0
Banderas	N1	Banderas-1	N2	3	1
Banderas-1	N2	Tv.86-1	N2	2,75	0
Tv.86-1	N2	Biblioteca Tintal-1	N2	2,75	0
Biblioteca Tintal-1	N2	Biblioteca Tintal	N1	0	0
<b>Total</b>				<b>76,25</b>	<b>2</b>

**Tabla 4:** Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 2 del problema de ruta más corta en el Sistema Transmilenio

archivo solucion.Instancia2.txt en los anexos electrónicos) puede verse en la tabla 4. Analizando los datos de la solución se encuentra que hay un incremento de 8 minutos en el tiempo de desplazamiento hasta la estación de llegada (ya que pasó de 68,25 a 76,25 minutos). Esto se debe a que la ruta óptima, sin considerar los tiempos de funcionamiento de los servicios, se consigue con los servicios 20 y 100, los cuales no se consideraron en los parámetros de esta instancia. El número de trasbordos sigue siendo el mismo.

### Instancia No.3 :

Estación de salida: Cr 90

Desde		Hasta		Recursos	
Nodo	Tipo de nodo	Nodo	Tipo de nodo	Tiempo (min)	Trasbordos
Cr 90	N1	Cr 90-1	N2	3	0
Cr 90-1	N2	Av Cali-1	N2	2,75	0
Av Cali-1	N2	Av Cali	N2	0	0
Av Cali	N2	Av Cali-10	N2	2	0
Av Cali-10	N2	Granja-10	N2	2,25	0
Granja-10	N2	Cr 77-10	N2	2,25	0
Cr 77-10	N2	Cl 76-10	N2	14,25	0
Cl 76-10	N2	Cl 45-10	N2	9,75	0
Cl 45-10	N2	Av 39-10	N2	2,25	0
Av 39-10	N2	Profamilia-10	N2	2,25	0
Profamilia-10	N2	Cl 26-10	N2	2,25	0
Cl 26-10	N2	Cl 22-10	N2	2,25	0
Cl 22-10	N2	Av Jimenez-10	N2	3,75	0
Av Jimenez-10	N2	Av Jimenez	N1	0	0
Av Jimenez	N1	Av Jimenez-1	N2	3	1
Av Jimenez-1	N2	De la sabana-1	N2	2,75	0
De la sabana-1	N2	San Facon - Cr 22-1	N2	2,75	0
San Facon - Cr 22-1	N2	Ricaurte-1	N2	2,75	0
Ricaurte-1	N2	CDS - Cr 32-1	N2	2,75	0
CDS - Cr 32-1	N2	Zona Industrial-1	N2	2,75	0
Zona Industrial-1	N2	Cr 43-1	N2	2,75	0
Cr 43-1	N2	Puente Aranda-1	N2	2,75	0
Puente Aranda-1	N2	Americas - Cr 53A-1	N2	2,75	0
Americas - Cr 53A-1	N2	Pradera-1	N2	2,75	0
Pradera-1	N2	Marsella-1	N2	2,75	0
Marsella-1	N2	Mundo Aventura-1	N2	2,75	0
Mundo Aventura-1	N2	Mandalay-1	N2	2,75	0
Mandalay-1	N2	Banderas-1	N2	2,75	0
Banderas-1	N2	Tv. 86-1	N2	2,75	0
Tv. 86-1	N2	Biblioteca Tintal-1	N2	2,75	0
Biblioteca Tintal-1	N2	Biblioteca Tintal	N1	0	0
<b>Total</b>				<b>93,25</b>	<b>1</b>

**Tabla 5:** Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 3 del problema de ruta más corta en el Sistema Transmilenio

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 10:30 p.m.

Servicios fuera de funcionamiento: 20, 40, 60, 70, 80, 90, 100, 110 y 120

Observando los resultados consignados en la tabla 5 se obtiene una ruta que se pudo haber intuido, ya que como hay muy pocos servicios expresos disponibles, la solución debe componerse de conexiones entre las estaciones por medio de servicios corrientes. Se puede ver además que se aprovecha que el servicio 10 está en funcionamiento en un tramo de la ruta a fin de agilizar el desplazamiento por esas estaciones. Obviamente el número de trasbordos disminuye debido a que hay muy pocos servicios disponibles.

### 6.1.2. Algoritmo *Modified Label Correcting Extendido*

#### 6.1.2.1. Datos técnicos

Para la implementación del algoritmo se utilizó Visual Basic para Excel. El programa producto de la implementación de este algoritmo se incluye como anexo electrónico (véase el archivo Algoritmo modified label correcting extendido.xls). Además de incluir las rutinas para la solución del problema de ruta más corta dependiente del tiempo, el programa presenta una interfaz al usuario para la entrada de datos: Estación de salida y llegada y el tiempo de entrada al sistema. El tiempo utilizado para solucionar las instancias fue menor a 2 segundos en todos los casos.

#### 6.1.2.2. Solución de instancias

Se solucionarán las dos primeras instancias evaluadas en la herramienta de solución anterior a fin de validar la calidad de las respuestas entregadas por el programa, además de notar los cambios que se producen al considerar el tiempo a medida que el usuario se desplaza por la red. Recordando, ya no es necesario distinguir entre los servicios que están en funcionamiento y los que no, ya que el programa mismo hace esta verificación.

#### **Instancia No.1 :**

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 06:00 a.m.

Una copia del resultado encontrado por el programa (con el formato como es entregado) puede verse en la Figura 10. Si se observa con atención se podrá notar que la solución no concuerda con la encontrada por la optimización del modelo de programación entero (véase tabla 3). Esto se explica a que a pesar de que en el tiempo de entrada al sistema (06:00 a.m.) ya el servicio 50 entró en funcionamiento, este todavía no está disponible en la estación calle 72 ya que el usuario llega a esta estación aproximadamente a las 06:21 a.m. y el servicio 50 solo a las 06:24 a.m. (resultado de sumarle al tiempo de entrada en funcionamiento: 05:30 a.m., el tiempo de viaje hasta la estación calle 72: 54

minutos). Es importante aclarar que el programa no considera la posibilidad de esperar en una estación por la llegada de un servicio mas del tiempo de trasbordo y por lo tanto no evaluaría las buenas soluciones que se pudieran generar de esta forma.

**Instancia No.2 :**

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 12:00 m.

En contraste con la instancia anterior, la ruta obtenida por el programa coincide con aquella encontrada a través de la optimización del programa lineal. Esto se debe a que los servicios disponibles en cada una de las herramientas son los mismos. Los resultados pueden verse en la Figura 11.

## **6.2. Soluciones al Problema de Ruta más Corta con Trasmordos**

### **6.2.1. Formulación matemática**

#### 6.2.1.1. Datos técnicos

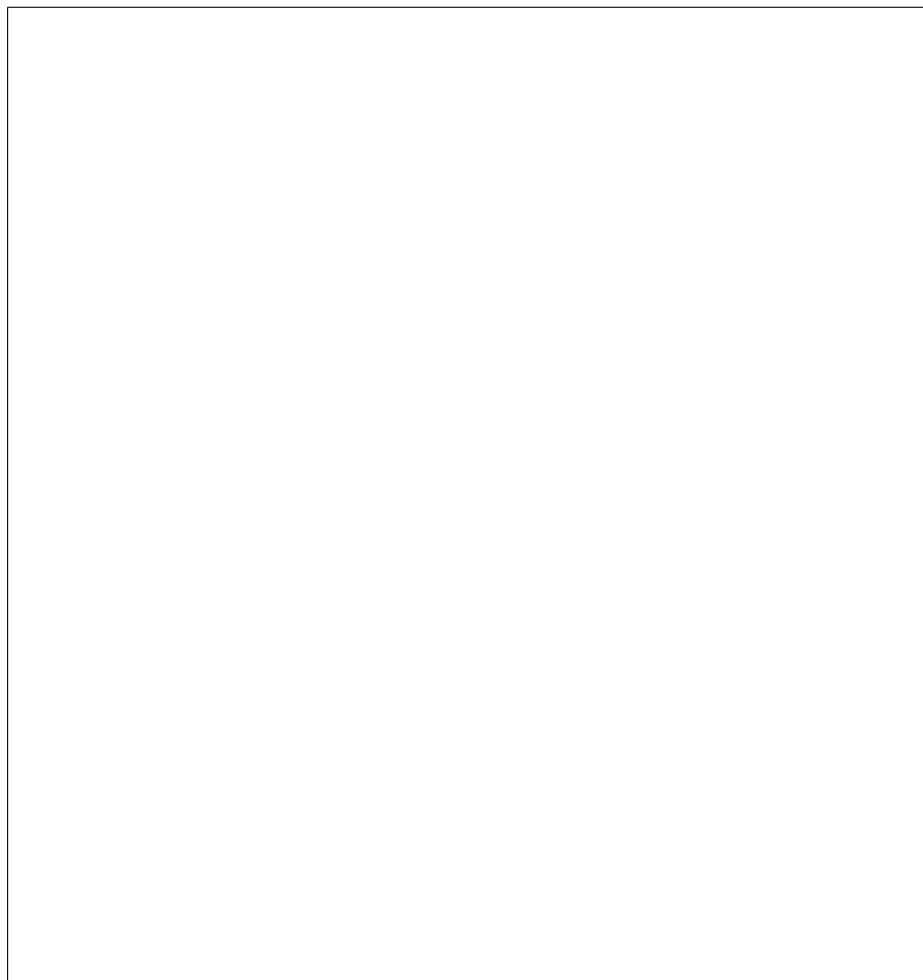
Este código es una modificación al código utilizado en el problema de ruta más corta. Los cambios incluyen el ingreso de un nuevo parámetro: los trasbordos asociados a cada uno de los arcos, y la consideración de una nueva restricción. Fuera de esto, el código continúa siendo el mismo (véase archivo MCFP\_trasmordo.mos en los anexos electrónicos). Las instancias evaluadas fueron resueltas a través del software Xpress versión estudiantil y la conexión al servidor Neos en internet.

#### 6.2.1.2. Solución de instancias

Se utilizarán las mismas instancias vistas en la sección 6.1.1 con el fin de visualizar los efectos de considerar el número de trasbordos como elemento restrictivo del espacio solución.

**Instancia No.1 :**

Estación de salida: Cr 90



**Figura 10:** Copia de la solución encontrada para la Instancia 1 del problema de ruta más corta, a través del programa que implementa el algoritmo *Modified Label Correcting Extendido*.



**Figura 11:** Copia de la solución encontrada para la Instancia 2 del problema de ruta más corta, a través del programa que implementa el algoritmo *Modified Label Correcting Extendido*.

Desde		Hasta		Recursos	
Nodo	Tipo de nodo	Nodo	Tipo de nodo	Tiempo (min)	Trasbordos
Cr 90	N1	Cr 90-20	N2	2	0
Cr 90-20	N2	Minuto de Dios-20	N2	6,75	0
Minuto de Dios-20	N2	Cl 72-20	N2	12,75	0
Cl 72-20	N2	Cl 72	N1	0	0
Cl 72	N1	Cl 72-50	N2	2	1
Cl 72-50	N2	Cl 26-50	N2	12,75	0
Cl 26-50	N2	Cl 26	N1	0	0
Cl 26	N1	Cl 26-100	N2	2	1
Cl 26-100	N2	CDS - Cr32-100	N2	11,25	0
CDS - Cr32-100	N2	Pradera-100	N2	8,25	0
Pradera-100	N2	Banderas-100	N2	6,75	0
Banderas-100	N2	Biblioteca Tintal-100	N2	3,75	0
Biblioteca Tintal-100	N2	Biblioteca Tintal	N1	0	0
			<b>Total</b>	<b>68,25</b>	<b>2</b>

**Tabla 6:** Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 1 del problema de ruta más corta con Trasbordos en el Sistema Transmilenio

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 06:00 a.m.

Servicios fuera de funcionamiento: 90

No. máximo de trasbordos: 2

La interpretación de la solución óptima (véase archivo solucion\_Instancia1.txt) puede verse en la tabla 6. Los datos ahí consignados son los mismos de la tabla 3. Esto se explica a que el número de trasbordos de la ruta óptima del problema de ruta más corta (sin considerar trasbordos) no es mayor al límite tolerable de trasbordos establecido.

### Instancia No.2 :

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 12:00 m.

Servicios fuera de funcionamiento: 20, 40, 100, 110 y 120

No. máximo de trasbordos: 1

En la tabla 7 se consigna la ruta óptima para esta instancia. Puede verse que para satisfacer la restricción del número máximo de trasbordos se elimina la utilización del servicio 80 lo cual deteriora el tiempo de desplazamiento hasta la estación de llegada en 13,50 minutos (pasa de 76,25 a 89,75 minutos).

### Instancia No.3 :



Desde		Hasta		Recursos	
Nodo	Tipo de nodo	Nodo	Tipo de nodo	Tiempo (min)	Trasbordos
Cr 90	N1	Cr 90-90	N2	2	0
Cr 90-90	N2	Minuto de Dios-90	N2	6,75	0
Minuto de Dios-90	N2	Av 68-90	N2	5,25	0
Av 68-90	N2	Escuela Militar-90	N2	5,25	0
Escuela Militar-90	N2	Polo-90	N2	2,25	0
Polo-90	N2	Cl 63-90	N2	6,75	0
Cl 63-90	N2	Cl 57-90	N2	2,25	0
Cl 57-90	N2	Marly-90	N2	2,25	0
Marly-90	N2	Cl 45-90	N2	2,25	0
Cl 45-90	N2	Av 39-90	N2	2,25	0
Av 39-90	N2	Av Jimenez-90	N2	8,25	0
Av Jimenez-90	N2	Av Jimenez	N1	0	0
Av Jimenez	N1	Av Jimenez-1	N2	3	1
Av Jimenez-1	N2	De la sabana-1	N2	2,75	0
De la sabana-1	N2	San Facon - Cr 22-1	N2	2,75	0
San Facon - Cr 22-1	N2	Ricaurte-1	N2	2,75	0
Ricaurte-1	N2	CDS - Cr 32-1	N2	2,75	0
CDS - Cr 32-1	N2	Zona Industrial-1	N2	2,75	0
Zona Industrial-1	N2	Cr 43-1	N2	2,75	0
Cr 43-1	N2	Puente Aranda-1	N2	2,75	0
Puente Aranda-1	N2	Americas - Cr 53A-1	N2	2,75	0
Americas - Cr 53A-1	N2	Pradera-1	N2	2,75	0
Pradera-1	N2	Marsella-1	N2	2,75	0
Marsella-1	N2	Mundo Aventura-1	N2	2,75	0
Mundo Aventura-1	N2	Mandalay-1	N2	2,75	0
Mandalay-1	N2	Banderas-1	N2	2,75	0
Banderas-1	N2	Tv. 86-1	N2	2,75	0
Tv. 86-1	N2	Biblioteca Tintal-1	N2	2,75	0
Biblioteca Tintal-1	N2	Biblioteca Tintal	N1	0	0
<b>Total</b>				<b>89,75</b>	<b>1</b>

**Tabla 7:** Ruta óptima, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, encontrada para la Instancia 2 del problema de ruta más corta con Trasbordos en el Sistema Transmilenio

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 10:30 p.m.

Servicios fuera de funcionamiento: 20, 40, 60, 70, 80, 90, 100, 110 y 120

No. máximo de trasbordos: 0

Debido a que el usuario no desea realizar ningún trasbordo, la ruta se compone de la utilización exclusiva del servicio 1 desde la estación de salida hasta la estación de llegada, según puede verse en la tabla 8. Cabe anotar que si el servicio 1 no estuviera disponible (i.e. fuera de funcionamiento) no habría solución factible al problema ya que ningún otro servicio se detiene tanto en la estación de salida como la de llegada.

Desde		Hasta		Recursos	
Nodo	Tipo de nodo	Nodo	Tipo de nodo	Tiempo (min)	Trasbordos
Cr 90	N1	Cr 90-1	N2	3	0
Cr 90-1	N2	Av Cali-1	N2	2,75	0
Av Cali-1	N2	Granja-1	N2	2,75	0
Granja-1	N2	Cr 77-1	N2	2,75	0
Cr 77-1	N2	Minuto de Dios-1	N2	2,75	0
Minuto de Dios-1	N2	Boyac-1	N2	2,75	0
Boyac-1	N2	Ferías-1	N2	2,75	0
Ferías-1	N2	Av 68-1	N2	2,75	0
Av 68-1	N2	Cr 53-1	N2	2,75	0
Cr 53-1	N2	Cr 47-1	N2	2,75	0
Cr 47-1	N2	Escuela Militar-1	N2	2,75	0
Escuela Militar-1	N2	Polo-1	N2	2,75	0
Polo-1	N2	Cl 76-1	N2	2,75	0
Cl 76-1	N2	Cl 72-1	N2	2,75	0
Cl 72-1	N2	Flores-1	N2	2,75	0
Flores-1	N2	Cl 63-1	N2	2,75	0
Cl 63-1	N2	Cl 57-1	N2	2,75	0
Cl 57-1	N2	Marly-1	N2	2,75	0
Marly-1	N2	Cl 45-1	N2	2,75	0
Cl 45-1	N2	Av 39-1	N2	2,75	0
Av 39-1	N2	Profamilia-1	N2	2,75	0
Profamilia-1	N2	Cl 26-1	N2	2,75	0
Cl 26-1	N2	Cl 22-1	N2	2,75	0
Cl 22-1	N2	Cl 19-1	N2	2,75	0
Cl 19-1	N1	Av Jimenez-1	N2	2,75	0
Av Jimenez-1	N2	De la sabana-1	N2	2,75	0
De la sabana-1	N2	San Facon - Cr 22-1	N2	2,75	0
San Facon - Cr 22-1	N2	Ricaurte-1	N2	2,75	0
Ricaurte-1	N2	CDS - Cr 32-1	N2	2,75	0
CDS - Cr 32-1	N2	Zona Industrial-1	N2	2,75	0
Zona Industrial-1	N2	Cr 43-1	N2	2,75	0
Cr 43-1	N2	Puente Aranda-1	N2	2,75	0
Puente Aranda-1	N2	Americas - Cr 53A-1	N2	2,75	0
Americas - Cr 53A-1	N2	Pradera-1	N2	2,75	0
Pradera-1	N2	Marsella-1	N2	2,75	0
Marsella-1	N2	Mundo Aventura-1	N2	2,75	0
Mundo Aventura-1	N2	Mandalay-1	N2	2,75	0
Mandalay-1	N2	Banderas-1	N2	2,75	0
Banderas-1	N2	Tv. 86-1	N2	2,75	0
Tv. 86-1	N2	Biblioteca Tintal-1	N2	2,75	0
Biblioteca Tintal-1	N2	Biblioteca Tintal	N1	0	0
			<b>Total</b>	<b>110,25</b>	<b>0</b>

**Tabla 8:** Ruta óptima encontrada, por medio de la optimización de la formulación matemática del problema, para la Instancia 3 del problema de ruta más corta con Trasbordos en el Sistema Transmilenio

## 6.2.2. Algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido*

### 6.2.2.1. Datos técnicos

Al igual que el algoritmo desarrollado para solucionar el problema de ruta más corta dependiente del tiempo, este programa fue implementado en Visual Basic para excel. El programa se incluye como anexo electrónico (véase archivo Algoritmo Brumbaugh-Smith and Shier Extendido.xls). El tiempo requerido para ejecutar el programa en todas las instancias evaluadas fue menor a 2 segundos en todos los casos.

### 6.2.2.2. Solución de instancias

En esta sección se evaluará la instancia 2 estudiada en las herramientas anteriores. Como se ha podido notar, la evaluación de las mismas instancias ha permitido visualizar y entender las diferencias entre cada uno de los métodos de solución y los problemas que pretenden resolver.

#### **Instancia :**

Estación de salida: Cr 90

Estación de llegada: Biblioteca Tintal

Tiempo de entrada al sistema: 12:00 m.

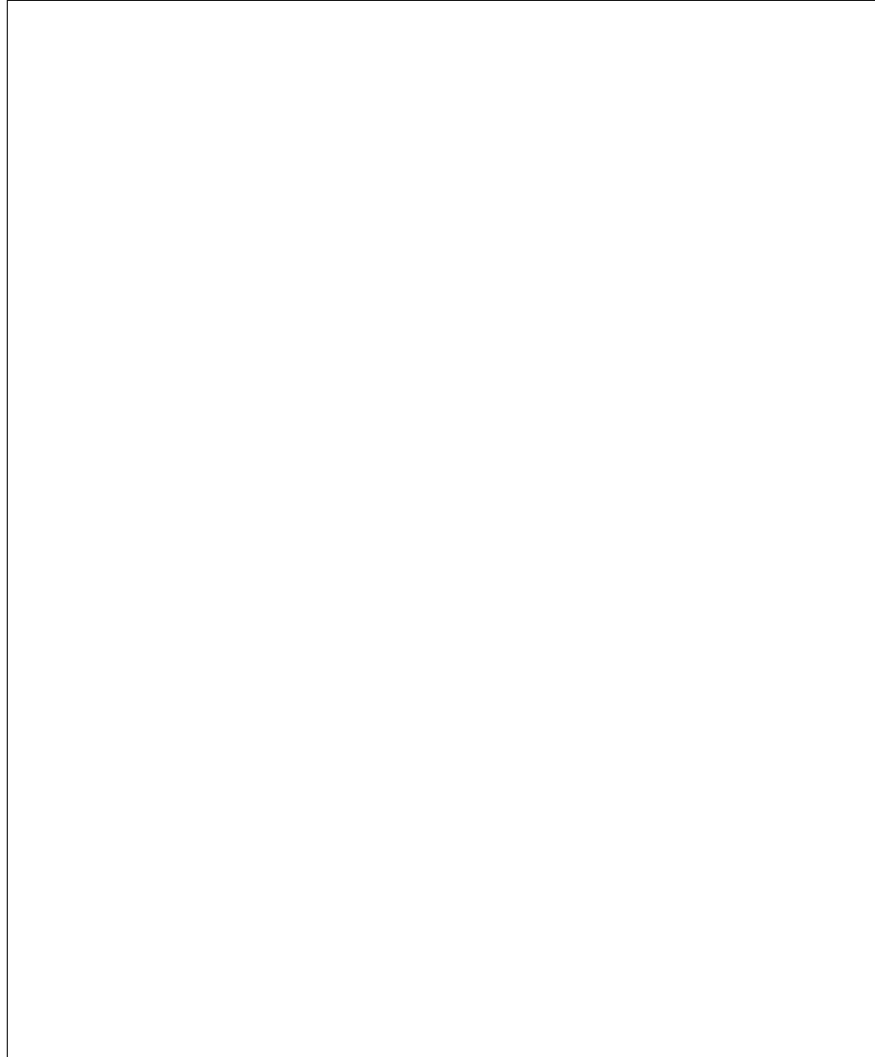
No. máximo de trasbordos: 1

A manera de recordaris, la solución encontrada por esta herramienta al problema de Ruta más Corta Bicriterio no es necesariamente una ruta sino un conjunto de rutas que representan todas las soluciones eficientes (*pareto optimal paths*) al problema. Si no existe una ruta que minimice el tiempo de desplazamiento desde la estación de salida a la de llegada y además minimice el número de trasbordos, entonces la solución se compondrá de mas de una ruta.

En la instancia en cuestión se conoce de antemano que no existe una ruta que minimice los dos criterios de evaluación (tiempo y trasbordos), ya que la ruta que minimiza el tiempo, la cual se encuentra consignada en la tabla 4,

se compone de 2 trasbordos y la ruta que minimiza el número de trasbordos no realiza ninguno (debido a que el servicio 1 se detiene tanto en la estación de salida como la de llegada). Por lo tanto el conjunto se compondrá de por lo menos dos elementos. Al ver la solución encontrada por el programa (véase Figuras: 12, 13 y 14) se puede constatar el análisis hecho: Primero, la solución se compone de tres rutas; Segundo, la ruta que minimiza el tiempo de desplazamiento (Figura 12) corresponde a aquella hallada por medio de la optimización del programa entero de ruta más corta (tabla 4); Tercero, la ruta que minimiza el número de trasbordos (Figura 14) utiliza exclusivamente el servicio 1 y se compone de cero trasbordos; y Cuarto, existe una ruta adicional (Figura 13) cuyos criterios de evaluación no mejoran de manera estricta las otras rutas.

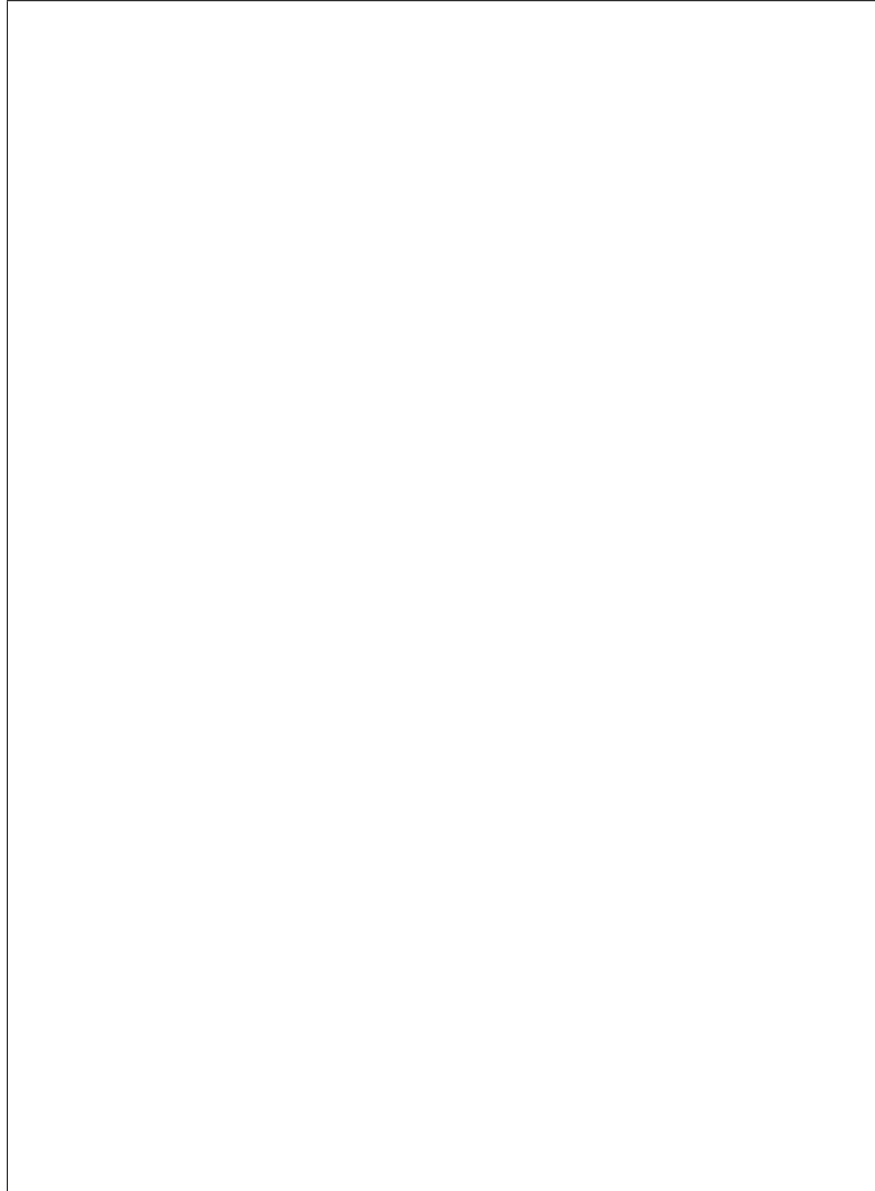
Con respecto a la solución del problema de ruta más corta con la restricción del Número Máximo de Trasbordos, la herramienta indica cual de las rutas halladas es la solución al problema, ó en su defecto si el problema es infactible. La respuesta entregada por el programa para la instancia en cuestión puede verse en la Figura 15. Para deducir esta respuesta solo basta con hacer un filtro para determinar que rutas cumplen con la restricción de trasbordos (en la instancia, solo la ruta 1 no cumple con la restricción) y de las rutas remanentes seleccionar aquella con el menor tiempo de desplazamiento (el tiempo de la ruta 2 es menor a la de la 1). De esta forma la ruta 2 sería la solución al problema. Esto corresponde con la solución encontrada a través de la optimización del programa entero de ruta más corta restringida por el número de trasbordos (véase tabla 7) lo cual da validez al programa implementado.



**Figura 12:** Copia de la solución encontrada para la instancia evaluada del problema de ruta más corta con trasbordos, a través del programa que implementa el algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido*. (Ruta 1 de 3).



**Figura 13:** Copia de la solución encontrada para la instancia evaluada del problema de ruta más corta con trasbordos, a través del programa que implementa el algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido*. (Ruta 2 de 3).



**Figura 14:** Copia de la solución encontrada para la instancia evaluada del problema de ruta más corta con trasbordos, a través del programa que implementa el algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido*. (Ruta 3 de 3).



**Figura 15:** Mensaje generado por el programa que implementa el algoritmo *Brumbaugh-Smith and Shier Extendido* para indicar la ruta óptima al problema de ruta más corta sujeta a la restricción de trasbordos para la instancia evaluada



## Capítulo VII

### CONCLUSIONES

Transmilenio es un sistema de transporte masivo que surgió como solución a los constantes problemas del medio de transporte tradicional. Una de las innovaciones del sistema es la detención de un grupo de buses (servicios) en solo un subconjunto predeterminado del total de las estaciones existentes. Esto permite que se pueda viajar de una estación a otra por medio de diferentes servicios. A pesar de que lo anterior es un atractivo del sistema, esta ventaja tiene un costo para el usuario, que es identificar la ruta que represente para él la “mejor” de todas las rutas. Por medio de este proyecto de investigación se diseñó e implementó una herramienta de apoyo a la selección de la “mejor” ruta, considerando como criterios a minimizar el tiempo y el número de trasbordos. Como pudo verse, la minimización de más de un criterio conlleva a que la solución no sea una sola ruta sino un grupo de ellas. De esta manera el usuario debería decidir cual ruta utilizar, ya sea porque cumple con un límite tolerable de trasbordos, o con un límite de tiempo o cualquier otro punto de referencia. Si bien, el usuario termina seleccionando la ruta a utilizar, está en una posición más cómoda para tomar una buena decisión, ya que el universo de soluciones se ha restringido a solo unas pocas.

La herramienta implementada además de obtener resultados similares a los encontrados con la optimización del modelo de programación entero, demostró ser una solución robusta ya que consideró el efecto del tiempo de entrada del usuario al sistema, es decir, la activación y desactivación de arcos del grafo  $G$  a razón del horario de funcionamiento.

Como investigaciones futuras se propone: Primero, el diseño de una herramienta

para la creación automática de nodos y arcos del grafo  $G$ , a fin de facilitar la actualización del grafo a medida que se produzcan cambios en la red de Transmilenio; Segundo, extender el análisis para la consideración de parámetros de tipo estocástico, es decir, parámetros cuyo valor depende de una distribución de probabilidad, para así obtener resultados aun mas cercanos a la realidad; y Tercero, la consideración de esperas en los nodos para la activación de arcos que podrían conducir a mejores respuestas.

## Capítulo VIII

### LISTADO DE ANEXOS

**Anexo 1** Mapa del sistema Transmilenio actualizado al 01 de octubre de 2004.

**Anexo 2** Listado de nodos del grafo  $G$  generados a partir de la red de Transmilenio actualizada al 30 de septiembre de 2004.

**Anexo 3** Listado de arcos del grafo  $G$  generados a partir de la red de Transmilenio actualizada al 30 de septiembre de 2004.

**Anexo Electrónico** Código en Xpress utilizado para implementar el modelo de programación entero para el problema de ruta más corta.

**Anexo Electrónico** Parámetros de entrada en cada una de las instancias evaluadas para el problema de ruta más corta en el sistema Transmilenio.

**Anexo Electrónico** Solución entregada por el servidor NEOS en Internet a cada una de las instancias evaluadas para el problema de ruta más corta en el sistema Transmilenio.

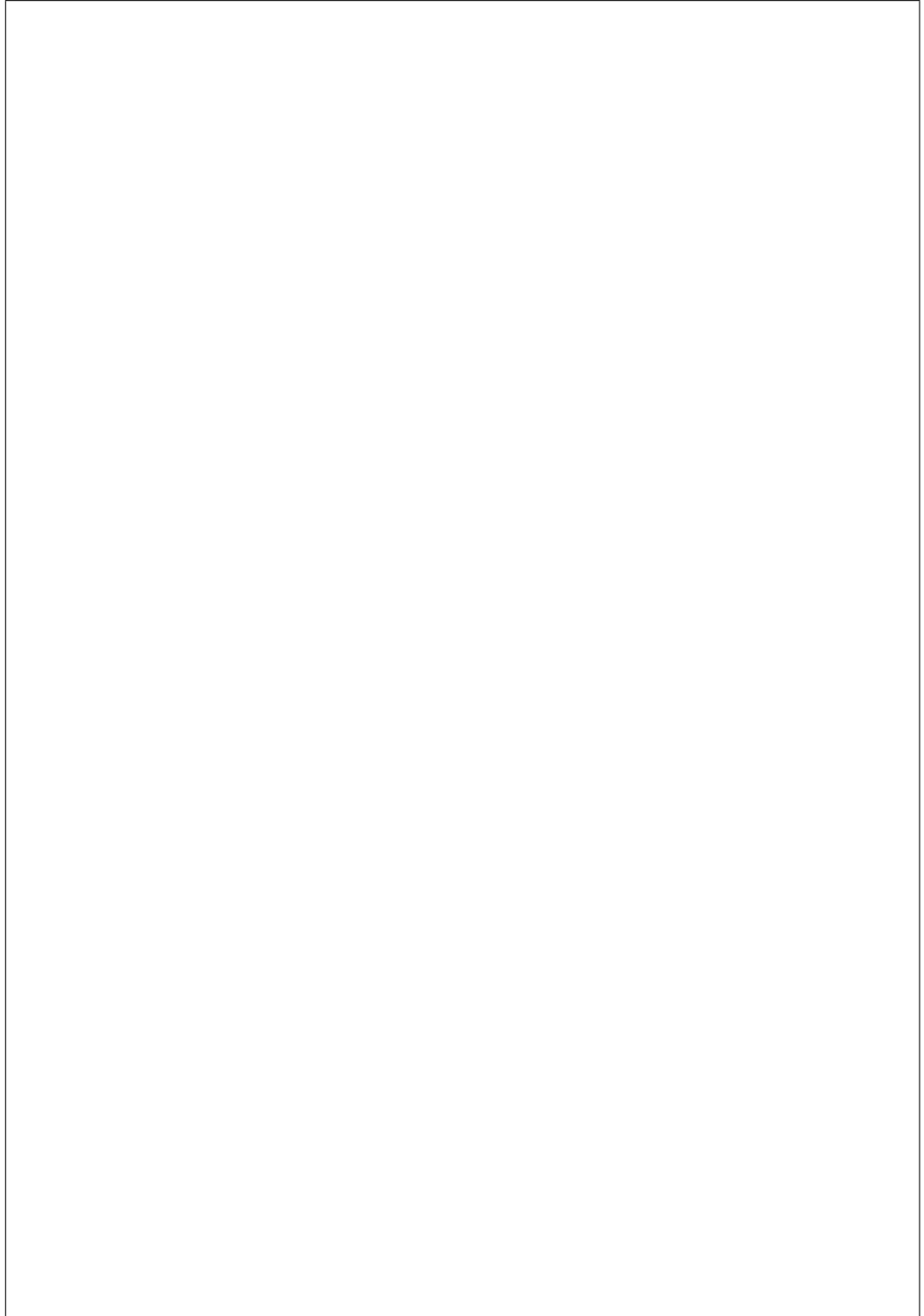
**Anexo Electrónico** Código en Visual Basic para Excel desarrollado para implementar el algoritmo *Modified Label Correcting Extendido*.

**Anexo Electrónico** Código en Xpress utilizado para implementar el modelo de programación entero para el problema de ruta más corta con trasbordos.

**Anexo Electrónico** Parámetros de entrada en cada una de las instancias evaluadas para el problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio.

**Anexo Electrónico** Solución entregada por el servidor NEOS en Internet a cada una de las instancias evaluadas para el problema de ruta más corta con trasbordos en el sistema Transmilenio.

**Anexo 1** Mapa del sistema Transmilenio actualizado al 01 de octubre de 2004.



**Anexo 2** Listado de nodos del grafo  $G$  generados a partir de la red de Transmilenio actualizada al 01 de octubre de 2004.

nodeID	NodoNombre		nodeID	NodoNombre		nodeID	NodoNombre	
	i	j		i	j		i	j
1	Portal del Norte	2	51	Cl 85	3	101	Cl 45	90
2	Portal del Norte	70	52	Cl 85	70	102	Cl 45	60
3	Portal del Norte	60	53	Héroes	2	103	Cl 45	40
4	Portal del Norte	50	54	Héroes	3	104	Cl 45	10
5	Portal del Norte	100	55	Héroes	70	105	Av 39	1
6	Portal del Norte	3	56	Héroes	60	106	Av 39	2
7	Toberin	2	57	Héroes	50	107	Av 39	3
8	Toberin	3	58	Héroes	100	108	Av 39	90
9	Toberin	70	59	Cl 76	1	109	Av 39	60
10	Toberin	60	60	Cl 76	2	110	Av 39	40
11	Cardio Infantil	2	61	Cl 76	3	111	Av 39	20
12	Cardio Infantil	3	62	Cl 76	70	112	Av 39	10
13	Mazurén	2	63	Cl 76	50	113	Profamilia	1
14	Mazurén	3	64	Cl 76	30	114	Profamilia	2
15	Mazurén	60	65	Cl 76	10	115	Profamilia	3
16	Cl 146	2	66	Cl 72	1	116	Profamilia	10
17	Cl 146	3	67	Cl 72	2	117	Cl 26	1
18	Cl 146	50	68	Cl 72	3	118	Cl 26	2
19	Cl 146	100	69	Cl 72	80	119	Cl 26	3
20	Cl 142	2	70	Cl 72	50	120	Cl 26	50
21	Cl 142	3	71	Cl 72	30	121	Cl 26	10
22	Cl 142	50	72	Cl 72	20	122	Cl 22	1
23	Alcalá	2	73	Flores	1	123	Cl 22	2
24	Alcalá	3	74	Flores	2	124	Cl 22	3
25	Alcalá	60	75	Flores	3	125	Cl 22	80
26	Alcalá	50	76	Flores	30	126	Cl 22	70
27	Alcalá	100	77	Cl 63	1	127	Cl 22	60
28	Prado	2	78	Cl 63	2	128	Cl 22	10
29	Prado	3	79	Cl 63	3	129	Cl 19	1
30	Prado	70	80	Cl 63	90	130	Cl 19	2
31	Cl 127	2	81	Cl 63	80	131	Cl 19	3
32	Cl 127	3	82	Cl 63	60	132	Cl 19	80
33	Cl 127	70	83	Cl 63	20	133	Cl 19	70
34	Cl 127	60	84	Cl 57	1	134	Cl 19	50
35	Cl 127	100	85	Cl 57	2	135	Cl 19	40
36	Pepe Sierra	2	86	Cl 57	3	136	Cl 19	30
37	Pepe Sierra	3	87	Cl 57	90	137	Av Jimenez	1
38	Pepe Sierra	50	88	Cl 57	60	138	Av Jimenez	2
39	Cl 106	2	89	Cl 57	40	139	Av Jimenez	3
40	Cl 106	3	90	Cl 57	20	140	Av Jimenez	90
41	Cl 100	2	91	Marly	1	141	Av Jimenez	70
42	Cl 100	3	92	Marly	2	142	Av Jimenez	50
43	Cl 100	70	93	Marly	3	143	Av Jimenez	30
44	Cl 100	60	94	Marly	90	144	Av Jimenez	20
45	Cl 100	50	95	Marly	60	145	Av Jimenez	10
46	Cl 100	100	96	Marly	40	146	Tercer Milenio	2
47	Virrey	2	97	Marly	20	147	Tercer Milenio	3
48	Virrey	3	98	Cl 45	1	148	Tercer Milenio	30
49	Virrey	60	99	Cl 45	2	149	Hospital	2
50	Cl 85	2	100	Cl 45	3	150	Hospital	3

## Anexo 2 (Continuación)

nodeID	NodoNombre		nodeID	NodoNombre		nodeID	NodoNombre	
	i	j		i	j		i	j
151	Hortúa	2	201	Portal de la 80	40	251	Biblioteca Tintal	1
152	Hortúa	3	202	Portal de la 80	30	252	Patio Bonito	1
153	Hortúa	90	203	Portal de la 80	20	253	Portal de las Américas	1
154	Hortúa	20	204	Portal de la 80	10	254	Biblioteca	3
155	Nario	2	205	Quirigua	1	255	Parque	3
156	Nario	3	206	Quirigua	30	256	Portal del Tunal	3
157	Nario	90	207	Cr 90	1	257	Portal del Tunal	20
158	Nario	20	208	Cr 90	90	258	Portal del Tunal	30
159	Fucha	2	209	Cr 90	20	259	Portal del Tunal	60
160	Fucha	3	210	Av Cali	1	260	Museo del Oro	10
161	Fucha	30	211	Av Cali	10	261	Las aguas	10
162	Restrepo	2	212	Granja	1	262	Cl 85	100
163	Restrepo	3	213	Granja	10	263	Portal del Norte	110
164	Restrepo	90	214	Cr 77	1	264	Cl 146	110
165	Restrepo	60	215	Cr 77	80	265	Alcalá	110
166	Restrepo	50	216	Cr 77	10	266	Cl 100	110
167	Restrepo	40	217	Minuto de Dios	1	267	Virrey	110
168	Olaya	2	218	Minuto de Dios	90	269	Cl 76	110
169	Olaya	3	219	Minuto de Dios	20	270	Cl 72	110
170	Olaya	70	220	Boyacá	1	271	Cl 63	110
171	Olaya	60	221	Ferías	1	272	Marly	100
172	Olaya	30	222	Av 68	1	273	Cl 45	100
173	Quiroga	2	223	Av 68	90	274	Profamilia	100
174	Quiroga	3	224	Av 68	40	275	Cl 26	100
175	Calle 405	2	225	Cr 53	1	276	Cl 26	110
176	Calle 405	3	226	Cr 47	1	277	Av Jimenez	110
177	Calle 405	90	227	Escuela Militar	1	278	Av Jimenez	120
178	Calle 405	60	228	Escuela Militar	90	279	San Facon - Cr 22	120
179	Calle 405	50	229	Escuela Militar	40	280	CDS - Cr 32	100
180	Calle 405	30	230	Polo	1	281	Zona Industrial	120
181	Calle 405	20	231	Polo	90	282	Pradera	100
182	Santa Lucia	2	232	Polo	40	283	Banderas	100
183	Santa Lucia	3	233	De la sabana	1	284	Banderas	120
184	Santa Lucia	90	234	San Facon - Cr 22	1	285	Biblioteca Tintal	100
185	Santa Lucia	70	235	Ricaurte	1	286	Patio Bonito	120
186	Santa Lucia	40	236	Ricaurte	80	287	Portal de las Américas	100
187	Socorro	2	237	CDS - Cr 32	1	288	Portal de las Américas	120
188	Consuelo	2	238	Zona Industrial	1	289	Alcalá	
189	Molinos	2	239	Cr 43	1	290	Américas - Cr 53A	
190	Molinos	90	240	Puente Aranda	1	291	Av 39	
191	Molinos	50	241	Américas - Cr 53A	1	292	Av 68	
192	Molinos	40	242	Américas - Cr 53A	80	293	Av Cali	
193	Portal de Usme	2	243	Pradera	1	294	Av Jimenez	
194	Portal de Usme	90	244	Marsella	1	295	Banderas	
195	Portal de Usme	70	245	Marsella	80	296	Biblioteca	
196	Portal de Usme	50	246	Mundo Aventura	1	297	Biblioteca Tintal	
197	Portal de Usme	40	247	Mandalay	1	298	Boyacá	
198	Portal de la 80	1	248	Banderas	1	299	Calle 405	
199	Portal de la 80	90	249	Banderas	80	300	Cardio Infantil	
200	Portal de la 80	80	250	Tv. 86	1	301	CDS - Cr 32	

## Anexo 2 (Continuación)

nodeID	NodoNombre		nodeID	NodoNombre		nodeID	NodoNombre	
	i	j		i	j		i	j
302	Cl 100		324	Ferías		346	Portal de la 80	
303	Cl 106		325	Flores		347	Portal de las Américas	
304	Cl 127		326	Fucha		348	Portal de Usme	
305	Cl 142		327	Granja		349	Portal del Norte	
306	Cl 146		328	Héroes		350	Portal del Tunal	
307	Cl 19		329	Hortúa		351	Pradera	
308	Cl 22		330	Hospital		352	Prado	
309	Cl 26		331	Las aguas		353	Profamilia	
310	Cl 45		332	Mandalay		354	Puente Aranda	
311	Cl 57		333	Marly		355	Quirigua	
312	Cl 63		334	Marsella		356	Quiroga	
313	Cl 72		335	Mazurén		357	Restrepo	
314	Cl 76		336	Minuto de Dios		358	Ricaurte	
315	Cl 85		337	Molinos		359	San Facon - Cr 22	
316	Consuelo		338	Mundo Aventura		360	Santa Lucía	
317	Cr 43		339	Museo del Oro		361	Socorro	
318	Cr 47		340	Nario		362	Tercer Milenio	
319	Cr 53		341	Olaya		363	Toberin	
320	Cr 77		342	Parque		364	Tv. 86	
321	Cr 90		343	Patio Bonito		365	Virrey	
322	De la sabana		344	Pepe Sierra		366	Zona Industrial	
323	Escuela Militar		345	Polo				



**Anexo 3** Listado de arcos del grafo  $G$  generados a partir de la red de Transmilenio actualizada al 01 de octubre de 2004.

arc ID	tailnode		node ID	headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)			
	node ID	NodoNombre i j		node ID	NodoNombre i j					
1	1	Portal del Norte	2	7	Toberin	2	2,75	300	-	1380
2	6	Portal del Norte	3	8	Toberin	3	2,75	300	-	1380
3	2	Portal del Norte	70	9	Toberin	70	2,25	330	-	1320
4	3	Portal del Norte	60	10	Toberin	60	2,25	330	-	1320
5	4	Portal del Norte	50	18	Cl 146	50	6,75	330	-	1380
6	7	Toberin	2	1	Portal del Norte	2	2,75	410	-	1490
7	7	Toberin	2	11	Cardio Infantil	2	2,75	302,75	-	1382,75
8	8	Toberin	3	6	Portal del Norte	3	2,75	410	-	1490
9	8	Toberin	3	12	Cardio Infantil	3	2,75	302,75	-	1382,75
10	9	Toberin	70	2	Portal del Norte	70	2,25	357	-	1347
11	9	Toberin	70	30	Prado	70	9,75	332,25	-	1322,25
12	10	Toberin	60	3	Portal del Norte	60	2,25	366	-	1356
13	10	Toberin	60	15	Mazurn	60	3,75	332,25	-	1322,25
14	11	Cardio Infantil	2	7	Toberin	2	2,75	407,25	-	1487,25
15	11	Cardio Infantil	2	13	Mazurn	2	2,75	305,5	-	1385,5
16	12	Cardio Infantil	3	8	Toberin	3	2,75	407,25	-	1487,25
17	12	Cardio Infantil	3	14	Mazurn	3	2,75	305,5	-	1385,5
18	13	Mazurn	2	11	Cardio Infantil	2	2,75	404,5	-	1484,5
19	13	Mazurn	2	16	Cl 146	2	2,75	308,25	-	1388,25
20	14	Mazurn	3	12	Cardio Infantil	3	2,75	404,5	-	1484,5
21	14	Mazurn	3	17	Cl 146	3	2,75	308,25	-	1388,25
22	15	Mazurn	60	10	Toberin	60	3,75	363,75	-	1353,75
23	15	Mazurn	60	25	Alcal	60	5,25	334,5	-	1324,5
24	16	Cl 146	2	13	Mazurn	2	2,75	401,75	-	1481,75
25	16	Cl 146	2	20	Cl 142	2	2,75	311	-	1391
26	17	Cl 146	3	14	Mazurn	3	2,75	401,75	-	1481,75
27	17	Cl 146	3	21	Cl 142	3	2,75	311	-	1391
28	18	Cl 146	50	4	Portal del Norte	50	6,75	424,5	-	1474,5
29	18	Cl 146	50	22	Cl 142	50	2,25	336,75	-	1386,75
30	20	Cl 142	2	16	Cl 146	2	2,75	399	-	1479
31	20	Cl 142	2	23	Alcal	2	2,75	313,75	-	1393,75
32	21	Cl 142	3	17	Cl 146	3	2,75	399	-	1479
33	21	Cl 142	3	24	Alcal	3	2,75	313,75	-	1393,75
34	22	Cl 142	50	18	Cl 146	50	2,25	417,75	-	1467,75
35	22	Cl 142	50	26	Alcal	50	2,25	343,5	-	1393,5
36	23	Alcal	2	20	Cl 142	2	2,75	396,25	-	1476,25
37	23	Alcal	2	28	Prado	2	2,75	316,5	-	1396,5
38	24	Alcal	3	21	Cl 142	3	2,75	396,25	-	1476,25
39	24	Alcal	3	29	Prado	3	2,75	316,5	-	1396,5
40	25	Alcal	60	15	Mazurn	60	5,25	361,5	-	1351,5
41	25	Alcal	60	34	Cl 127	60	3,75	336,75	-	1326,75
42	26	Alcal	50	22	Cl 142	50	2,25	411	-	1461
43	26	Alcal	50	38	Pepe Sierra	50	5,25	350,25	-	1400,25
44	28	Prado	2	23	Alcal	2	2,75	393,5	-	1473,5
45	28	Prado	2	31	Cl 127	2	2,75	319,25	-	1399,25
46	29	Prado	3	24	Alcal	3	2,75	393,5	-	1473,5
47	29	Prado	3	32	Cl 127	3	2,75	319,25	-	1399,25
48	30	Prado	70	9	Toberin	70	9,75	354,75	-	1344,75
49	30	Prado	70	33	Cl 127	70	2,25	334,5	-	1324,5
50	31	Cl 127	2	28	Prado	2	2,75	390,75	-	1470,75

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)		
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre					
		i	j		i	j				
51	31	Cl 127	2	36	Pepe Sierra	2	2,75	322	-	1402
52	32	Cl 127	3	29	Prado	3	2,75	390,75	-	1470,75
53	32	Cl 127	3	37	Pepe Sierra	3	2,75	322	-	1402
54	33	Cl 127	70	30	Prado	70	2,25	352,5	-	1342,5
55	33	Cl 127	70	43	Cl 100	70	5,25	336,75	-	1326,75
56	34	Cl 127	60	25	Alcal	60	3,75	359,25	-	1349,25
57	34	Cl 127	60	44	Cl 100	60	5,25	339	-	1329
58	36	Pepe Sierra	2	31	Cl 127	2	2,75	388	-	1468
59	36	Pepe Sierra	2	39	Cl 106	2	2,75	324,75	-	1404,75
60	37	Pepe Sierra	3	32	Cl 127	3	2,75	388	-	1468
61	37	Pepe Sierra	3	40	Cl 106	3	2,75	324,75	-	1404,75
62	38	Pepe Sierra	50	26	Alcal	50	5,25	404,25	-	1454,25
63	38	Pepe Sierra	50	45	Cl 100	50	3,75	357	-	1407
64	39	Cl 106	2	36	Pepe Sierra	2	2,75	385,25	-	1465,25
65	39	Cl 106	2	41	Cl 100	2	2,75	327,5	-	1407,5
66	40	Cl 106	3	37	Pepe Sierra	3	2,75	385,25	-	1465,25
67	40	Cl 106	3	42	Cl 100	3	2,75	327,5	-	1407,5
68	41	Cl 100	2	39	Cl 106	2	2,75	382,5	-	1462,5
69	41	Cl 100	2	47	Virrey	2	2,75	330,25	-	1410,25
70	42	Cl 100	3	40	Cl 106	3	2,75	382,5	-	1462,5
71	42	Cl 100	3	48	Virrey	3	2,75	330,25	-	1410,25
72	43	Cl 100	70	33	Cl 127	70	5,25	350,25	-	1340,25
73	43	Cl 100	70	52	Cl 85	70	3,75	339	-	1329
74	44	Cl 100	60	34	Cl 127	60	5,25	357	-	1347
75	44	Cl 100	60	49	Virrey	60	2,25	341,25	-	1331,25
76	45	Cl 100	50	38	Pepe Sierra	50	3,75	397,5	-	1447,5
77	45	Cl 100	50	57	Hroes	50	5,25	363,75	-	1413,75
78	47	Virrey	2	41	Cl 100	2	2,75	379,75	-	1459,75
79	47	Virrey	2	50	Cl 85	2	2,75	333	-	1413
80	48	Virrey	3	42	Cl 100	3	2,75	379,75	-	1459,75
81	48	Virrey	3	51	Cl 85	3	2,75	333	-	1413
82	49	Virrey	60	44	Cl 100	60	2,25	354,75	-	1344,75
83	49	Virrey	60	56	Hroes	60	3,75	343,5	-	1333,5
84	50	Cl 85	2	47	Virrey	2	2,75	377	-	1457
85	50	Cl 85	2	53	Hroes	2	2,75	335,75	-	1415,75
86	51	Cl 85	3	48	Virrey	3	2,75	377	-	1457
87	51	Cl 85	3	54	Hroes	3	2,75	335,75	-	1415,75
88	52	Cl 85	70	43	Cl 100	70	3,75	348	-	1338
89	52	Cl 85	70	55	Hroes	70	2,25	341,25	-	1331,25
90	53	Hroes	2	50	Cl 85	2	2,75	374,25	-	1454,25
91	53	Hroes	2	60	Cl 76	2	2,75	338,5	-	1418,5
92	54	Hroes	3	51	Cl 85	3	2,75	374,25	-	1454,25
93	54	Hroes	3	61	Cl 76	3	2,75	338,5	-	1418,5
94	55	Hroes	70	52	Cl 85	70	2,25	345,75	-	1335,75
95	55	Hroes	70	62	Cl 76	70	2,25	343,5	-	1333,5
96	56	Hroes	60	49	Virrey	60	3,75	352,5	-	1342,5
97	56	Hroes	60	82	Cl 63	60	6,75	345,75	-	1335,75
98	57	Hroes	50	45	Cl 100	50	5,25	390,75	-	1440,75
99	57	Hroes	50	63	Cl 76	50	2,25	370,5	-	1420,5
100	59	Cl 76	1	66	Cl 72	1	2,75	338,50	-	1418,50

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)			
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre						
		i	j		i	j					
101	59	Cl 76	1	230	Polo	1	2,75	388,25	-	1468,25	
102	60	Cl 76	2	53	Hroes	2	2,75	371,5	-	1451,5	
103	60	Cl 76	2	67	Cl 72	2	2,75	341,25	-	1421,25	
104	61	Cl 76	3	54	Hroes	3	2,75	371,5	-	1451,5	
105	61	Cl 76	3	68	Cl 72	3	2,75	368,75	-	1448,75	
106	62	Cl 76	70	55	Hroes	70	2,25	343,5	-	1333,5	
107	62	Cl 76	70	126	Cl 22	70	15,75	345,75	-	1335,75	
108	63	Cl 76	50	57	Hroes	50	2,25	384	-	1434	
109	63	Cl 76	50	70	Cl 72	50	2,25	377,25	-	1427,25	
110	64	Cl 76	30	71	Cl 72	30	2,25	334,5	-	1384,5	
111	64	Cl 76	30	206	Quirigua	30	20,25	350,25	-	1400,25	
112	65	Cl 76	10	104	Cl 45	10	9,75	354	-	1404	
113	65	Cl 76	10	216	Cr 77	10	14,25	408	-	1458	
114	66	Cl 72	1	59	Cl 76	1	2,75	385,50	-	1465,50	
115	66	Cl 72	1	73	Flores	1	2,75	341,25	-	1421,25	
116	67	Cl 72	2	60	Cl 76	2	2,75	368,75	-	1448,75	
117	67	Cl 72	2	74	Flores	2	2,75	344	-	1424	
118	68	Cl 72	3	61	Cl 76	3	2,75	366	-	1446	
119	68	Cl 72	3	75	Flores	3	2,75	341,25	-	1421,25	
120	69	Cl 72	80	81	Cl 63	80	3,75	346,5	-	1336,5	
121	69	Cl 72	80	215	Cr 77	80	15,75	462	-	1452	
122	70	Cl 72	50	63	Cl 76	50	2,25	377,25	-	1427,25	
123	70	Cl 72	50	120	Cl 26	50	12,75	384	-	1434	
124	71	Cl 72	30	64	Cl 76	30	2,25	348	-	1398	
125	71	Cl 72	30	76	Flores	30	2,25	336,75	-	1386,75	
126	72	Cl 72	20	83	Cl 63	20	3,75	341,25	-	551,25	1001,25 - 1151,25
127	72	Cl 72	20	219	Minuto de Dios	20	14,25	363,75	-	573,75	1023,75 - 1173,75
128	73	Flores	1	66	Cl 72	1	2,75	382,75	-	1462,75	
129	73	Flores	1	77	Cl 63	1	2,75	344,00	-	1424,00	
130	74	Flores	2	67	Cl 72	2	2,75	366	-	1446	
131	74	Flores	2	78	Cl 63	2	2,75	346,75	-	1426,75	
132	75	Flores	3	68	Cl 72	3	2,75	363,25	-	1443,25	
133	75	Flores	3	79	Cl 63	3	2,75	344	-	1424	
134	76	Flores	30	71	Cl 72	30	2,25	345,75	-	1395,75	
135	76	Flores	30	136	Cl 19	30	14,25	339	-	1389	
136	77	Cl 63	1	73	Flores	1	2,75	380,00	-	1460,00	
137	77	Cl 63	1	84	Cl 57	1	2,75	346,75	-	1426,75	
138	78	Cl 63	2	74	Flores	2	2,75	363,25	-	1443,25	
139	78	Cl 63	2	85	Cl 57	2	2,75	349,5	-	1429,5	
140	79	Cl 63	3	75	Flores	3	2,75	360,5	-	1440,5	
141	79	Cl 63	3	86	Cl 57	3	2,75	346,75	-	1426,75	
142	80	Cl 63	90	87	Cl 57	90	2,25	562,5	-	1012,5	1162,5 - 1342,5
143	80	Cl 63	90	231	Polo	90	6,75	585	-	1035	1185 - 1365
144	81	Cl 63	80	69	Cl 72	80	3,75	453,75	-	1443,75	
145	81	Cl 63	80	125	Cl 22	80	11,25	354,75	-	1344,75	
146	82	Cl 63	60	56	Hroes	60	6,75	350,25	-	1340,25	
147	82	Cl 63	60	88	Cl 57	60	2,25	348	-	1338	
148	83	Cl 63	20	72	Cl 72	20	3,75	360	-	570	1020 - 1170
149	83	Cl 63	20	90	Cl 57	20	2,25	345	-	555	1005 - 1155
150	84	Cl 57	1	77	Cl 63	1	2,75	377,25	-	1457,25	

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)			
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre						
		i	j		i	j					
151	84	Cl 57	1	91	Marly	1	2,75	349,50	-	1429,50	
152	85	Cl 57	2	78	Cl 63	2	2,75	360,5	-	1440,5	
153	85	Cl 57	2	92	Marly	2	2,75	352,25	-	1432,25	
154	86	Cl 57	3	79	Cl 63	3	2,75	357,75	-	1437,75	
155	86	Cl 57	3	93	Marly	3	2,75	349,5	-	1429,5	
156	87	Cl 57	90	80	Cl 63	90	2,25	581,25	-	1031,25	1181,25 - 1361,25
157	87	Cl 57	90	94	Marly	90	2,25	566,25	-	1016,25	1166,25 - 1346,25
158	88	Cl 57	60	82	Cl 63	60	2,25	348	-	1338	
159	88	Cl 57	60	95	Marly	60	2,25	350,25	-	1340,25	
160	89	Cl 57	40	96	Marly	40	2,25	387	-	597	1047 - 1197
161	89	Cl 57	40	232	Polo	40	8,25	444	-	654	1104 - 1254
162	90	Cl 57	20	83	Cl 63	20	2,25	356,25	-	566,25	1016,25 - 1166,25
163	90	Cl 57	20	97	Marly	20	11,25	348,75	-	558,75	1008,75 - 1158,75
164	91	Marly	1	84	Cl 57	1	11,25	366,00	-	1446,00	
165	91	Marly	1	98	Cl 45	1	2,75	352,25	-	1432,25	
166	92	Marly	2	85	Cl 57	2	2,75	357,75	-	1437,75	
167	92	Marly	2	99	Cl 45	2	2,75	355	-	1435	
168	93	Marly	3	86	Cl 57	3	2,75	355	-	1435	
169	93	Marly	3	100	Cl 45	3	2,75	352,25	-	1432,25	
170	94	Marly	90	87	Cl 57	90	2,25	577,5	-	1027,5	1177,5 - 1357,5
171	94	Marly	90	101	Cl 45	90	2,25	570	-	1020	1170 - 1350
172	95	Marly	60	88	Cl 57	60	2,25	345,75	-	1335,75	
173	95	Marly	60	102	Cl 45	60	2,25	352,5	-	1342,5	
174	96	Marly	40	89	Cl 57	40	2,25	429,75	-	639,75	1089,75 - 1239,75
175	96	Marly	40	103	Cl 45	40	2,25	401,25	-	611,25	1061,25 - 1211,25
176	97	Marly	20	90	Cl 57	20	2,25	352,5	-	562,5	1012,5 - 1162,5
177	97	Marly	20	111	Av 39	20	3,75	352,5	-	562,5	1012,5 - 1162,5
178	98	Cl 45	1	91	Marly	1	2,75	363,25	-	1443,25	
179	98	Cl 45	1	105	Av 39	1	2,75	355,00	-	1435,00	
180	99	Cl 45	2	92	Marly	2	2,75	355	-	1435	
181	99	Cl 45	2	106	Av 39	2	2,75	357,75	-	1437,75	
182	100	Cl 45	3	93	Marly	3	2,75	352,25	-	1432,25	
183	100	Cl 45	3	107	Av 39	3	2,75	355	-	1435	
184	101	Cl 45	90	94	Marly	90	2,25	573,75	-	1023,75	1173,75 - 1353,75
185	101	Cl 45	90	108	Av 39	90	2,25	573,75	-	1023,75	1173,75 - 1353,75
186	102	Cl 45	60	95	Marly	60	2,25	343,5	-	1333,5	
187	102	Cl 45	60	109	Av 39	60	2,25	354,75	-	1344,75	
188	103	Cl 45	40	96	Marly	40	2,25	415,5	-	625,5	1075,5 - 1225,5
189	103	Cl 45	40	110	Av 39	40	2,25	415,5	-	625,5	1075,5 - 1225,5
190	104	Cl 45	10	65	Cl 76	10	9,75	398,25	-	1448,25	
191	104	Cl 45	10	112	Av 39	10	2,25	363,75	-	1413,75	
192	105	Av 39	1	98	Cl 45	1	2,75	360,50	-	1440,50	
193	105	Av 39	1	113	Profamilia	1	2,75	357,75	-	1437,75	
194	106	Av 39	2	99	Cl 45	2	2,75	352,25	-	1432,25	
195	106	Av 39	2	114	Profamilia	2	2,75	360,5	-	1440,5	
196	107	Av 39	3	100	Cl 45	3	2,75	349,5	-	1429,5	
197	107	Av 39	3	115	Profamilia	3	2,75	357,75	-	1437,75	
198	108	Av 39	90	101	Cl 45	90	2,25	570	-	1020	1170 - 1350
199	108	Av 39	90	140	Av Jimenez	90	8,25	577,5	-	1027,5	1177,5 - 1357,5
200	109	Av 39	60	102	Cl 45	60	2,25	341,25	-	1331,25	

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)				
	node ID	NodoNombre	node ID	NodoNombre	NodoNombre						
	i	j	i	j							
201	109	Av 39	60	127	Cl 22	60	5,25	357	-	1347	
202	110	Av 39	40	103	Cl 45	40	2,25	401,25	-	611,25	1061,25 - 1211,25
203	110	Av 39	40	135	Cl 19	40	6,75	429,75	-	639,75	1089,75 - 1239,75
204	111	Av 39	20	97	Marly	20	3,75	348,75	-	558,75	1008,75 - 1158,75
205	111	Av 39	20	144	Av Jimenez	20	8,25	356,25	-	566,25	1016,25 - 1166,25
206	112	Av 39	10	104	Cl 45	10	2,25	396	-	1446	
207	112	Av 39	10	116	Profamilia	10	2,25	366	-	1416	
208	113	Profamilia	1	105	Av 39	1	2,75	357,75	-	1437,75	
209	113	Profamilia	1	117	Cl 26	1	2,75	360,50	-	1440,50	
210	114	Profamilia	2	106	Av 39	2	2,75	349,5	-	1429,5	
211	114	Profamilia	2	118	Cl 26	2	2,75	363,25	-	1443,25	
212	115	Profamilia	3	107	Av 39	3	2,75	346,75	-	1426,75	
213	115	Profamilia	3	119	Cl 26	3	2,75	360,5	-	1440,5	
214	116	Profamilia	10	112	Av 39	10	2,25	393,75	-	1443,75	
215	116	Profamilia	10	121	Cl 26	10	2,25	368,25	-	1418,25	
216	117	Cl 26	1	113	Profamilia	1	2,75	355,00	-	1435,00	
217	117	Cl 26	1	122	Cl 22	1	2,75	363,25	-	1443,25	
218	118	Cl 26	2	114	Profamilia	2	2,75	346,75	-	1426,75	
219	118	Cl 26	2	123	Cl 22	2	2,75	366	-	1446	
220	119	Cl 26	3	115	Profamilia	3	2,75	344	-	1424	
221	119	Cl 26	3	124	Cl 22	3	2,75	363,25	-	1443,25	
222	120	Cl 26	50	70	Cl 72	50	12,75	370,5	-	1420,5	
223	120	Cl 26	50	134	Cl 19	50	3,75	390,75	-	1440,75	
224	121	Cl 26	10	116	Profamilia	10	2,25	391,5	-	1441,5	
225	121	Cl 26	10	128	Cl 22	10	2,25	370,5	-	1420,5	
226	122	Cl 22	1	117	Cl 26	1	2,75	352,25	-	1432,25	
227	122	Cl 22	1	129	Cl 19	1	2,75	366,00	-	1446,00	
228	123	Cl 22	2	118	Cl 26	2	2,75	344	-	1424	
229	123	Cl 22	2	130	Cl 19	2	2,75	368,75	-	1448,75	
230	124	Cl 22	3	119	Cl 26	3	2,75	341,25	-	1421,25	
231	124	Cl 22	3	131	Cl 19	3	2,75	366	-	1446	
232	125	Cl 22	80	81	Cl 63	80	11,25	445,5	-	1435,5	
233	125	Cl 22	80	132	Cl 19	80	2,25	363	-	1353	
234	126	Cl 22	70	62	Cl 76	70	15,75	341,25	-	1331,25	
235	126	Cl 22	70	133	Cl 19	70	2,25	348	-	1338	
236	127	Cl 22	60	109	Av 39	60	5,25	339	-	1329	
237	127	Cl 22	60	165	Restrepo	60	12,75	359,25	-	1349,25	
238	128	Cl 22	10	121	Cl 26	10	2,25	389,25	-	1439,25	
239	128	Cl 22	10	145	Av Jimenez	10	3,75	372,75	-	1422,75	
240	129	Cl 19	1	122	Cl 22	1	2,75	349,50	-	1429,50	
241	129	Cl 19	1	137	Av Jimenez	1	2,75	368,75	-	1448,75	
242	130	Cl 19	2	123	Cl 22	2	2,75	341,25	-	1421,25	
243	130	Cl 19	2	138	Av Jimenez	2	2,75	371,5	-	1451,5	
244	131	Cl 19	3	124	Cl 22	3	2,75	338,5	-	1418,5	
245	131	Cl 19	3	139	Av Jimenez	3	2,75	368,75	-	1448,75	
246	132	Cl 19	80	125	Cl 22	80	2,25	437,25	-	1427,25	
247	132	Cl 19	80	236	Ricaurte	80	6,75	371,25	-	1361,25	
248	133	Cl 19	70	126	Cl 22	70	2,25	339	-	1329	
249	133	Cl 19	70	141	Av Jimenez	70	2,25	350,25	-	1340,25	
250	134	Cl 19	50	120	Cl 26	50	3,75	363,75	-	1413,75	

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)							
	node ID	NodoNombre i j	node ID	NodoNombre i j									
251	134	Cl 19	50	142	Av Jimenez	50	2,25	397,5	-	1447,5			
252	135	Cl 19	40	110	Av 39	40	6,75	387	-	597	1047	-	1197
253	135	Cl 19	40	167	Restrepo	40	11,25	444	-	654	1104	-	1254
254	136	Cl 19	30	76	Flores	30	14,25	343,5	-	1393,5			
255	136	Cl 19	30	143	Av Jimenez	30	2,25	341,25	-	1391,25			
256	137	Av Jimenez	1	129	Cl 19	1	2,75	346,75	-	1426,75			
257	137	Av Jimenez	1	233	De la sabana	1	2,75	371,50	-	1451,50			
258	138	Av Jimenez	2	130	Cl 19	2	2,75	338,5	-	1418,5			
259	138	Av Jimenez	2	146	Tercer Milenio	2	2,75	374,25	-	1454,25			
260	139	Av Jimenez	3	131	Cl 19	3	2,75	335,75	-	1415,75			
261	139	Av Jimenez	3	147	Tercer Milenio	3	2,75	371,5	-	1451,5			
262	140	Av Jimenez	90	108	Av 39	90	8,25	566,25	-	1016,25	1166,25	-	1346,25
263	140	Av Jimenez	90	153	Horta	90	5,25	581,25	-	1031,25	1181,25	-	1361,25
264	141	Av Jimenez	70	133	Cl 19	70	2,25	336,75	-	1326,75			
265	141	Av Jimenez	70	170	Olaya	70	11,25	352,5	-	1342,5			
266	142	Av Jimenez	50	134	Cl 19	50	2,25	357	-	1407			
267	142	Av Jimenez	50	166	Restrepo	50	9,75	404,25	-	1454,25			
268	143	Av Jimenez	30	136	Cl 19	30	2,25	341,25	-	1391,25			
269	143	Av Jimenez	30	148	Tercer Milenio	30	2,25	343,5	-	1393,5			
270	144	Av Jimenez	20	111	Av 39	20	8,25	345	-	555	1005	-	1155
271	144	Av Jimenez	20	154	Horta	20	5,25	360	-	570	1020	-	1170
272	145	Av Jimenez	10	128	Cl 22	10	3,75	385,5	-	1435,5			
273	145	Av Jimenez	10	260	Museo del Oro	10	2,25	376,5	-	1426,5			
274	146	Tercer Milenio	2	138	Av Jimenez	2	2,75	335,75	-	1415,75			
275	146	Tercer Milenio	2	149	Hospital	2	2,75	377	-	1457			
276	147	Tercer Milenio	3	139	Av Jimenez	3	2,75	333	-	1413			
277	147	Tercer Milenio	3	150	Hospital	3	2,75	374,25	-	1454,25			
278	148	Tercer Milenio	30	143	Av Jimenez	30	2,25	339	-	1389			
279	148	Tercer Milenio	30	161	Fucha	30	6,75	345,75	-	1395,75			
280	149	Hospital	2	146	Tercer Milenio	2	2,75	333	-	1413			
281	149	Hospital	2	151	Horta	2	2,75	379,75	-	1459,75			
282	150	Hospital	3	147	Tercer Milenio	3	2,75	330,25	-	1410,25			
283	150	Hospital	3	152	Horta	3	2,75	377	-	1457			
284	151	Horta	2	149	Hospital	2	2,75	330,25	-	1410,25			
285	151	Horta	2	155	Nario	2	2,75	382,5	-	1462,5			
286	152	Horta	3	150	Hospital	3	2,75	327,5	-	1407,5			
287	152	Horta	3	156	Nario	3	2,75	379,75	-	1459,75			
288	153	Horta	90	140	Av Jimenez	90	5,25	562,5	-	1012,5	1162,5	-	1342,5
289	153	Horta	90	157	Nario	90	2,25	585	-	1035	1185	-	1365
290	154	Horta	20	144	Av Jimenez	20	5,25	341,25	-	551,25	1001,25	-	1151,25
291	154	Horta	20	158	Nario	20	2,25	363,75	-	573,75	1023,75	-	1173,75
292	155	Nario	2	151	Horta	2	2,75	327,5	-	1407,5			
293	155	Nario	2	159	Fucha	2	2,75	385,25	-	1465,25			
294	156	Nario	3	152	Horta	3	2,75	324,75	-	1404,75			
295	156	Nario	3	160	Fucha	3	2,75	382,5	-	1462,5			
296	157	Nario	90	153	Horta	90	2,25	558,75	-	1008,75	1158,75	-	1338,75
297	157	Nario	90	164	Restrepo	90	3,75	588,75	-	1038,75	1188,75	-	1368,75
298	158	Nario	20	154	Horta	20	2,25	337,5	-	547,5	997,5	-	1147,5
299	158	Nario	20	181	Calle 405	20	8,25	367,5	-	577,5	1027,5	-	1177,5
300	159	Fucha	2	155	Nario	2	2,75	324,75	-	1404,75			

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)				
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre							
		i	j		i	j						
301	159	Fucha	2	162	Restrepo	2	2,75	388	-	1468		
302	160	Fucha	3	156	Nario	3	2,75	322	-	1402		
303	160	Fucha	3	163	Restrepo	3	2,75	385,25	-	1465,25		
304	161	Fucha	30	148	Tercer Milenio	30	6,75	336,75	-	1386,75		
305	161	Fucha	30	172	Olaya	30	3,75	348	-	1398		
306	162	Restrepo	2	159	Fucha	2	2,75	322	-	1402		
307	162	Restrepo	2	168	Olaya	2	2,75	390,75	-	1470,75		
308	163	Restrepo	3	160	Fucha	3	2,75	319,25	-	1399,25		
309	163	Restrepo	3	169	Olaya	3	2,75	388	-	1468		
310	164	Restrepo	90	157	Nario	90	3,75	555	-	1005	1155	- 1335
311	164	Restrepo	90	177	Calle 405	90	5,25	592,5	-	1042,5	1192,5	- 1372,5
312	165	Restrepo	60	127	Cl 22	60	12,75	336,75	-	1326,75		
313	165	Restrepo	60	171	Olaya	60	2,25	361,5	-	1351,5		
314	166	Restrepo	50	142	Av Jimenez	50	9,75	350,25	-	1400,25		
315	166	Restrepo	50	179	Calle 405	50	5,25	411	-	1461		
316	167	Restrepo	40	135	Cl 19	40	11,25	372,75	-	582,75	1032,75	- 1182,75
317	167	Restrepo	40	186	Santa Lucia	40	6,75	458,25	-	668,25	1118,25	- 1268,25
318	168	Olaya	2	162	Restrepo	2	2,75	319,25	-	1399,25		
319	168	Olaya	2	173	Quiroga	2	2,75	393,5	-	1473,5		
320	169	Olaya	3	163	Restrepo	3	2,75	316,5	-	1396,5		
321	169	Olaya	3	174	Quiroga	3	2,75	390,75	-	1470,75		
322	170	Olaya	70	141	Av Jimenez	70	11,25	334,5	-	1324,5		
323	170	Olaya	70	185	Santa Lucia	70	5,25	354,75	-	1344,75		
324	171	Olaya	60	165	Restrepo	60	2,25	334,5	-	1324,5		
325	171	Olaya	60	178	Calle 405	60	3,75	363,75	-	1353,75		
326	172	Olaya	30	161	Fucha	30	3,75	334,5	-	1384,5		
327	172	Olaya	30	180	Calle 405	30	3,75	350,25	-	1400,25		
328	173	Quiroga	2	168	Olaya	2	2,75	316,5	-	1396,5		
329	173	Quiroga	2	175	Calle 405	2	2,75	396,25	-	1476,25		
330	174	Quiroga	3	169	Olaya	3	2,75	313,75	-	1393,75		
331	174	Quiroga	3	176	Calle 405	3	2,75	393,5	-	1473,5		
332	175	Calle 405	2	173	Quiroga	2	2,75	313,75	-	1393,75		
333	175	Calle 405	2	182	Santa Lucia	2	2,75	399	-	1479		
334	176	Calle 405	3	174	Quiroga	3	2,75	311	-	1391		
335	176	Calle 405	3	183	Santa Lucia	3	2,75	396,25	-	1476,25		
336	177	Calle 405	90	164	Restrepo	90	5,25	551,25	-	1001,25	1151,25	- 1331,25
337	177	Calle 405	90	184	Santa Lucia	90	2,25	596,25	-	1046,25	1196,25	- 1376,25
338	178	Calle 405	60	171	Olaya	60	3,75	332,25	-	1322,25		
339	178	Calle 405	60	259	Portal del Tunal	60	6,75	366	-	1356		
340	179	Calle 405	50	166	Restrepo	50	5,25	343,5	-	1393,5		
341	179	Calle 405	50	191	Molinos	50	6,75	417,75	-	1467,75		
342	180	Calle 405	30	172	Olaya	30	3,75	332,25	-	1382,25		
343	180	Calle 405	30	258	Portal del Tunal	30	6,75	352,5	-	1402,5		
344	181	Calle 405	20	158	Nario	20	8,25	333,75	-	543,75	993,75	- 1143,75
345	181	Calle 405	20	257	Portal del Tunal	20	6,75	371,25	-	581,25	1031,25	- 1181,25
346	182	Santa Lucia	2	175	Calle 405	2	2,75	311	-	1391		
347	182	Santa Lucia	2	187	Socorro	2	2,75	401,75	-	1481,75		
348	183	Santa Lucia	3	176	Calle 405	3	2,75	308,25	-	1388,25		
349	183	Santa Lucia	3	254	Biblioteca	3	2,75	399	-	1479		
350	184	Santa Lucia	90	177	Calle 405	90	2,25	547,5	-	997,5	1147,5	- 1327,5

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre i j	node ID	NodoNombre i j			
351	184	Santa Lucia 90	190	Molinos	90	5,25	600-1050 1200-1380
352	185	Santa Lucia 70	170	Olaya	70	5,25	332,25-1322,25
353	185	Santa Lucia 70	195	Portal de Usme	70	6,75	357-1347
354	186	Santa Lucia 40	167	Restrepo	40	6,75	358,5-568,5 1018,5-1168,5
355	186	Santa Lucia 40	192	Molinos	40	5,25	472,5-682,5 1132,5-1282,5
356	187	Socorro 2	182	Santa Lucia	2	2,75	308,25-1388,25
357	187	Socorro 2	188	Consuelo	2	2,75	404,5-1484,5
358	188	Consuelo 2	187	Socorro	2	2,75	305,5-1385,5
359	188	Consuelo 2	189	Molinos	2	2,75	407,25-1487,25
360	189	Molinos 2	188	Consuelo	2	2,75	302,75-1382,75
361	189	Molinos 2	193	Portal de Usme	2	2,75	410-1490
362	190	Molinos 90	184	Santa Lucia	90	5,25	543,75-993,75 1143,75-1323,75
363	190	Molinos 90	194	Portal de Usme	90	2,25	603,75-1053,75 1203,75-1383,75
364	191	Molinos 50	179	Calle 405	50	6,75	336,75-1386,75
365	191	Molinos 50	196	Portal de Usme	50	2,25	424,5-1474,5
366	192	Molinos 40	186	Santa Lucia	40	5,25	344,25-554,25 1004,25-1154,25
367	192	Molinos 40	197	Portal de Usme	40	2,25	486,75-696,75 1146,75-1296,75
368	193	Portal de Usme 2	189	Molinos	2	2,75	300-1380
369	194	Portal de Usme 90	190	Molinos	90	2,25	540-990 1140-1320
370	195	Portal de Usme 70	185	Santa Lucia	70	6,75	330-1320
371	196	Portal de Usme 50	191	Molinos	50	2,25	330-1380
372	197	Portal de Usme 40	192	Molinos	40	2,25	330-540 990-1140
373	198	Portal de la 80 1	205	Quirigua	1	2,75	300-1380
374	199	Portal de la 80 90	208	Cr 90	90	3,75	540-990 1140-1320
375	200	Portal de la 80 80	215	Cr 77	80	8,25	330-1320
376	201	Portal de la 80 40	224	Av 68	40	14,25	330-540 990-1140
377	202	Portal de la 80 30	206	Quirigua	30	2,25	330-1380
378	203	Portal de la 80 20	209	Cr 90	20	3,75	330-540 990-1140
379	204	Portal de la 80 10	211	Av Cali	10	5,25	330-1380
380	205	Quirigua 1	198	Portal de la 80	1	2,75	424-1504
381	205	Quirigua 1	207	Cr 90	1	2,75	302,75-1382,75
382	206	Quirigua 30	64	Cl 76	30	20,25	332,25-1382,25
383	206	Quirigua 30	202	Portal de la 80	30	2,25	352,5-1402,5
384	207	Cr 90 1	205	Quirigua	1	2,75	421,25-1501,25
385	207	Cr 90 1	210	Av Cali	1	2,75	305,5-1385,5
386	208	Cr 90 90	199	Portal de la 80	90	3,75	603,75-1053,75 1203,75-1383,75
387	208	Cr 90 90	218	Minuto de Dios	90	6,75	543,75-993,75 1143,75-1323,75
388	209	Cr 90 20	203	Portal de la 80	20	3,75	371,25-581,25 1031,25-1181,25
389	209	Cr 90 20	219	Minuto de Dios	20	6,75	333,75-543,75 993,75-1143,75
390	210	Av Cali 1	207	Cr 90	1	2,75	418,5-1498,5
391	210	Av Cali 1	212	Granja	1	2,75	308,25-1388,25
392	211	Av Cali 10	204	Portal de la 80	10	5,25	426,75-1476,75
393	211	Av Cali 10	213	Granja	10	2,25	335,25-1385,25
394	212	Granja 1	210	Av Cali	1	2,75	415,75-1495,75
395	212	Granja 1	214	Cr 77	1	2,75	311-1391
396	213	Granja 10	211	Av Cali	10	2,25	424,5-1474,5
397	213	Granja 10	216	Cr 77	10	2,25	337,5-1387,5
398	214	Cr 77 1	212	Granja	1	2,75	413-1493
399	214	Cr 77 1	217	Minuto de Dios	1	2,75	313,75-1393,75
400	215	Cr 77 80	69	Cl 72	80	15,75	338,25-1328,25



### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)			
	node ID	NodoNombre	node ID	NodoNombre		i	j		
401	215	Cr 77	80	200	Portal de la 80	80	8,25	470,25-1460,25	
402	216	Cr 77	10	65	Cl 76	10	14,25	339,75-1389,75	
403	216	Cr 77	10	213	Granja	10	2,25	422,25-1472,25	
404	217	Minuto de Dios	1	214	Cr 77	1	2,75	410,25-1490,25	
405	217	Minuto de Dios	1	220	Boyac	1	2,75	316,5-1396,5	
406	218	Minuto de Dios	90	208	Cr 90	90	6,75	600-1050	1200-1380
407	218	Minuto de Dios	90	223	Av 68	90	5,25	547,5-997,5	1147,5-1327,5
408	219	Minuto de Dios	20	72	Cl 72	20	12,75	337,5-547,5	997,5-1147,5
409	219	Minuto de Dios	20	209	Cr 90	20	6,75	367,5-577,5	1027,5-1177,5
410	220	Boyac	1	217	Minuto de Dios	1	2,75	407,5-1487,5	
411	220	Boyac	1	221	Ferías	1	2,75	319,25-1399,25	
412	221	Ferías	1	220	Boyac	1	2,75	404,75-1484,75	
413	221	Ferías	1	222	Av 68	1	2,75	322-1402	
414	222	Av 68	1	221	Ferías	1	2,75	402-1482	
415	222	Av 68	1	225	Cr 53	1	2,75	324,75-1404,75	
416	223	Av 68	90	218	Minuto de Dios	90	5,25	596,25-1046,25	1196,25-1376,25
417	223	Av 68	90	228	Escuela Militar	90	5,25	551,25-1001,25	1151,25-1331,25
418	224	Av 68	40	201	Portal de la 80	40	14,25	486,75-696,75	1146,75-1296,75
419	224	Av 68	40	229	Escuela Militar	40	5,25	344,25-554,25	1004,25-1154,25
420	225	Cr 53	1	222	Av 68	1	2,75	399,25-1479,25	
421	225	Cr 53	1	226	Cr 47	1	2,75	327,5-1407,5	
422	226	Cr 47	1	225	Cr 53	1	2,75	396,5-1476,5	
423	226	Cr 47	1	227	Escuela Militar	1	2,75	330,25-1410,25	
424	227	Escuela Militar	1	226	Cr 47	1	2,75	393,75-1473,75	
425	227	Escuela Militar	1	230	Polo	1	2,75	333-1413	
426	228	Escuela Militar	90	223	Av 68	90	5,25	592,5-1042,5	1192,5-1372,5
427	228	Escuela Militar	90	231	Polo	90	2,25	555-1005	1155-1335
428	229	Escuela Militar	40	224	Av 68	40	5,25	472,5-682,5	1132,5-1282,5
429	229	Escuela Militar	40	232	Polo	40	2,25	358,5-568,5	1018,5-1168,5
430	230	Polo	1	59	Cl 76	1	2,75	335,75-1415,75	
431	230	Polo	1	227	Escuela Militar	1	2,75	391-1471	
432	231	Polo	90	80	Cl 63	90	6,75	558,75-1008,75	1158,75-1338,75
433	231	Polo	90	228	Escuela Militar	90	2,25	588,75-1038,75	1188,75-1368,75
434	232	Polo	40	89	Cl 57	40	8,25	372,75-582,75	1032,75-1182,75
435	232	Polo	40	229	Escuela Militar	40	2,25	458,25-668,25	1118,25-1268,25
436	233	De la sabana	1	137	Av Jimenez	1	2,75	344-1424	
437	233	De la sabana	1	234	San Facon - Cr 22	1	2,75	374,25-1454,25	
438	234	San Facon - Cr 22	1	233	De la sabana	1	2,75	341,25-1421,25	
439	234	San Facon - Cr 22	1	235	Ricaurte	1	2,75	377-1457	
440	235	Ricaurte	1	234	San Facon - Cr 22	1	2,75	338,5-1418,5	
441	235	Ricaurte	1	237	CDS - Cr 32	1	2,75	379,75-1459,75	
442	236	Ricaurte	80	132	Cl 19	80	6,75	429-1419	
443	236	Ricaurte	80	242	Amricas - Cr 53A	80	8,25	379,5-1369,5	
444	237	CDS - Cr 32	1	235	Ricaurte	1	2,75	335,75-1415,75	
445	237	CDS - Cr 32	1	238	Zona Industrial	1	2,75	382,5-1462,5	
446	238	Zona Industrial	1	237	CDS - Cr 32	1	2,75	333-1413	
447	238	Zona Industrial	1	239	Cr 43	1	2,75	385,25-1465,25	
448	239	Cr 43	1	238	Zona Industrial	1	2,75	330,25-1410,25	
449	239	Cr 43	1	240	Puente Aranda	1	2,75	388-1468	
450	240	Puente Aranda	1	239	Cr 43	1	2,75	327,5-1407,5	

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		node ID	headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre			
451	240	Puente Aranda	1	241	Amricas - Cr 53A	1	2,75	390,75-1470,75
452	241	Amricas - Cr 53A	1	240	Puente Aranda	1	2,75	324,75-1404,75
453	241	Amricas - Cr 53A	1	243	Pradera	1	2,75	393,5-1473,5
454	242	Amricas - Cr 53A	80	236	Ricaurte	80	8,25	420,75-1410,75
455	242	Amricas - Cr 53A	80	245	Marsella	80	3,75	387,75-1377,75
456	243	Pradera	1	241	Amricas - Cr 53A	1	2,75	322-1402
457	243	Pradera	1	244	Marsella	1	2,75	396,25-1476,25
458	244	Marsella	1	243	Pradera	1	2,75	319,25-1399,25
459	244	Marsella	1	246	Mundo Aventura	1	2,75	399-1479
460	245	Marsella	80	242	Amricas - Cr 53A	80	3,75	412,5-1402,5
461	245	Marsella	80	249	Banderas	80	5,25	396-1386
462	246	Mundo Aventura	1	244	Marsella	1	2,75	316,5-1396,5
463	246	Mundo Aventura	1	247	Mandalay	1	2,75	401,75-1481,75
464	247	Mandalay	1	246	Mundo Aventura	1	2,75	313,75-1393,75
465	247	Mandalay	1	248	Banderas	1	2,75	404,5-1484,5
466	248	Banderas	1	247	Mandalay	1	2,75	311-1391
467	248	Banderas	1	250	Tv. 86	1	2,75	407,25-1487,25
468	249	Banderas	80	245	Marsella	80	5,25	404,25-1394,25
469	250	Tv. 86	1	248	Banderas	1	2,75	308,25-1388,25
470	250	Tv. 86	1	251	Biblioteca Tintal	1	2,75	410-1490
471	251	Biblioteca Tintal	1	250	Tv. 86	1	2,75	305,5-1385,5
472	251	Biblioteca Tintal	1	252	Patio Bonito	1	2,75	412,75-1492,75
473	252	Patio Bonito	1	251	Biblioteca Tintal	1	2,75	302,75-1382,75
474	252	Patio Bonito	1	253	Portal de las Amricas	1	2,75	415,5-1495,5
475	253	Portal de las Amricas	1	252	Patio Bonito	1	2,75	300-1380
476	254	Biblioteca	3	183	Santa Lucia	3	2,75	305,5-1385,5
477	254	Biblioteca	3	255	Parque	3	2,75	401,75-1481,75
478	255	Parque	3	254	Biblioteca	3	2,75	302,75-1382,75
479	255	Parque	3	256	Portal del Tunal	3	2,75	404,5-1484,5
480	256	Portal del Tunal	3	255	Parque	3	2,75	300-1380
481	257	Portal del Tunal	20	181	Calle 405	20	6,75	330-540
482	258	Portal del Tunal	30	180	Calle 405	30	6,75	330-1380
483	259	Portal del Tunal	60	178	Calle 405	60	6,75	330-1320
484	260	Museo del Oro	10	145	Av Jimenez	10	2,25	383,25-1433,25
485	260	Museo del Oro	10	261	Las aguas	10	2,25	378,75-1428,75
486	261	Las aguas	10	260	Museo del Oro	10	2,25	381-1431
487	5	Portal del Norte	100	19	Cl 146	100	6,75	330-540
488	19	Cl 146	100	27	Alcal	100	3,75	336,75-546,75
489	27	Alcal	100	35	Cl 127	100	3,75	343,5-553,5
490	35	Cl 127	100	46	Cl 100	100	5,25	350,25-560,25
491	46	Cl 100	100	262	Cl 85	100	3,75	357-567
492	262	Cl 85	100	58	Hroes	100	2,25	363,75-573,75
493	19	Cl 146	100	5	Portal del Norte	100	6,75	424,5-634,5
494	27	Alcal	100	19	Cl 146	100	3,75	417,75-627,75
495	35	Cl 127	100	27	Alcal	100	3,75	411-621
496	46	Cl 100	100	35	Cl 127	100	5,25	404,25-614,25
497	262	Cl 85	100	46	Cl 100	100	3,75	397,5-607,5
498	58	Hroes	100	262	Cl 85	100	2,25	390,75-600,75
499	263	Portal del Norte	110	264	Cl 146	110	6,75	330-540
500	264	Cl 146	110	263	Portal del Norte	110	6,75	444,75-654,75

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)		
	node ID	NodoNombre	node ID	NodoNombre		i	j	
501	264	Cl 146	110	265	Alcal	110	336,75-546,75	996,75-1146,75
502	265	Alcal	110	264	Cl 146	110	438-648	1098-1248
503	265	Alcal	110	266	Cl 100	110	343,5-553,5	1003,5-1153,5
504	266	Cl 100	110	265	Alcal	110	431,25-641,25	1091,25-1241,25
505	266	Cl 100	110	267	Virrey	110	350,25-560,25	1010,25-1160,25
506	267	Virrey	110	266	Cl 100	110	424,5-634,5	1084,5-1234,5
507	267	Virrey	110	269	Cl 76	110	357-567	1017-1167
508	269	Cl 76	110	267	Virrey	110	417,75-627,75	1077,75-1227,75
509	269	Cl 76	110	270	Cl 72	110	363,75-573,75	1023,75-1173,75
510	270	Cl 72	110	269	Cl 76	110	411-621	1071-1221
511	270	Cl 72	110	271	Cl 63	110	370,5-580,5	1030,5-1180,5
512	271	Cl 63	110	270	Cl 72	110	404,25-614,25	1064,25-1214,25
513	58	Hroes	100	272	Marly	100	370,5-580,5	1030,5-1180,5
514	272	Marly	100	58	Hroes	100	384-594	1044-1194
515	272	Marly	100	273	Cl 45	100	377,25-587,25	1037,25-1187,25
516	273	Cl 45	100	272	Marly	100	377,25-587,25	1037,25-1187,25
517	273	Cl 45	100	274	Profamilia	100	384-594	1044-1194
518	274	Profamilia	100	273	Cl 45	100	370,5-580,5	1030,5-1180,5
519	274	Profamilia	100	275	Cl 26	100	390,75-600,75	1050,75-1200,75
520	275	Cl 26	100	274	Profamilia	100	363,75-573,75	1023,75-1173,75
521	271	Cl 63	110	276	Cl 26	110	377,25-587,25	1037,25-1187,25
522	276	Cl 26	110	271	Cl 63	110	397,5-607,5	1057,5-1207,5
523	276	Cl 26	110	277	Av Jimenez	110	384-594	1044-1194
524	277	Av Jimenez	110	276	Cl 26	110	390,75-600,75	1050,75-1200,75
525	278	Av Jimenez	120	279	San Facon - Cr 22	120	341,25-591,25	1061,25-1331,25
526	279	San Facon - Cr 22	120	278	Av Jimenez	120	339-589	1059-1329
527	276	Cl 26	100	280	CDS - Cr 32	100	397,5-607,5	1057,5-1207,5
528	280	CDS - Cr 32	100	275	Cl 26	100	357-567	1017-1167
529	279	San Facon - Cr 22	120	281	Zona Industrial	120	343,5-593,5	1063,5-1333,5
530	281	Zona Industrial	120	279	San Facon - Cr 22	120	336,75-586,75	1056,75-1326,75
531	280	CDS - Cr 32	100	282	Pradera	100	404,25-614,25	1064,25-1214,25
532	282	Pradera	100	280	CDS - Cr 32	100	350,25-560,25	1010,25-1160,25
533	282	Pradera	100	283	Banderas	100	411-621	1071-1221
534	283	Banderas	100	282	Pradera	100	343,5-553,5	1003,5-1153,5
535	281	Zona Industrial	120	284	Banderas	120	345,75-595,75	1065,75-1335,75
536	284	Banderas	120	281	Zona Industrial	120	334,5-584,5	1054,5-1324,5
537	283	Banderas	100	285	Biblioteca Tintal	100	417,75-627,75	1077,75-1227,75
538	285	Biblioteca Tintal	100	283	Banderas	100	336,75-546,75	996,75-1146,75
539	284	Banderas	120	286	Patio Bonito	120	348-598	1068-1338
540	286	Patio Bonito	120	284	Banderas	120	332,25-582,25	1052,25-1322,25
541	285	Biblioteca Tintal	100	287	Portal de las Amricas	100	424,5-634,5	1084,5-1234,5
542	287	Portal de las Amricas	100	285	Biblioteca Tintal	100	330-540	990-1140
543	286	Patio Bonito	120	288	Portal de las Amricas	120	350,25-600,25	1070,25-1340,25
544	288	Portal de las Amricas	120	286	Patio Bonito	120	330-580	1050-1320
545	289	Alcal		23	Alcal	2	3	
546	289	Alcal		24	Alcal	3	3	
547	289	Alcal		26	Alcal	50	2	
548	289	Alcal		25	Alcal	60	2	
549	289	Alcal		27	Alcal	100	2	
550	289	Alcal		265	Alcal	110	2	

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
551	290	Amricas - Cr 53A		241	Amricas - Cr 53A	1	3		
552	290	Amricas - Cr 53A		242	Amricas - Cr 53A	80	2		
553	291	Av 39		105	Av 39	1	3		
554	291	Av 39		106	Av 39	2	3		
555	291	Av 39		107	Av 39	3	3		
556	291	Av 39		112	Av 39	10	2		
557	291	Av 39		111	Av 39	20	2		
558	291	Av 39		110	Av 39	40	2		
559	291	Av 39		109	Av 39	60	2		
560	291	Av 39		108	Av 39	90	2		
561	292	Av 68		222	Av 68	1	3		
562	292	Av 68		224	Av 68	40	2		
563	292	Av 68		223	Av 68	90	2		
564	293	Av Cali		210	Av Cali	1	3		
565	293	Av Cali		211	Av Cali	10	2		
566	294	Av Jimenez		137	Av Jimenez	1	3		
567	294	Av Jimenez		138	Av Jimenez	2	3		
568	294	Av Jimenez		139	Av Jimenez	3	3		
569	294	Av Jimenez		145	Av Jimenez	10	2		
570	294	Av Jimenez		144	Av Jimenez	20	2		
571	294	Av Jimenez		143	Av Jimenez	30	2		
572	294	Av Jimenez		142	Av Jimenez	50	2		
573	294	Av Jimenez		141	Av Jimenez	70	2		
574	294	Av Jimenez		140	Av Jimenez	90	2		
575	294	Av Jimenez		277	Av Jimenez	110	2		
576	294	Av Jimenez		278	Av Jimenez	120	2		
577	295	Banderas		248	Banderas	1	3		
578	295	Banderas		249	Banderas	80	2		
579	295	Banderas		283	Banderas	100	2		
580	295	Banderas		284	Banderas	120	2		
581	296	Biblioteca		254	Biblioteca	3	3		
582	297	Biblioteca Tintal		251	Biblioteca Tintal	1	3		
583	297	Biblioteca Tintal		285	Biblioteca Tintal	100	2		
584	298	Boyac		220	Boyac	1	3		
585	299	Calle 405		175	Calle 405	2	3		
586	299	Calle 405		176	Calle 405	3	3		
587	299	Calle 405		181	Calle 405	20	2		
588	299	Calle 405		180	Calle 405	30	2		
589	299	Calle 405		179	Calle 405	50	2		
590	299	Calle 405		178	Calle 405	60	2		
591	299	Calle 405		177	Calle 405	90	2		
592	300	Cardio Infantil		11	Cardio Infantil	2	3		
593	300	Cardio Infantil		12	Cardio Infantil	3	3		
594	301	CDS - Cr 32		237	CDS - Cr 32	1	3		
595	301	CDS - Cr 32		280	CDS - Cr 32	100	2		
596	302	Cl 100		41	Cl 100	2	3		
597	302	Cl 100		42	Cl 100	3	3		
598	302	Cl 100		45	Cl 100	50	2		
599	302	Cl 100		44	Cl 100	60	2		
600	302	Cl 100		43	Cl 100	70	2		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
601	302	Cl 100		46	Cl 100	100	2		
602	302	Cl 100		266	Cl 100	110	2		
603	303	Cl 106		39	Cl 106	2	3		
604	303	Cl 106		40	Cl 106	3	3		
605	304	Cl 127		31	Cl 127	2	3		
606	304	Cl 127		32	Cl 127	3	3		
607	304	Cl 127		34	Cl 127	60	2		
608	304	Cl 127		33	Cl 127	70	2		
609	304	Cl 127		35	Cl 127	100	2		
610	305	Cl 142		20	Cl 142	2	3		
611	305	Cl 142		21	Cl 142	3	3		
612	305	Cl 142		22	Cl 142	50	2		
613	306	Cl 146		16	Cl 146	2	3		
614	306	Cl 146		17	Cl 146	3	3		
615	306	Cl 146		18	Cl 146	50	2		
616	306	Cl 146		19	Cl 146	100	2		
617	306	Cl 146		264	Cl 146	110	2		
618	307	Cl 19		129	Cl 19	1	3		
619	307	Cl 19		130	Cl 19	2	3		
620	307	Cl 19		131	Cl 19	3	3		
621	307	Cl 19		136	Cl 19	30	2		
622	307	Cl 19		135	Cl 19	40	2		
623	307	Cl 19		134	Cl 19	50	2		
624	307	Cl 19		133	Cl 19	70	2		
625	307	Cl 19		132	Cl 19	80	2		
626	308	Cl 22		122	Cl 22	1	3		
627	308	Cl 22		123	Cl 22	2	3		
628	308	Cl 22		124	Cl 22	3	3		
629	308	Cl 22		128	Cl 22	10	2		
630	308	Cl 22		127	Cl 22	60	2		
631	308	Cl 22		126	Cl 22	70	2		
632	308	Cl 22		125	Cl 22	80	2		
633	309	Cl 26		117	Cl 26	1	3		
634	309	Cl 26		118	Cl 26	2	3		
635	309	Cl 26		119	Cl 26	3	3		
636	309	Cl 26		121	Cl 26	10	2		
637	309	Cl 26		120	Cl 26	50	2		
638	309	Cl 26		275	Cl 26	100	2		
639	309	Cl 26		276	Cl 26	110	2		
640	310	Cl 45		98	Cl 45	1	3		
641	310	Cl 45		99	Cl 45	2	3		
642	310	Cl 45		100	Cl 45	3	3		
643	310	Cl 45		104	Cl 45	10	2		
644	310	Cl 45		103	Cl 45	40	2		
645	310	Cl 45		102	Cl 45	60	2		
646	310	Cl 45		101	Cl 45	90	2		
647	310	Cl 45		273	Cl 45	100	2		
648	311	Cl 57		84	Cl 57	1	3		
649	311	Cl 57		85	Cl 57	2	3		
650	311	Cl 57		86	Cl 57	3	3		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
651	311	Cl 57		90	Cl 57	20	2		
652	311	Cl 57		89	Cl 57	40	2		
653	311	Cl 57		88	Cl 57	60	2		
654	311	Cl 57		87	Cl 57	90	2		
655	312	Cl 63		77	Cl 63	1	3		
656	312	Cl 63		78	Cl 63	2	3		
657	312	Cl 63		79	Cl 63	3	3		
658	312	Cl 63		83	Cl 63	20	2		
659	312	Cl 63		82	Cl 63	60	2		
660	312	Cl 63		81	Cl 63	80	2		
661	312	Cl 63		80	Cl 63	90	2		
662	312	Cl 63		271	Cl 63	110	2		
663	313	Cl 72		66	Cl 72	1	3		
664	313	Cl 72		67	Cl 72	2	3		
665	313	Cl 72		68	Cl 72	3	3		
666	313	Cl 72		72	Cl 72	20	2		
667	313	Cl 72		71	Cl 72	30	2		
668	313	Cl 72		70	Cl 72	50	2		
669	313	Cl 72		69	Cl 72	80	2		
670	313	Cl 72		270	Cl 72	110	2		
671	314	Cl 76		59	Cl 76	1	3		
672	314	Cl 76		60	Cl 76	2	3		
673	314	Cl 76		61	Cl 76	3	3		
674	314	Cl 76		65	Cl 76	10	2		
675	314	Cl 76		64	Cl 76	30	2		
676	314	Cl 76		63	Cl 76	50	2		
677	314	Cl 76		62	Cl 76	70	2		
678	314	Cl 76		269	Cl 76	110	2		
679	315	Cl 85		50	Cl 85	2	3		
680	315	Cl 85		51	Cl 85	3	3		
681	315	Cl 85		52	Cl 85	70	2		
682	315	Cl 85		262	Cl 85	100	2		
683	316	Consuelo		188	Consuelo	2	3		
684	317	Cr 43		239	Cr 43	1	3		
685	318	Cr 47		226	Cr 47	1	3		
686	319	Cr 53		225	Cr 53	1	3		
687	320	Cr 77		214	Cr 77	1	3		
688	320	Cr 77		216	Cr 77	10	2		
689	320	Cr 77		215	Cr 77	80	2		
690	321	Cr 90		207	Cr 90	1	3		
691	321	Cr 90		209	Cr 90	20	2		
692	321	Cr 90		208	Cr 90	90	2		
693	322	De la sabana		233	De la sabana	1	3		
694	323	Escuela Militar		227	Escuela Militar	1	3		
695	323	Escuela Militar		229	Escuela Militar	40	2		
696	323	Escuela Militar		228	Escuela Militar	90	2		
697	324	Ferias		221	Ferias	1	3		
698	325	Flores		73	Flores	1	3		
699	325	Flores		74	Flores	2	3		
700	325	Flores		75	Flores	3	3		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
701	325	Flores		76	Flores	30	2		
702	326	Fucha		159	Fucha	2	3		
703	326	Fucha		160	Fucha	3	3		
704	326	Fucha		161	Fucha	30	2		
705	327	Granja		212	Granja	1	3		
706	327	Granja		213	Granja	10	2		
707	328	Hroes		53	Hroes	2	3		
708	328	Hroes		54	Hroes	3	3		
709	328	Hroes		57	Hroes	50	2		
710	328	Hroes		56	Hroes	60	2		
711	328	Hroes		55	Hroes	70	2		
712	328	Hroes		58	Hroes	100	2		
713	329	Horta		151	Horta	2	3		
714	329	Horta		152	Horta	3	3		
715	329	Horta		154	Horta	20	2		
716	329	Horta		153	Horta	90	2		
717	330	Hospital		149	Hospital	2	3		
718	330	Hospital		150	Hospital	3	3		
719	331	Las aguas		261	Las aguas	10	2		
720	332	Mandalay		247	Mandalay	1	3		
721	333	Marly		91	Marly	1	3		
722	333	Marly		92	Marly	2	3		
723	333	Marly		93	Marly	3	3		
724	333	Marly		97	Marly	20	2		
725	333	Marly		96	Marly	40	2		
726	333	Marly		95	Marly	60	2		
727	333	Marly		94	Marly	90	2		
728	333	Marly		272	Marly	100	2		
729	334	Marsella		244	Marsella	1	3		
730	334	Marsella		245	Marsella	80	2		
731	335	Mazurn		13	Mazurn	2	3		
732	335	Mazurn		14	Mazurn	3	3		
733	335	Mazurn		15	Mazurn	60	2		
734	336	Minuto de Dios		217	Minuto de Dios	1	3		
735	336	Minuto de Dios		219	Minuto de Dios	20	2		
736	336	Minuto de Dios		218	Minuto de Dios	90	2		
737	337	Molinos		189	Molinos	2	3		
738	337	Molinos		192	Molinos	40	2		
739	337	Molinos		191	Molinos	50	2		
740	337	Molinos		190	Molinos	90	2		
741	338	Mundo Aventura		246	Mundo Aventura	1	3		
742	339	Museo del Oro		260	Museo del Oro	10	2		
743	340	Nario		155	Nario	2	3		
744	340	Nario		156	Nario	3	3		
745	340	Nario		158	Nario	20	2		
746	340	Nario		157	Nario	90	2		
747	341	Olaya		168	Olaya	2	3		
748	341	Olaya		169	Olaya	3	3		
749	341	Olaya		172	Olaya	30	2		
750	341	Olaya		171	Olaya	60	2		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		node ID	headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre i j		node ID	NodoNombre i j			
751	341	Olaya	170	Olaya	70	2		
752	342	Parque	255	Parque	3	3		
753	343	Patio Bonito	252	Patio Bonito	1	3		
754	343	Patio Bonito	286	Patio Bonito	120	2		
755	344	Pepe Sierra	36	Pepe Sierra	2	3		
756	344	Pepe Sierra	37	Pepe Sierra	3	3		
757	344	Pepe Sierra	38	Pepe Sierra	50	2		
758	345	Polo	230	Polo	1	3		
759	345	Polo	232	Polo	40	2		
760	345	Polo	231	Polo	90	2		
761	346	Portal de la 80	198	Portal de la 80	1	3		
762	346	Portal de la 80	204	Portal de la 80	10	2		
763	346	Portal de la 80	203	Portal de la 80	20	2		
764	346	Portal de la 80	202	Portal de la 80	30	2		
765	346	Portal de la 80	201	Portal de la 80	40	2		
766	346	Portal de la 80	200	Portal de la 80	80	2		
767	346	Portal de la 80	199	Portal de la 80	90	2		
768	347	Portal de las Amricas	253	Portal de las Amricas	1	3		
769	347	Portal de las Amricas	287	Portal de las Amricas	100	2		
770	347	Portal de las Amricas	288	Portal de las Amricas	120	2		
771	348	Portal de Usme	193	Portal de Usme	2	3		
772	348	Portal de Usme	197	Portal de Usme	40	2		
773	348	Portal de Usme	196	Portal de Usme	50	2		
774	348	Portal de Usme	195	Portal de Usme	70	2		
775	348	Portal de Usme	194	Portal de Usme	90	2		
776	349	Portal del Norte	1	Portal del Norte	2	3		
777	349	Portal del Norte	6	Portal del Norte	3	3		
778	349	Portal del Norte	4	Portal del Norte	50	2		
779	349	Portal del Norte	3	Portal del Norte	60	2		
780	349	Portal del Norte	2	Portal del Norte	70	2		
781	349	Portal del Norte	5	Portal del Norte	100	2		
782	349	Portal del Norte	263	Portal del Norte	110	2		
783	350	Portal del Tunal	256	Portal del Tunal	3	3		
784	350	Portal del Tunal	257	Portal del Tunal	20	2		
785	350	Portal del Tunal	258	Portal del Tunal	30	2		
786	350	Portal del Tunal	259	Portal del Tunal	60	2		
787	351	Pradera	243	Pradera	1	3		
788	351	Pradera	282	Pradera	100	2		
789	352	Prado	28	Prado	2	3		
790	352	Prado	29	Prado	3	3		
791	352	Prado	30	Prado	70	2		
792	353	Profamilia	113	Profamilia	1	3		
793	353	Profamilia	114	Profamilia	2	3		
794	353	Profamilia	115	Profamilia	3	3		
795	353	Profamilia	116	Profamilia	10	2		
796	353	Profamilia	274	Profamilia	100	2		
797	354	Puente Aranda	240	Puente Aranda	1	3		
798	355	Quirigua	205	Quirigua	1	3		
799	355	Quirigua	206	Quirigua	30	2		
800	356	Quiroga	173	Quiroga	2	3		



### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
	i	j		i	j				
801	356			174	Quiroga	3	3		
802	357			162	Restrepo	2	3		
803	357			163	Restrepo	3	3		
804	357			167	Restrepo	40	2		
805	357			166	Restrepo	50	2		
806	357			165	Restrepo	60	2		
807	357			164	Restrepo	90	2		
808	358			235	Ricaurte	1	3		
809	358			236	Ricaurte	80	2		
810	359	San Facon - Cr 22		234	San Facon - Cr 22	1	3		
811	359	San Facon - Cr 22		279	San Facon - Cr 22	120	2		
812	360	Santa Lucia		182	Santa Lucia	2	3		
813	360	Santa Lucia		183	Santa Lucia	3	3		
814	360	Santa Lucia		186	Santa Lucia	40	2		
815	360	Santa Lucia		185	Santa Lucia	70	2		
816	360	Santa Lucia		184	Santa Lucia	90	2		
817	361	Socorro		187	Socorro	2	3		
818	362	Tercer Milenio		146	Tercer Milenio	2	3		
819	362	Tercer Milenio		147	Tercer Milenio	3	3		
820	362	Tercer Milenio		148	Tercer Milenio	30	2		
821	363	Toberin		7	Toberin	2	3		
822	363	Toberin		8	Toberin	3	3		
823	363	Toberin		10	Toberin	60	2		
824	363	Toberin		9	Toberin	70	2		
825	364	Tv. 86		250	Tv. 86	1	3		
826	365	Virrey		47	Virrey	2	3		
827	365	Virrey		48	Virrey	3	3		
828	365	Virrey		49	Virrey	60	2		
829	365	Virrey		267	Virrey	110	2		
830	366	Zona Industrial		238	Zona Industrial	1	3		
831	366	Zona Industrial		281	Zona Industrial	120	2		
832	23	Alcal	2	289	Alcal		0		
833	24	Alcal	3	289	Alcal		0		
834	26	Alcal	50	289	Alcal		0		
835	25	Alcal	60	289	Alcal		0		
836	27	Alcal	100	289	Alcal		0		
837	265	Alcal	110	289	Alcal		0		
838	241	Amricas - Cr 53A	1	290	Amricas - Cr 53A		0		
839	242	Amricas - Cr 53A	80	290	Amricas - Cr 53A		0		
840	105	Av 39	1	291	Av 39		0		
841	106	Av 39	2	291	Av 39		0		
842	107	Av 39	3	291	Av 39		0		
843	112	Av 39	10	291	Av 39		0		
844	111	Av 39	20	291	Av 39		0		
845	110	Av 39	40	291	Av 39		0		
846	109	Av 39	60	291	Av 39		0		
847	108	Av 39	90	291	Av 39		0		
848	222	Av 68	1	292	Av 68		0		
849	224	Av 68	40	292	Av 68		0		
850	223	Av 68	90	292	Av 68		0		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
851	210	Av Cali	1	293	Av Cali		0		
852	211	Av Cali	10	293	Av Cali		0		
853	137	Av Jimenez	1	294	Av Jimenez		0		
854	138	Av Jimenez	2	294	Av Jimenez		0		
855	139	Av Jimenez	3	294	Av Jimenez		0		
856	145	Av Jimenez	10	294	Av Jimenez		0		
857	144	Av Jimenez	20	294	Av Jimenez		0		
858	143	Av Jimenez	30	294	Av Jimenez		0		
859	142	Av Jimenez	50	294	Av Jimenez		0		
860	141	Av Jimenez	70	294	Av Jimenez		0		
861	140	Av Jimenez	90	294	Av Jimenez		0		
862	277	Av Jimenez	110	294	Av Jimenez		0		
863	278	Av Jimenez	120	294	Av Jimenez		0		
864	248	Banderas	1	295	Banderas		0		
865	249	Banderas	80	295	Banderas		0		
866	283	Banderas	100	295	Banderas		0		
867	284	Banderas	120	295	Banderas		0		
868	254	Biblioteca	3	296	Biblioteca		0		
869	251	Biblioteca Tintal	1	297	Biblioteca Tintal		0		
870	285	Biblioteca Tintal	100	297	Biblioteca Tintal		0		
871	220	Boyac	1	298	Boyac		0		
872	175	Calle 405	2	299	Calle 405		0		
873	176	Calle 405	3	299	Calle 405		0		
874	181	Calle 405	20	299	Calle 405		0		
875	180	Calle 405	30	299	Calle 405		0		
876	179	Calle 405	50	299	Calle 405		0		
877	178	Calle 405	60	299	Calle 405		0		
878	177	Calle 405	90	299	Calle 405		0		
879	11	Cardio Infantil	2	300	Cardio Infantil		0		
880	12	Cardio Infantil	3	300	Cardio Infantil		0		
881	237	CDS - Cr 32	1	301	CDS - Cr 32		0		
882	280	CDS - Cr 32	100	301	CDS - Cr 32		0		
883	41	Cl 100	2	302	Cl 100		0		
884	42	Cl 100	3	302	Cl 100		0		
885	45	Cl 100	50	302	Cl 100		0		
886	44	Cl 100	60	302	Cl 100		0		
887	43	Cl 100	70	302	Cl 100		0		
888	46	Cl 100	100	302	Cl 100		0		
889	266	Cl 100	110	302	Cl 100		0		
890	39	Cl 106	2	303	Cl 106		0		
891	40	Cl 106	3	303	Cl 106		0		
892	31	Cl 127	2	304	Cl 127		0		
893	32	Cl 127	3	304	Cl 127		0		
894	34	Cl 127	60	304	Cl 127		0		
895	33	Cl 127	70	304	Cl 127		0		
896	35	Cl 127	100	304	Cl 127		0		
897	20	Cl 142	2	305	Cl 142		0		
898	21	Cl 142	3	305	Cl 142		0		
899	22	Cl 142	50	305	Cl 142		0		
900	16	Cl 146	2	306	Cl 146		0		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
901	17	Cl 146	3	306	Cl 146		0		
902	18	Cl 146	50	306	Cl 146		0		
903	19	Cl 146	100	306	Cl 146		0		
904	264	Cl 146	110	306	Cl 146		0		
905	129	Cl 19	1	307	Cl 19		0		
906	130	Cl 19	2	307	Cl 19		0		
907	131	Cl 19	3	307	Cl 19		0		
908	136	Cl 19	30	307	Cl 19		0		
909	135	Cl 19	40	307	Cl 19		0		
910	134	Cl 19	50	307	Cl 19		0		
911	133	Cl 19	70	307	Cl 19		0		
912	132	Cl 19	80	307	Cl 19		0		
913	122	Cl 22	1	308	Cl 22		0		
914	123	Cl 22	2	308	Cl 22		0		
915	124	Cl 22	3	308	Cl 22		0		
916	128	Cl 22	10	308	Cl 22		0		
917	127	Cl 22	60	308	Cl 22		0		
918	126	Cl 22	70	308	Cl 22		0		
919	125	Cl 22	80	308	Cl 22		0		
920	117	Cl 26	1	309	Cl 26		0		
921	118	Cl 26	2	309	Cl 26		0		
922	119	Cl 26	3	309	Cl 26		0		
923	121	Cl 26	10	309	Cl 26		0		
924	120	Cl 26	50	309	Cl 26		0		
925	275	Cl 26	100	309	Cl 26		0		
926	276	Cl 26	110	309	Cl 26		0		
927	98	Cl 45	1	310	Cl 45		0		
928	99	Cl 45	2	310	Cl 45		0		
929	100	Cl 45	3	310	Cl 45		0		
930	104	Cl 45	10	310	Cl 45		0		
931	103	Cl 45	40	310	Cl 45		0		
932	102	Cl 45	60	310	Cl 45		0		
933	101	Cl 45	90	310	Cl 45		0		
934	273	Cl 45	100	310	Cl 45		0		
935	84	Cl 57	1	311	Cl 57		0		
936	85	Cl 57	2	311	Cl 57		0		
937	86	Cl 57	3	311	Cl 57		0		
938	90	Cl 57	20	311	Cl 57		0		
939	89	Cl 57	40	311	Cl 57		0		
940	88	Cl 57	60	311	Cl 57		0		
941	87	Cl 57	90	311	Cl 57		0		
942	77	Cl 63	1	312	Cl 63		0		
943	78	Cl 63	2	312	Cl 63		0		
944	79	Cl 63	3	312	Cl 63		0		
945	83	Cl 63	20	312	Cl 63		0		
946	82	Cl 63	60	312	Cl 63		0		
947	81	Cl 63	80	312	Cl 63		0		
948	80	Cl 63	90	312	Cl 63		0		
949	271	Cl 63	110	312	Cl 63		0		
950	66	Cl 72	1	313	Cl 72		0		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)			
	node ID	NodoNombre		node ID				NodoNombre	
		i	j					i	j
951	67	Cl 72	2	313	Cl 72		0		
952	68	Cl 72	3	313	Cl 72		0		
953	72	Cl 72	20	313	Cl 72		0		
954	71	Cl 72	30	313	Cl 72		0		
955	70	Cl 72	50	313	Cl 72		0		
956	69	Cl 72	80	313	Cl 72		0		
957	270	Cl 72	110	313	Cl 72		0		
958	59	Cl 76	1	314	Cl 76		0		
959	60	Cl 76	2	314	Cl 76		0		
960	61	Cl 76	3	314	Cl 76		0		
961	65	Cl 76	10	314	Cl 76		0		
962	64	Cl 76	30	314	Cl 76		0		
963	63	Cl 76	50	314	Cl 76		0		
964	62	Cl 76	70	314	Cl 76		0		
965	269	Cl 76	110	314	Cl 76		0		
966	50	Cl 85	2	315	Cl 85		0		
967	51	Cl 85	3	315	Cl 85		0		
968	52	Cl 85	70	315	Cl 85		0		
969	262	Cl 85	100	315	Cl 85		0		
970	188	Consuelo	2	316	Consuelo		0		
971	239	Cr 43	1	317	Cr 43		0		
972	226	Cr 47	1	318	Cr 47		0		
973	225	Cr 53	1	319	Cr 53		0		
974	214	Cr 77	1	320	Cr 77		0		
975	216	Cr 77	10	320	Cr 77		0		
976	215	Cr 77	80	320	Cr 77		0		
977	207	Cr 90	1	321	Cr 90		0		
978	209	Cr 90	20	321	Cr 90		0		
979	208	Cr 90	90	321	Cr 90		0		
980	233	De la sabana	1	322	De la sabana		0		
981	227	Escuela Militar	1	323	Escuela Militar		0		
982	229	Escuela Militar	40	323	Escuela Militar		0		
983	228	Escuela Militar	90	323	Escuela Militar		0		
984	221	Ferías	1	324	Ferías		0		
985	73	Flores	1	325	Flores		0		
986	74	Flores	2	325	Flores		0		
987	75	Flores	3	325	Flores		0		
988	76	Flores	30	325	Flores		0		
989	159	Fucha	2	326	Fucha		0		
990	160	Fucha	3	326	Fucha		0		
991	161	Fucha	30	326	Fucha		0		
992	212	Granja	1	327	Granja		0		
993	213	Granja	10	327	Granja		0		
994	53	Hroes	2	328	Hroes		0		
995	54	Hroes	3	328	Hroes		0		
996	57	Hroes	50	328	Hroes		0		
997	56	Hroes	60	328	Hroes		0		
998	55	Hroes	70	328	Hroes		0		
999	58	Hroes	100	328	Hroes		0		
1000	151	Horta	2	329	Horta		0		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode		headnode		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre i j	node ID	NodoNombre i j			
1001	152	Horta 3	329	Horta	0		
1002	154	Horta 20	329	Horta	0		
1003	153	Horta 90	329	Horta	0		
1004	149	Hospital 2	330	Hospital	0		
1005	150	Hospital 3	330	Hospital	0		
1006	261	Las aguas 10	331	Las aguas	0		
1007	247	Mandalay 1	332	Mandalay	0		
1008	91	Marly 1	333	Marly	0		
1009	92	Marly 2	333	Marly	0		
1010	93	Marly 3	333	Marly	0		
1011	97	Marly 20	333	Marly	0		
1012	96	Marly 40	333	Marly	0		
1013	95	Marly 60	333	Marly	0		
1014	94	Marly 90	333	Marly	0		
1015	272	Marly 100	333	Marly	0		
1016	244	Marsella 1	334	Marsella	0		
1017	245	Marsella 80	334	Marsella	0		
1018	13	Mazurn 2	335	Mazurn	0		
1019	14	Mazurn 3	335	Mazurn	0		
1020	15	Mazurn 60	335	Mazurn	0		
1021	217	Minuto de Dios 1	336	Minuto de Dios	0		
1022	219	Minuto de Dios 20	336	Minuto de Dios	0		
1023	218	Minuto de Dios 90	336	Minuto de Dios	0		
1024	189	Molinos 2	337	Molinos	0		
1025	192	Molinos 40	337	Molinos	0		
1026	191	Molinos 50	337	Molinos	0		
1027	190	Molinos 90	337	Molinos	0		
1028	246	Mundo Aventura 1	338	Mundo Aventura	0		
1029	260	Museo del Oro 10	339	Museo del Oro	0		
1030	155	Nario 2	340	Nario	0		
1031	156	Nario 3	340	Nario	0		
1032	158	Nario 20	340	Nario	0		
1033	157	Nario 90	340	Nario	0		
1034	168	Olaya 2	341	Olaya	0		
1035	169	Olaya 3	341	Olaya	0		
1036	172	Olaya 30	341	Olaya	0		
1037	171	Olaya 60	341	Olaya	0		
1038	170	Olaya 70	341	Olaya	0		
1039	255	Parque 3	342	Parque	0		
1040	252	Patio Bonito 1	343	Patio Bonito	0		
1041	286	Patio Bonito 120	343	Patio Bonito	0		
1042	36	Pepe Sierra 2	344	Pepe Sierra	0		
1043	37	Pepe Sierra 3	344	Pepe Sierra	0		
1044	38	Pepe Sierra 50	344	Pepe Sierra	0		
1045	230	Polo 1	345	Polo	0		
1046	232	Polo 40	345	Polo	0		
1047	231	Polo 90	345	Polo	0		
1048	198	Portal de la 80 1	346	Portal de la 80	0		
1049	204	Portal de la 80 10	346	Portal de la 80	0		
1050	203	Portal de la 80 20	346	Portal de la 80	0		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	tailnode			headnode			Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
	node ID	NodoNombre		node ID	NodoNombre				
		i	j		i	j			
1051	202	Portal de la 80	30	346	Portal de la 80		0		
1052	201	Portal de la 80	40	346	Portal de la 80		0		
1053	200	Portal de la 80	80	346	Portal de la 80		0		
1054	199	Portal de la 80	90	346	Portal de la 80		0		
1055	253	Portal de las Amricas	1	347	Portal de las Amricas		0		
1056	287	Portal de las Amricas	100	347	Portal de las Amricas		0		
1057	288	Portal de las Amricas	120	347	Portal de las Amricas		0		
1058	193	Portal de Usme	2	348	Portal de Usme		0		
1059	197	Portal de Usme	40	348	Portal de Usme		0		
1060	196	Portal de Usme	50	348	Portal de Usme		0		
1061	195	Portal de Usme	70	348	Portal de Usme		0		
1062	194	Portal de Usme	90	348	Portal de Usme		0		
1063	1	Portal del Norte	2	349	Portal del Norte		0		
1064	6	Portal del Norte	3	349	Portal del Norte		0		
1065	4	Portal del Norte	50	349	Portal del Norte		0		
1066	3	Portal del Norte	60	349	Portal del Norte		0		
1067	2	Portal del Norte	70	349	Portal del Norte		0		
1068	5	Portal del Norte	100	349	Portal del Norte		0		
1069	263	Portal del Norte	110	349	Portal del Norte		0		
1070	256	Portal del Tunal	3	350	Portal del Tunal		0		
1071	257	Portal del Tunal	20	350	Portal del Tunal		0		
1072	258	Portal del Tunal	30	350	Portal del Tunal		0		
1073	259	Portal del Tunal	60	350	Portal del Tunal		0		
1074	243	Pradera	1	351	Pradera		0		
1075	282	Pradera	100	351	Pradera		0		
1076	28	Prado	2	352	Prado		0		
1077	29	Prado	3	352	Prado		0		
1078	30	Prado	70	352	Prado		0		
1079	113	Profamilia	1	353	Profamilia		0		
1080	114	Profamilia	2	353	Profamilia		0		
1081	115	Profamilia	3	353	Profamilia		0		
1082	116	Profamilia	10	353	Profamilia		0		
1083	274	Profamilia	100	353	Profamilia		0		
1084	240	Puente Aranda	1	354	Puente Aranda		0		
1085	205	Quirigua	1	355	Quirigua		0		
1086	206	Quirigua	30	355	Quirigua		0		
1087	173	Quiroga	2	356	Quiroga		0		
1088	174	Quiroga	3	356	Quiroga		0		
1089	162	Restrepo	2	357	Restrepo		0		
1090	163	Restrepo	3	357	Restrepo		0		
1091	167	Restrepo	40	357	Restrepo		0		
1092	166	Restrepo	50	357	Restrepo		0		
1093	165	Restrepo	60	357	Restrepo		0		
1094	164	Restrepo	90	357	Restrepo		0		
1095	235	Ricaurte	1	358	Ricaurte		0		
1096	236	Ricaurte	80	358	Ricaurte		0		
1097	234	San Facon - Cr 22	1	359	San Facon - Cr 22		0		
1098	279	San Facon - Cr 22	120	359	San Facon - Cr 22		0		
1099	182	Santa Lucia	2	360	Santa Lucia		0		
1100	183	Santa Lucia	3	360	Santa Lucia		0		

### Anexo 3 (Continuación)

arc ID	node ID	tailnode NodoNombre		node ID	headnode NodoNombre		Tiempo (min)	Intervalos de Funcionamiento (Escala en minutos)	
		i	j		i	j			
1101	186	Santa Lucia	40	360	Santa Lucia		0		
1102	185	Santa Lucia	70	360	Santa Lucia		0		
1103	184	Santa Lucia	90	360	Santa Lucia		0		
1104	187	Socorro	2	361	Socorro		0		
1105	146	Tercer Milenio	2	362	Tercer Milenio		0		
1106	147	Tercer Milenio	3	362	Tercer Milenio		0		
1107	148	Tercer Milenio	30	362	Tercer Milenio		0		
1108	7	Toberin	2	363	Toberin		0		
1109	8	Toberin	3	363	Toberin		0		
1110	10	Toberin	60	363	Toberin		0		
1111	9	Toberin	70	363	Toberin		0		
1112	250	Tv. 86	1	364	Tv. 86		0		
1113	47	Virrey	2	365	Virrey		0		
1114	48	Virrey	3	365	Virrey		0		
1115	49	Virrey	60	365	Virrey		0		
1116	267	Virrey	110	365	Virrey		0		
1117	238	Zona Industrial	1	366	Zona Industrial		0		
1118	281	Zona Industrial	120	366	Zona Industrial		0		

## Referencias

- [1] <http://www.transmilenio.gov.co/cifras.htm>.
- [2] SKRIVER Anders. A clasification of bicriterion shortest path (bsp) algorithms. *Asia-Pacific journal of operational Research*, (17):199–212, Mayo 2000.
- [3] SKRIVER Anders and ANDERSEN K. A label correcting approach for solving bicriterion shortest-path problems. *Computers and Operations Research*, (27):507–524, 2000.
- [4] LEE Chi-Guhn, EPELMAN Marina, WHITE Chelsea, and BOZER Yarvuz. A shortest path approach to the multiple-vehicle routing problem with split pick-ups. 2002. University of Toronto.
- [5] TAN Guo-Zhen, LIU Ya-Ling, and GAO Wen. Expected shortest path in stochastic and time-dependent network. *Jisuanji Xuebao/Chinese Journal of Computers*, 26(3):323–331, 2003.
- [6] DUMITRESCU Irina and BOLAND Natasha. Algorithms for the weight constrained shortest path problem. *International Transactions in Operational Research*, (8):15–29, 2001.
- [7] BRUMBAUGH-SMITH J. and SHIER D. An empirical investigation of some bicriterion shortest path algorithms. *European Journal of Operational Research*, (43):216–224, 1989.
- [8] KJERRSTROM Jens. *The resource constrained shortest path problem*. Goteberg University, 2001.
- [9] DESROCHERS Martin and SOUMIS Franois. A generalized permanent labelling algorithm for the shortest path problem with time windows. *INFOR*, 26(3), 1988.
- [10] NOTO Masato and SATO Hiroaki. Method for the shortest path search by extended dijkstra algorithm. *IEEE*, 3:2316–2320, 2000. Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics.



- [11] GAREY Michael and JOHNSON David. *Computers and Intractability: A guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1979.
- [12] GOLBAHARAN Nima and WESTERLUND Andreas. Summary of studies on resource constrained shortest path problem. 1999.
- [13] PATTANAMEKAR Parichart, PARK Dongjoo, RILETT Laurence R., LEE Jeomho, and LEE Choulki. Dynamic and stochastic shortest path in transportation networks with two components of travel time uncertainty. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 11(5):331–354, 2003.
- [14] AVELLA Pasquale, BOCCIA Mauricio, and SFORZA Antonio. A penalty function heuristic for the resource constrained shortest path problem. *Journal of Operational Research*, 142(2):221–230, 2002.
- [15] Andrés PASTRANA. Discurso a la firma del convenio nación-distrito para financiar transmileio hasta el año 2016. 2000, Diciembre.
- [16] CHARNSETHIKUL Peerayuth and VIROJSAILEE Krit. The linear constrained maximum capacity path problem. Industrial Engineering Department, Kasetsart University. Bagkok, Thailand.
- [17] AHUJA Ravindra, MAGNANTI Thomas, and ORLIN James. *Network flows: theory, algorithms and applications*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
- [18] TRANSMILENIO. Transmilenio. un sistema de vida. Diciembre 2000.
- [19] MARTINS E. Q. V. On a multicriteria shortest path problem. *European Journal of Operational Research*, (16):236–245, 1984.
- [20] HANDLER G. Y. and ZANG I. A dual algorithm for the constrained shortest path problem. (10):293–309, 1980.
- [21] RAMÍREZ David y SUÁREZ Juan Pablo. Determinación de rutas óptimas en el sistema transmilenio. Proyecto final de la materia Optimización Avanzada. Universidad de los Andes, 2003.