

**SIMULACIÓN DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO**

**CON AGENTES DE RACIONALIDAD LIMITADA**

**TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN INGENIERÍA  
DE SISTEMAS**

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES**

José Fernando Vélez

Bogotá, enero del 2005

## Índice

1.	Introducción.....	3
2.	El marco teórico.....	4
2.1.	Agentes de racionalidad limitada.....	4
2.2.	La complejidad.....	6
2.3.	El aprendizaje cognitivo.....	6
2.4.	Simulación y economía.....	8
3.	El problema.....	9
3.1.	El contexto.....	9
3.2.	El Problema económico.....	9
3.3.	El Problema computacional.....	11
4.	Antecedentes históricos.....	12
4.1.	El modelo de segregación de Schelling.....	12
4.2.	El problema de “El Faro I”.....	14
4.3.	La evolución de estrategias en el juego repetido del dilema del prisionero.....	15
4.4.	El modelo de crecimiento endógeno de Charlotte Bruun.....	18
4.5.	Aprendizaje cognitivo en situaciones del dilema del prisionero.....	19
4.6.	El modelo de crecimiento utilizando algoritmos genéticos de Roger McCain.....	20
5.	La simulación.....	21
5.1.	El objeto.....	22
5.2.	El propósito.....	22
5.3.	Aspectos generales.....	23
5.4.	El modelo.....	23
5.5.	La topología de la simulación.....	28
5.6.	El aprendizaje.....	30
5.7.	Arquitectura de la simulación.....	38
6.	Experimentos virtuales.....	42
6.1.	Parámetros modificables.....	42
6.2.	Experimentos.....	42
7.	Resultados.....	60
8.	Conclusiones.....	63
8.1.	El Problema económico.....	63
8.2.	El Problema computacional.....	63
9.	Aportes.....	65
	Apéndice A.....	67
	Apéndice B.....	69
	Apéndice C.....	74
	Bibliografía.....	75

## 1. Introducción

Ante la complejidad de los fenómenos sociales, su carácter dinámico e histórico, ha surgido un nuevo paradigma científico que utiliza la construcción de *mundos virtuales* con la ayuda de simulaciones computacionales. De esta manera, el científico social puede realizar experimentos y corroborar o desmentir teorías, que de otra forma sería muy difícil y, en algunos casos, imposible llevar a cabo.

La presente investigación tiene como objetivo proponer un modelo de simulación computacional basada en *agentes con racionalidad limitada* del crecimiento económico, en un mundo virtual, que sirva como punto de partida para futuras investigaciones en el área de economía.

Las teorías económicas parten del supuesto de que las decisiones de los agentes se pueden modelar por medio de un proceso de optimización restringido, como si éstos tuvieran una capacidad ilimitada de información y análisis computacional. Los agentes con estas características se conocen como agentes de *racionalidad ilimitada*. A partir de las críticas de Simon (1978), Kahneman y Tversky (1986), los teóricos comienzan a aceptar la tesis de que el supuesto de la los agentes de racionalidad ilimitada no es *realista*. En este contexto surge como opción en el análisis económico el empleo de simulaciones computacionales, con agentes que incorporen las limitaciones cognitivas del ser humano o agentes con *racionalidad limitada*. Esta nueva tendencia dentro del mundo económico, relativamente reciente, y que se puede denominar *economía computacional*, va adquiriendo, gradualmente, importancia en las esferas económicas, por sus logros, aún no muy significativos. Una prueba de la creciente importancia de la economía computacional es la continua creación de nuevas plataformas computacionales para el desarrollo de simulaciones, como la extensa literatura al respecto.

La presente investigación propone un modelo de crecimiento económico, por medio de una simulación computacional, en donde los agentes *aprenden* a modificar algunos parámetros con el fin de incrementar sus utilidades. Hay tres tipos de agentes: empresas,

consumidores y gobierno. Las empresas producen, invierten en capital tecnología y fijan el precio de sus productos de acuerdo con las condiciones del mercado. Los consumidores reciben sueldo de las empresas y compran los productos de las empresas. El gobierno sólo tiene la tarea de reemplazar las empresas con utilidad negativa por nuevas empresas. La dinámica de los agentes está regida por ecuaciones, basadas en modelos analíticos de crecimiento económico.

La simulación utiliza, opcionalmente, tres modelos de aprendizaje: por imitación de parámetros, por generación de esquemas mentales y por imitación de esquemas.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: la sección 2 presenta el marco teórico que fundamenta la investigación. La sección 3 presenta el problema de investigación. La sección 4 introduce los antecedentes históricos. La sección 5 presenta el modelo económico sobre el cual se basa la simulación. La sección 6 presenta los experimentos virtuales que se realizaron utilizando la simulación desarrollada. La sección 7 presenta los resultados económicos de la simulación. La sección 8 presenta las conclusiones referentes al problema de investigación. En la sección 9 se presentan algunos aportes que el autor cree conveniente resaltar, al desarrollo de simulaciones computacionales basadas en agentes.

## **2. El marco teórico**

### **2.1. Agentes de racionalidad limitada**

Los agentes económicos son agentes racionales, todos los economistas están de acuerdo. Sin embargo, el concepto de racionalidad es un concepto ambiguo que exige clarificación. Para los economistas, piensa H. Simon, la racionalidad se refiere al resultado de la decisión de los agentes, para los psicólogos, la racionalidad se refiere al proceso de toma de decisiones. Dentro de este contexto, un agente racional, desde el punto de vista de la teoría *neoclásica*, es aquel que elige la acción que maximiza una función de utilidad dada: “The rational person of neoclassical economics always reaches the decision that is objectively, or substantively, best in terms of the given utility function.” (Simon, 1997).

Desde el punto de vista de la psicología, obrar racional o razonablemente sólo se puede definir dentro del contexto en el cual se lleva a cabo la decisión, es decir, teniendo en cuenta los fines, la información disponible y los medios de cómputo disponibles para determinar cómo alcanzar dichos fines.

Se podría aceptar la suposición neoclásica de racionalidad, si los agentes dispusieran de información y medios de cómputo ilimitados, en caso contrario, se debería incorporar a la ciencia económica una teoría de toma de decisiones, con amplia base empírica: “If, on the other hand, we accept the proposition that both the knowledge and the computational power of the decision maker are severely limited, then we must distinguish between the real world and the actors perception of it and reasoning about it. That is to say, we must construct a theory (and test it empirically) of the process of decision. Our theory must include not only the reasoning process, but also the process that generate the actor’s subjective representation of decisions problem, his or her frame.” (Simon, 1997).

A partir de la crítica de Simon a la teoría económica de su tiempo, se comienza a hablar de agentes con *racionalidad limitada*, para contraponerlos a los agentes con *racionalidad ilimitada*, que suponía la teoría neoclásica. El movimiento iniciado por Simon en la década de los ochenta tiene un momento culminante con los trabajos del profesor Kahneman, merecedor del premio Nóbel de economía (2002), *por haber incorporado resultados de investigaciones psicológicas en las ciencias económicas, concernientes, principalmente, a juicios humanos y toma de decisiones bajo incertidumbre*

(<http://nobelprize.org/economics/laureates/2002/press.html>)

El supuesto de los agentes de racionalidad limitada plantea necesariamente el problema de su incorporación en los modelos económicos. En el estado actual de desarrollo de las ciencias no se ve cómo se puedan incorporar los agentes con racionalidad limitada a los modelos analíticos. Si en lugar de utilizar modelos puramente analíticos se utilizan modelos computacionales como es la *simulación*, esta incorporación no presenta ninguna dificultad especial. El problema en este caso radicaría más bien en la modelación de los procesos de toma de decisiones de dichos agentes y del aprendizaje.

## **2.2. La complejidad**

Hay otro aspecto no menos importante, el de la *complejidad* de muchos de los fenómenos económicos. Como explica claramente el profesor Arthur (1994), la complejidad es un resultado natural de la racionalidad limitada de los agentes, racionalidad limitada que incluye interpretación, expectativas, etc. “Cuando mis decisiones (predicciones) dependen de lo que yo pienso de lo que el otro piensa, y lo que el otro piensa depende de lo que yo pienso, entonces en sana lógica, lo que yo pienso depende de lo que pienso, y mi decisión queda tan *indeterminada* como antes de mis investigaciones de las tendencias del mercado o de la bolsa, desde el punto de vista puramente analítico” (Arthur, 1994). Sin embargo es posible llegar a ciertas *predicciones*, en las circunstancias de indeterminación o *incertidumbre* mencionadas, por medio de simulaciones, aceptablemente realistas o que al menos se pueden confrontar con la realidad para afinar los supuestos de la simulación.

La técnica de la simulación está a medio camino entre las técnicas analíticas y las técnicas experimentales. La simulación utiliza proposiciones analíticas que convierten en algoritmos, realiza experimentos virtuales, que debe comparar necesariamente con los hechos experimentales para establecer hasta donde la simulación es *realista*, y, si es el caso, modificar los parámetros pertinentes.

## **2.3. El aprendizaje cognitivo**

La importancia de la incorporación de los hallazgos en el campo de las ciencias psicológicas, en particular, del aprendizaje, está confirmada por los trabajos del profesor Kahneman, premio Nóbel de economía. Sin entrar en detalles que no son de competencia del autor de la presente investigación, se pueden dividir las diferentes teorías modernas del aprendizaje en dos grandes familias el *conductismo* y la teoría de la *Gestalt* (M. Bigge, 1996). Para las teorías conductistas el aprendizaje es una cuestión de estímulo respuesta (Pavlov) o de respuesta estímulo (Skinner). Para las teorías de la Gestalt (Koehler) el aprendizaje es un proceso de adecuación de ciertos *patrones* o esquemas de comportamiento. En sentido amplio, un esquema mental es una hipótesis o sentencia

condicional, espontánea. Cuando se habla de modelos computacionales del aprendizaje se está haciendo referencia a la representación computacional de uno de estas dos teorías del aprendizaje, o de otra teoría elegida por el programador. Hay que distinguir entonces entre el modelo computacional del aprendizaje y el modelo psicológico del mismo, entendiendo por psicológico lo que tiene que ver con las teorías psicológicas acerca de la forma como aprenden los seres humanos.

En el supuesto de agentes de racionalidad limitada, el papel del aprendizaje de los agentes es fundamental (Arthur, 2000). La simulación que se propone introduce un tipo de aprendizaje, conocido generalmente, como aprendizaje *cognitivo*. Se entiende por aprendizaje cognitivo, desde el punto de vista computacional, no psicológico, aquel que pretende representar computacionalmente una teoría psicológica, determinada, que en nuestro caso es la del conocimiento por esquemas o hipótesis, afín a la teoría de la Gestalt, en el sentido antes explicado.

## 2.4. Simulación y economía

El análisis económico se puede llevar a cabo utilizando uno de los tres métodos siguientes o una combinación de ellos. El método analítico, el método experimental y el método computacional. El método analítico es fundamentalmente deductivo, como sucede por ejemplo en las matemáticas y en la geometría: se parte de axiomas y se deducen teoremas con perfecto rigor lógico. El método experimental es fundamentalmente inductivo: de observaciones y experimentos se llega a hipótesis generales que se confrontan nuevamente con los hechos. El método computacional es *experimental, virtual*, y en este sentido se puede llamar inductivo, virtual. El término virtual hace referencia al hecho fundamental de que sus objetos son representaciones computacionales de objetos reales. Hay por consiguiente dos tipos de experimentos, los reales y los virtuales. La *realidad* de los objetos virtuales y, por consiguiente, de la simulación, depende del grado *objetividad* de la imitación de los objetos reales.

En el supuesto de agentes con racionalidad limitada y de situaciones complejas, el método puramente analítico es inadecuado, a pesar de su innegable ventaja en otros aspectos, como el de la generalización. El método más adecuado es aparentemente el experimental. Se dice aparentemente, porque el método experimental tiene limitaciones de procedimiento, que no tiene, por ejemplo, el método computacional. Algunas limitaciones son las condiciones de tiempo y lugar, la dificultad para replicar los experimentos, la falta de control sobre los sujetos que participan en el experimento, la dificultad para establecer generalizaciones. La ventaja relativa del método computacional radica principalmente en que no tiene estas limitaciones: se puede repetir los experimentos sin condiciones de lugar y tiempo, además, se puede confirmar las hipótesis que se formulan a partir de los experimentos virtuales, cambiando algunos parámetros.

Aunque el método computacional tiene ciertas ventajas sobre el método experimental, en último término, la *utilidad* de la simulación, es decir, su *objetividad*, depende de la *adecuación* de los resultados virtuales con la evidencia empírica.



## 3. El problema

### 3.1. *El contexto*

La investigación pretende simular el crecimiento económico con agentes de *racionalidad limitada*. El aspecto económico y el computacional deben estar relacionados de tal manera, que se pueda afirmar que se trata de una investigación interdisciplinaria, donde ambas ciencias, la económica y la computacional, colaboran entre sí. Los resultados esperados no dependen sólo de los presupuestos sacados de la teoría económica, sino también del éxito de la representación computacional de procesos de aprendizaje de los agentes virtuales que generan la dinámica computacional. Para recalcar el aspecto interdisciplinario de la investigación, se formulan dos problemas estrechamente relacionados, un problema económico y un problema computacional.

En esta investigación no se puede hablar propiamente de un único problema, sino de dos, teniendo en cuenta que el contexto en el cual se lleva a cabo es interdisciplinario.

### 3.2. *El Problema económico*

Delimitación

Los métodos puramente analíticos no son adecuados para trabajar con *agentes de racionalidad limitada* y en condiciones de *complejidad*. Los métodos empiristas (*economía experimental*) tienen limitaciones innegables: Las generalizaciones analíticas son muy dispendiosas y controvertibles; la perduración de los sujetos de experimentación (grupos) es relativamente corta; la escala de tiempo utilizada es muy reducida, las posibilidades de realizar experimentos son escasas, etc. Surge entonces la pregunta acerca de la posibilidad de otro método, que sin negar las ventajas de los otros, contribuya a la solución de las dificultades planteadas. Un posible método, si se tiene en cuenta la discusión actual en las ciencias económicas es el método de las simulaciones

computacionales. Se trata por consiguiente, para la presente investigación, de un problema *metodológico* y no *heurístico*.

#### Formulación del problema

*¿Es posible crear una simulación, en un contexto complejo, de crecimiento económico, con agentes de racionalidad limitada, que permita la realización de experimentos virtuales y donde los agentes puedan aprender de su entorno?*

### **3.3. El Problema computacional**

#### Delimitación

Al aceptar el supuesto del agente con *racionalidad limitada*, el aprendizaje entra a desempeñar un papel fundamental en la elaboración de simulaciones computacionales. Las técnicas computacionales comúnmente empleadas, algoritmos genéticos y redes neuronales, para incorporar el aprendizaje, son meramente *instrumentales*; es decir, son métodos de cálculo para buscar soluciones a problemas técnicos complejos. Las técnicas instrumentales no permiten crear modelos de los procesos de aprendizaje, aprovechando los hallazgos de las investigaciones psicológicas sobre el aprendizaje humano. El empleo de técnicas cognitivas en las simulaciones computacionales en el campo de la economía está todavía en un estado de desarrollo muy incipiente, y aún no se han creado modelos de aceptación general (Brenner 1999). Dentro de este contexto surge la pregunta de la creación de un modelo de aprendizaje cognitivo, que contribuya al desarrollo de nuevos modelos computacionales en economía.

#### Formulación

*¿Es posible representar computacionalmente el aprendizaje cognitivo en una simulación del crecimiento económico con agentes de racionalidad limitada?*

## 4. Antecedentes históricos

La utilización de simulaciones computacionales para el estudio de fenómenos económicos es relativamente nueva. Las simulaciones poco a poco han ganado más aceptación con la difusión de los computadores personales y la aparición de herramientas como Swarm<sup>1</sup> o Repast<sup>2</sup> especialmente diseñadas para facilitar la creación de simulaciones para las ciencias sociales. No es nuestra intención hacer una reseña completa de los modelos económicos, computacionales, a partir de 1990, sino más bien, mencionar algunos de los modelos más representativos, por su prioridad en el tiempo, o por su amplia difusión entre los teóricos de la *economía computacional*.

### 4.1. El modelo de segregación de Schelling

El *espacio* comenzó a ser una preocupación de los teóricos de la economía a partir de los trabajos de los profesores Von Thunen-Mills a finales del siglo XIX. La importancia del espacio aparece fácilmente si se tiene en cuenta que los costos de producción se ven afectados por la distancia a los centros de acopio y de distribución. Desde entonces han surgido innumerables estudios sobre el *espacio económico*, la mayor parte basados en análisis *matemáticos*, no *computacionales*. Uno de los primeros economistas en plantear el problema del espacio económico desde el punto de vista computacional fue el profesor Thomas Schelling en su libro “*Micromotives and Macrobehavior*.” Aunque la preocupación del profesor Schelling no era propiamente económica, sino social, en el sentido amplio del término, su descubrimiento tiene sin duda repercusiones muy significativas en la economía. Como se puede inferir del título de su libro, motivos al parecer insignificantes pueden generar comportamientos en los grupos sociales, inesperados y radicales. El descubrimiento no tendría ninguna importancia, si no se entendiera dentro del contexto de la teoría del caos dinámico o de la *complejidad*, según la

---

<sup>1</sup> <http://www.swarm.org>

<sup>2</sup> <http://repast.sourceforge.org>

cual, no es posible predecir el resultado de una pequeña *perturbación* en un sistema *complejo*, por medio del análisis puramente matemático. Recuérdese, por ejemplo, el famoso *efecto mariposa*, según el cual el aleteo de una mariposa en California es determinante de un tornado en Japón (Heinz-Otto Peitgen et al., 1992)

El ejemplo propuesto por el profesor Schelling es muy sencillo. En un espacio, formado por 64 rectángulos, habitan dos tipos de agentes, A y B, distribuidos según una regla, por ejemplo, si los vecinos de un agente cualquiera tiene menos del 37% de sus vecinos del mismo tipo, entonces buscará otra casilla. Se entiende por vecino de un agente los que están en las casillas inmediatas, a los lados y en la dirección de la diagonal. La simulación comienza con una distribución de los agentes en las casillas de tal manera que cada uno de ellos esté satisfecho con sus vecinos. Esta distribución presenta un *equilibrio inestable*, pues cualquier modificación por pequeña que sea introduce en la distribución original un proceso de reorganización habitacional de los agentes. El resultado de la reorganización espacial es muy difícil de predecir *analíticamente* para un número relativamente grande de cambios de residencia. La *simulación computacional* muestra, sin embargo, que en la generalidad de los casos, se llega a un estado de equilibrio en donde se forman dos zonas de residencia o conglomerados, habitadas cada una de ellos por un solo tipo de agentes. El resultado es una *segregación*. El motivo de la segregación puede ser muy variado: la educación, el color de la piel, la preferencia religiosa, y en economía, la distancia al centro de acopio, por ejemplo.

## 4.2. El problema de “El Farol”

No se puede negar que el *modelo* de una racionalidad *perfecta* es muchas veces útil para resolver problemas teóricos en economía. Sin embargo, el profesor W. Brian Arthur (1994) cree que en la mayoría de los casos es *insuficiente* por no decir *inadecuado* para analizar el comportamiento económico de los individuos en la sociedad; si se tiene en cuenta que los agentes de las interacciones económicas no obran estrictamente en todos los casos por motivos puramente racionales, sino que éstos están mezclados con otros motivos, como creencias, expectativas, etc. De aquí se sigue que el modelo que se debe emplear en el análisis de comportamientos económicos, en aquellos casos en los que los agentes no obran de una forma puramente racional o en los que la *complejidad* de las interacciones es tal que el análisis puramente matemático es insuficiente, es un modelo *inductivo*. Dentro de estos supuestos, que ningún economista negaría, el desafío, entonces, es crear uno o varios modelos de razonamiento inductivo, *realistas*, para aplicarlos a la solución de problemas económicos suficientemente determinados. El llamamiento que hace el profesor B. Arthur, en la Comunicación leída en el encuentro de la Sociedad Americana de Economistas en el año de 1994 es prestar especial atención al razonamiento inductivo, como un método para crear modelos de *racionalidad limitada* en economía. En esta misma comunicación, a manera de ejemplo, propone un modelo inductivo, computacional, muy simple, para resolver un problema, denominado *el problema del Farol*, que ha continuación exponemos de una manera breve.

*El Farol* es un café nocturno con capacidad para 100 personas. Supóngase que los clientes deciden ir, si *creen* que ese fin de semana no va a tener una concurrencia mayor que el 60%, en caso contrario desisten. ¿Qué indicios los llevan a creer en un sentido u en el otro? Un indicio puede ser la concurrencia de la semana anterior, otro, el de las otras dos semanas anteriores, etc. Estos indicios se pueden formular en forma de condicionales: (1) si la concurrencia de la semana anterior fue mayor al 60%, entonces no asisto, (2) si la concurrencia de las dos semanas anteriores fue mayor del 60% entonces, no asisto, etc. Cada sentencia condicional es una especie de esquema mental. Después de hacer un banco de esquemas mentales se le asigna a cada agente un número determinado de esquemas. Si

un esquema es exitoso, el agente obra de acuerdo a uno de esos esquemas; si el esquema es exitoso, lo utiliza con preferencia a los demás en el ciclo siguiente. Si hay *aprendizaje* en la simulación, la asistencia tiende a situarse hacia el 60%, si no hay aprendizaje, la asistencia varía aleatoriamente de un ciclo al otro. Ahora bien, la asistencia tiende efectivamente hacia el 60%, mostrando con un ejemplo muy sencillo que es posible modelar el aprendizaje por esquemas, en el sentido explicado. La siguiente gráfica presenta el número de asistentes virtuales en función del tiempo en la simulación. Puede verse que dicho número oscila alrededor de 60 asistentes, para un total de 100 asistentes posibles.

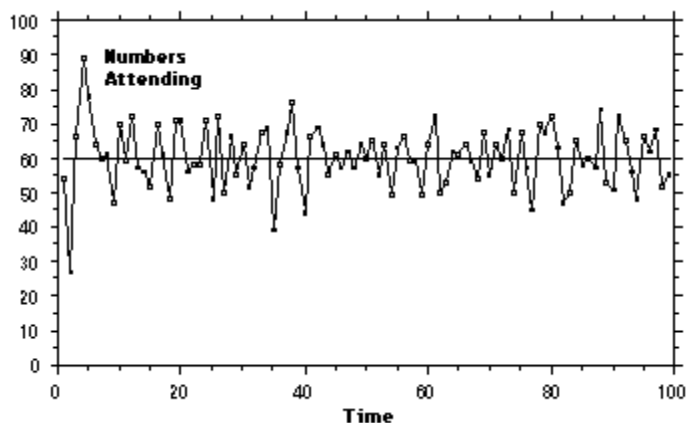


Figura No. 3.1 – Número visitantes al Farol en función del tiempo. (Arthur,1996)

### **4.3. La evolución de estrategias en el juego repetido del dilema del prisionero.**

El célebre Dilema del Prisionero se puede resumir de la siguiente manera. Dos personas son capturadas por robar un banco. La policía local los separa e interroga individualmente. El fiscal y los acusados llegan a un acuerdo:

*Si usted confiesa (C) y su compañero no lo hace (NC), usted recibe 0 años y su compañero 5; si usted confiesa(C) y su compañero también confiesa (C), usted y su compañero reciben 2 años de cárcel. Si usted no confiesa (NC) y su compañero confiesa*

(C), usted recibe 5 años y su compañero 0; si usted no confiesa y sus compañero tampoco ambos reciben 1 año.

Jugador A \ Jugador B	Confesar (C)	No Confesar (NC)
Confesar	2,2	0,5
No Confesar	5,0	1,1

Figura No.5 Matriz de pagos del dilema del prisionero. Medida en años.

Suponiendo que los convictos son “racionales”, podemos afirmar que ambos confesarán el delito, a pesar de que podrían estar mejor si ambos no lo hicieran. A continuación se demuestra porqué:

Antes de decidir, el acusado A razona de la siguiente manera: si el acusado B confiesa (C), me conviene confesar (C); Si no confiesa (NC), me conviene confesar(C), por consiguiente, me conviene confesar independientemente de la decisión que tome el otro acusado. El acusado B razona de la misma forma. De aquí se sigue que en el supuesto de que los agentes obran racionalmente, la única estrategia válida es la de confesar (único equilibrio de Nash dominante).

En un juego de varias partidas, un razonamiento semejante llega a la misma a la misma conclusión: que la mejor estrategia es no cooperar. El jugador A razonaría de la siguiente manera, antes de comenzar el juego. En la jugada (n-1) el jugador B puede cooperar o no cooperar, si coopera, mi mejor jugada es no cooperar, si no coopera, mi mejor jugada es también no cooperar, por consiguiente mi mejor jugada en la jugada n es no cooperar; el mismo razonamiento se hace con la jugada (n-2), por consiguiente mi mejor jugada en la jugada (n-1) es jugar no cooperar y así sucesivamente. En



conclusión, en la jugada  $n$  es mejor no cooperar. El otro jugador, razona de la misma forma. Por consiguiente la mejor estrategia en un juego de  $n$  partidas es la misma que en un juego de una sola partida, no cooperar, si se supone que la estrategia de los jugadores es *estrictamente racional*. Ahora bien, si no se conoce de *antemano* el número de jugadas, no existe una estrategia puramente racional, *a priori*, sin embargo son posibles numerosas estrategias *a posteriori*, es decir, dependiendo del comportamiento del contrincante en el juego.

En el año de 1980 se organizó un torneo computacional sobre el Dilema del Prisionero. Los concursantes participaron con gran variedad de estrategias, La estrategia triunfadora consistía en cooperar en la primera jugada y jugar en las siguientes jugadas de acuerdo con la jugada del contendor, si éste jugaba cooperar, entonces se respondía cooperando, si jugaba no cooperar, se respondía, no cooperando, de aquí el nombre de TIT-FOR-TAT, que no es más que una versión de la ley del Tali3n, ojo por ojo y diente por diente.

El profesor Axelrod, interesado por el resultado tan inesperado, organizó una segunda competencia con la ilusi3n de encontrar alguna otra estrategia superior a la del TIT-FOR-TAT, vencedora en el primer certamen. Para sorpresa de los expertos en teorí de juegos, la estrategia TIT-FOR-TAT sali3 nuevamente vencedora. Como analíticamente no es posible contestar a la pregunta de si es posible una estrategia mejor, al profesor Axelrod se le ocurri3 utilizar construir un modelo computacional de la selecci3n natural, utilizando algoritmos genéticos. La hipótesis inicial es poner a competir diferentes estrategias para elegir la más exitosa. El resultado fue el triunfo de la estrategia mencionada

Desde el punto de vista de una teorí de la simulaci3n computacional, el Dilema del prisionero, es un ejemplo notable, de la utilidad de las simulaciones para resolver cuestiones cuya soluci3n analítica es imposible o muy complicada. Problemas como los planteados por el Dilema del prisionero se encuentran con frecuencia en las ciencias sociales y particularmente en las ciencias económicas.

#### **4.4. El modelo de crecimiento endógeno de Charlotte Bruun**

La profesora Bruun (1999) propone una simulación del crecimiento económico en donde los agentes utilizan una forma de *aprendizaje por redes neuronales*.

La simulación consta de dos tipos de agentes, los productores y los consumidores. Los productores están localizados en una de las casillas de una cuadrícula de 20x20. Los productores están fijos, y los consumidores se mueven en el espacio de la simulación. La capacidad de producción de los productores está representada por una *unidad de producción*. La unidad de producción se modela por medio de una *red neuronal*, de dos entradas y una salida. En el transcurso de la simulación se establecen relaciones entre los agentes o unidades de producción, dando lugar a la formación de empresas. Una empresa se caracteriza por la *conexión* de dos o más redes neuronales, aumentando de esta manera la capacidad de producción. La dinámica de la producción se lleva a cabo de la siguiente manera: Los consumidores preguntan por el valor del XOR lógico de dos variables binarias, si el productor responde correctamente, utilizando la red neuronal de la unidad de producción, se realiza la compra. En caso contrario, el productor consulta a sus vecinos, si uno de ellos responde correctamente, entonces se establece un nivel de confianza que en el transcurso de la simulación se va incrementando hasta terminar, eventualmente, en una alianza, dando origen a una empresa incipiente.

Más que en las conclusiones de la simulación la importancia del trabajo de la profesora Bruun radica en el hecho de haber utilizado un modelo de aprendizaje por redes neuronales, aplicando una de las principales técnicas de la inteligencia artificial a la economía.

#### **4.5. Aprendizaje cognitivo en situaciones del dilema del prisionero**

Brenner (1999) desarrolla una simulación utilizando el *aprendizaje por esquemas* o *aprendizaje cognitivo* para estudiar las estrategias triunfadoras en el juego repetido del dilema del prisionero. Con la utilización del *aprendizaje por esquemas* se busca incorporar de una manera más explícita la toma de decisiones por parte de los agentes. Los agentes construyen un modelo de la realidad, y, con base en éste toman decisiones. Se puede por lo tanto decir que el modelo es una versión simplificada de la realidad, que permite representar los aspectos fundamentales de ésta, ignorando los demás. La representación es un proceso continuo de acomodación a la realidad.

Se distinguen tres tipos de agentes:

- a) Los ingenuos, que siempre cooperan.
- b) Los explotadores, que siempre juegan no-cooperar.
- c) Los oportunistas, que juegan de acuerdo a la clasificación previa que hacen de su contrincante. Si es un ingenuo, juegan, no cooperar, si es un oportunista, juegan cooperar, y si es un explotador siempre juegan no-cooperar.

Los agentes son enfrentados entre sí un número determinado de rondas, al cabo de las cuales deben clasificar sus contrincantes en uno de las siguientes categorías: ingenuos, oportunistas o explotadores. Periódicamente evalúan la clasificación inmediatamente anterior de acuerdo, y, si es el caso, modifican *los esquemas mentales*.

Los agentes tienen un índice asociado a cada una de las siguientes motivaciones:

1. La motivación para no ser explotado
2. La motivación para explotar a los demás
3. La esperanza de establecer cooperación.

Dependiendo de los valores que tomen dichos índices, el esquema se modifica. Por ejemplo, si la motivación para cooperar es alta, cuando se detecta un oportunista que no coopera, entonces se intenta aumentar el índice de motivación de la cooperación con el fin de inducirlo a cooperar.

El trabajo concluye que, si el motivo de cooperar es mayor que los otros dos, domina el deseo de establecer cooperación, a largo plazo. Si uno cualquiera de los otros dos motivos domina, los agentes no-cooperan, a largo plazo.

El aporte principal de Brenner está en haber propuesto un modelo de aprendizaje cognitivo, en donde los agentes aprenden a reconocer a sus contrincantes y a obrar en consecuencia.

#### **4.6. El modelo de crecimiento utilizando algoritmos genéticos de Roger McCain**

McCain construye una simulación para investigar el problema de la heterogeneidad-homogeneidad en el desarrollo económico. Utiliza un modelo generacional de dos periodos, al iniciar el primer período, los agentes dividen su tiempo entre educación y trabajo, y al finalizar el primer periodo, deciden qué porcentaje de sus ingresos consumen y qué porcentaje ahorran para el segundo periodo. Los agentes poseen una función de utilidad dada por el consumo, que se máxima al seleccionar los valores óptimos de ahorro-consumo, educación-producción.

En la simulación se utilizan agentes con *racionalidad limitada* que no conocen los valores óptimos de la inversión en educación o el porcentaje de los ingresos que deben ahorrar al finalizar el primer periodo. Para determinar dichos valores utilizan dos fracciones o *propensidades*; la propensidad a invertir en educación y la propensidad a consumir en el primer periodo. Estas propensidades toman un valor menor que la unidad y determinan la asignación del tiempo y consumo de los agentes.

El “código genético” de los agentes está compuesto por dos números de 32 bits cada uno, que representan las propensidades a invertir en educación y en consumo. Al finalizar el segundo periodo, los agentes que obtienen la máxima utilidad son seleccionados y sus códigos genéticos combinados entre sí.

Al cabo de cierto número de ciclos, la simulación se estabiliza. La información se almacena en un archivo y se genera una imagen tridimensional para determinar la heterogeneidad-homogeneidad entre los agentes, como se presenta a continuación.

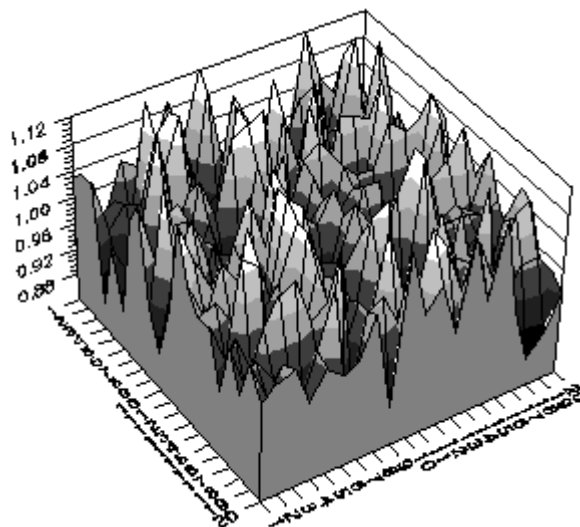


Figura No. 5 Producción por Agente

McCain modifica la función de producción, que determina la cantidad producida por cada uno de los agentes, para incorporar la presencia de externalidades positivas<sup>3</sup> en la producción y en la educación. De esta manera investiga cómo la presencia de externalidades puede afectar la homogeneidad-heterogeneidad en la simulación.

## 5. La simulación

En esta sección se presenta la simulación que se desarrolló para la presente investigación. La sección 5.1 presenta el objeto de estudio de la simulación. La sección 5.2 presenta el propósito que se busca al construir la simulación. La sección 5.3 presenta algunos aspectos generales a considerar en el desarrollo de la simulación. La sección 5.4 presenta el modelo económico sobre el cual está basada la simulación. La sección 5.5 presenta las características topográficas de la simulación, es decir el espacio físico sobre el cual se desarrollo la simulación. La sección 5.6 presenta las técnicas utilizadas para modelar el

<sup>3</sup> Se dice que existe una externalidad cuando la acción de un agente incide positiva o negativamente sobre otro agente. Un ejemplo de una externalidad negativa es la presencia de una fábrica que arroja residuos a un río, reduciendo la producción de los agricultores más abajo en el cauce.

aprendizaje de los agentes en la simulación. La sección 5.7 presenta la arquitectura y principales características computacionales de la simulación.

### **5.1. El objeto**

El objeto de la simulación es el *crecimiento económico* dentro del contexto de la teoría económica utilizando agentes con *racionalidad limitada* que están en capacidad de aprender de su entorno y de modificar sus esquemas mentales de acuerdo a la experiencia adquirida. La teoría del aprendizaje a través de la modificación de los esquemas mentales se debe entre otros al profesor Thomas Brenner (1999) con el nombre de *aprendizaje cognitivo*. En el aprendizaje cognitivo, los agentes no sólo modifican sus acciones, sino los esquemas que dan lugar a esas acciones. Desde el punto de vista computacional, un esquema mental es, en último término, una proposición condicional, de la forma *IF-ELSE*.

### **5.2. El propósito**

El propósito de la presente simulación es crear un ambiente económico, computacional, que sirva para realizar *experimentos virtuales* dentro del tema del crecimiento económico. Se entiende por crecimiento económico: el conjunto de factores que determinan la producción per. Capita en una sociedad de libre mercado. La simulación se restringe al crecimiento *endógeno*, en donde los factores determinantes del crecimiento son intrínsecos al modelo y no extrínsecos como sucede en el crecimiento *exógeno*. Los factores determinantes del crecimiento endógeno son, entre otros, la educación, el cambio tecnológico, la inversión en capital y, el más importante, desde el punto de vista de un número creciente de teóricos de prestancia internacional, el *aprendizaje* P. Romer, (1993)

### **5.3. Aspectos generales**

La simulación fue desarrollada en Java utilizando la herramienta gratuita “Repast” de la Universidad de Chicago, USA (<http://repast.sourceforge.net>). En el apéndice B se incluyen varias imágenes tomadas del entorno de ejecución de la simulación.

### **5.4. El modelo**

#### Convenciones

Las variables se representan por medio de *cursiva* mayúscula. Todas las variables son temporales. Si no se hace referencia explícita del tiempo, se entiende que las variables llevan un índice temporal *t*. Las constantes se escriben en *cursiva* minúscula.

La simulación cuenta con un gran número de parámetros asignados arbitrariamente, de acuerdo al juicio del autor, modificables en un archivo de configuración. Aquellos parámetros que puedan ser modificados en el archivo de configuración aparecen dentro de paréntesis.

#### La dinámica

En la simulación ocurren dos procesos diferentes, *diarios* y *mensuales*, de una manera recurrente. En cada ciclo de la simulación se ejecutan los procesos diarios. Cada veinte ciclos se ejecutan los procesos mensuales. Se entiende por proceso el conjunto de actividades que realizan los agentes con el fin de cumplir una tarea específica. El proceso diario está constituido por la venta de bienes por parte de la empresa y por la compra de bienes por parte del empleado. El proceso mensual está constituido por la producción, la inversión en capital y tecnología, la fijación del precio de venta por parte de las empresas, el aprendizaje de las empresas de acuerdo a la información adquirida, la eliminación de las empresas cuyas pérdidas excedan cierto valor predeterminado. Los parámetros correspondientes a cada una de estas acciones se pueden modificar en el archivo de configuración de la simulación, posibilitando de esta manera la experimentación.

Los agentes

La simulación consta de los siguientes tipos de agentes: empresas, empleados y gobierno. Las empresas producen el único bien que da lugar a la interacción entre los diferentes agentes.

Las empresas

La producción de las empresas se determina de acuerdo a la fórmula  $Y_t = Tec_t \cdot K_t^\gamma$ .

La variable dependiente  $Y$  corresponde a la producción de cada una de las empresas. De acuerdo con la fórmula, la producción depende del nivel tecnológico y del capital, este último modificado por una constante, cuyo valor en cada caso debe ser menor que la unidad, con el fin de que la función de producción presente siempre rendimientos decrecientes<sup>4</sup>.

La variable  $Tec$  hace referencia al nivel tecnológico de la empresa. La variable  $K$  hace referencia al acervo (*stock*) de capital de la empresa en el momento  $t$ . Inicialmente la variable  $K$  toma el valor (100). Este valor puede ser modificado a voluntad en el archivo de configuración de la simulación.  $\gamma$  es una constante a la cual se le debe asignar un valor menor que la unidad. Inicialmente se le asigna el valor (0.9)

La dinámica del Capital a función del tiempo está determinada por la siguiente ecuación:

$K_t = K_{(t-1)} \cdot (1 - \alpha) + IK_{(t-1)}$ , en donde  $K$ , al lado izquierdo de la ecuación, representa el capital de la empresa en el instante  $t$  y al lado derecho, en el instante  $(t-1)$ ,  $IK$  representa la inversión en capital en el instante  $(t-1)$ . El capital en el instante  $(t-1)$  está multiplicado por el término  $(1-\alpha)$  en donde  $\alpha$  es una constante menor que la unidad, que corresponde al

---

<sup>4</sup> El capital,  $K$ , se eleva a una potencia inferior a la unidad para crear una fuente de dificultad en la simulación. Los agentes deben encontrar un valor intermedio entre la inversión en capital y tecnología con el fin de maximizar su producción. Si la inversión en capital es muy baja, la depreciación del capital hace que su stock se disminuya poco a poco, reduciendo su producción e incrementando sus costos. Por otra parte si la inversión en capital es demasiado alta, los rendimientos decrecientes de la función de producción (superíndice inferior a la unidad). Se entiende por rendimientos decrecientes el principio según el cual, cuando aumenta un factor y los demás permanecen constantes, el aumento resultante de la producción es cada vez menor, tomado del libro Economía, Stiglitz



porcentaje de depreciación del capital. En la simulación se le asigna, al principio, el valor de (0,0125). Este valor puede ser modificado en el archivo de configuración.

Los costos de una empresa están dados por la fórmula:  $C_t = W_t \cdot L_t + rK_t$ , en donde  $C$  corresponde a los costos de producción de cada empresa,  $W$ , al sueldo mensual. Aunque  $W$  se podría determinar endógenamente, para simplificar la complejidad de la programación se optó por asignarle un valor fijo, de (8) unidades. Este valor se puede modificar en el archivo de configuración de la simulación.  $L$  corresponde al número de empleados de cada empresa. Como en el caso de la variable  $W$ , se le asignó el valor (9) para simplificar la programación.  $r$  Representa el costo de tenencia del capital, que se podría asimilar al costo de oportunidad del capital o a la tasa de interés de los rendimientos con cero riesgo.  $r$  toma el valor de (0.0125) en la presente simulación, valor asignado arbitrariamente. De acuerdo con la fórmula, los costos dependen del salario, y del costo de tenencia del capital.

El costo por unidad de producción se calcula de acuerdo a la fórmula  $CU_t = C_t / Y_t$ , en donde  $CU$  representa el costo de producción por unidad,  $C$ , los costos totales de producción y  $Y$ , la cantidad de bienes producidos por cada una de las empresas.

El precio de venta de la producción de las empresas está determinado por la fórmula  $P_t = CU_t \cdot (1 + markup_t)$ , en donde  $P$  representa el precio por unidad,  $CU$ , el costo por unidad de producción, el *markup*<sup>5</sup>, el margen sobre el costo unitario de producción que cobran las empresas. Al iniciar la simulación se le asigna a este parámetro del valor de (0.15), correspondiente a un margen del 15% sobre los costos. Es importante aclarar que son las empresas quienes fijan el *markup* por medio de un proceso de *aprendizaje cognitivo*, originando una competencia estratégica por el precio y haciendo de la simulación un proceso eminentemente *dinámico*

Las utilidades de las empresas están dadas por la fórmula  $U_t = V_t \cdot P_t - C_t$ , en donde  $U$  representa las utilidades totales de la empresa,  $V$ , las ventas,  $P$ , el precio por unidad y  $C$  los costos totales de producción. Es importante resaltar que en este contexto no es necesariamente cierto que la producción ( $Y$ ) sea igual a las ventas ( $V$ ) como en la mayoría

---

<sup>5</sup> Se utiliza este anglicismo para utilizar una terminología común a los modelos económicos.

de los modelos económicos, pues en algunos casos, la empresa puede tener un nivel de ventas inferior al de la producción, porque el costo de venta por unidad ( $CU$ ) es mayor al de las otras empresas en su vecindad.

La fórmula para determinar la inversión en capital es:  $IK_t = \frac{U_t}{2} \cdot beta_t$ , en donde  $IK$  representa la inversión en capital,  $U$ , la utilidad,  $beta$ , el porcentaje de las utilidades que se invierte en capital. No toda la utilidad,  $U$ , se invierte en capital, sino solamente la mitad. Por eso aparece la utilidad dividida por 2. Esto se puede interpretar de la siguiente manera: el 50% de la utilidad se da como *bonificación* a los empleados y el otro 50% se invierte en capital y/o tecnología, la participación de cada uno de estos factores, capital y tecnología, depende del valor asignado a  $beta$  por la empresa, valor que se va modificando en el transcurso de la simulación, a medida que las empresas aprenden a modificar el parámetro para aumentar las utilidades. La *bonificación* tiene el propósito de estimular la demanda. El valor inicial de  $beta$  es 0.5, valor que se puede modificar en el archivo de configuración, sin superar la unidad.

La fórmula para determina la inversión en tecnología es:  $ITec_t = \frac{U_t}{2} \cdot (1 - beta_t)$ , en donde  $ITec$  representa la inversión en capital,  $U$ , la utilidad de la empresa.  $(1 - beta)$  es el porcentaje de utilidad que se invierte en tecnología y  $beta$ , el porcentaje que se invierte en capital.

La ecuación estocástica que gobierna la evolución de la tecnología en el tiempo está dada por:  $Tec_t = Tec_{t-1} + F(ITec_{t-1}) \cdot ITec_{t-1} \cdot \delta$  en donde  $Tec_t$  representa el nivel tecnológico en el tiempo  $t$ ,  $Tec_{(t-1)}$ , el nivel tecnológico en el tiempo  $(t-1)$ ,  $F$  es una función *estocástica* de  $ITec_{(t-1)}$ . La inversión en tecnología no siempre es exitosa, el éxito se determina por medio de la función  $F$ , que toma el valor de 0 o 1 de forma completamente aleatoria. La probabilidad de que tome uno de esos valores se puede modificar en el archivo de configuración. El valor de cero significa que la inversión no fue exitosa, el valor de 1, que fue exitosa. Cuando la función  $F$  toma el valor de 0, la ecuación que gobierna la evolución de la tecnología, se convierte en  $Tec_t = Tec_{(t-1)}$ , lo que significa que el nivel tecnológico

permanece inalterado en el tiempo. El parámetro  $\delta$  es un factor de conversión de la inversión en tecnología en unidades tecnológicas. Este parámetro se puede modificar en el archivo de configuración.

### Los empleados

Cada empleado posee un nivel de riqueza inicial,  $R$ , el valor inicial es de (10) unidades, que se puede modificar en el archivo de la configuración. La demanda de los empleados es una función potencial de la riqueza de cada uno de ellos, siguiendo en líneas generales la fórmula de Brunn (1999):  $VD = R^w$ , en donde  $VD$  representa la riqueza que están dispuestos a gastar,  $R$ , el monto de riqueza,  $w$ , un parámetro que determina la fracción de la riqueza que están dispuestos a gastar. El parámetro  $w$  toma inicialmente el valor de (0.9), valor que puede ser modificado en el archivo de configuración.

Como se mencionó anteriormente, hay un solo bien en el mercado, cuyo precio es determinado por cada empresa, teniendo en cuenta, los costos unitarios y el *markup*. De aquí se sigue una *competencia de precios*, cuyo manejo por parte de las empresas es objeto de *aprendizaje*. Los empleados buscan en su *entorno* la empresa con el precio más favorable y a ésta le compran.

El empleado lleva un registro de la última empresa a la que le ha comprado, de tal manera que la siguiente compra la hace a la misma empresa, con un factor de *preferencia* del (0.8), y a una empresa diferente, con un factor del (0.2). De esta forma se introduce en la simulación un motivo de *fidelidad* con la empresa.

El número de unidades que un empleado demanda, depende, no solamente de lo que está dispuesto a *gastar*, sino del precio, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$D_t = \text{valorentero} \left( \frac{VD_t}{P_t} \right),$$

donde  $D$  representa el número de unidades que el empleado requiere de la empresa, *valorentero*, es la función que da el valor entero del término dentro del paréntesis,  $VD$ , la fracción de su riqueza que está dispuesto a *gastar*,  $P$ , el precio por unidad del único bien.

## El gobierno

En la simulación el gobierno tiene la facultad de eliminar o no las empresas que han tenido utilidades (pérdidas) por debajo de una cierta cantidad, denominada, *pérdidas máximas*, que inicialmente toma el valor de  $(-50)$  y que se puede modificar en el archivo de configuración. Las empresas eliminadas son reemplazadas por empresas nuevas. Los empleados de la empresa eliminada son asignados a la nueva empresa. Las pérdidas, utilidades negativas, son repartidas entre todos los agentes, empresas y empleados, de la simulación. De esta manera las pérdidas de las empresas eliminadas se cargan al conjunto de los individuos que constituyen la sociedad virtual, objeto de la simulación. El objeto del *aprendizaje* es precisamente minimizar las pérdidas y maximizar las utilidades. Las empresas que no aprenden de su *entorno* terminan por ser eliminadas.

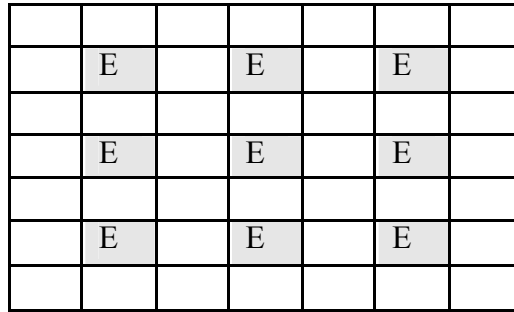
### 5.5. La topología de la simulación

La simulación se desarrolla sobre una grilla de dos dimensiones de  $(30) \times (30)$ . Cada agente tiene 8 vecinos y estos constituyen su entorno de nivel (1). Para evitar efectos de borde se utiliza un espacio toroidal, de tal manera que las casillas del lado izquierdo se complementa con las casillas del lado derecho y las superiores con las inferiores, como muestra la figura (4.1).

3					1	2
5					4	A
8					6	7

Fig. 4.1 El entorno del agente A está constituido por 8 vecinos, numerados del 1 al 8

Las empresas y los empleados se distribuyeron uniformemente en cada una de las casillas de la cuadrícula sobre la cual se desarrolla la simulación, como indica la figura (4.2).



	E		E		E	
	E		E		E	
	E		E		E	

Fig. 4.2 Distribución de las empresas en el espacio toroidal.

## 5.6. El aprendizaje

Las utilidades de cada empresa dependen en último término de los parámetros *beta* y *markup*. El parámetro *beta* representa la fracción de las utilidades que se invierten en capital y en tecnología, si se tiene en cuenta que lo que se invierte en tecnología es  $(1 - beta)$  al finalizar cada ciclo mensual en la simulación. El parámetro *markup* representa el margen de utilidad que cobran las empresas sobre el costo unitario de producción. Estos dos parámetros no se pueden determinar *a priori* por el solo hecho de que dependen de los valores asignados por otras empresas, creándose de esta manera un ambiente de retroalimentación que es imposible determinar *analíticamente*. El ambiente donde se lleva a cabo la simulación es un ambiente *complejo*, entendiendo por ambiente o sistema dinámico complejo aquel en el cual pequeñas modificaciones en un estado de equilibrio produce resultados impredecibles *analíticamente*. Dentro de este contexto no es posible determinar analíticamente ni las consecuencias de un pequeño cambio en los valores de los dos parámetros mencionados, ni los eventuales valores óptimos de dichos parámetros que garanticen la *optimización* de las utilidades y en consecuencia el crecimiento macroeconómico.

### Tipos de aprendizaje

La simulación permite comparar diferentes tipos de aprendizaje: por imitación de parámetros, por generación heurística de esquemas y por imitación de esquemas.

## Imitación de parámetros

Como hemos mencionado anteriormente, las empresas modifican los parámetros *beta* y *markup* para adaptarse al ambiente e incrementar sus utilidades. Al iniciar la simulación el parámetro *beta* toma el valor de 0.5 y el parámetro *markup* de 0.15. Los agentes incrementan o reducen dichos valores de una manera aleatoria por un número predeterminado de ciclos. Tan pronto termina este proceso las empresas con utilidad negativa imitan el valor de los parámetros de la empresa más exitosa en su *entorno*. La dimensión del entorno es parametrizable en el archivo de configuración. A continuación se presenta un ejemplo para mayor claridad.

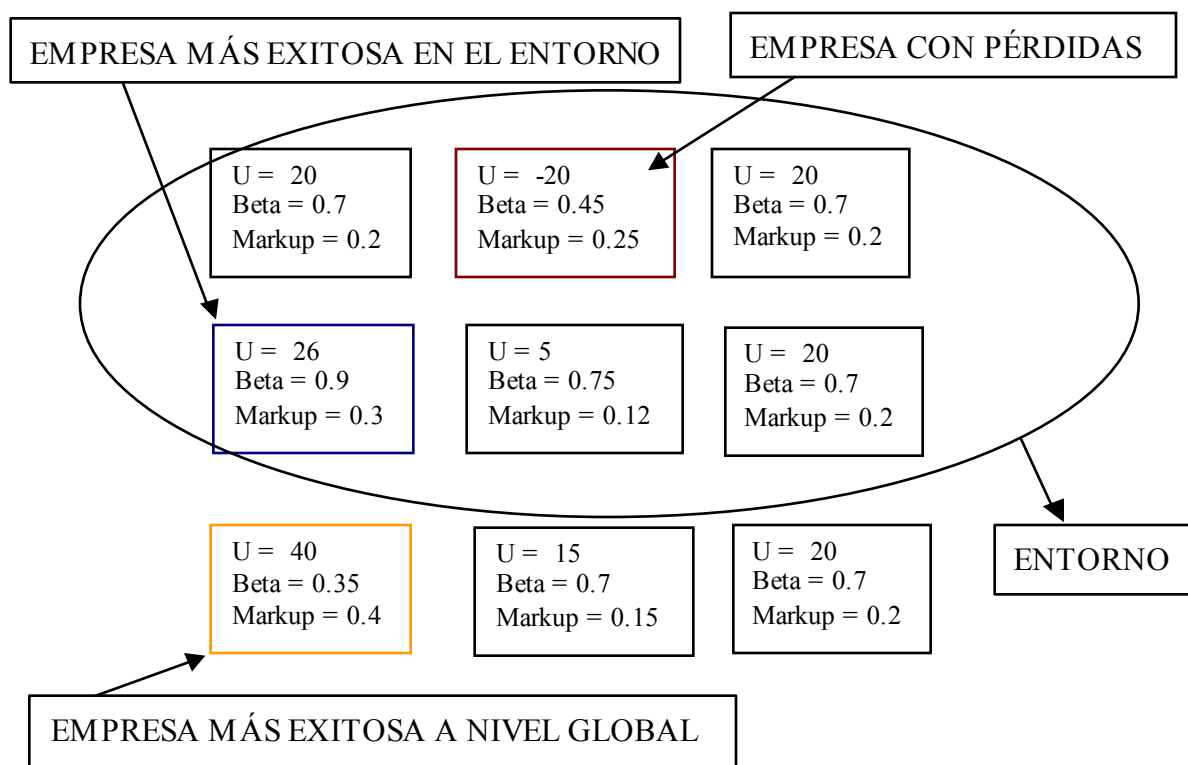


Figura 4.3 Algoritmo de imitación de parámetros

La empresa con utilidades negativas de -20 imita los valores del *beta* (0.9) y *markup* (0.3) de la empresa más exitosa de su entorno. Nótese que existe una empresa con utilidades mayores que no se encuentra en el entorno de la empresa y por lo tanto no es imitada.

## Generación heurística de esquemas

El *esquema* es un algoritmo de la forma IF-ELSE. Se representa por medio de un árbol binario, en donde las ramas representan *sentencias condicionales*. Las hojas representan *acciones*. Cada rama está constituida por una sentencia condicional de once posibles: (1) la utilidad es mayor que cero, (2) la producción es igual a las ventas, (3) el precio unitario es menor que el precio promedio, (4) el nivel tecnológico individual es menor que el nivel promedio, etc. El listado completo de las condicionales se encuentra en el apéndice C. Las hojas están constituidas por una de cinco acciones posibles: (1) aumentar beta, (2) disminuir beta, (3) aumentar el markup, (4) disminuir el markup, (5) mantener los valores de beta y de markup anteriores.

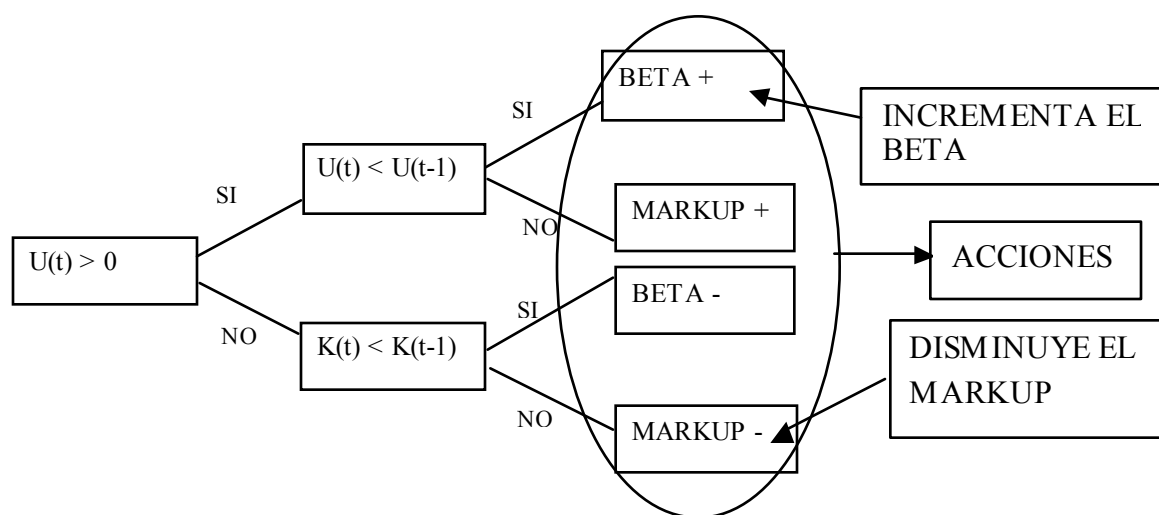


Fig. 4.4. Algoritmo correspondiente a un esquema mental, de profundidad 2

La figura 4.4 muestra un árbol de profundidad 2. Para una mejor comprensión del mismo se presenta el MACRO-ALGORITMO correspondiente. Nótese que los valores que modifican el beta y el markup son arbitrarios.

1. IF Utilidad > 0
2.     IF Utilidad(t) < Utilidad(t-1)
3.         BETA = BETA + 0.15
4.     ELSE
5.         MARKUP = MARKUP + 0.05
6.     ELSE



7. IF CAPITAL(t) < CAPITAL(t-1)
8. BETA = BETA - 0.15
9. ELSE
10. MARKUP = MARKUP - 0.05

Un árbol de profundidad (2) consta de 618 750 esquemas diferentes, posibles. Al inicio de la simulación se le asigna a cada una de las empresas uno de los esquemas, aleatoriamente, en el transcurso de la simulación, las empresas van eliminando los esquemas que no producen *continuamente* utilidad en el ciclo semestral.

Las empresas deben encontrar los valores de los parámetros *beta* y *markup* que les permitan incrementar sus utilidades. La simulación consta de tres ciclos, diario, mensual y semestral. En el ciclo *diario* se llevan a cabo las operaciones de compra y venta; en el ciclo *mensual* la empresa, paga el sueldo de los empleados, fija los nuevos valores de *beta* y de *markup*, de acuerdo al tipo de aprendizaje utilizado. En el ciclo semestral, en el caso de aprendizaje por *generación de esquemas*, la empresa *evalúa* el esquema mental que se ha utilizado durante ese ciclo. Si la empresa descubre que la utilización del *esquema* en ese ciclo semestral lleva a la reducción de utilidades, modifica este *esquema* cambiando la acción que causó la reducción, por la acción contraria, por ejemplo, reducir, en lugar de aumentar *beta*, dando lugar a otro esquema. Se entiende entonces que este proceso corresponde a una *generación de esquemas* cada vez exitosos.

Para mayor claridad se presenta un ejemplo:

Supóngase que la acción “MARKUP -” se ejecutó en los últimos 5 ciclos mensuales, con una utilidad cada vez menor de -10, - 20, -30, -40, -50. Es evidente que la acción no está contribuyendo al incremento de la utilidad de la empresa, por lo que debe ser reemplazada en el árbol binario que representa el *esquema mental*.

Ciclo Mensual	Acción	Utilidad
1	MARKUP -	-10
2	MARKUP -	-20
3	MARKUP -	-30

4	MARKUP -	-40
5	MARKUP -	-50

La figura 4.4 muestra el árbol binario original, con la acción “MARKUP -” que debe ser reemplazada por otra acción.

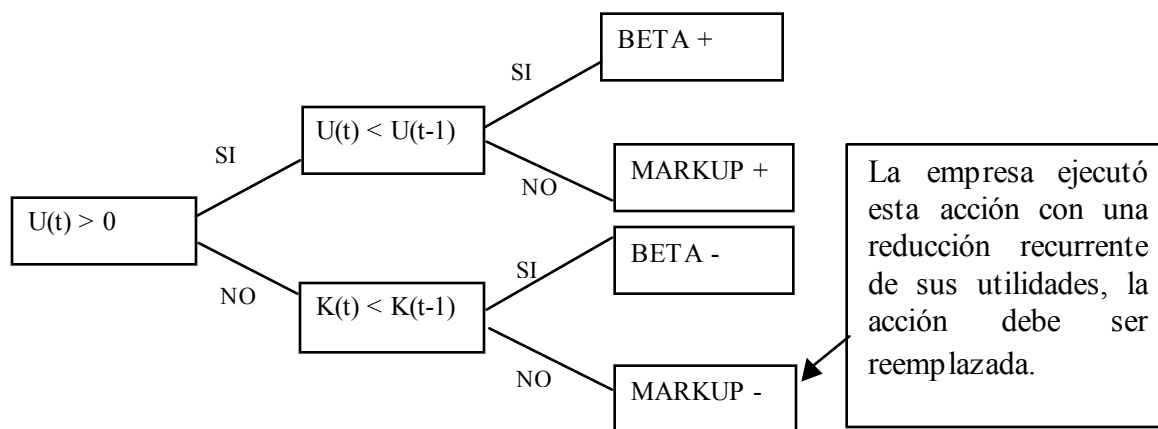


Fig. 4.4. Ejemplo de la modificación de un Esquema. Esquema original.

La figura 4.5 muestra el árbol binario final, con la acción “MARKUP +” que reemplazó a la acción “MARKUP -”. El algoritmo reemplaza la acción por la siguiente acción de las cinco acciones posibles. Las acciones están organizadas de tal forma que una acción sea reemplazada por su contraria.

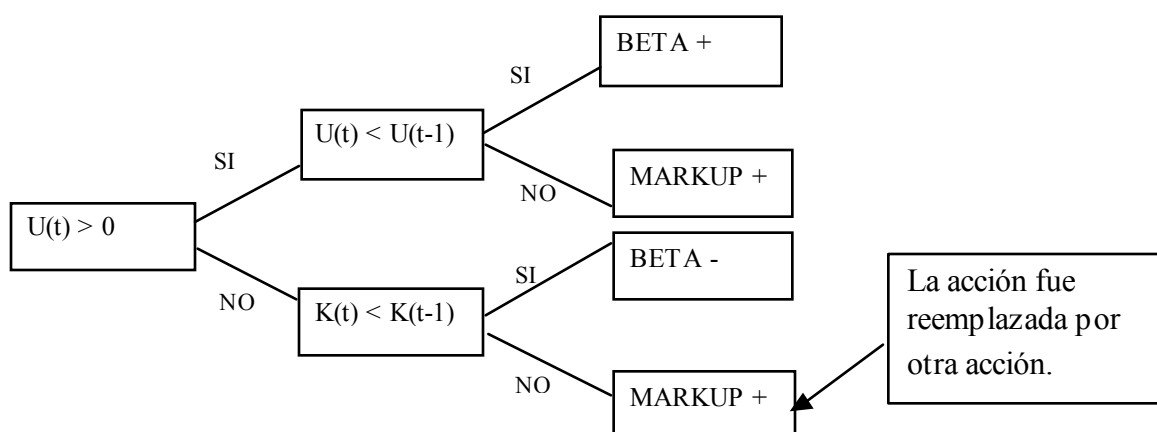


Fig. 4.5. Ejemplo de la modificación de un Esquema. Esquema final.



Algunos autores, como los profesores Brenner T. (1999), Edmonds B. (1999), Moss S. (1999), denominan este tipo de aprendizaje, por generación de esquemas, aprendizaje *cognitivo*, en donde el término cognitivo se refiere al modo como supuestamente las personas aprenden. El individuo tiene un primer esquema mental, si la realidad no corresponde en todo o en parte con el esquema, lo modifica, y así sucesivamente, en un proceso de generación de nuevos esquemas, cada vez más acordes con la realidad. Otros autores, como el profesor Brian A. (1994), prefiere llamarlo aprendizaje *inductivo*.

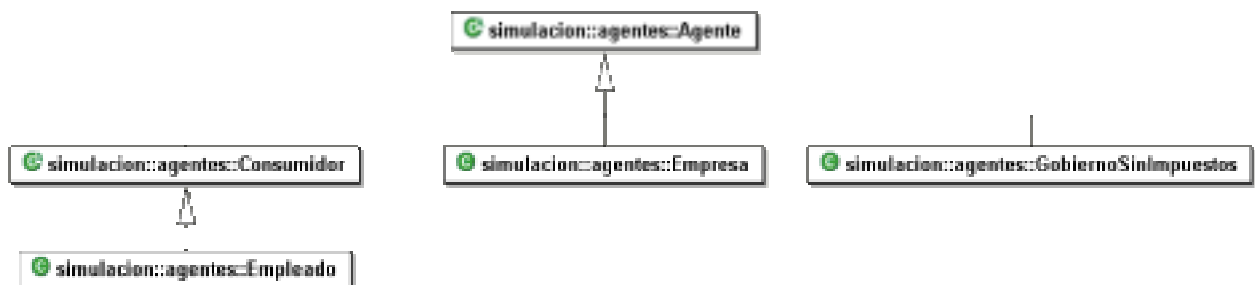
## Imitación de Esquemas

Al inicio de la simulación se asigna aleatoriamente un *esquema* a cada una de las empresas. Las empresas utilizan el esquema mental asignado durante un período de varios ciclos mensuales. Al finalizar este periodo las empresas con utilidades negativas seleccionan la empresa más exitosa en su entorno y copian su esquema mental. La extensión del entorno es parametrizable en el archivo de configuración. Este algoritmo es muy similar al algoritmo de imitación de parámetros. La diferencia consiste en que en este algoritmo se imitan los esquemas y no los parámetros directamente.

## 5.7. Arquitectura de la simulación

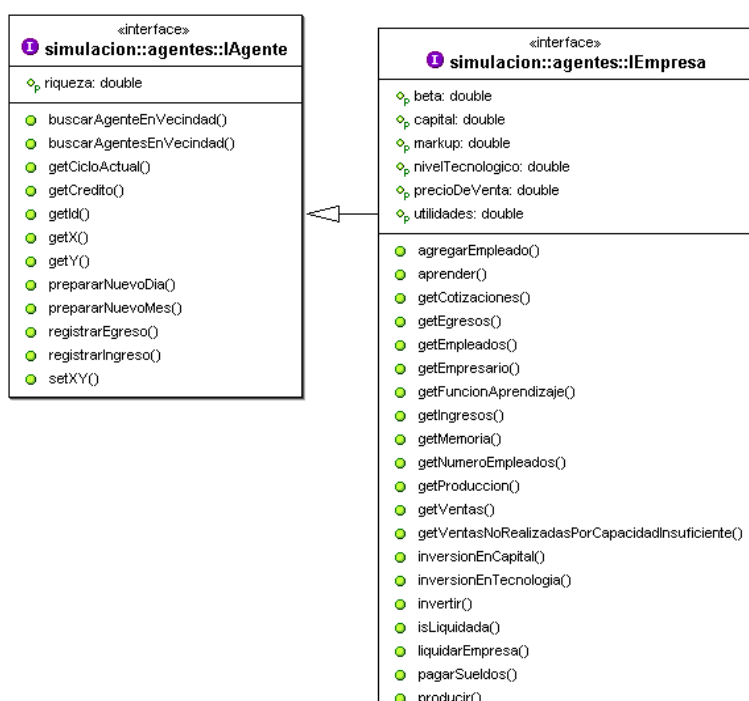
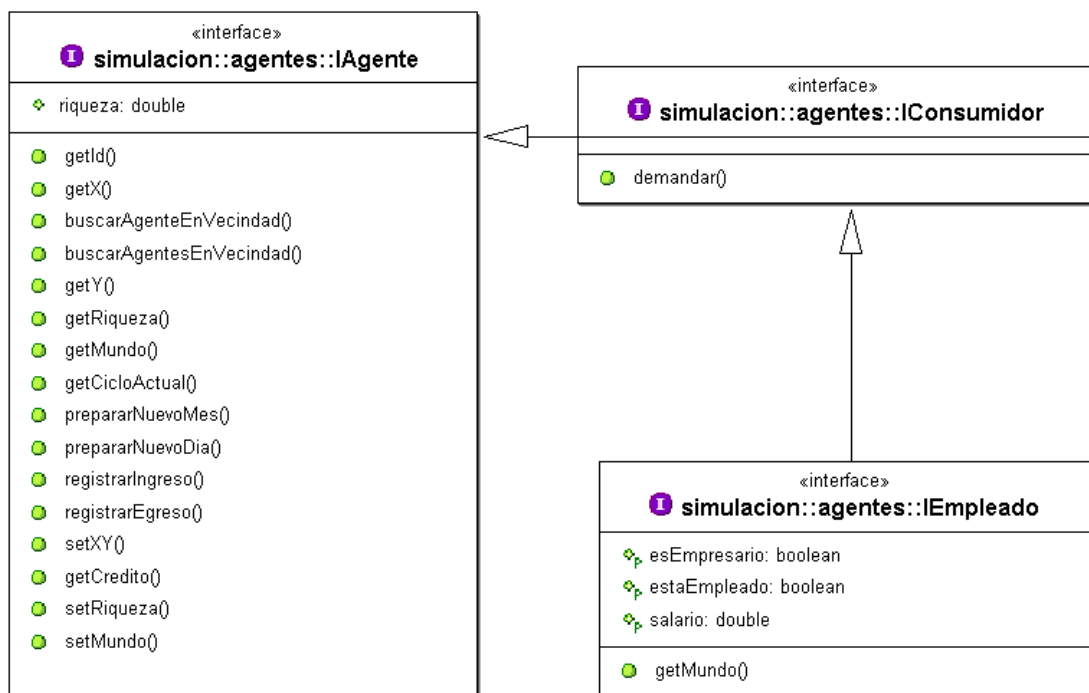
La simulación se desarrolla en Java utilizando la técnica de la programación orientada a objetos; los objetos del mundo real están representados por objetos computacionales que encapsulan su funcionalidad y datos asociados. Siguiendo las prácticas más recomendadas de la programación orientada a objetos, se programa sobre *interfaces* y no sobre *clases concretas*, lo que facilita la modificación y extensión de la simulación. La implementación de las clases, como la función de producción, la función de demanda, la función de aprendizaje, el gobierno, etc., se especifica en el archivo de configuración. Si se quiere utilizar una función de producción diferente se cambia únicamente una línea en el archivo de configuración. Lo mismo sucede, si se desea utilizar una función diferente de aprendizaje o demanda. En el desarrollo de una *aplicación informática* se debe incrementar la *cohesión* (la unidad de los elementos relacionados) y reducir el *acoplamiento* (la dependencia innecesaria entre uno y otro componente). En el desarrollo de la simulación se tiene cuidado en reducir las dependencias innecesarias y en agrupar la funcionalidad relacionada en objetos. Para evitar la duplicación de código se establece una jerarquía de objetos. Por ejemplo, la funcionalidad referente a la ubicación espacial de los agentes se encuentra en la clase abstracta *Agente*, que las clases *Empresa* y *Empleado* heredan.

A continuación se presenta un diagrama de clases UML que representa la *jerarquía de herencia* de los agentes en la simulación.



Las clases que representan los agentes en la simulación *implementan* siempre una *interfaz*. Las relaciones entre los agentes y las funciones que éstos poseen, están determinadas en términos de las *interfaces* y no de las *clases concretas*.

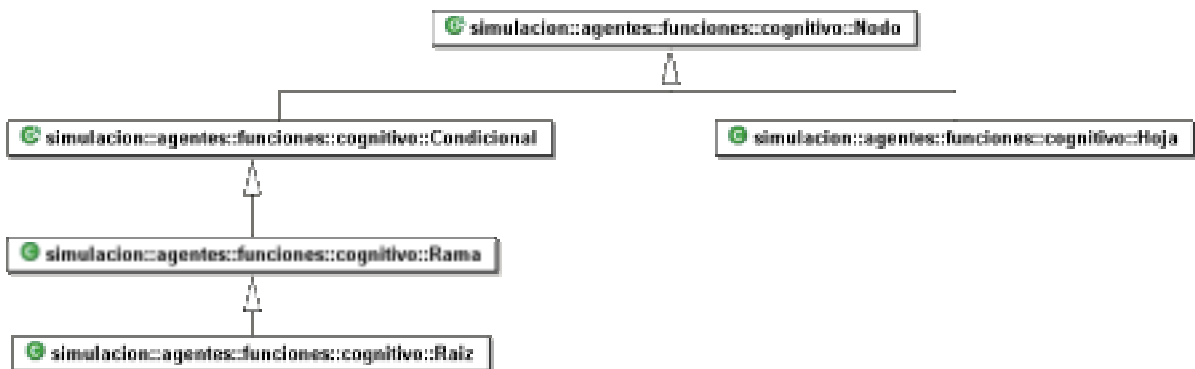
A continuación se presentan las interfaces correspondientes a los agentes, consumidores (empleados) y empresas.



El objeto *Mundo* representa al mundo virtual de la simulación. Todas las clases tienen una referencia a dicho objeto, a través del cual pueden acceder a los parámetros de configuración de la aplicación y obtener información de la simulación en tiempo de ejecución. Adicionalmente, el *Mundo* tiene la responsabilidad de recopilar la información estadística para generar las series del PIB, las ventas realizadas y el precio promedio de los agentes. La simulación en sí misma está representada por el objeto *Simulación*, que implementa y extiende las clases correspondientes, para utilizar la herramienta “Repast”. En particular proporciona el método *step()*, que es ejecutado en cada ciclo de la simulación. Dicho método realiza los procesos diarios y mensuales de la simulación.

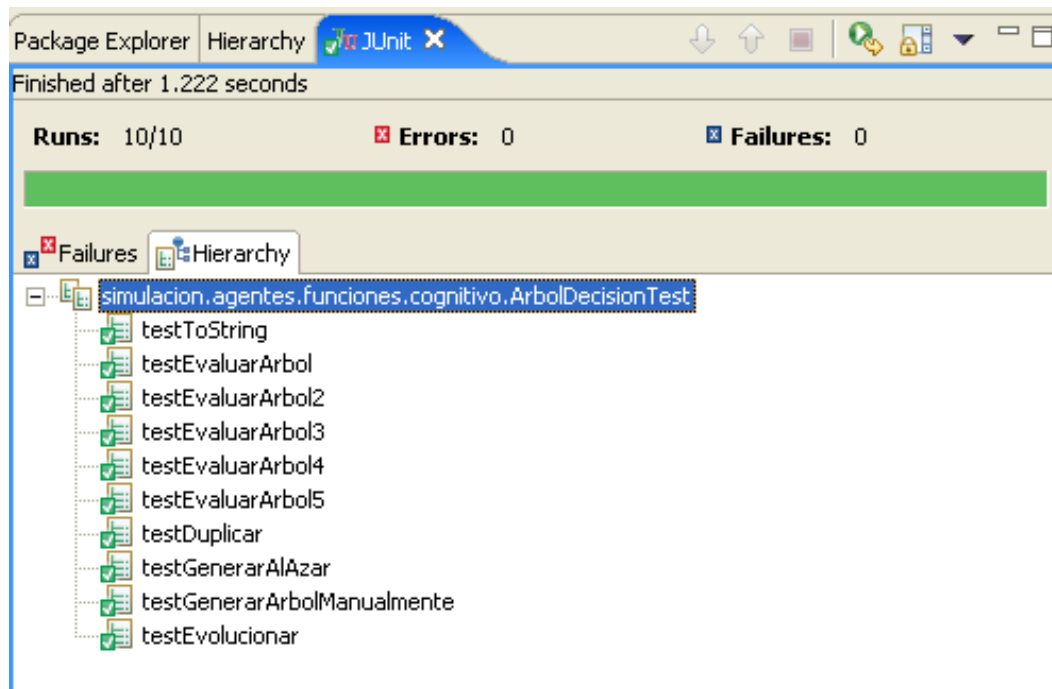
Uno de los aspectos más importantes de la simulación es el aprendizaje por medio de *esquemas mentales*. Los esquemas se representan por medio de *árboles binarios*. Los árboles y los algoritmos que operan sobre dichos árboles se definieron de una manera recursiva.

A continuación se presenta un diagrama de clases UML que representa la jerarquía de herencia de las clases que componen un árbol de decisión.





Para la verificación de la funcionalidad del aprendizaje por medio de *esquemas* se utilizaron pruebas unitarias. A continuación se muestra la ejecución correcta de diversas pruebas.



El cuadro muestra la realización de diez pruebas unitarias diferentes para determinar el correcto funcionamiento de los métodos relacionados con la generación y modificación de los árboles. Posteriormente, se prueba el método de generación aleatoria de un nuevo árbol con una *profundidad* dada, y el método de duplicación de un árbol.

La *documentación* de la aplicación se genera utilizando la herramienta *Javadoc*, que construye una serie de páginas HTML, en donde se detalla el *API* de la aplicación.

## 6. Experimentos virtuales

### 6.1. Parámetros modificables

El propósito *natural* de toda simulación es la realización de experimentos virtuales. Los experimentos se llevan a cabo comparando los resultados de la ejecución con diferentes parámetros. En la presente simulación hay 32 parámetros modificables desde el archivo de configuración. En el apéndice A se enumeran los parámetros y se describe sus respectivas funciones.

### 6.2. Experimentos

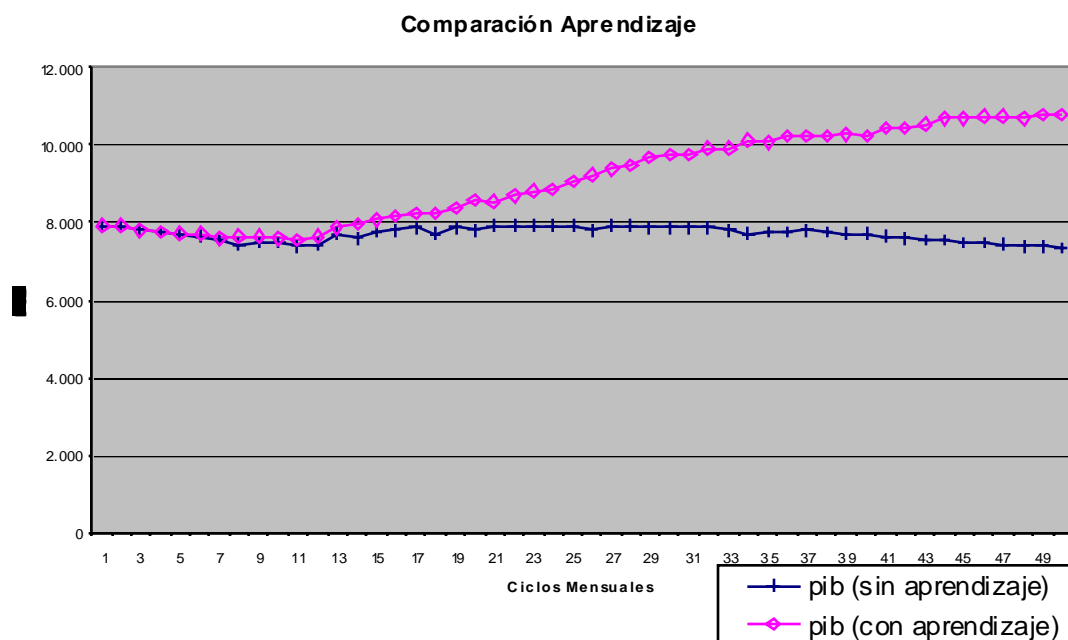
#### Experimento (1)

Se compara el producto interno bruto con y sin aprendizaje.

#### Acción

Se modifica el parámetro *aprender*. Se corre la simulación con el valor *false* y luego con el valor *true* en el archivo de configuración

#### Resultado



### *Interpretación*

La serie superior corresponde al Producto Interno Bruto con aprendizaje (por imitación de parámetros), la inferior, sin aprendizaje, es decir, los valores de *beta* y de *markup* se asignan de una manera aleatoria.

- (1) Con aprendizaje, el crecimiento económico es positivo y continuo. Sin aprendizaje no hay crecimiento económico y en los últimos ciclos hay indicios de recesión.
- (2) En los primeros ciclos las dos gráficas coinciden por el hecho de que la determinación de *beta* y del *markup* es en ambas aleatorio.
- (3) al final de 50 ciclos mensuales, cada uno de 20 ciclos diarios, el producto interno bruto, con aprendizaje, es bastante superior, 12 800 unidades en el primer caso y 7 300 en el segundo caso.

### *Comentario*

Es evidente que el aprendizaje desempeña un papel fundamental en el crecimiento económico y por eso, desde este punto de vista, no se debe considerar el resultado del experimento como una demostración de este hecho, sino más bien como una confirmación de que realmente en la simulación los agentes están aprendiendo a calibrar los valores de los parámetros *beta* y *markup*. En el experimento se utiliza el aprendizaje por imitación de parámetros, el resultado no es diferente si se utiliza uno cualquiera de los otros métodos de aprendizaje incorporados a la simulación.

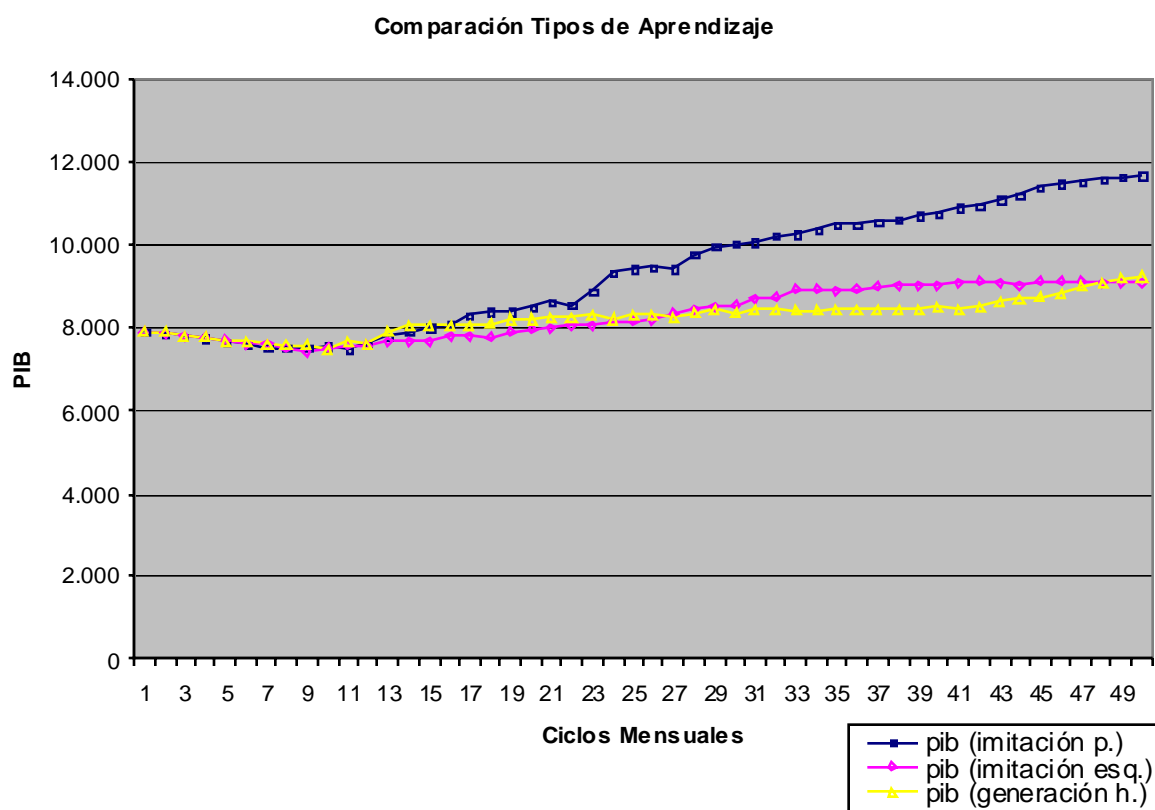
### Experimento (2)

Se comparaba el PIB resultante de la utilización de diferentes métodos de aprendizaje: imitación de parámetros, imitación de esquemas mentales y generación de esquemas mentales.

### Acción

Se modifica el parámetro “funcion\_aprendizaje”, asignándole el nombre de la clase Java que implementa el tipo de aprendizaje en las empresas.

### Resultado



### *Interpretación*

La serie superior corresponde al PIB utilizando aprendizaje por medio de imitación de parámetros. La serie demarcada con triángulos corresponde PIB utilizando el aprendizaje por generación de esquemas. La serie demarcada con rombos corresponde al PIB utilizando aprendizaje por imitación de esquemas.

(1) Se observa que los 3 tipos de aprendizaje generaron un crecimiento a largo plazo del PIB. (2) La serie correspondiente al aprendizaje por imitación de parámetros generó un crecimiento significativamente mayor al terminar los ciclos de ejecución (50)

(3) Es interesante notar que en los primeros ciclos, el resultado del aprendizaje por imitación de esquemas es mayor, en términos del valor del PIB, que el resultado del aprendizaje por generación de esquemas, a pesar de que pareciera evidente que el proceso por generación de esquemas es mucho más versátil y en alguna forma más poderoso. Sin embargo, hay una explicación sencilla, si se piensa que el proceso de aprendizaje por generación de esquemas es bastante más lento, desde el punto de vista computacional. Se esperaría entonces que al aumentar el número de ciclos en la ejecución del programa, de 50 a 100, por ejemplo, se notara la ventaja de este procedimiento, en términos generales.

### *Comentario*

Si se tiene en cuenta que en el aprendizaje por imitación de parámetros las empresas copian los valores de los parámetros *beta* y *markup* más exitosos, ahorrando de este modo tiempo de computación, se entiende por qué el proceso de aprendizaje sea más rápido. Sin embargo, en este aprendizaje los agentes no están incorporando información del ambiente computacional, mientras que en el aprendizaje por esquemas los agentes incorporan información, por ejemplo, capital, precio, tecnología, utilidades, etc. De aquí se sigue que en las simulaciones *teóricas*, por contraposición a las simulaciones puramente *estocásticas*, el aprendizaje por esquemas es superior como instrumento de modelación del comportamiento humano al simple aprendizaje por imitación de parámetros, en el sentido explicado anteriormente.

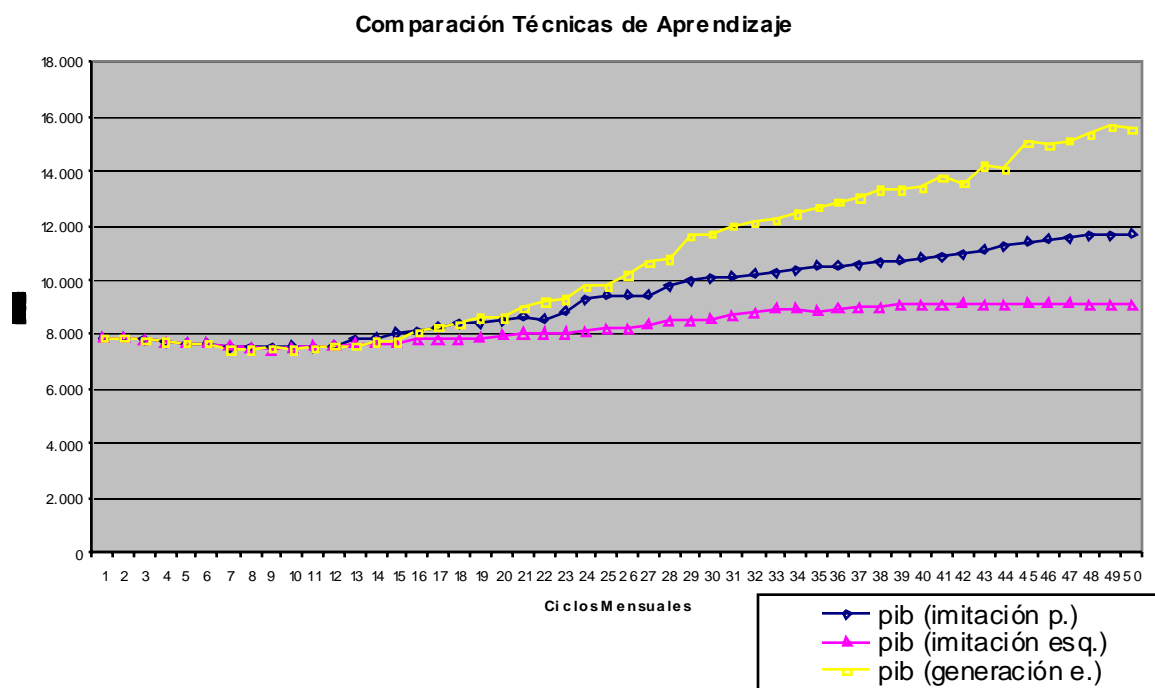
### Experimento (3)

Se comparan el aprendizaje por imitación de parámetros y el aprendizaje por generación de esquemas, partiendo de un esquema exitoso en una ejecución previa de la simulación.

#### Acción

Se corre la simulación asignando al parámetro *función-aprendizaje* el valor *Funcionaprendizajeporgeneraciónde esquemasconesquemabase* en el archivo de configuración.

#### Resultado



#### Interpretación

La serie representada por rectángulos (serie superior) corresponde al PIB utilizando la generación heurística de esquemas, partiendo de un esquema previamente seleccionado. La serie representada por rombos corresponde al PIB utilizando la imitación de parámetros. La serie representada por triángulos corresponde al PIB utilizando la imitación de

esquemas. (1) La serie correspondiente al aprendizaje por generación de esquemas presenta un crecimiento del PIB muy superior a las otras dos series. (2) La serie correspondiente a la imitación de parámetros presenta un PIB superior a la imitación de esquemas, cómo se observó en el segundo experimento. (3) Las tres series demuestran un crecimiento positivo del PIB a largo plazo y la presencia de ciclos económicos en el corto plazo.

### *Comentario*

Los resultados indican que el aprendizaje por medio de generación de esquemas es válido. La selección de un esquema inicial mejora significativamente el desempeño de dicho algoritmo, reduciendo el espacio de búsqueda. La representación de las decisiones de las empresas por medio de *esquemas mentales* parece ser correcta. Dado el enorme espacio de búsqueda, el aprendizaje por generación de esquemas tiene inicialmente un desempeño inferior al aprendizaje por medio de imitación de parámetros. El desempeño del aprendizaje por generación de esquemas se podría incrementar al incluir *meta-información* en la generación aleatoria de esquemas al iniciar. La *meta-información* podría especificar las acciones que se siguen de determinados condicionales, y en qué peso corresponde a cada condicional.

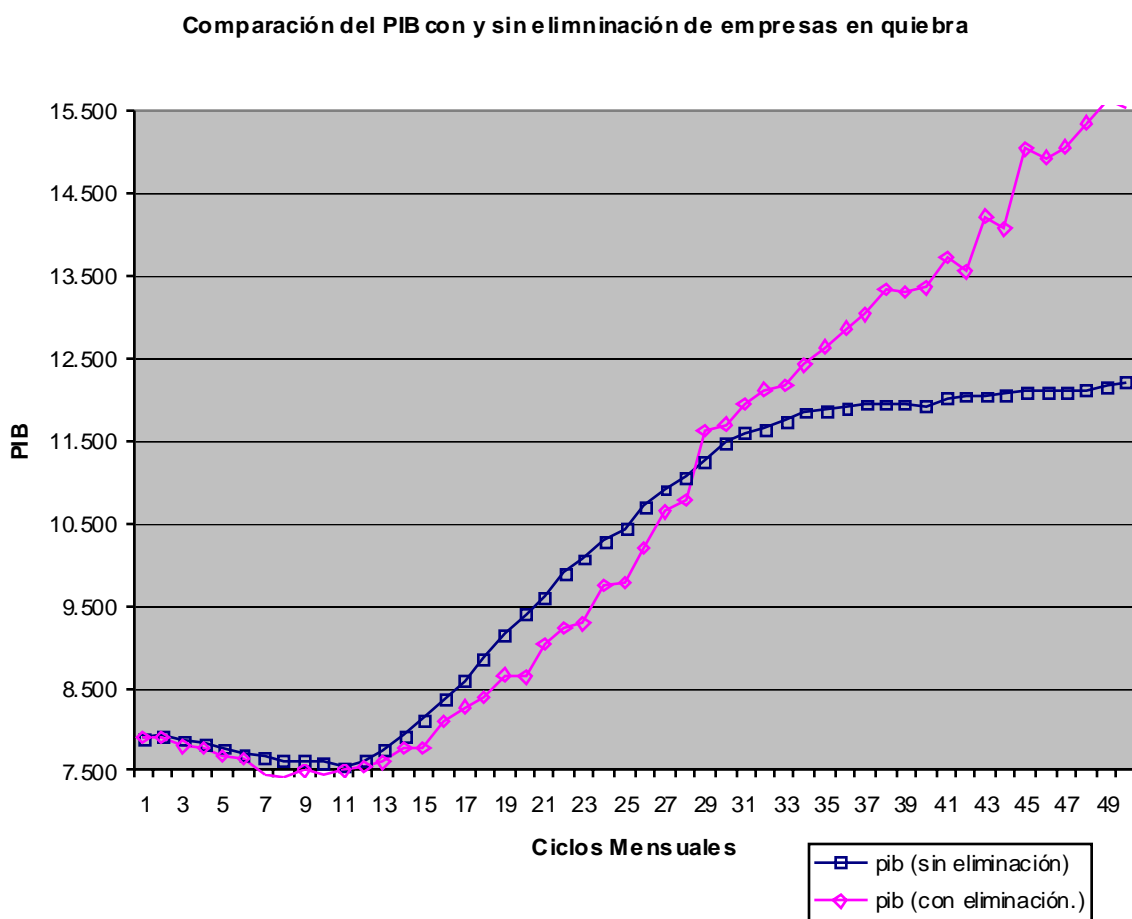
### Experimento (4)

Se compara el PIB con y sin eliminación de las empresas con utilidades negativas.

### Acción

Se asigna el valor *true* y posteriormente *false* al parámetro *liquidar\_empresas* en el archivo de configuración.

### Resultados





### *Interpretación*

La primera serie (cuadrados) representa el crecimiento económico con eliminación de las empresas con utilidad negativa, la segunda serie (rombos) representa el PIB sin eliminación de dichas empresas. Hay que recordar que en la eliminación de empresas, el valor de las utilidades negativas se distribuye uniformemente entre todos los agentes.

- (1) La primera serie, correspondiente a la eliminación de empresas, muestra un crecimiento económico mayor.
- (2) La primera serie, correspondiente a la eliminación de empresas, presenta oscilaciones (no muy pronunciadas), mientras que la segunda serie no muestra esa característica del crecimiento económico.
- (3) En la primera mitad del período de ejecución, el crecimiento con eliminación, es menor que el crecimiento sin eliminación. En la segunda mitad del período sucede todo lo contrario, el crecimiento con eliminación es mayor

### *Comentario*

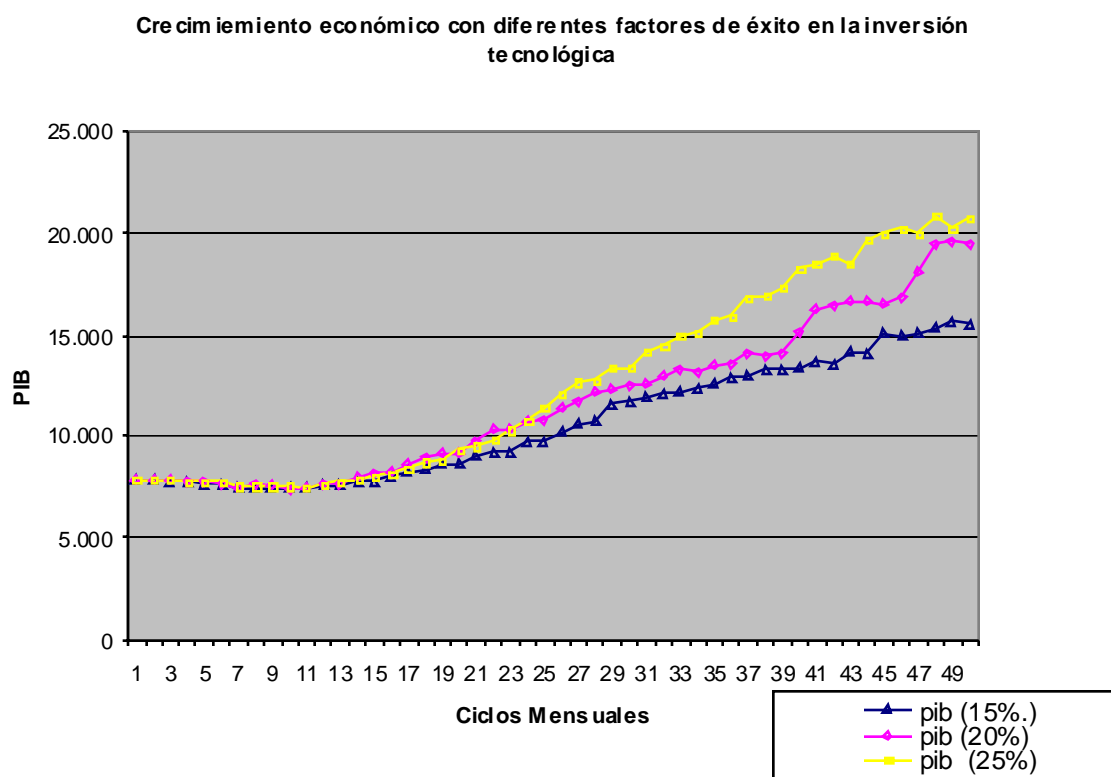
La eliminación de empresas parece jugar un papel fundamental en el crecimiento, lo que aparentemente está de acuerdo con la tesis del profesor Schumpeter en *Teoría del desenvolvimiento económico (1912)*, según el cual, el sistema económico debe eliminar las empresas menos exitosas con el fin de dar cabida a nuevos competidores. Los ciclos económicos son una manifestación natural del sistema capitalista.

### Experimento (5)

Se cambia el *factor de éxito* de la inversión en tecnología y se compara el crecimiento económico resultante. No siempre, la inversión en tecnología se convierte en un aumento del nivel tecnológico. Véase la ecuación que determina la evolución del nivel tecnológico, *Tec*, en el tiempo.

*Acción:* Se da al parámetro *porcentaje\_exito\_inversion\_tecnologia*, en el archivo de configuración los valores 0.1, 0.2 y 0.3, con cualquier tipo de aprendizaje,

*Resultados:*



### Interpretación

La serie representada por cuadrados corresponde al PIB con un *factor de éxito* en la inversión tecnológica del 25%; la serie representada por círculos, del 20%; La serie representada por triángulos, del 15%.

(1) El crecimiento económico está en función directa del *factor de éxito*, a mayor factor, mayor crecimiento, como era de esperar.

(2) La diferencia en el crecimiento comienza a notarse después de un período inicial, probablemente a causa del rendimiento decreciente del capital en los primeros ciclos.

### *Comentarios*

En la descripción del modelo se presentaron dos ecuaciones con referencia a la tecnología.

Con la primera,  $ITec_t = \frac{U_t}{2} \cdot (1 - beta_t)$  se determina el monto de la inversión en tecnología;

con la segunda,  $Tec_t = Tec_{t-1} + F(ITec_{t-1}) \cdot ITec_{t-1} \cdot \delta$  se determina el número de unidades tecnológicas que se obtienen del monto invertido en tecnología, que a su vez representa el nivel tecnológico de la empresa. No siempre la inversión en tecnología, determinada por la primera ecuación se convierte en unidades tecnológica. Es decir, la conversión en unidades tecnológicas está afectada por un coeficiente de probabilidad que denominamos *factor de éxito*, incorporado en la función F de la segunda ecuación.

Es interesante notar que un aumento relativamente pequeño del factor de éxito en la inversión en tecnología produce un aumento bastante grande en el crecimiento económico, representado por el PIB.

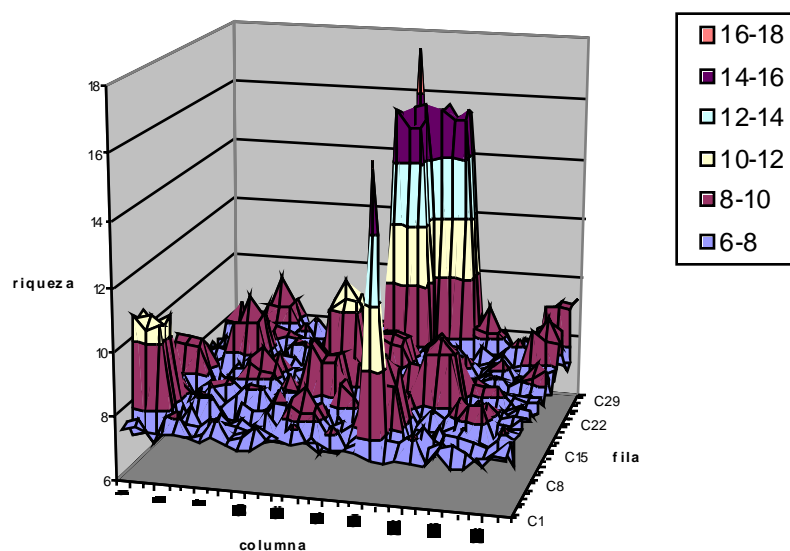
### Experimento (6)

Se investiga la distribución de la riqueza de los empleados en función de su localización geográfica.

*Acción* Se corre la simulación utilizando los parámetros por defecto. Se especifica el parámetro correspondiente a la función de aprendizaje por generación de esquemas. La simulación genera dos archivos planos que se analizan utilizando una hoja de cálculo, por ejemplo, EXCEL

### Resultados

Distribución de la riqueza de los agentes que no son empresas



### Interpretación

La gráfica representa la riqueza de los agentes diferentes a las empresas, en función de su posición en el espacio toroidal. Los ejes X,Y representan las columnas y las filas respectivamente. El eje Z corresponde a la riqueza acumulada de los agentes al finalizar la ejecución de la simulación (50 ciclos mensuales).

(1) Se observan claramente 4 regiones de concentración

(2) Hay una región de concentración que se destaca de las demás (cerca a la fila 28 y a la columna 16)

### *Comentarios*

Hay dos tipos de agentes, los empleados y las empresas. Las empresas invierten la mitad de sus utilidades en capital y tecnología y la otra mitad la reparten equitativamente entre sus empleados en forma de bonificación, de tal manera que las empresas no acumulan riqueza. Los empleados gastan parte de sus ingresos y ahorran el resto. El ahorro constituye la riqueza de los empleados. No hay diferencia en sueldos entre los empleados de las diferentes empresas; sin embargo, los ingresos son diferentes si se tiene en cuenta que la bonificación mensual depende de la utilidad de las empresas. Dentro de este contexto, la concentración de la riqueza de los empleados, implica la concentración de las empresas más *poderosas*, es decir, las que tienen mayores utilidades.

La concentración de la riqueza es un fenómeno *emergente* de las condiciones de la simulación. Las empresas más exitosas pagan mejor a sus empleados; los empleados gastan más porque sus ingresos son mayores, y en su entorno, dentro del cual está dicha empresa. De esta manera se genera un proceso de retroalimentación que trae como consecuencia la concentración de riqueza alrededor de las empresas más exitosas. El papel del *espacio* en la economía ha sido objeto de innumerables trabajos entre los que vale la pena mencionar los estudios del profesor P. Krugman.

*Experimento (7)*

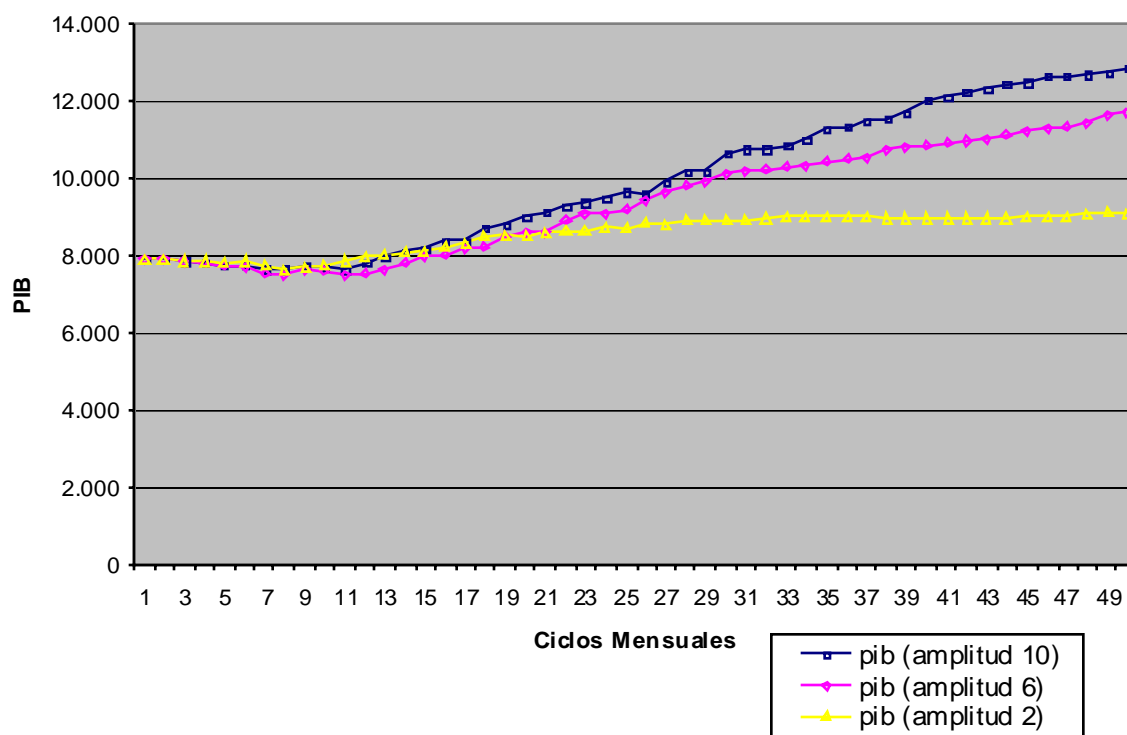
Se investiga el crecimiento económico en función de la *amplitud* del entorno de las empresas, aplicando el aprendizaje por imitación de parámetros

En el aprendizaje por imitación, las empresas copian los parámetros de las empresas más exitosas de la región de su vecindad. Al aumentar las dimensiones de la región, la empresa elegida es posiblemente más exitosa que en el caso anterior. Se espera entonces que al aumentar la amplitud del entorno, el crecimiento económico sea mayor.

*Acción:* Se corre la simulación asignándole al parámetro “vecindad\_aprendizaje” los valores de 2, 6,10.

## Resultado

Crecimiento económico en función del entorno, en el aprendizaje por imitación.



## Interpretación

La serie superior, representada por cuadrados, corresponde al PIB para un entorno de 10. La serie representada por rombos corresponde al PIB para un entorno de 6. La serie inferior, representada por triángulos, corresponde al PIB para un entorno de 2.

- (1) Al aumentar la amplitud del entorno aumenta el crecimiento económico, determinado por el PIB.
- (2) Cuando el entorno pasa de 2 a 6, el PIB pasa de 9 000 unidades a 12 000 unidades, lo que significa un aumento del 30% en el PIB.
- (3) Cuando el entorno pasa de 6 a 10, el PIB pasa de 11 900 unidades a 13 000 unidades, lo que significa un aumento del 10%

*Comentarios*

La gráfica muestra una clara correlación entre el crecimiento económico y la amplitud del entorno que utilizan los agentes para imitar a las empresas más exitosas. A mayor amplitud, mayor crecimiento económico. Desde un punto de vista computacional, la ampliación del entorno mejora el proceso de aprendizaje, al ampliar el espacio de búsqueda de las empresas más exitosas. A nuestro juicio este hecho tiene una consecuencia importante desde el punto de vista económico: las empresas están en continua búsqueda de nuevos procesos y formas de producción, que les permitan incrementar sus ganancias, en contraposición a un proceso de optimización de recursos como sería en la teoría económica ortodoxa. El entorno en el que se desempeñan las empresas, en especial el entorno que tienen en cuenta para su accionar, ejerce una influencia determinante en el crecimiento económico. Si dicho entorno se amplía, bien sea por facilidades en la comunicación, foros de discusión, etc., el resultado sobre el crecimiento económico es inmediato, al facilitar el intercambio de ideas y conceptos exitosos entre las diferentes empresas.



### Experimento (8)

Se investiga la distribución de la riqueza en función de la amplitud del entorno, utilizando aprendizaje por imitación de parámetros.

El experimento (6) muestra que el aprendizaje por generación de esquemas lleva a la concentración de riqueza en ciertas regiones del espacio toroidal. En este experimento se trata de averiguar cómo afecta la amplitud del entorno la distribución de la riqueza cuando los agentes aprenden por imitación de parámetros.

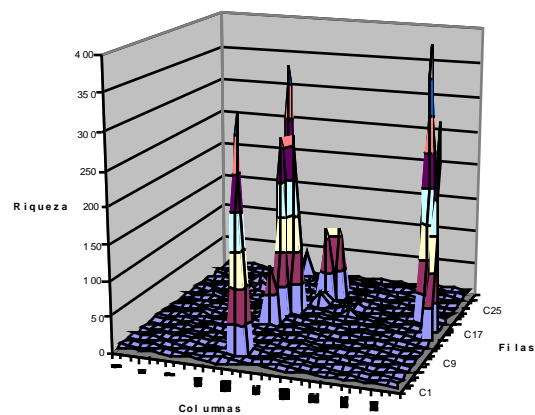
### Acción

Se asigna al parámetro *vecindad\_aprendizaje* los valores de 2 y 10. La simulación genera dos archivos plano que se pueden analizar utilizando una hoja de cálculo.

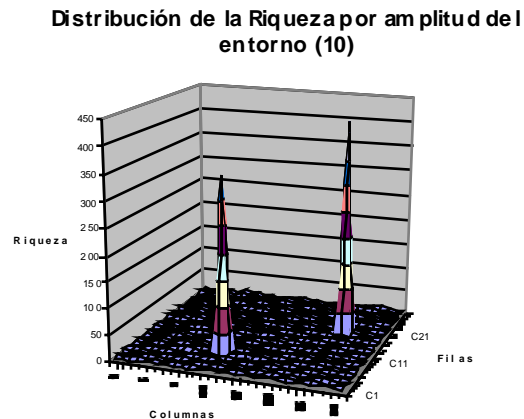
### Resultado

#### (1) Entorno de amplitud 2

**Distribución de la Riqueza con entorno 2**



## (2) Entorno de amplitud 10

*Interpretación*

- (1) Con un entorno de amplitud 2 aparecen por lo menos seis regiones de concentración de riqueza de diferentes alturas.
- (2) Con un entorno de amplitud 10 aparecen solamente 2 regiones de concentración

*Comentarios*

La concentración de la riqueza se puede entender *espacial* y *socialmente*. Desde el punto de vista espacial, la concentración de la riqueza equivale a la creación de centros regionales de desarrollo especialmente exitosos. Desde el punto de vista social, la concentración de la riqueza significa que pocos individuos tienen un porcentaje muy grande de la riqueza total de la sociedad. Dentro del contexto de la simulación, la concentración de riqueza hace referencia exclusivamente a la concentración en regiones del espacio toroidal. Hecha esta aclaración, se ve claramente que la ampliación de la amplitud del entorno lleva a una disminución de los centros de desarrollo y consecuentemente a una concentración individual de la riqueza, empleados o empresas. De aquí se sigue, si nuestra explicación es correcta, que la ampliación del entorno lleva a mayor desigualdad en la distribución de la riqueza.

La ampliación del entorno se puede interpretar como un aumento en las facilidades de comunicación entre productores y compradores, facilidades como transporte, información de precios, etc.

## 7. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos en el desarrollo de la simulación que acompaña la presente investigación. Se presentan algunos resultados a nivel metodológico y se recalcan los resultados económicos más relevantes.

1. En las simulaciones sociales, los procesos de aprendizaje son fundamentales, pues se trata precisamente de imitar el comportamiento de agentes racionales que aprenden a tomar decisiones. De aquí se sigue que el *éxito* de una simulación en particular depende directamente de la *perfección* del modelo de aprendizaje utilizado. Cuánto mejor se acerque el modelo a la forma como los agentes aprenden, tanto más *realista* es la simulación. En el estado actual de desarrollo de las teorías del aprendizaje, es ingenuo pensar que se dispone de modelos de aprendizaje relativamente perfectos, en el sentido explicado anteriormente. Partimos entonces del supuesto de que nuestra simulación, como cualquier otra simulación, sólo es *realista* en un grado aún bastante imperfecto.
2. Uno de los grandes problemas de la utilización de las simulaciones en las ciencias sociales radica en la dificultad, general a la programación en su estado actual de desarrollo, de garantizar que el código ejecutable satisfaga los requerimientos del que concibe el programa. Un programa puede funcionar satisfactoriamente, y, sin embargo, tener errores lógicos, difíciles de detectar. En el caso de la simulación de situaciones tan complejas como las que se dan en economía, la interpretación de los resultados de la simulación suponen la coherencia interna, lógica, de la programación, que, de acuerdo con lo anterior, no se puede garantizar con absoluta certeza (Edmonds et. al 1996). Los modelos analíticos, en cambio, no corren el riesgo, que se corre con las simulaciones, de sacar conclusiones que de alguna forma no estén sustentadas por un sistema rigurosamente lógico.
3. La teoría económica neoclásica cuenta con un cuerpo de técnicas y procedimientos comúnmente aceptados que facilitan la divulgación y verificación de los trabajos científicos. La econometría, la técnica estadística que utilizan los economistas para

verificar empíricamente sus modelos, se encuentra bastante desarrollada. Las simulaciones computacionales aún no cuentan con técnicas o procedimientos aceptados por la comunidad científica, lo que se hace evidente al estudiar los diferentes tipos de simulaciones. Aún no se ha desarrollado un mecanismo idóneo para divulgar y verificar las simulaciones computacionales, lo que limita seriamente su aplicabilidad a situaciones reales. Un error insignificante en la programación de la simulación puede alterar los resultados de la misma, invalidándolos completamente. Es necesario desarrollar una metodología para la creación de simulaciones computacionales en las ciencias económicas. En particular, es indispensable el desarrollo de los métodos necesarios para la verificación de las simulaciones de tal manera que cumplan con sus especificaciones teóricas. A nuestro juicio, el desarrollo de lenguajes de programación declarativos (Moss 1997) es necesario y conveniente para facilitar la validación de las simulaciones. La verificación empírica de las simulaciones computacionales no cuenta aún con herramientas y técnicas comparables a la econometría.

4. Si se mide la superioridad de un modelo de aprendizaje por el PIB generado en un número determinado de ciclos, el aprendizaje por *imitación* es superior al modelo de aprendizaje por generación de *esquemas*. Si se mide la superioridad por el grado de realismo, entonces el aprendizaje por generación de esquemas es superior. El aprendizaje por imitación se puede asimilar a un aprendizaje por *ensayo y error*, si se tiene en cuenta que los agentes copian los parámetros del agente más exitoso. Dentro de este contexto, consideramos más cercano al comportamiento humano el aprendizaje por esquemas, como se explicó en su lugar.
5. En el aprendizaje por esquemas los agentes modifican solamente las *acciones*, tal como se explicó anteriormente. Pensamos que el aprendizaje sería mucho más *real* si se lograra desarrollar un algoritmo que modificara las *ramas* y *las hojas* de los esquemas.
6. De acuerdo con el experimento (4), la eliminación de las empresas con utilidades negativas genera un crecimiento económico mayor, acorde con una hipótesis formulada hace 100 años por el famoso economista J. Schumpeter (1912).

7. De acuerdo con el mismo experimento (4), el crecimiento económico (con eliminación de empresas) es cíclico, hecho que no ha podido ser explicado analíticamente, hasta donde llega nuestro conocimiento.
8. De acuerdo con el experimento (7), al ampliar el entorno de aprendizaje, el crecimiento económico es mayor. La ampliación del entorno de aprendizaje se puede interpretar, en el contexto de la simulación, como ampliación de la *información* disponible para las empresas.
9. De acuerdo con el experimento (5) el crecimiento económico depende de una manera significativa de la inversión efectiva en tecnología, representada por lo que denominamos *factor- éxito*. Al incrementar el factor se aumenta el crecimiento económico, medido por el PIB.
10. De acuerdo con el experimento (8) la ampliación del *entorno de influencia* de las empresas genera una concentración *espacial* de los centros de desarrollo. Es decir, una reducción del número de empresas exitosas, lo que a su vez se puede interpretar, dentro del contexto de la simulación, como una concentración de la riqueza.

## 8. Conclusiones

La presente investigación trata de responder a dos preguntas, la una, económica, y la otra computacional, tal como se estableció al plantear los problemas que dirigen el trabajo de investigación. Las conclusiones generales, a diferencia de los resultados, que son más particulares, deben responder a las preguntas planteadas.

### 8.1. *El Problema económico*

*¿Es posible crear una simulación, en un contexto complejo, de crecimiento económico, con agentes de racionalidad limitada, que permita la realización de experimentos virtuales y donde los agentes puedan aprender de su entorno?*

La respuesta a la pregunta es afirmativa, si se tiene en cuenta que la simulación cumple con las características enunciadas de complejidad, racionalidad limitada y aprendizaje cognitivo y que los resultados de la misma se analizan tomando como criterio el crecimiento económico, representado por el PIB. La complejidad se justifica por el número de variables que intervienen en la simulación, más de 30, por la modificación de los esquemas de aprendizaje, por la cantidad de agentes que intervienen (900) y por la introducción de competencia estratégica entre las empresas. Los agentes toman decisiones con base en la información limitada de su entorno y su poder de cómputo es limitado. El aprendizaje de los agentes no es meramente instrumental, sino que trata de imitar el aprendizaje inductivo, por medio de esquemas

### 8.2. *El Problema computacional*

*¿Es posible representar computacionalmente el aprendizaje cognitivo en una simulación del crecimiento económico con agentes de racionalidad limitada?*

Se entiende por aprendizaje *cognitivo*, en un contexto computacional, aquel que intenta modelar el proceso de aprendizaje en los seres humanos, tal como es propuesto por los teóricos del aprendizaje. Una de esas teorías, emparentada con la teoría de la Gestalt, supone que el aprendizaje se lleva a cabo a través de la adecuación gradual de hipótesis o esquemas provisionales y espontáneos. Se entiende por hipótesis o esquema una sentencia condicional. El razonamiento, entonces, es fundamentalmente una cadena de de aserciones condicionales que en ocasiones no se cumplen, o se cumplen solo parcialmente. La adecuación continua de estas hipótesis iniciales genera hipótesis cada vez más fuertes, en la medida que su cumplimiento es más seguro. Se trata por lo tanto, de modelar este tipo de aprendizaje, sin entrar en discusiones teóricas sobre la validez de la teoría, discusión que compete a los científicos del aprendizaje, no al experto computacional. El aprendizaje en la simulación es un aprendizaje por esquemas y en consecuencia es un aprendizaje cognitivo en el sentido propuesto. La respuesta a la pregunta de si se puede representar computacionalmente el aprendizaje cognitivo en una simulación, depende del éxito de la investigación, es decir, si se logró construir la simulación propuesta y si efectivamente su ejecución pone de manifiesto el crecimiento económico, medido por el PIB. Teniendo en cuenta lo anterior, la respuesta es afirmativa: es posible modelar el aprendizaje humano, propuesto por algunos teóricos del aprendizaje.



## 9. Aportes

Se considera como un aporte de la presente investigación a la economía computacional:

(1) La *estructura* del esquema mental como un árbol de decisión que consta de ramas y hojas. Las ramas están constituidas por sentencias condicionales y las hojas por acciones, tal como se explicó en su lugar. La importancia de esta estructura radica en el hecho de que por su intermedio se puede representar computacionalmente el aprendizaje por reglas o hipótesis provisionales.

(2) El *algoritmo* de generación de esquemas. Se parte de un esquema con acciones determinadas, se lleva un registro de la historia del esquema, y se reemplaza las que no son exitosas.

Los agentes cuentan con un esquema inicial que van modificando de acuerdo con el desempeño del esquema en la generación de utilidad.

(3) La modelación del elemento *tecnológico* en el contexto de la simulación. No toda la inversión en tecnología es *efectiva*, la efectividad se mide por lo que denominamos *factor-éxito*.

(4) La modelación del *comportamiento* de la empresa a través de la modificación de sólo dos parámetros, *beta* y *markup*.

(5) La posibilidad de *introducir* un modelo de aprendizaje, sin modificar la estructura de la simulación. No sólo se puede ejecutar la simulación con uno de los modelos mencionados, sino con cualquier otro modelo, como el modelo de algoritmos genéticos o redes neuronales.

(6) La *utilización de aserciones* en el código fuente de la simulación para garantizar su correcto funcionamiento. Las aserciones son instrucciones que alertan al programador en caso de una inconsistencia lógica en los objetos de la aplicación. Son ampliamente utilizadas en el desarrollo de software comercial. Hasta donde llegan nuestros conocimientos, es la primera vez que se utilizan aserciones en el desarrollo de simulaciones computacionales para la economía. Por ejemplo, existe una aserción que verifica que el precio de venta que cobran las empresas no sea negativo. El hecho de que el precio sea negativo indica un problema a nivel lógico en la simulación.

(7) El desarrollo de la simulación en Java por medio de objetos. Al desarrollar objetos computacionales que representan objetos del mundo real, la simulación se hace más fácil de modificar y de entender; no es preciso seguir la lógica condicional de IF-ELSE anidados para determinar cómo funciona la simulación. Cada uno de estos objetos encapsula sus datos. Si se desea cambiar el comportamiento de los empleados, empresas o gobierno, únicamente se debe modificar el objeto correspondiente en la programación.

## Apéndice A

Tabla de parámetros de la simulación

Nombre	Descripción	Valor por Defecto
filas	El número de filas que tiene la grilla.	30
columnas	El número de columnas que tiene la grilla.	30
empresas	El número de empresas. Se crea un empleado "empresario" por cada empresa.	100
empleados	El número de empleados.	800
desempleado	El número de desempleados.	0
aprender	Determina si las empresas debe utilizar un algoritmo de aprendizaje.	true
generar_archivo_plano	Determina si se debe generar un archivo en formato .CSV para el posterior análisis de los datos en un hoja de cálculo.	true
distribuir_uniformemente_empresas	Determina si la ubicación de las empresas en la grilla se debe hacer uniformemente.	true
gobierno	La clase Java que define el gobierno.	*
funcion_de_produccion	La función de producción que utilizan las empresas.	*
funcion_aprendizaje	El nombre de la función que implementa el aprendizaje de los agentes en la simulación.	*
vecindad_aprendizaje	El número de casillas alrededor que la empresa tiene en cuenta en su función de aprendizaje	6
vecindad_cotizaciones	El número de casillas alrededor que los empleados tienen en cuenta para seleccionar las empresas.	2
riqueza_inicial	La riqueza inicial que poseen los empleados.	10
riqueza_inicial_empresas	La riqueza inicial que poseen las empresas.	40
capital_inicial	El capital inicial que poseen las empresas.	100
nivel_tecnologico	El nivel tecnológico inicial de las empresas.	1
sueldo_inicial	El sueldo que le pagan las empresas a sus empleados.	8
costo_sobre_capital	El costo de tener capital.	0.2
beta_inicial	El parámetro beta inicial.	0.5

markup_inicial	El parámetro markup inicial	0.15
probabilidad_nuevo_vendedor_al_azar	La probabilidad de seleccionar un nuevo vendedor al azar.	0.2
porcentaje_exito_inversion_tecnologia	La probabilidad de lograr un incremento tecnológico.	0.2
tasa_depreciacion_capital	La tasa a la que se deprecia el capital.	0.015
factor_riqueza_demanda	El factor ( $w$ ) al que se eleva la riqueza de los agentes para determinar su demanda.	0.9
consumo_minimo	El número de unidades mínimas que deben consumir los agentes.	0
factor_conversion_tecnologia	El factor ( $\delta$ ) que determina la conversión de la inversión en tecnología en unidades tecnológicas.	0.15
registro_memoria_agentes	El número de registros pasados que mantienen las empresas.	10
liquidar_empresas	Determina si se deben liquidar las empresas con pérdidas recurrentes.	True
perdidas_maximas	El valor máximo de las pérdidas en que puede incurrir una empresa antes de ser eliminada.	60
acciones_arbol_decision	El número de acciones diferentes definidas para los árboles de decisión.	5
condicionales_arbol_decision	El número de condicionales diferentes definidas para un árbol de decisión.	11

(\*) Corresponde al nombre de una clase Java, no se especifica por su longitud.

## Apéndice B

Entorno gráfico de ejecución de la simulación.

Cómo se mencionó anteriormente, la simulación fue desarrollada en Java utilizando la herramienta “Repast” disponible en la dirección URL <http://repast.sourceforge.net>. Esta herramienta provee al programador con la infraestructura informática necesaria para desarrollar simulaciones en un ambiente gráfico e intuitivo. La utilización de esta herramienta reduce el tiempo de desarrollo de la simulación y le da una apariencia profesional a la misma.

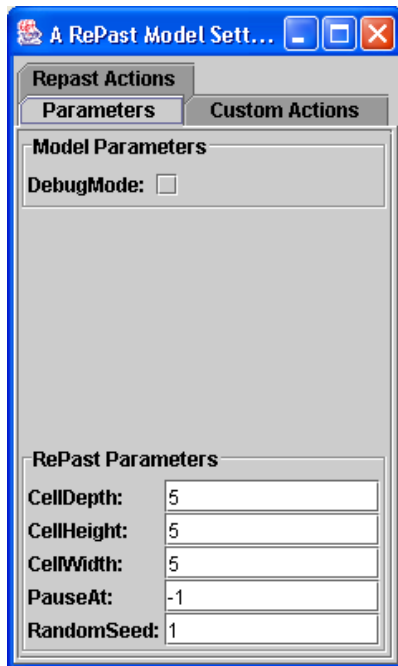
A continuación se presentan algunas imágenes tomadas de la ejecución de la simulación, resaltando la facilidad de ejecución de la simulación y la capacidad de consultar información en tiempo de ejecución.

1) Ventana de controles de ejecución:

Esta ventana permite ejecutar la simulación. Cuenta con una serie de controles adicionales que permiten interrumpir o terminar la ejecución. Adicionalmente cuenta con un indicador que señala el número de ciclos que se ha ejecutado la simulación.



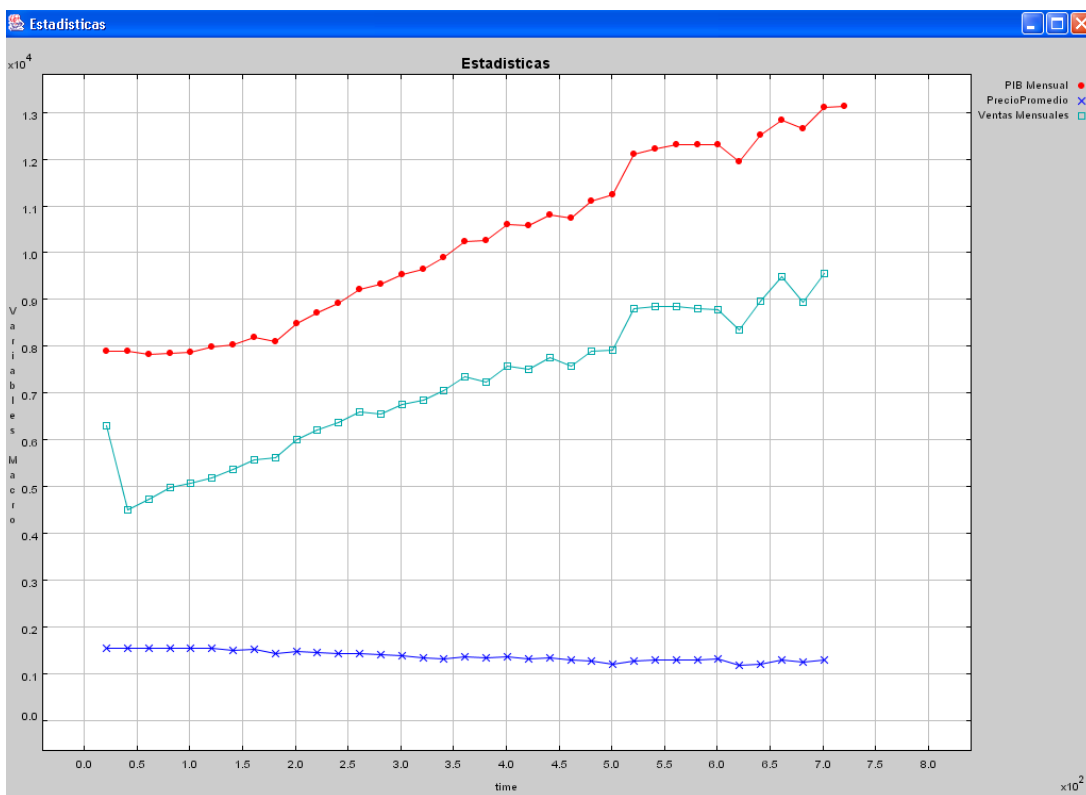
2) Ventana de parametrización de la simulación:



Esta ventana permite especificar algunos de los parámetros de ejecución de la simulación. Adicionalmente permite parar la simulación después de un número predeterminado de ciclos.

### 3) Ventana de información gráfica de la simulación

A medida que la simulación se desarrolla se presenta la información de las variables más relevantes en una gráfica. En este caso tenemos las series correspondientes al PIB, roja, las ventas mensuales, verde, y al precio promedio. Para generar esta gráfica se desarrolló una rutina que recopila periódicamente la información de todos los agentes de la simulación.

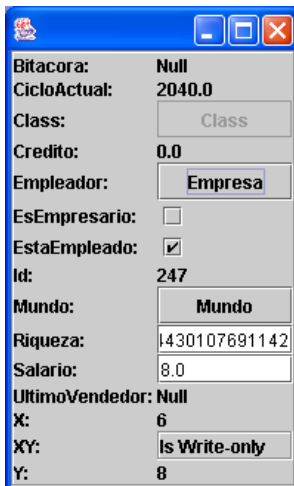


#### 4) Venta de información espacial de la simulación

Esta ventana permite presentar la información de los agentes de acuerdo a su ubicación espacial en la simulación. Para la simulación se numero cada uno de los agentes y se le asigno un color de acuerdo a su riqueza relativa. Los colores más brillantes indican mayor riqueza. Al hacer clic sobre cualquiera de los rectángulos que corresponden a un agente se puede consultar la información de dicho agente en tiempo de ejecución.







A screenshot of a software window with a blue title bar and standard Windows window controls (minimize, maximize, close). The window displays a list of variables and their values for an employee. The variables are listed on the left, and their values are on the right. Some values are displayed in text boxes, while others are constants or null values.

Bitacora:	Null
CicloActual:	2040.0
Class:	Class
Credito:	0.0
Empleador:	Empresa
EsEmpresario:	<input type="checkbox"/>
EstaEmpleado:	<input checked="" type="checkbox"/>
Id:	247
Mundo:	Mundo
Riqueza:	1430107691142
Salario:	8.0
UltimoVendedor:	Null
X:	6
XY:	Is Write-only
Y:	8

Ventana que corresponde a la información de un empleado en la simulación. Muestra el valor de distintas variables en tiempo de ejecución.

## Apéndice C

Los *esquemas mentales* se representan por medio de árboles binarios que tienen 5 acciones posibles y 11 condicionales. Las acciones se presentan a continuación.

Acción	Operación
b+	$\text{Beta} = \text{Beta} + 0.15$
b-	$\text{Beta} = \text{Beta} - 0.15$
m+	$\text{Markup} = \text{Markup} + 0.05$
m-	$\text{Markup} = \text{Markup} - 0.05$
NO ACCION	

Acciones disponibles en los árboles de decisión de la simulación

Los condicionales se presentan a continuación:

Condicionales	Explicación
$U(t) > 0$	IF Utilidades(t) > 0
$K(t) < K$	IF Capital(t) < CapitalPromedio
$Y(t) \gg V(t)$ <sup>6</sup>	IF Producción(t) > Ventas(t)*2
$Vp(t) > 0$	IF VentasPerdidas(t) > 0 <sup>7</sup>
$Vp(t) \gg Y(t)$	IF VentasPerdidas(t) > Producción(t)*2
$U(t-1) > U(t)$	IF Utilidad(t-1) > Utilidad(t)
$K(t-1) > K(t)$	IF Capital(t-1) > Capital(t)
$P(t) < P$	IF Precio(t) < PrecioPromedio
$C(t) += Y(t)$	IF Cotizaciones/Producción(t) E [0.9,1.1]
$Tec(t) < Tec$	IF NivelTecnologico(t) < NivelTecnologicoPromedio
$Y(t-1) > Y(t)$	IF Producción(t) < Producción(t-1)

Condicionales posibles en los árboles de decisión.

<sup>6</sup> En el presente contexto  $\gg$  significa mucho mayor. Para simplificar las operaciones se supone que una variable es mucho mayor a otra cuando es superior en por lo menos el 200%

<sup>7</sup> Una empresa puede tener una demanda mayor de sus mercancías a la que puede atender. Cuando esto sucede es deseable que la capacidad productiva aumente o que el precio se incremente.

## Bibliografía

Axelrod, R.: 2001, the Evolution of Strategies in the Iterated Prisoners Dilemma.

URL = < <http://www-personal.umich.edu/~axe/research/Evolving.pdf> >

Arthur, B.: 1994, Inductive Reasoning and Bounded Rationality.

URL = <[http://www.santafe.edu/arthur/Papers/El\\_Farol.html](http://www.santafe.edu/arthur/Papers/El_Farol.html)>

Arthur, B.: 1999, Complexity and the Economy. *Science*, 2 Abril 1999, pp. 107-109.

Arthur, B.: 2000, Cognition: The Black Box of Economics.

Brenner, T.: 1999, Cognitive Learning in Prisoner's Dilemma Situations. In: T. Brenner (ed.), *Computational Techniques for Modelling Learning in Economics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 305-332

Bruun, C.: 1999, Growth in a Swarm Economy: Fighting Time, Space, and Complexity

URL=<[http://www.aub.auc.dk/phd/department02/text/1999/13961999\\_1.pdf](http://www.aub.auc.dk/phd/department02/text/1999/13961999_1.pdf)>

Edmunds, B. – Moss, S. – Wallis, S.:1996, Logic, Reasoning and A Programming Language for Simulating Economic and Business Processes with Artificially Intelligent Agents.

URL = < <ftp://cfpm.org/pub/papers/logreas.pdf> >

Edmunds, B.: 1999, Modelling Agents Using the Evolution of Mental Models. In: T. Brenner (ed.), *Computational Techniques for Modelling Learning in Economics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 333-361

Kahneman D. y Tversky A.: 1986, Rational choice and the framing of decisions. *Journal of Business*, 59, pp. 251-278.

Kahneman Daniel, Maps of bounded Rationality: A perspective on intuitive judgment and choice, Prize Lecture, Diciembre 2002

Krugman P.: 1991, Geography and Trade. Leuven *University Press and The MIT Press*.

Krugman P.: 1997, La organización espontánea de la economía, *Antoni Bosch*.

Kwaśnicki, W.: 1999, Evolutionary economics and simulation. In: T. Brenner (ed.), *Computational Techniques for Modelling Learning in Economics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 10-30

McCain R.: 2000, Agent-Based Computer Simulation of Dichotomous Economic Growth, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Moss, S.: 1999, Cognitive Modelling of Socioeconomic phenomena. In: T. Brenner (ed.), *Computational Techniques for Modelling Learning in Economics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 366-386

Romer, P.: 1993, Idea gaps and object gaps in economic development. *Journal of Monetary Economics*. Diciembre. pp. 543-573.

Schumpeter J.: 1912, Teoría del desenvolvimiento económico. Fondo de Cultura Económica.

Simon, H.;1978. On how to decide what to do. *The Bell Journal of Economics*, 9, 494-507

Simon, H.: 1997, Models of Bounded Rationality, Vol. 2.