

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE ECONOMIA
PROGRAMA DE MAESTRIA EN ECONOMIA DEL MEDIO AMBIENTE Y
RECURSOS NATURALES

Metodología de Información para el Manejo de la Pesca Industrial de Camarón Blanco
(*Penaeus Occidentalis*) de Aguas Someras en el Area de Buenaventura- Pacífico
Colombiano

Artículo Publicable

Magíster En Economía del Medio Ambiente y Recursos Naturales

Presentado por:

Lisette Scioville

Asesor:

MSc. Jorge Ignacio Vallejo

Bogotá, 2005

Indice	Páginas
1. Introducción	1
2. Objetivo general	2
3. Marco teórico	2
3.1 Metodología	5
3.1.1 Desarrollo matemático	7
3.1.1.1 Ecuación logística	7
3.1.1.2 Ecuación de Gompertz	7
4. Datos	8
5. Modelación y resultados de la aproximación mediante métodos numéricos	8
5.1 Ecuación de Captura (Para el modelo de crecimiento logístico)	9
5.2 Ecuación de Captura (Para el modelo de crecimiento Gompertz)	9
5.3 Ecuación de Captura (Para el modelo de crecimiento Gompertz)	10
5.4 Ecuación de Captura (Para el modelo de crecimiento Gompertz-SEE)	11
6. Dinámica poblacional y caos	12
6.1 Ecuación de Schaefer	13
6.2 Ecuación de Gompertz	16
6.3 Ecuación de Gompertz SEE	19
7. Conclusiones.	22
8. Recomendaciones de Política	23
9. Bibliografía	25
Anexo 1-11	27-40

ABSTRACT

Este artículo se centró en establecer si de acuerdo con un nivel mínimo de información existente es posible aplicar un modelo bioeconómico que permita crear las bases de manejo del camarón blanco con el fin de generar una metodología de información.

Con el fin de abordar el objetivo general: establecer si los datos se ajustan a las ecuaciones de crecimiento poblacional y evaluar la convergencia de los parámetros se determinó utilizar el procedimiento de regresión no lineal y el método de Newton y Gauss-Newton.

De igual manera se realiza una aproximación a la teoría del caos.

Los resultados indican que con la información disponible no se puede avanzar en la construcción de una metodología de información para aplicar modelos bioeconómicos que permitan mejorar el manejo del camarón blanco de aguas someras. Recomendaciones frente a la importancia de la información son las principales alternativas a seguir para el logro de un manejo óptimo del recurso.

1. Introducción.

La creación de sistemas de manejo de un recurso natural renovable ha sido sin duda alguna, un elemento básico para el desarrollo de la actividad pesquera de acuerdo con un nivel mínimo de información. Los diferentes esquemas de manejo de las pesquerías son teóricamente capaces de generar un alto nivel de eficiencia pero exigen un alto grado de información.

En este sentido los requerimientos de información se convierten en la herramienta primaria de dicho proceso y al mismo tiempo en el punto de quiebre frente a la construcción y aplicación de modelos bioeconómicos.

El desarrollo de la teoría económica de un recurso de propiedad común se inicia a partir de los trabajos de Gordon (1954) y Scott (1955) en los cuales se determina que el problema en torno a los derechos de propiedad afecta la explotación del recurso. Posteriormente, los estudios referentes al manejo de los recursos pesqueros se basaron en el modelo de Gordon-Scott y el trabajo de Hardin (1968) denominado “The Tragedy of the Commons”, en el cual se destaca el problema de la sobreexplotación como una característica inherente de los recursos de propiedad común.

El fenómeno descrito anteriormente trajo consigo el desarrollo de sistemas de manejo con el fin de atacar la externalidad asociada al stock del recurso. Al respecto cabe destacar el trabajo realizado por Clark (1990) en el cual propone una teoría de regulación de los recursos pesqueros basada en la maximización de los beneficios netos en el corto plazo por parte de quienes explotan el recurso, ignorando los efectos de largo plazo que el nivel de capturas puede generar sobre el stock futuro del recurso. A partir de un modelo de comportamiento muestra como predecir el efecto total de sistemas de regulación tales como impuestos y asignación de cuotas individuales, cuotas individuales transferibles (CIT), unión del sistema de cuotas individuales transferibles con el sistema de impuesto sobre las capturas desembarcadas y cuotas sobre la captura total.

Paralelo al trabajo de Clark se encuentra el estudio realizado por Arnason (1990), en el cual la gestión pesquera basada en un mínimo de información es la propuesta central de su trabajo. Señala los problemas que se presentan entre los esquemas de manejo de la industria pesquera a nivel teórico y práctico por la gran cantidad de información necesaria para establecer un manejo óptimo del recurso. En este sentido destaca la necesidad de modelar el comportamiento de las firmas, bajo el supuesto de racionalidad, con lo cual se toman en cuenta variables y relaciones que afectan su función de beneficios. Frente al manejo pesquero como tal, propone el impuesto a la captura y la cuota individual sobre el nivel de captura como instrumentos de manejo dirigidos al logro de un equilibrio óptimo.

De acuerdo con el desarrollo teórico y los diferentes trabajos de aplicación en torno al manejo de la actividad pesquera, la importancia de la calidad, estructura y tipo de información inciden en el logro de un manejo óptimo del recurso renovable Charles (1992).

2. Objetivo general.

Establecer si de acuerdo con el nivel de información existente es posible aplicar un modelo bioeconómico que permita crear las bases de manejo del camarón blanco con base en la creación de una metodología de información.

2.1 Objetivo específico.

A partir del modelo de crecimiento biológico analizar la dinámica poblacional y el nivel de convergencia de los parámetros. Dependiendo de los resultados obtenidos, avanzar en el proceso de construcción de la metodología de información.

3. Marco teórico.

Partiendo de la ecuación logística de Verhulst (1838) que describe el crecimiento de una población se iniciará la modelación del sistema dinámico.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB(t) \left(1 - \frac{B(t)}{K} \right) \quad (1)$$

donde :

$B(t)$ = biomasa de la población en el tiempo t

r = tasa intrínseca de crecimiento de la población

K = capacidad de carga del ecosistema

La ecuación logística es iterativa ya que los valores se retroalimentan y permite establecer un proceso de aproximaciones sucesivas para la solución mediante métodos numéricos.

Ahora bien, bajo condiciones de explotación se introduce la tasa de captura $C(t)$, que se define como:

$$C(t) = qf(t)B(t) \quad (2)$$

donde:

q = coeficiente de capturabilidad el cual se define como fracción de la población que es extraída por unidad de esfuerzo.

$f(t)$ = Esfuerzo de pesca (medido en número de barcos)

La ecuación anterior implica que el mismo nivel de captura se puede obtener a través de diferentes niveles de esfuerzo y biomasa. Se define una primera limitante puesto que el coeficiente de capturabilidad (q) considerado constante para un período dado no puede obtenerse sin una estimación independiente de la biomasa Seijo, Defeo y Salas (1997).

Cabe resaltar que en industrias pesqueras de carácter uniespecífico, en las cuales se emplea un mismo arte de pesca y existen condiciones similares en las especificaciones técnicas de las embarcaciones entre las cuales cabe mencionar:

1. Potencia nominal y potencia nominal efectiva del motor: indicadores que afectan en forma contundente la eficiencia técnica del arte de pesca.
2. Uso de ecosonda: imprime mayor eficiencia en términos de tiempo y por ende genera un impacto positivo en las jornadas de pesca.
3. Capacidad de acopio bruto que indica la capacidad de almacenamiento de la producción de acuerdo con el sistema de conservación de cada embarcación, elemento que afecta el indicador de captura por unidad de esfuerzo.

es posible estandarizar el esfuerzo y por lo tanto aplicar un concepto del coeficiente de capturabilidad con mayores niveles de determinación y con la certeza de que dicho parámetro puede estar más cercano a la realidad. Muy contrario es el caso de industrias pesqueras con diversidad en las artes de pesca, en las especies objetivo y en las especificaciones técnicas de las embarcaciones, elementos que en su conjunto impiden estandarizar el esfuerzo y por ende afectan la determinación del coeficiente de capturabilidad (q).

Tomando en cuenta las limitaciones planteadas en torno al coeficiente de capturabilidad (q) y con el fin de establecer un acercamiento más claro para modelar el sistema dinámico en cuestión, se determina utilizar la captura por unidad de esfuerzo (CPUE) como un índice relativo de la abundancia de la biomasa de la población en el tiempo, de tal forma que:

$$CPUE = \frac{C}{f} = qB \quad (3)$$

Se determina establecer el siguiente supuesto:

$$qf = \varphi \quad (4)$$

El esfuerzo (f) multiplicado por el coeficiente de capturabilidad (q) es igual a una constante φ (φ) supuesto que permite introducir de manera explícita las restricciones existentes en la información. Por una parte, la diversidad de las condiciones técnicas de las embarcaciones Barreto C., Polo G. y Mora O. (1990) impiden estandarizar la medida de

esfuerzo. Por la otra, la medida del esfuerzo como tal (número de barcos) es un parámetro que dificulta establecer de manera clara la incidencia del esfuerzo sobre el nivel de capturas, puesto que las condiciones tecnológicas de las embarcaciones influyen de manera vertical y horizontal sobre la eficiencia en la producción.

Por lo tanto, la ecuación de captura se expresa como:

$$C = \varphi B \quad (5)$$

Se analizará el comportamiento de los parámetros poblacionales (φ , r y K) a partir de la ecuación de crecimiento logística bajo condiciones de explotación

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB(t) \left(1 - \frac{B(t)}{K} \right) - \varphi B \quad (6)$$

Paralelamente se hará lo mismo utilizando la ecuación de crecimiento de Gompertz bajo condiciones de explotación (7) y cuyo comportamiento plantea una relación exponencial con el fin de establecer el grado de ajuste de los parámetros poblacionales.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB(t) \left(\ln \frac{B(t)}{K} \right) - \varphi B \quad (7)$$

3.1 Metodología.

Con el fin de abordar el objetivo específico: analizar a partir del modelo de crecimiento biológico la dinámica poblacional y el nivel de convergencia de los parámetros se determinó utilizar el procedimiento de regresión no lineal y el método de Newton y Gauss-Newton para resolver la ecuación de capturas incorporando los resultados del desarrollo de la ecuación de biomasa para cada ecuación de crecimiento.

Para el desarrollo de esta metodología se toman en cuenta los siguientes aspectos:

1. El método de Gauss-Newton regresa los residuos obtenidos de la minimización del dato de biomasa real en el tiempo y el dato de biomasa que se obtiene al resolver la ecuación diferencial sobre las derivadas parciales de la ecuación de biomasa respecto a los parámetros (ϕ , r y K) hasta que los valores estimados converjan.
2. El método de Newton regresa los residuos obtenidos de la minimización del dato de biomasa real en el tiempo y el dato de biomasa que se obtiene al resolver la ecuación diferencial sobre las funciones de las primeras y segundas derivadas de la ecuación de biomasa con respecto a los parámetros (ϕ , r y K) hasta que los valores estimados converjan.
3. Se imponen límites a los parámetros de acuerdo con la investigación preliminar realizada por el Dr. Carlos Barreto director del Departamento de Estadística del Instituto de Pesca y Acuicultura (INPA) - 1999

	Min	Max
r	0.3	1
K	5000	20000
q	0.004	0.007

De acuerdo con lo anterior es importante comentar que la revisión exhaustiva de la metodología a emplear para el análisis del sistema dinámico en cuestión, condujo al uso de modelos no lineales a través de métodos numéricos.

En primera instancia se realizó una aproximación econométrica a través de la cual no se pudo continuar el análisis por la presencia de problemas tales como:

1. Signos contrarios en la ecuación de crecimiento logística y bajo nivel de la bondad de ajuste del modelo (Anexo1).
2. Bajo nivel de la bondad de ajuste del modelo para el caso de la ecuación de crecimiento de Gompertz (Anexo2).
3. Presencia de heteroscedasticidad en la ecuación de captura con problemas para eliminarla, puesto que las diversas pruebas aplicadas no fueron exitosas (Anexo3).

En una segunda instancia se analizó y contempló la posibilidad de continuar este ejercicio a través de procesos estocásticos. La aproximación al problema desde la perspectiva estocástica se encuentra en el trabajo realizado por Mejía A. (1997). Este enfoque se descartó sobre la base de la necesidad de generar un espacio primario para el análisis de la calidad, estructura y tipo de información.

3.1.1 Desarrollo matemático.

3.1.1.1 Ecuación logística.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB \left(1 - \frac{B}{K} \right) - \varphi B \quad (6)$$

y resolviendo la ecuación (Anexo 4) se obtiene:

$$B = \frac{(r - \varphi)KB_0 e^{(r-\varphi)t}}{(r - \varphi)K + rB_0 + rB_0 e^{(r-\varphi)t}} \quad (8)$$

Se obtiene por lo tanto la resolución de la ecuación de biomasa en función de los parámetros poblacionales.

3.1.1.2 Ecuación de Gompertz.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB \left(\ln \frac{B}{K} \right) - \varphi B \quad (7)$$

y resolviendo la ecuación (Anexo 5) se obtiene :

$$B = K \exp \left[\left(\ln \frac{B_0}{K} - \frac{\varphi}{r} \right) e^{rt} + \frac{\varphi}{r} \right] \quad (9)$$

4. Datos.

Se utiliza una serie de 30 años para el período comprendido entre 1957-1999. Ver Anexo 6.

1. Esfuerzo: medido en número de barcos. Cabe destacar que esta medida introduce una homogeneidad en los tipos de embarcaciones al no existir desagregación por TRN para la serie de 30 años.
2. Capturas: medida en toneladas por año
3. Biomasa: medida en toneladas por año.

Fuente: INPA (Instituto de Pesca y Acuicultura- Departamento de Estadística- Director Carlos Guillermo Barreto. Fuente estadística oficial directa. (1999).

5. Modelación y resultados de la aproximación mediante métodos numéricos.

A partir del desarrollo de la ecuación de biomasa y de acuerdo con los dos modelos de crecimiento establecidos se toma la ecuación de capturas como la indicada para modelar el sistema dinámico y establecer el comportamiento de la misma así como el de los parámetros en cuestión.

Retomando:

Ecuación de Captura:

$$C(t) = qf(t)B(t) \quad (2)$$

Se modela de acuerdo con las dos ecuaciones de biomasa establecidas para los modelos de Schaefer (modelo logístico) y Gompertz .

5.1 Ecuación de Captura. (Para el modelo de crecimiento logístico)

Al reemplazar la ecuación 8 en la 2 se obtiene:

$$C = \varphi \left[\frac{(r - \varphi)KB_0 e^{(r-\varphi)t}}{(r - \varphi)K + rB_0 + rB_0 e^{(r-\varphi)t}} \right] \quad (10)$$

Resultados:

De acuerdo con la salida 1 (Ver Anexo 7):

1. La suma de cuadrados de la regresión es alta (2,940,387) al igual que la suma de los cuadrados de los residuos (14,012.2) lo cual muestra que los datos no se ajustan al modelo propuesto.

2. Valores de los parámetros obtenidos:

$$K = 5,279 \text{ Toneladas}$$

$$r = 0.35$$

$$\varphi = 0.0038$$

5.2. Ecuación de Captura. (Para el modelo de crecimiento de Gompertz)

Al reemplazar la ecuación 9 en la 2 se obtiene:

$$C = \varphi \left[K \exp \left[\left(\ln \frac{B_0}{K} + \frac{\varphi}{r} \right) e^{rt} + \frac{\varphi}{r} \right] \right] \quad (11)$$

Resultados:

De acuerdo con la salida 2 (Ver Anexo 8):

1. El modelo no converge.
2. La dinámica poblacional se dispara puesto que el valor de la capacidad de carga del ecosistema es de 16000 Ton. valor que se encuentra muy por encima del valor

asociado al parámetro en el modelo de Schaefer y de igual forma supera las expectativas del valor de biomasa de acuerdo con los datos.

3. Valores de los parámetros obtenidos:

$$K = 16.000 \text{ Toneladas}$$

$$r = 0.35$$

$$\varphi = 0.004$$

5.3 Ecuación de Captura (Para el modelo de crecimiento de Gompertz modificado)

Se introduce una variación al modelo con el fin de establecer si existe una diferencia en el parámetro φ propio de la ecuación de captura y el parámetro ϕ calculado en la ecuación de biomasa. Esta diferencia se analiza con el fin de intentar una aproximación diferente en la modelación del problema.

$$C = \varphi f \left[K \exp \left[\left(\ln \frac{B_0}{K} + \frac{\varphi}{r} \right) e^{rt} - \frac{\varphi}{r} \right] \right] \quad (12)$$

Resultados:

De acuerdo con la salida 3 (Ver Anexo 9):

1. El modelo presenta una suma de los cuadrados de la regresión alta (18,702,916) así como una suma de los cuadrados de los residuos alta (41,121,829), lo cual, muestra que los datos no se ajustan al modelo propuesto.
2. La diferencia entre los parámetros no se comprueba.
3. No existe variación posible desde esta perspectiva del modelo.

5.4 Ecuación de Captura. (Ecuación de Crecimiento de Gompertz sin efecto externo.)

En este caso se retoma el desarrollo de la ecuación de biomasa sin contemplar el impacto derivado de la pesca.

Partiendo de:

$$\partial B / \partial t = rB \left(\ln \frac{B}{K} \right) \quad (13)$$

y resolviendo (Anexo 10) se obtiene:

$$B = K \exp \left[\left(\ln \frac{B_0}{K} \right) e^{rt} \right] \quad (14)$$

de tal modo que la ecuación de captura es:

$$C = \varphi \left[K \exp \left[\left(\ln \frac{B_0}{K} \right) e^{rt} \right] \right] \quad (15)$$

Resultados:

De acuerdo con la salida 4 (Anexo 11):

1. El modelo no converge.
2. La dinámica poblacional se dispara de nuevo en este modelo.

A partir de los resultados obtenidos se establece que los datos no se ajustan a los modelos de crecimiento tradicionales. En este sentido es importante señalar que la dinámica poblacional puede presentar caos y que éste de estar presente impide realizar una modelación acorde con las ecuaciones de crecimiento planteadas.

Se desprende de lo anterior, la posible presencia de caos en la ecuación de crecimiento de este sistema dinámico particular. Se inicia y se aborda la noción de caos partiendo de la ecuación logística.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB(t) \left(1 - \frac{B(t)}{K} \right) \quad (1)$$

6. Dinámica poblacional y caos.

Con el fin de probar la presencia de caos en este sistema dinámico se utilizará la siguiente definición (Devaney, 1996)

Un sistema dinámico F es caótico si presenta tres propiedades:

1. Puntos periódicos para F son densos.

Suponga que X es un conjunto e Y un subconjunto de X . Por lo tanto Y es denso en X si, para cualquier punto x que pertenece a X , hay un punto y en el subconjunto Y arbitrariamente cercano a x .

Si la función oscila en intervalos pequeños y a lo largo del intervalo se demuestra que es densa.

2. F es transitiva.

Un sistema dinámico es transitivo para cualquier par de puntos x e y y para cualquier $\varepsilon > 0$ si existe un tercer punto z en el espacio entre ε y x cuya órbita se encuentra contenida entre ε e y .

Es decir que dados dos puntos se puede encontrar una órbita que se torna arbitrariamente cercana a estos dos puntos.

3. F depende sensiblemente de las condiciones iniciales.

Un sistema dinámico depende sensiblemente de las condiciones iniciales si hay un $\beta > 0$ tal que para cualquier x y cualquier $\varepsilon > 0$, existe un y dentro del espacio comprendido

entre ε y x y un h tal que la distancia entre $F(x)$ y $F(y)$ evaluados en h sea al menos igual a β .

6.1 Ecuación de Schaefer.

Se inicia el proceso de exploración para comprobar si existe caos en la ecuación de crecimiento. Se modela la ecuación en diferencia de crecimiento del recurso de acuerdo con los parámetros obtenidos:

$$K = 5.279.4 \text{ Ton}$$

$$\varphi = 0.0038$$

$$r = 0.35$$

$$\frac{B_{t+1} - B_t}{\Delta t} = rB_t \left(1 - \frac{B_t}{K}\right) - \varphi B_t \quad (16)$$

$$B_{t+1} = (\Delta t)rB_t \left(1 + \frac{B_t}{K}\right) + B_t - \Delta t \varphi B_t \quad (17)$$

$$B_{t+1} = (\Delta t)rB_t \left(1 + \frac{B_t}{K}\right) - (\Delta t \varphi - 1)B_t \quad (18)$$

Para la modelación del algoritmo se crea en MATLAB el programa denominado “eclogn 1, a través del cual se probará si se cumple la primera propiedad utilizada en este estudio para comprobar la existencia de caos.

Eclogn : function eclogn1(n,r,k,φ)

y0=0:25:5500;

y=y0;

for i=1:n

 y=(r*(1-(y/k)).*y)-((phi-1)*y);

end

plot(y0,y)

n: número de iteraciones

Gráficamente el resultado es el siguiente:

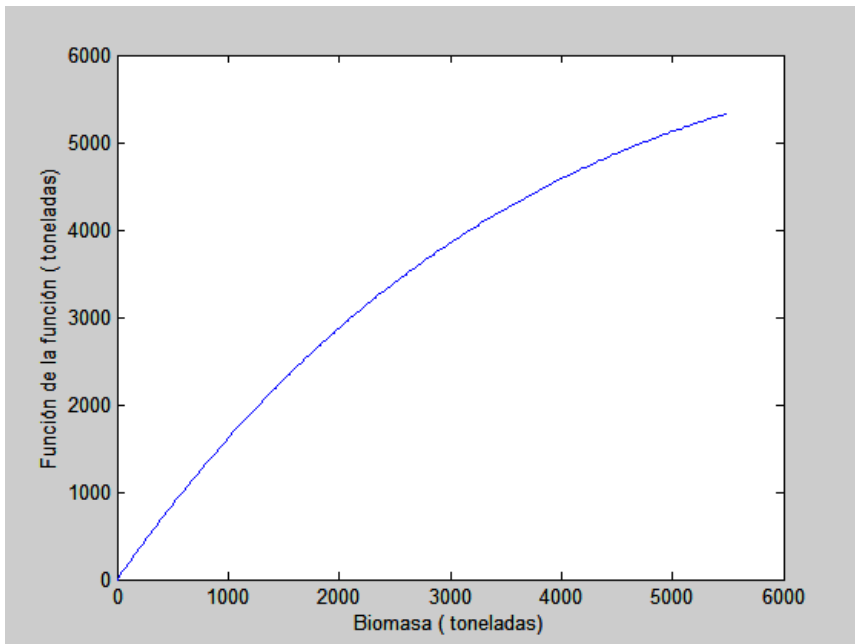


Gráfico 1. Ecuación de Crecimiento de Schaefer- Para 2 iteraciones

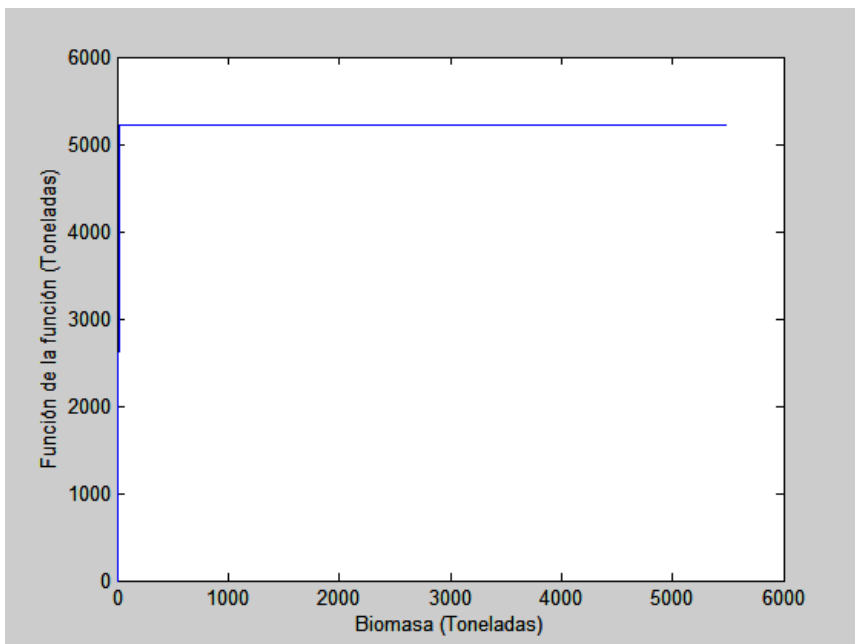


Gráfico 2. Ecuación de Crecimiento de Schaefer- Para 100 iteraciones

Para un nivel de 2 iteraciones hasta un nivel de 100 iteraciones la función de la biomasa no es densa. Esta interpretación se establece puesto que no oscila a lo largo de un intervalo específico dentro del dominio de la función.

Ahora bien, para el análisis de la segunda condición se crea en MATLAB un programa para evaluar el comportamiento de las órbitas tomando valores iniciales cercanos de la biomasa a partir del valor inicial (Anexo 6) y estableciendo si las órbitas se acercan o se alejan.

El programa creado es:

```
function orbit=orb1(y,n,r,k,φ)
orbit(1,:)=y;
for i=1:n
    orbit(i+1,:)=r*(1-(orbit(i,:)/k)).*orbit(i,:)-((φ-1)*orbit(i,:));
end
```

Y: valores iniciales de biomasa

Resultados para 2 iteraciones:

```
orb1([2772,2773,2774],2,0.35,5279,0.0038)
```

ans =

1.0e+003 *

2.7720 2.7730 2.7740

3.2222 3.2232 3.2242

3.6494 3.6503 3.6512

De acuerdo con los resultados las órbitas no se alejan y no se puede afirmar que la función sea transitiva. Sin embargo, se deduce a partir de la prueba que la biomasa debe situarse alrededor de un valor único 5221,7 toneladas, elemento que permite establecer que sólo sería viable la industria de mantenerse en éste nivel la biomasa del recurso. Este resultado

entra en contradicción no sólo con el comportamiento de la industria, sino con la realidad de un sistema dinámico, el cual, no se estabiliza alrededor de un sólo valor a futuro.

6.2 Ecuación de Gompertz

Se inicia el proceso de exploración para comprobar si existe caos en la ecuación de crecimiento. Se modela la ecuación en diferencia de crecimiento del recurso de acuerdo con los parámetros obtenidos:

$$K = 16000 \text{ Ton}$$

$$\varphi = 0.004$$

$$r = 0.35$$

$$\frac{B_{t+1} - B_t}{\Delta t} = rB_t \left(\ln \frac{B_t}{k} \right) - \varphi B_t \quad (19)$$

$$B_{t+1} = (\Delta t)rB_t \left(\ln \frac{B_t}{K} \right) + B_t - \Delta t\varphi B_t \quad (20)$$

$$B_{t+1} = (\Delta t)rB_t \left(\ln \frac{B_t}{K} \right) - (\Delta t\varphi - 1)B_t \quad (21)$$

Para la modelación del algoritmo se crea en MATLAB el programa denominado “ecgom1”, a través del cual se probará si se cumple la primera propiedad utilizada en este estudio para comprobar la existencia de caos.

```
function ecgom1(n,r,k,φ)
```

```
y0=0:25:16000;
```

```
y=y0;
```

```
for i=1:n
```

```
    y=r*(log(y/k)).*y-((φ-1)*y);
```

```
end
```

```
plot(y0,y)
```

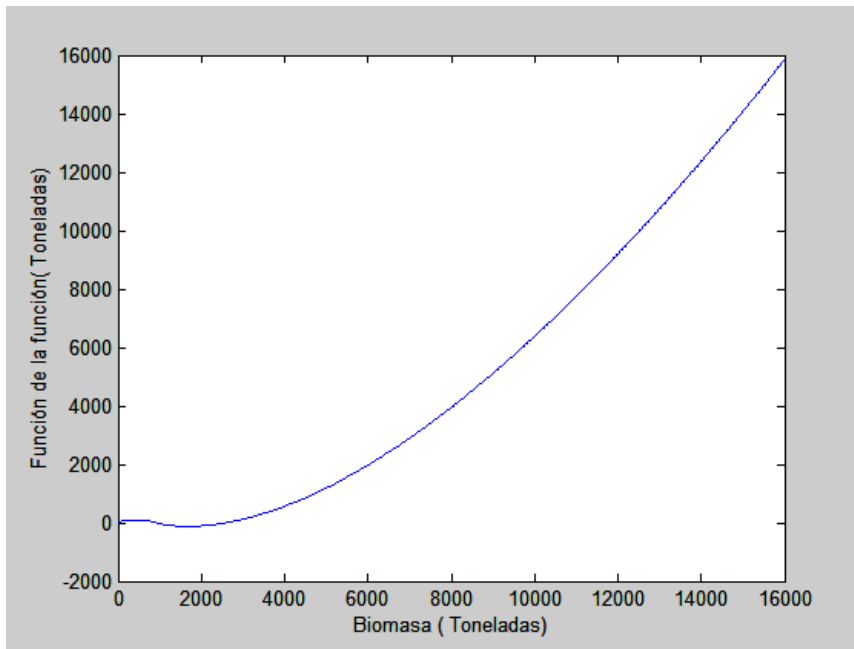


Gráfico 3. Ecuación de Crecimiento de Gompertz - Para 2 iteraciones

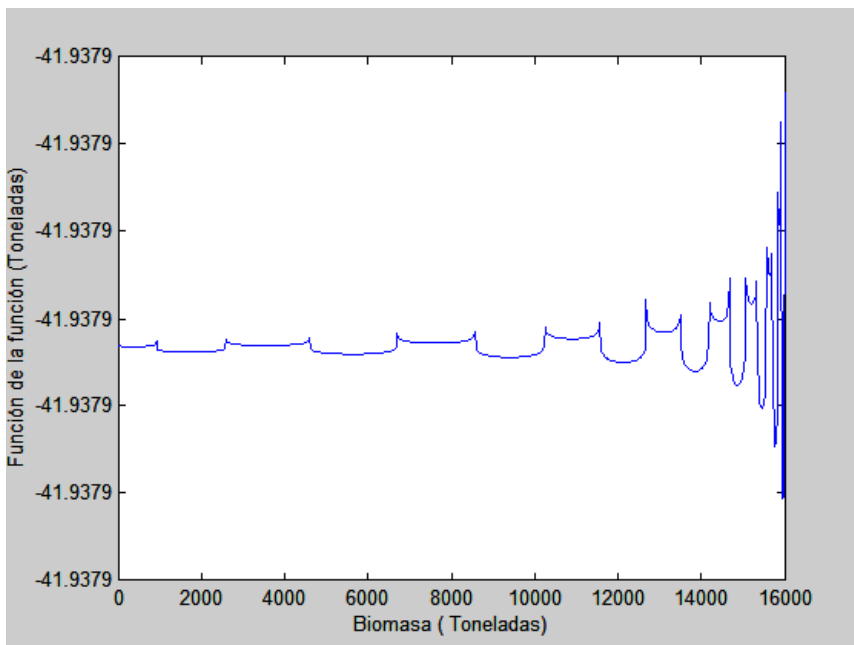


Gráfico 4. Ecuación de Crecimiento de Gompertz- Para 100 iteraciones

Del análisis gráfico se concluye que la función no es densa. Ahora bien, a partir de un grado de iteraciones mayor a 20 la función entra en el dominio de los números irreales y en este punto se desvirtúa el análisis gráfico.

Para evaluar el comportamiento de las órbitas tomando valores iniciales cercanos de la biomasa y evaluando si las órbitas se acercan o se alejan se crea en Matlab el programa “orbitgom1”.

El programa :

```
function orbit=orbitgom1(y,n,r,k,phi)
orbit(1,:)=y;
for i=1:n
    orbit(i+1,:)=r*(log(orbit(i,:)/k)).*orbit(i,:)-((phi-1)*orbit(i,:));
end
```

Resultados:

```
orbitgom1([2772,2777,2800],2,0.35,16000,0.004)
```

ans =

1.0e+003 *

2.7720 2.7770 2.8000

1.0601 1.0638 1.0807

0.0488 0.0503 0.0570

Se concluye que para un nivel de 2 iteraciones las orbitas no se alejan y la función no es transitiva. Para mayores niveles de iteraciones el análisis se desvirtúa ya que se entra en el dominio de los números irreales.

6.3. Ecuación de Gompertz (sin efecto externo).

Se inicia el proceso de exploración para comprobar si existe caos en la ecuación de crecimiento. Se modela la ecuación en diferencia de crecimiento del recurso de acuerdo con los parámetros obtenidos:

$$K = 16000 \text{ Ton}$$

$$\varphi = 0.004$$

$$r = 0.35$$

$$\frac{B_{t+1} - B_t}{\Delta t} = rB_t \left(\ln \frac{B_t}{k} \right) \quad (22)$$

$$B_{t+1} = (\Delta t)rB_t \left(\ln \frac{B_t}{K} \right) + B_t \Delta t \quad (23)$$

$$B_{t+1} = (\Delta t)rB_t \left(\ln \frac{B_t}{K} \right) + B_t \Delta t \quad (24)$$

Para la modelación del algoritmo se crea en MATLAB el programa denominado “ecgomsc1”, a través del cual se probará si se cumple la primera propiedad utilizada en este estudio para comprobar la existencia de caos.

El programa:

```
function ecgomsc1(n,r,k)
```

```
y0=0:25:16500;
```

```
y=y0;
```

```
for i=1:n
```

```
    y=r*(log(y/k)).*y +y;
```

```
end
```

```
plot(y0,y
```

Gráficamente el resultado es el siguiente:

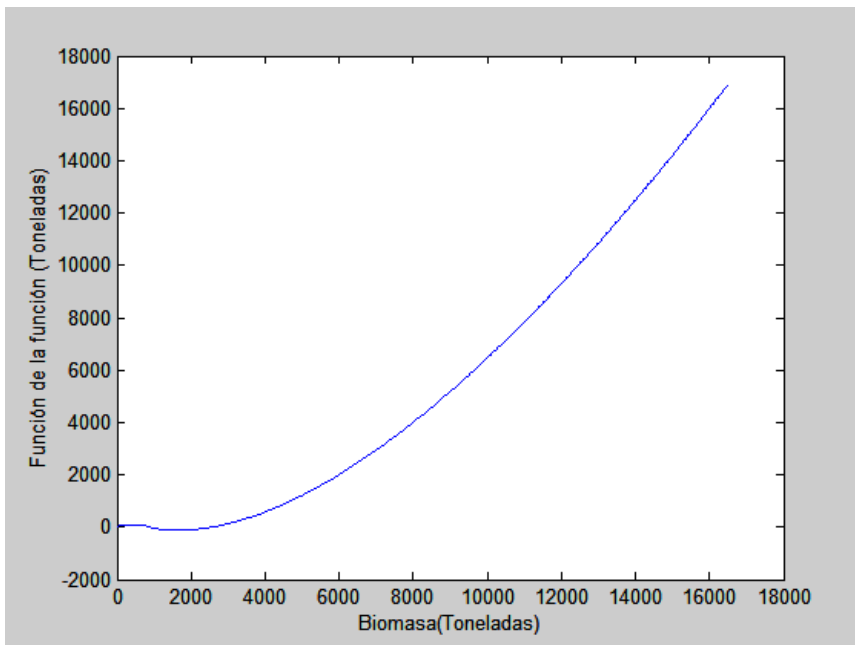


Gráfico 5. Ecuación de Crecimiento de Gompertz (sin efecto externo) – Para 2 iteraciones

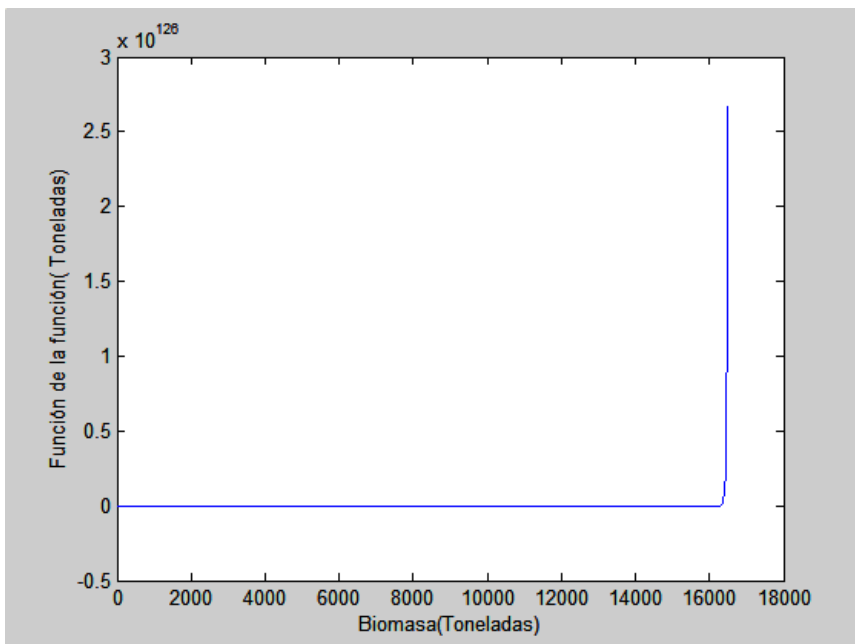


Gráfico 6. Ecuación de Crecimiento de Gompertz (sin efecto externo)- Para 100 iteraciones

Del análisis gráfico se concluye que la función no es densa. Ahora bien, a partir de un grado de iteraciones mayor a 10 la función entra en el dominio de los números irrationales y en este punto se desvirtúa el análisis.

Para evaluar el comportamiento de las órbitas tomando valores iniciales cercanos de la biomasa y evaluando si las órbitas se acercan o se alejan se crea en MATLAB el programa “orbitgomscl”.

El programa:

```
function orbit=orbitgomscl(y,n,r,k)
orbit(1,:)=y;
for i=1:n
    orbit(i+1,:)=r*(log(orbit(i,:)/k)).*orbit(i,:)+1*(orbit(i,:));
end
```

Resultados:

```
orbitgomscl([2772,2777,2800],2,0.35,16000)
```

```
ans =
```

```
1.0e+003 *
    2.7720    2.7770    2.8000
    1.0712    1.0749    1.0919
    0.0575    0.0590    0.0659
```

Se concluye al igual que en el caso anterior, (ecuación de Gompertz) que las órbitas no se alejan para un nivel de 2 iteraciones y por ende la función no es transitiva. De igual manera, a partir de 10 iteraciones el dominio de la función se centra en los números irrationales y no se puede avanzar en el análisis.

Resultados Ejercicio de Caos:

No hay evidencia alguna de que la ecuación de crecimiento del recurso presente un comportamiento caótico de acuerdo con la definición utilizada.

7. Conclusiones.

A partir del análisis se concluye:

1. Los datos presentan problemas. De acuerdo con el análisis entorno a la ecuación de crecimiento, no hay un ajuste y al mismo tiempo tampoco existe un comportamiento caótico de la población.
2. A partir del análisis realizado utilizando la definición propuesta de caos se establece la existencia de contradicciones frente a los resultados y al comportamiento de la industria como tal de acuerdo con la serie de 30 años. Para el caso de la ecuación de crecimiento de Schaefer, el análisis señala que la biomasa se estabiliza a un sólo nivel, hecho que entra en contradicción con el comportamiento de la industria, puesto que las capturas por unidad de esfuerzo han disminuido con el tiempo, elemento que señala una reducción típica de la biomasa a lo largo del tiempo. Para el caso de la ecuación de crecimiento de Gompertz, los resultados no permiten establecer un análisis adecuado al incorporar en la función un dominio inscrito en los números irracionales. Lo anterior indica que hay una necesidad imperante de ampliar y mejorar la calidad, estructura y tipo de información.
3. Se cumple por lo tanto la premisa según la cual, en ausencia de una base estadística sólida, la información se convierte en el punto de quiebre para la aplicación de modelos bioeconómicos.
4. La calidad, estructura y tipo de información son necesarios para el logro de un análisis estructurado del problema de acuerdo con un nivel mínimo de información.
5. Es imperante crear una metodología para recoger la información pertinente y estructurar desde la perspectiva biológica y económica las posibilidades de análisis a futuro en el campo pesquero.

8. Recomendaciones de Política.

Los impactos derivados de la información no desagregada, afectaron el desarrollo de la metodología de información. De acuerdo con el análisis efectuado se pueden establecer recomendaciones frente a la ecuación de crecimiento como tal y frente a los parámetros poblacionales.

Frente a la posibilidad de ampliar la información existente se recomienda complementarla contemplando:

1. El uso de métodos para la estimación de biomasa tales como el método del área de barrido Sparre P., Venema S.C.(1998) a través del cual se perfecciona el indicador de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) y al mismo tiempo se genera un conocimiento más adecuado del sistema dinámico poblacional. Esto permite de alguna manera generar estimativos más cercanos a la realidad de parámetros tales como: tasa de crecimiento intrínseca del recurso y capacidad de carga del ecosistema
2. El manejo desagregado de la información biológica y económica correspondiente a la industria pesquera amplía la información de base y mejora la estructura de la misma. Para tal efecto, es necesario conocer lo más exactamente posible las artes de pesca, así como, las especificaciones técnicas de las embarcaciones elementos que afectan indudablemente el cálculo del coeficiente de capturabilidad (q) y enriquecen la estructura de la información disponible.
3. La incorporación de un mayor nivel y grado de información permitirá análisis posteriores de mayor alcance y una modelación más acorde con la dinámica de la población del recurso camarón blanco de aguas someras. Para ello es necesario un

esfuerzo desde el ámbito biológico, con el fin de establecer una cercanía mayor con los parámetros y una posible modelación acorde con la realidad del recurso.

4. Las recomendaciones de política se centran por lo tanto en la generación de una base de datos amplia y suficiente que se actualice y que permita establecer el estado actual de la industria en cuestión y por ende complementar los análisis en materia pesquera de acuerdo con la realidad del país.
5. Las recomendaciones de metodología se circunscriben a la calidad, estructura y tipo de información disponible con el fin de generar una base de datos confiable que permita establecer los lineamientos básicos de política necesaria para el recurso.

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos para todas aquellas personas que me acompañaron a lo largo de este trabajo de investigación. Especial agradecimiento a Carlos Barreto quien me guió desde las oficinas del INPA en el área biológica y estadística, a Jorge Ignacio Vallejo quien compartió siempre su amplio saber, a Liliana Garrido quien me guió hacia un a aproximación a la teoría del caos.

9. Bibliografía.

Arnason R., 1990. Minimum Information Management in Fisheries. *Canadian Journal of Economics* 23:630-653.

Barreto C., Polo G. y Mora O. Ensayo Bioeconómico Para Evaluación Del Camarón Blanco y la Flota Pesquera Industrial En La Costa Del Pacífico Colombiano. INPA. Bogotá. 1990.

Clark C.W. 1990 *Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources*. John Wiley Sons, Inc. New York.

Devaney R.L. 1996 *A First Course in Chaotic Dynamical Systems: Theory and Experiment*. Addison Wesley.

Documento Conpes. Política Para el Desarrollo de la Pesca y la Acuicultura. Departamento Nacional de Planeación. Santafé de Bogotá. 1997.

Feeny D., Hanna S. And McEvoy A. 1996 Questioning the Assumptions of the “Tragedy of the Commons” Modelo of Fisheries. *Land Economics* 7:187-205

Golden B.L., and Wasil E.A., 1992. Uncertainty and Information in Fishery Management Models: A Bayesian Updating Algorithm: *American Journal Of Mathematical and Management Sciences* 12:191-225

Gordon, H.S. (1954). The economic theory of a common property resource : the fishery. *Journal of Political Economy* 62:124-142.

Hardin G., The Tragedy of the Commons, *Science*, 162(1968):1243-1248

Mejía A. 1997 .Manejo del Recurso del Camarón de Aguas Someras en el Pacífico Colombiano. Universidad de los Andes. (Tesis de Maestría). Santafé de Bogotá.

Opsomer J. And Conrad, J.M. 1994. An Open-Access Analysis of the Northern Anchovy Fishery. *Journal of Environmental Economics and Management* 27 :21-36.

Seijo J.C., Defeo O. y Salas S. (1993). Bioeconomía Pesquera, Teoría, Modelación y Manejo. Documento 368 FAO

Sparre P., and Venema S.C., (1998) Introduction to tropical fish stock Assessment. Documento 306/1 FAO

Verhulst, P.F. 1838 Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Corresp. Math. Phys.* 10 : 113 :121

ANEXO 1

```
--> RESET
--> READ;file="C:\Documents and Settings\Propietario\Mis
documentos\Camarones...
--> REGRESS;Lhs=DB;Rhs=BT,BTC$
```

Variable	Coefficient	Standard Error	t-ratio	P[T >t]	Mean of X
BT	-.1072851341	.48863684E-01	-2.196	.0340	1981.0860
BTC	.3205982022E-04	.15633415E-04	2.051	.0469	5217016.2

Ecuación Logística

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB\left(1 - \frac{B}{K}\right) \quad (1)$$

cuyo equivalente econométrico es:

$$DB = B_1 BT - B_2 BTC \quad (2)$$

donde:

$$B_1 = r$$

$$B_2 = r/K$$

ANEXO 2

--> REGRESS;Lhs=DB;Rhs=BTLNBT,BT\$

Variable	Coefficient	Standard Error	t-ratio	P[T >t]	Mean of X
BTLNBT	.5751942332E-01	.35525715E-01	1.619	.1133	15384.380
BT	-.4683910328	.28312709	-1.654	.1059	1981.0860

Ecuación de Gompertz.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB \left(\ln \frac{B}{K} \right) \quad (1)$$

cuyo equivalente econométrico es:

$$DB = B_1 BT \ln BT - B_2 BT \quad (2)$$

donde:

$$B_1 = r$$

$$B_2 = r \ln K$$

ANEXO 3

--> REGRESS;Lhs=CPUE;Rhs=BT\$

```

+-----+
| Ordinary least squares regression Weighting variable = none
| Dep. var. = CPUE Mean= 10.48087613 , S.D.= 5.633422479
| Model size: Observations = 42, Parameters = 1, Deg.Fr.= 41
| Residuals: Sum of squares= 142.3290376 , Std.Dev.= 1.86318
| Fit: R-squared= .890613, Adjusted R-squared = .89061
| Model test: F[ 1, 41] = 333.82, Prob value = .00000
| Diagnostic: Log-L = -85.2253, Restricted(b=0) Log-L = -131.6955
| LogAmemiyaPrCrt.= 1.268, Akaike Info. Crt.= 4.106
| Autocorrel: Durbin-Watson Statistic = .88558, Rho = .55721
+-----+
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| Variable | Coefficient | Standard Error | t-ratio | P[|T|>t] | Mean of X|
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| BT | .5132691909E-02 | .12586909E-03 | 40.778 | .0000 | 1981.0860
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```

Ecuación de CPUE

$$CPUE = q B$$

cuyo equivalente económico es:

$$CPUE = B_1 BT$$

donde

$$B_1 = q$$

ANEXO 4

3.1.1 Desarrollo matemático.

3.1.1.1 Ecuación logística.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB \left(1 - \frac{B}{K}\right) - \varphi B \quad (6)$$

resolviendo la ecuación :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = B \left((r - \varphi) - \frac{r}{K} B \right) \quad (6.1)$$

Integrando a ambos lados se obtiene:

$$\int \frac{\partial B}{B \left((r - \varphi) - \frac{r}{K} B \right)} = \int \partial t \quad (6.2)$$

$$\frac{1}{r - \varphi} \ln B - \frac{1}{r - \varphi} \ln \left[r - \varphi - \frac{r}{K} B \right] = t + c_1 \quad (6.3)$$

$$\ln \left[\frac{B}{r - \varphi - \frac{r}{K} B} \right] = (r - \varphi)t + c_2 \quad (6.4)$$

$$\left[\frac{B}{r - \varphi - \frac{r}{K} B} \right] = c_3 e^{(r - \varphi)t} \quad (6.5)$$

$$c_3 = \frac{B_0}{r - \varphi - \frac{r}{K} B_0} \quad (6.6)$$

$$B = \frac{(r - \varphi)KB_0 e^{(r-\varphi)t}}{(r - \varphi)K + rB_0 + rB_0 e^{(r-\varphi)t}} \quad (6.7)$$

Se obtiene por lo tanto la resolución de la ecuación de biomasa en función de los parámetros poblacionales. Al minimizar la diferencia entre la biomasa real y la biomasa que se obtiene al resolver la ecuación diferencial se establece la función de minimización de los parámetros.

$$\min \sum [B_{real}(t_i) - B(t_i)] = \min g(r, K, \varphi)$$

donde :

B real = Biomasa real en el tiempo

B = Biomasa que se obtiene al resolver la ecuación diferencial.

ANEXO 5

3.1.1.2 Ecuación de Gompertz.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = rB \left(\ln \frac{B}{K} \right) - \varphi B \quad (7)$$

resolviendo la ecuación :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = B \left(r \ln \frac{B}{K} - \varphi \right) \quad (7.1)$$

$$\int \frac{\hat{c}B}{B \left(r \ln \frac{B}{K} - \varphi \right)} = \int \partial t = t + c_1 \quad (7.2)$$

$$\frac{1}{r} \ln \left[r \ln \frac{B}{K} - \varphi \right] = t + c_1 \quad (7.3)$$

$$\ln \left[r \ln \frac{B}{K} - \varphi \right] = rt + c_2 \quad (7.4)$$

$$\left[r \ln \frac{B}{K} - \varphi \right] = ce^{rt} \quad (7.5)$$

y dado que :

$$B(0) = B_0$$

$$r \ln \frac{B_0}{K} = \varphi = c$$

Se tiene:

$$r \ln \frac{B}{K} - \varphi = (r \ln \frac{B_0}{K} - \varphi) e^{rt} \quad (7.6)$$

$$r \ln \frac{B}{K} = (r \ln \frac{B_0}{K} - \varphi) e^{rt} + \varphi \quad (7.7)$$

$$\ln \frac{B}{K} = (\ln \frac{B_0}{K} - \frac{\varphi}{r}) e^{rt} + \frac{\varphi}{r} \quad (7.8)$$

$$B = K \exp[(\ln \frac{B_0}{K} - \frac{\varphi}{r}) e^{rt} + \frac{\varphi}{r}] \quad (7.9)$$

Se obtiene por lo tanto,

$$\min \sum [B_{real}(t_i) - B(t_i)] = \min g(r, K, \varphi)$$

donde :

B real = Biomasa real en el tiempo

B = Biomasa que se obtiene al resolver la ecuación diferencial.

ANEXO 6

DATOS

Años	Esfuerzo # de barcos	Capturas Toneladas	Biomasa Toneladas
1957	2	76,77	27.724.324
1958	25	439,05	3535,23276
1959	39	849,27	3947,47092
1960	54	1017,27	3916,38364
1961	49	999,82	3720,75612
1962	60	979,36	3560,74732
1963	43	780,45	3431,42135
1964	50	951,09	3506,22777
1965	48	908,00	3407,70823
1966	52	984,09	3355,63175
1967	55	1043,73	3228,59836
1968	66	1025,61	3042,8441
1969	77	914,58	2871,82342
1970	88	1008,38	2803,75195
1971	83	975,04	2637,33122
1972	101	993,11	2489,97584
1973	95	735,54	2308,153
1974	92	911,71	2358,79398
1975	70	824,67	2240,79896
1976	91	1028,36	2191,6485
1977	95	751,59	1930,55597
1978	80	675,01	1895,82767
1979	85	727,84	1930,1388
1980	79	916,65	1919,07154
1981	63	689,48	1716,81057
1982	70	936,34	1694,6788
1983	101	798,00	1420,13448
1984	103	829,50	1208,4263
1985	90	476,28	898,626006
1986	93	469,09	831,459902
1987	88	386,92	745,442211
1988	75	326,08	707,182775
1989	73	445,39	714,064319
1990	64	241,73	604,478054
1991	80	445,53	652,407501
1992	67	291,98	516,960263
1993	58	203,86	476,379829
1994	60	186,41	505,75928

1995	48	129,14	565,764519
1996	41	241,51	709,514004
1997	39	214,54	801,932177
1998	28	144,69	958,789105
1999	18	156,05	1245,90781
Estadística Descriptiva	Esfuerzo	Capturas	Biomasa
Media	66	690.35	6228.70
Des. Est.	24.14	306.34	782.52

ANEXO 7

The NLIN Procedure

Dependent Variable c
Method: Newton
Iterative Phase

Iter	k	r	ϕ	Sum of Squares
0	20000.0	0.3500	0.00380	5413.6
1	10212.6	0.3500	0.00380	690678
2	5475.8	0.3500	0.00380	18079.1
3	5279.4	0.3500	0.00380	14012.2

Estimation Summary

Method	Newton
Iterations	3
R	3.282E-8
PPC(r)	0.001957
RPC(k)	0.035857
Object Objective	0.224954
	14012.15
Observations Read	44
Observations Used	5
Observations Missing	39
The SAS System	09:26

Tuesday, December 14, 2004 168

The NLIN Procedure

NOTE: An intercept was not specified for this model.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Regression	2	2940387	1470194	314.77	0.0003
Residual	3	14012.2	4670.7		
Uncorrected Total	5	2954399			
Corrected Total	4	666569			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		
k	5279.4	1995084	-6344076	6354635	
r	0.3500	12050.0	-38348.7	38349.4	
ϕ	0.00380	.	.	.	

Approximate Correlation Matrix

	k	r	ϕ
k	1.0000000	-1.0000000	.
r	-1.0000000	1.0000000	.
ϕ	.	.	.

ANEXO 8

Salida 2

The NLIN Procedure
 Dependent Variable c
 Method: Newton
 Iterative Phase
 Sum of
 Squares

Iter	k	r	ϕ	Sum of Squares
0	16000.0	0.3500	0.00400	20004112

ERROR: Could not compute the change vector.

Estimation Summary (Not Converged)

Method Newton
 Iterations 0

The SAS System

The NLIN Procedure

Estimation Summary (Not Converged)

R .
 PPC .
 RPC .
 Object .
 Objective 20004112
 Observations Read 44
 Observations Used 26
 Observations Missing 18

NOTE: An intercept was not specified for this model.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Regression	0	0	.	.	.
Residual	26	20004112	769389		
Uncorrected Total	26	20004112			
Corrected Total	25	1146251			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		
k	16000.0
r	0.3500
q	0.00400

Approximate Correlation Matrix

	k	r	ϕ
k	.	.	.
r	.	.	.
ϕ	.	.	.

ANEXO 9
 Salida 3
 The SAS System

The NLIN Procedure
 Dependent Variable c
 Method: Gauss-Newton
 Iterative Phase

Sum of Iter	k	r	ϕ	ϕf	Squares
0	5000.0	1.0000	0.00400	0.00400	28253128
1	2340.7	1.0000	0.00400	0.00400	4112182

NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Gauss-Newton
Iterations	1
R	0
PPC	0
RPC(k)	0.531861
Object	0.854452
Objective	4112182
Observations Read	44
Observations Used	43
Observations Missing	1

NOTE: An intercept was not specified for this model.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Regression	1	18702916	18702916	191.02	<.0001
Residual	42	4112182	97909.1		
Uncorrected Total	43	22815097			
Corrected Total	42	4413462			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
k	2340.7	169.4	1998.9	2682.5
r	1.0000	.	.	.
ϕ	0.00400	.	.	.
ϕf	0.00400	.	.	.

The SAS System
 The NLIN Procedure

Approximate Correlation Matrix				
	k	r	ϕ	ϕf
k	1.0000000	.	.	.
r
ϕ
ϕf

ANEXO 10

Partiendo de:

$$\partial B / \partial t = rB(\ln \frac{B}{K}) = \quad (13)$$

y resolviendo se obtiene:

$$\int \frac{\hat{c}B}{B \ln \frac{B}{K}} = \int rt \, \hat{c}t \quad (13.1)$$

$$\ln(\ln \frac{B}{K}) = rt + c_1 \quad (13.2)$$

$$\ln \frac{B}{K} = ce^{rt} \quad (13.3)$$

$$\frac{B}{K} = \exp ce^{rt} \quad (13.4)$$

$$B = K \exp ce^{rt} \quad (13.5)$$

$$B(0) = B_0$$

$$\ln \frac{B_0}{K} = c$$

$$B = K \exp[(\ln \frac{B_0}{K})e^{rt}] \quad (13.6)$$

ANEXO 11

Salida 4
The SAS System

The NLIN Procedure
Dependent Variable c
Method: Newton
Iterative Phase

Iter	k	r	ϕ	Sum of Squares
------	---	---	--------	----------------

0	16000.0	0.3500	0.00400	20004112
---	---------	--------	---------	----------

ERROR: Could not compute the change vector

Estimation Summary (Not Converged)

Method	Newton
Iterations	0

The SAS System

The NLIN Procedure

Estimation Summary (Not Converged)

R	.
PPC	.
RPC	.
Object	.
Objective	20004112
Observations Read	44
Observations Used	26
Observations Missing	18

NOTE: An intercept was not specified for this model.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Regression	0	0	.	.	.
Residual	26	20004112	769389		
Uncorrected Total	26	20004112			
Corrected Total	25	1146251			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		
k	16000.0
r	0.3500
ϕ	0.00400