

# **Metodología híbrida para el *Airline Crew Pairing Problem***

Trabajo de Tesis  
Presentado al  
Departamento de Ingeniería Industrial

por  
**Miguel Angel Vargas Barco**  
Asesor: Andrés L. Medaglia  
Co-asesor: Jose L. Walteros

Para optar al título de  
Magíster en Ingeniería Industrial

Ingeniería Industrial  
Centro para la Optimización y Probabilidad Aplicada (COPA)  
Universidad de los Andes  
Mayo 2009

*A mi madre y a la memoria de mi padre.*

## **Reconocimientos**

Agradezco a mi asesor Andrés Medaglia y a mi co-asesor Jose Luis Walteros por su apoyo, por su confianza y por haberme ayudado a llevar a cabo este proyecto. A su vez, agradezco a Nubia Velasco por sus valiosos comentarios acerca del método de *Split*. Finalmente, quiero agradecer a FICO por proveernos las licencias de Xpress-MP bajo el Academic Partner Program suscrito con la Universidad de los Andes

## Tabla de Contenido

<b>Resumen</b> .....	7
<b>I. Introducción</b> .....	8
<b>II. El ACPP</b> .....	11
<b>III. Modelo entero-mixto (ACPP/MIP)</b> .....	12
<b>IV. Modelo de <i>set partitioning</i> (ACPP/SP)</b> .....	16
<b>V. <i>Split</i> (ACPP/SPLIT)</b> .....	17
<b>VI. Resultados</b> .....	20
<b>VII. Conclusiones</b> .....	23
<b>Referencias</b> .....	24

## **Lista de Tablas**

Tabla 1: Programación manual vs. mejores resultados .....	21
Tabla 2: ACPP/Split - mejores resultados.....	22

## Lista de Figuras

Figura 1: Representación basada en redes para el ACPP.....	12
Figura 2: Ejemplo de <i>split</i> para el problema de ACPP .....	18

## Resumen

El problema de la construcción de las particiones que definen los horarios de trabajo de las tripulaciones, *airline crew pairing problem (ACPP)* por su nombre en inglés, es una de las etapas más complejas dentro de todo el proceso logístico asociado a la operación de una aerolínea debido a la complejidad y al gran impacto que esta tiene sobre la estructura de costos de la aerolínea. Hoy en día, las grandes aerolíneas a nivel mundial cuentan con software especializado que les permite, por medio de diferentes procedimientos y algoritmos matemáticos, generar la programación de sus tripulaciones. Sin embargo, estas costosas herramientas están fuera del alcance de pequeñas aerolíneas las cuales continúan realizando esta tarea manualmente guiadas por el conocimiento de sus expertos.

En este trabajo, se presenta una metodología de solución para el ACPP que consiste en tres modelos relacionados: 1) un modelo de optimización lineal entero-mixto; 2) un modelo de *set-partitioning* resuelto por medio de la técnica de *column generation*; y 3) *split*, una heurística que sigue el principio de *route-first cluster-second*. Con base en datos reales, la metodología propuesta genera ahorros significativos frente a la mejor solución disponible construida manualmente.

## I. Introducción

La planeación de las operaciones en una aerolínea implica enfrentarse a un conjunto de problemas logísticos complejos. Estos problemas logísticos pueden clasificarse en cinco etapas de planeación de acuerdo al alcance de las decisiones (desde el nivel estratégico al táctico) así:

- *Flight Schedule*: En esta etapa se construye el itinerario comercial de la aerolínea en el cual se especifican todos los vuelos que ésta ofrecerá.
- *Fleet Assignment*: En esta etapa se realiza la asignación de las aeronaves disponibles a cada uno de los trayectos (i.e., *legs*) de los vuelos dentro del itinerario comercial, tratando de ajustarse a la demanda de cada uno con el fin de maximizar las ganancias.
- *Aircraft Routing*: En esta etapa se debe programar el mantenimiento de todas las aeronaves, de tal forma que la operación no se vea afectada.
- *Crew Pairings*: En esta etapa se deben generar las particiones que más adelante conformarán los horarios de trabajo de las tripulaciones. Una partición es una secuencia de *legs* atendidos por una misma tripulación, en donde la ciudad de destino de un trayecto es igual a la ciudad de origen del siguiente trayecto en la secuencia y, además, inicia y termina en la misma base de personal. El objetivo en esta etapa es encontrar un subconjunto de particiones de mínimo costo que permitan cubrir todos los *legs* de los vuelos del itinerario comercial. Este problema recibe el nombre de *airline crew pairing problem (ACPP)*.
- *Bidlines/Rosters*: Los horarios de trabajo para pilotos, co-pilotos y auxiliares, son construidos en esta etapa a partir de las particiones generadas en la etapa anterior.

Este trabajo se concentrará en la etapa de la generación de particiones (i.e., ACPP). En particular, el ACPP es atractivo por al menos dos razones. En primer lugar,



la fuerza laboral es el factor con mayor impacto dentro de la estructura de costos de las aerolíneas después del combustible (Gopalakrishnan & Johnson, 2005) y, en segundo lugar, desde el punto de vista académico el ACPP es atractivo por su complejidad, que se deriva de las múltiples reglas que definen a las particiones válidas y de su naturaleza altamente combinatoria.

La literatura acerca del *airline crew scheduling problem (ACSP)*, como se le conoce a las etapas de *crew pairing* y *rostering*, es abundante. Entre los trabajos en donde se recopilan las diferentes formulaciones y técnicas de solución para este problema se destacan los de Klabjan (2005), Gopalakrishnan & Johnson (2005), Ernst et al. (2004), Barnhart et al. (2003) y Rushmeier et al. (1995). Las formulaciones de programación matemática más utilizadas para modelar el problema son las que se basan en *partición y cubrimiento de conjuntos*, aunque otros modelos también han sido utilizados para resolver el problema (Ahmadbeygi et al., 2008; Vance et al., 1995). Una de las técnicas de solución más usadas para resolver el ACPP es la de *branch-and-price*, que combina *column generation* con *branch-and-bound*. Gran parte de la literatura está dedicada a métodos de solución eficientes para el sub-problema que se deriva de la técnica de *column generation*, el cual tiene como objetivo generar particiones atractivas. Entre estos métodos se destacan los: *enumeration-based methods* (Garfinkel & Nemhauser, 1970; Marsten, 1974), *heuristic methods* (Fahle et al., 2002; Klabjan et al., 2001), y *multi-label shortest-path algorithms* (Desrochers & Soumis, 1988; Lavoie et al., 1988). Otros trabajos presentan modelos orientados a integrar las diferentes etapas de planeación que se llevan a cabo en una aerolínea (Guo et al., 2006; Klabjan et al., 2002). Se estima que los modelos que buscan la integración de estas etapas de planeación pueden generar ahorros de 0.5 billones de dólares (aprox.) al año (Gopalakrishnan & Johnson, 2005).

A pesar de la gran cantidad de literatura dedicada a las técnicas de solución para el ACPP, por lo general, estos trabajos presentan técnicas que requieren la implementación de algoritmos altamente sofisticados, complejos y que necesitan estructuras de datos particulares. Aunque algunas de estas técnicas han sido implementadas y comercializadas por grandes empresas dedicadas al desarrollo de

herramientas de apoyo a la decisión para el sector aeronáutico (Goal Systems - GoalPlane<sup>®</sup>, Navitaire - Planning Optimization Suite, Sabre Holdings Corporation - Sabre Airline Solutions<sup>®</sup>), éstas requieren de un esfuerzo sustancial para su comprensión, modificación y posible integración con otros métodos que permitan resolver problemas más grandes y complejos para los que es necesario conocer previamente la solución del ACPP. Por último, desafortunadamente, debido a los altos costos de las sofisticadas herramientas de apoyo a la decisión que ofrecen estas compañías, éstas están lejos de llegar a ser utilizadas por parte de la gran mayoría de aerolíneas de pequeña escala.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma. En la Sección 2 se presenta la descripción detallada del ACPP que se quiere resolver. Las secciones 3, 4 y 5 presentan cada uno de los modelos propuestos. Los resultados computacionales obtenidos con los diferentes modelos se presentan en la Sección 6. Finalmente, en la Sección 7 se presentan las conclusiones y las futuras extensiones de este trabajo.

## II. El ACPP

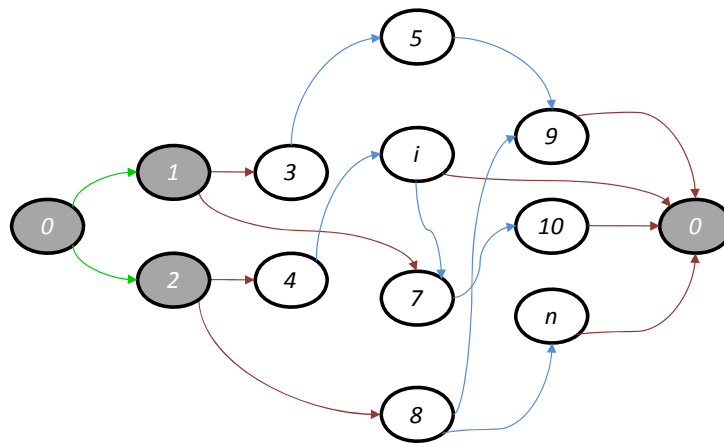
El ACPP para este estudio consiste en hallar a partir del itinerario comercial el mínimo número de particiones necesarias para cubrir toda la operación. Ésto es análogo a minimizar el número de tripulaciones requeridas para atender todos los *legs* de los vuelos del itinerario comercial ya que a cada partición se le asigna una única tripulación. Adicionalmente, es deseable que las particiones escogidas sean las de mínimo tiempo ocioso en tierra. Así mismo, las particiones generadas deben cumplir con reglas y restricciones operacionales, regulatorias, y sindicales del sector aeronáutico del país en que opera la aerolínea. Sin pérdida de generalidad, este estudio está basado en datos de una aerolínea colombiana que considera las siguientes reglas:

- a cada partición se le asigna un sólo tipo de aeronave ya que no toda tripulación está en capacidad de volar cualquier tipo de aeronave; y
- las particiones no deben exceder: (1) un número máximo de aterrizajes, (2) un tiempo máximo de vuelo, ni (3) un tiempo máximo de servicio.

El conjunto final de particiones para todo el itinerario comercial se obtendrá resolviendo por separado un ACPP para cada día dentro del horizonte de planeación y para cada tipo de aeronave. Esta separación es posible debido a que cada día las tripulaciones inician y terminan en la misma base de personal (i.e., no hay pernoctas) y, como ya se mencionó, a que no todo el personal está en capacidad de volar/atender cualquier tipo de aeronave.

### III. Modelo entero-mixto (ACPP/MIP)

Una versión simplificada de la red a partir de la cual se deriva la formulación para este modelo se presenta en la Figura 1. En ésta, se observa un grafo dirigido acíclico en donde los nodos representan *legs* del itinerario comercial y los arcos representan las posibles conexiones que existen.



**Figura 1:** Representación basada en redes para el ACPP

Los nodos  $0$ ,  $1$  y  $2$  son nodos especiales. El nodo  $0$  representa una base agregada en donde todas las tripulaciones deben iniciar y terminar. Por su parte, los nodos  $1$  y  $2$  sirven para diferenciar las tripulaciones que inician con un trayecto nacional o internacional, respectivamente, con el fin de incluir los diferentes tiempos de presentación y permanencia en el aeropuerto. Con relación a los arcos, los de color verde representan las conexiones de la base agregada con los nodos  $1$  y  $2$ . Por su parte, los arcos de color rojo conectan los nodos  $1$  y  $2$  con aquellos *legs* que inician en ciudades que son bases de personal, y a los *legs* que terminan en ciudades base de personal con el nodo  $0$ . Los arcos de color azul representan las posibles conexiones que pueden existir entre *legs*. Para que exista un arco azul entre un trayecto y otro se debe cumplir que la ciudad de destino del primer trayecto sea igual a la ciudad de origen del segundo trayecto y que la hora de salida del segundo trayecto sea mayor o igual a la

hora de llegada del primer trayecto más el tiempo de atención en tierra en la ciudad de destino del primer trayecto. Sobre este grafo, la representación de una partición sería un camino para ir y volver al nodo  $0$ . De esta forma, lo que se busca con este modelo es minimizar la cantidad de caminos para ir y volver al nodo  $0$  que se requieren para atender todos los nodos que representan *legs* en el grafo y, además, que los caminos generados cumplan con todas las restricciones que definen a las particiones factibles. A partir de esta representación basada en redes, la formulación matemática para el ACPP se presenta a continuación.

Sea  $G(N,A)$  un grafo dirigido acíclico, donde  $N=\{0, 1, \dots, i, \dots, n\}$  representa el conjunto de nodos y  $A$  representa el conjunto de arcos, descritos anteriormente. Sea  $N_L = N \setminus \{0, 1, 2\}$  el conjunto de nodos que representan *legs* de los vuelos del itinerario comercial y  $N_L^c$  su complemento. Sea  $B$  el conjunto de ciudades base de personal. Sea  $c_{\max}$  un parámetro que indica el número máximo de tripulaciones a utilizar, calculado como el número de *legs* que inician en una ciudad base de personal. Por su parte, sean  $l_{\max}$ ,  $t_{\max}^f$  y  $t_{\max}^s$  parámetros que indican el número máximo de aterrizajes, el tiempo máximo de vuelo y el tiempo máximo de servicio para las tripulaciones, respectivamente. Para todo nodo que representa un *leg* (i.e.,  $\forall i \in N_L$ ), sean  $o_i, d_i, t_i^d, t_i^a, t_i^g, l_i$  y  $t_i^f$ , la ciudad de origen, la ciudad de destino, la hora de salida, la hora de llegada, el tiempo de atención en tierra en la ciudad de destino, el número de aterrizajes y el tiempo de vuelo asociado al trayecto representado por el nodo  $i$ , respectivamente. A su vez, sea  $[t_i^-, t_i^+]$  la ventana de tiempo asociada a la hora de salida del trayecto  $i$ . Con respecto a las variables de decisión, sea  $x_{ij}^k$  una variable binaria que toma el valor de 1 si la tripulación  $k$  cubre el trayecto  $i$  y el trayecto  $j$ ; toma el valor de 0 en caso contrario. La variable de decisión  $s_i^k$  representa el tiempo de inicio del servicio del trayecto  $i$ , si la tripulación  $k$  cubre este trayecto. Es importante aclarar que para este modelo se asume que la ventana de tiempo asociada a la hora de salida de cada trayecto es dura (i.e.,  $t_i^- = t_i^+ = t_i^d$ ). A su vez, se asume que  $\forall i \in N_L^c, t_i^d = t_i^a = l_i = t_i^f = 0$ . Por otro lado, se asume que  $t^g_0$  representa el tiempo de permanencia para las tripulaciones en el aeropuerto después del último vuelo y que  $t^g_1$  ( $t^g_2$ ) es el tiempo de presentación para las tripulaciones antes del primer vuelo si este es nacional (internacional). Por último, se

asume que  $M \gg 0$ . A partir de estas definiciones, el ACPP/MIP se presenta a continuación.

$$\text{minimizar } z_1 = \sum_{k=1}^{c_{\max}} \sum_{\{j \in N \mid (0,j) \in A\}} x_{0j}^k \quad (1)$$

sujeto a,

$$\sum_{k=1}^{c_{\max}} \sum_{\{j \in N \mid (i,j) \in A\}} x_{ij}^k = 1 \quad (i \in N_L) \quad (2)$$

$$\sum_{\{j \in N \mid (i,j) \in A\}} x_{ij}^k - \sum_{\{j \in N \mid (j,i) \in A\}} x_{ji}^k = 0 \quad (i \in N, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (3)$$

$$\sum_{\{i \in N \mid (0,i) \in A\}} x_{0i}^k \leq 1 \quad (1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (4)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} l_i \cdot x_{ij}^k \leq l_{\max} \quad (1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} t_i^f \cdot x_{ij}^k \leq t_{\max}^f \quad (1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (6)$$

$$s_i^k + t_i^f + t_i^g - s_j^k + M \cdot x_{ij}^k \leq M \quad ((i,j) \in A, i \neq 0, j \notin N_L^c, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (7)$$

$$s_i^k + t_i^f + t_0^g - t_{\max}^s - \left( \sum_{\{(l,m) \in A \mid 0 < l < 3\}} (t_m^d - t_l^g) \cdot x_{lm}^k \right) + M \cdot x_{i0}^k \leq M \quad ((i,0) \in A, i \neq 0, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (8)$$

$$t_i^- \leq s_i^k \leq t_i^+ \quad (i \in N_L, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (9)$$

$$\sum_{\{(i,j) \in A \mid 0 < i < 3, o_j = b\}} x_{ij}^k - \sum_{\{(i,j) \in A \mid d_i = b\}} x_{i0}^k = 0 \quad (b \in B, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (10)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad ((i,j) \in A, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (11)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad (i \in N, 1 \leq k \leq c_{\max}) \quad (12)$$

El objetivo del problema (1), representa la minimización del número de tripulaciones requeridas para cubrir el itinerario comercial. El conjunto de restricciones (2) garantiza que todos los *legs* sean atendidos por alguna tripulación. Las restricciones (3)-(4) definen la estructura de una partición, en el sentido que, garantizan que ésta inicie en la base agregada y, que a través de conexiones válidas entre trayectos, ésta termine nuevamente ahí. Los conjuntos de restricciones definidos en las ecuaciones (5)-(6) garantizan que las particiones no excedan ni el número máximo de aterrizajes ni el tiempo máximo de vuelo permitido. Por su parte, las restricciones (7)-(9) garantizan que las ventanas de tiempo asociadas a cada trayecto sean respetadas. Así mismo, garantizan que el tiempo máximo de servicio para las tripulaciones no sea excedido. El conjunto de restricciones (10) garantiza que las tripulaciones inicien y terminen en la misma ciudad base de personal. Finalmente, el conjunto de restricciones (11)-(12) definen la naturaleza de las variables de decisión. De este punto en adelante el conjunto de restricciones (2)-(12) se denominará  $\Omega$ .

Con el fin de lograr que el tiempo ocioso de las particiones generadas sea mínimo, este modelo es resuelto en dos fases, siguiendo la metodología de *ε-restricciones* (Chankong & Haimes, 1983). Ésto es necesario ya que los objetivos de minimizar el número de particiones requeridas y minimizar el tiempo ocioso en tierra son objetivos en conflicto. Debido a que es más importante disminuir el número de particiones que disminuir el tiempo ocioso, se toma como el objetivo de la primera fase el de minimizar el número de particiones requeridas (1), sujeto al conjunto de restricciones  $\Omega$ . En la segunda fase, se busca minimizar el tiempo ocioso, sin deteriorar el objetivo alcanzado en la primera fase y respetando el conjunto de restricciones  $\Omega$ . Para ésto, sea  $t_{ij}$  el tiempo ocioso asociado a la conexión entre el trayecto  $i$  y el trayecto  $j$ . Así, el modelo asociado a la segunda etapa puede ser representado por el objetivo (13) sujeto a la restricción (14) y al conjunto de restricciones  $\Omega$ , en donde  $z_1^*$  es el óptimo de la primera fase.

$$\text{minimizar} \quad z_2 = \sum_{k=1}^{c_{\max}} \sum_{(i,j) \in A} t_{ij} \cdot x_{ij}^k \quad (13)$$

sujeto a,

$$\sum_{k=1}^{c_{\max}} \sum_{\{j \in N \mid (0,j) \in A\}} x_{0j}^k = z_1^* \quad (14)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \in \Omega \quad (15)$$

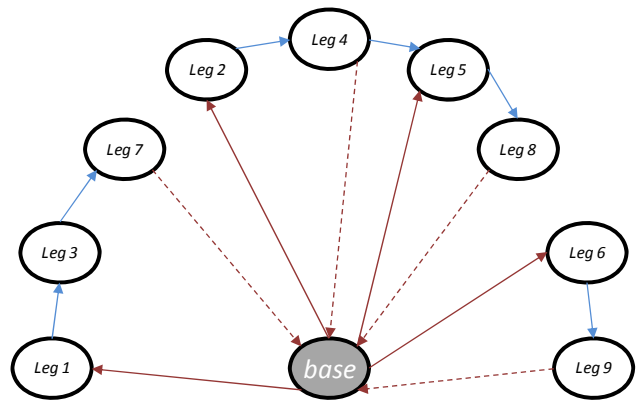
#### **IV. Modelo de *set partitioning* (ACPP/SP)**

El modelo de *set partitioning* parte de la premisa de que si se conocen todas las particiones factibles, es posible seleccionar entre ellas las mejores. Dado que el número de posibles particiones es enorme (Gopalakrishnan & Johnson, 2005), este modelo usualmente es resuelto a través de la técnica de *column generation*, la cual permite generar dinámicamente sólo aquellas particiones que sean de interés (en términos de sus costos) en lugar de enumerar el conjunto completo. Para garantizar que las particiones seleccionadas sean, además, las de menor tiempo ocioso, este modelo, al igual que el presentado en la sección anterior, es resuelto en dos fases siguiendo la metodología de  *$\varepsilon$ -restricciones*.

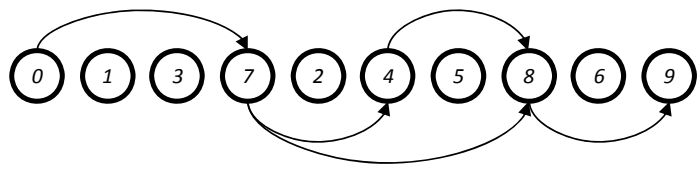


## V. *Split* (ACPP/SPLIT)

*Split* (Prins, 2004) es una heurística que sigue el principio de *route-first cluster-second* (Beasley, 1983), comúnmente utilizado para solucionar problemas en el contexto de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) (Laporte, 2007). Según este principio, primero se especifica un orden de atención deseado para los clientes y después se revisa si este orden es factible o no. Para el ACPP, la forma en que opera *split* es, primero, toma un orden de atención deseado para todos los *legs* de los vuelos dentro del itinerario comercial (permutación) y, después, lo divide en particiones factibles. Este proceso de división se hace sobre un grafo auxiliar, construido a partir de la permutación, en el cual cada arco representa una partición factible. La solución al ACPP se obtiene al resolver un *problema de ruta más corta* sobre este grafo auxiliar, en donde los arcos en la solución representan las mejores particiones para el problema y su costo agregado (número de tripulaciones requeridas) estará dado por el número de arcos en esta ruta. Vale la pena aclarar que la solución que se genera con este procedimiento depende del orden de visita que se especificó en la permutación, es por esto, que se considera a *split* una heurística.



a) ACPP dada la permutación



b) Grafo auxiliar

**Figura 2:** Ejemplo de *split* para el problema de ACPP

Como ejemplo, considere un itinerario comercial con nueve *legs*, donde se utiliza como orden de atención la permutación: 1-3-7-2-4-5-8-6-9. En la Figura 2(a), los arcos en rojo representan las conexiones entre la base agregada (en donde todas las tripulaciones deben iniciar y terminar) y los trayectos del itinerario comercial. Estas conexiones muestran los trayectos que podrían ser el inicio de una partición (arcos en rojo no-punteados) y los trayectos que podrían ser los últimos de una partición (arcos en rojo punteados). Por su parte, los arcos en azul representan las posibles conexiones entre trayectos siguiendo el orden de la permutación. Para solucionar el ACPP por medio de *split*, el problema presentado en la Figura 2(a) es transformado en el grafo auxiliar presentado en la Figura 2(b). En este nuevo grafo, los arcos representan las particiones factibles existentes, por ejemplo, el arco (0, 7) representa la partición compuesta por los trayectos 1, 3 y 7. Para hallar la solución al ACPP se debe encontrar la ruta más corta en el grafo auxiliar desde el nodo 0 (base agregada) hasta el último trayecto en la permutación (trayecto 9). Los arcos en la ruta de mínimo costo serán las mejores particiones para el ACPP y el número de arcos empleados indicarán el mínimo número de tripulaciones necesarias para cubrir la operación (dada esa permutación). El objetivo

del tiempo ocioso se maneja como un costo adicional sobre los arcos, lo cual permite no sólo seleccionar el menor número de particiones, sino también, las de menor tiempo ocioso en tierra.

Es importante aclarar que, dado que el ACPP presenta restricciones de precedencia y de ventanas de tiempo, la generación de las permutaciones a evaluar no es trivial. Para este trabajo fue necesario diseñar un generador de permutaciones inspirado en el *problema de flujo de costo mínimo con múltiples bienes* por medio del cual se genera un conjunto de particiones (cumpliendo únicamente las restricciones de precedencia y de ventanas de tiempo), que fueron utilizadas posteriormente para generar una permutación factible para el ACPP.

## VI. Resultados

La Tabla 1 consolida los mejores resultados obtenidos al resolver cada una de las ocho instancias reales utilizando los modelos propuestos. Estas instancias corresponden a una aerolínea colombiana de pequeña escala, con operación nacional e internacional, que cuenta con 14 aeronaves y presenta itinerarios que van desde 22 *legs* hasta 99 *legs*. Para las instancias consideradas, los modelos ACPP/MIP y ACPP/SP fueron resueltos directamente con un optimizador comercial (Xpress-MP). Sin embargo, dado el tamaño de las dos instancias más grandes (LV-D201-99 y S-D201-84) no fue posible hallar la solución óptima con el ACPP/MIP (dentro de un tiempo computacional razonable fijado en 20 minutos) o con el ACPP/SP (obtener la solución entera óptima). Por tal razón, fue necesario derivar otros métodos que permitieran obtener una solución entera para estas instancias. La descripción de estos métodos se presenta a continuación:

- Modelo entero mixto más cota (ACPP/MIP+C): Este modelo es el mismo ACPP/MIP con una restricción adicional que acota el valor mínimo de la función objetivo (número de tripulaciones requeridas). El valor de esta cota se obtiene al resolver la relajación del ACPP/SP a través de *column generation*. Con base en lo anterior, se puede garantizar que la solución obtenida con este modelo será la solución entera óptima del problema.
- Modelo de *set partitioning* más generación aleatoria de particiones (ACPP/SP+G): En este modelo se parte de las particiones generadas por el ACPP/SP y, por medio de un *costeo dual aleatorio*, se generan particiones adicionales. El criterio de parada está dado por la obtención de una solución entera para el problema. El hecho de que se costee aleatoriamente, implica que la solución obtenida con este modelo será una solución heurística al problema.

**Tabla 1:** Programación manual vs. mejores resultados

## a) Tripulaciones requeridas

Instancia	Legs	Tripulaciones			Tiempo CPU (s)	Mejora
		Manual	Modelo	Usado		
S-D202-22	22	4	4	ACPP/MIP	0.48	0.00%
LV-D202-24	24	4	4	ACPP/MIP	1.33	0.00%
S-D300-26	26	5	5	ACPP/MIP	0.56	0.00%
M-D300-44	44	9	9	ACPP/SP	3.48	0.00%
J-D300-44	44	8	8	ACPP/SP	3.91	0.00%
LIV-D300-45	45	8	8	ACPP/MIP	5.03	0.00%
S-D201-84	84	15	13	ACPP/MIP+C	116.72	13.33%
LV-D201-99	99	16	16	ACPP/SP+G	79.53	0.00%

## b) Tiempo ocioso (min)

Instancia	Legs	Tiempo Ocioso			Tiempo CPU (s)	Mejora
		Manual	Modelo			
S-D202-22	22	95	95	0.17	0.00%	
LV-D202-24	24	105	105	0.36	0.00%	
S-D300-26	26	107	87	0.63	18.69%	
M-D300-44	44	205	180	4.81	12.20%	
J-D300-44	44	207	182	2.42	12.08%	
LIV-D300-45	45	205	205	2.84	0.00%	
S-D201-84	84	703	648	36.75	7.82%	
LV-D201-99	99	898	563	135.63	37.31%	

Para todas las instancias fue posible obtener la solución óptima. En la Tabla 1(a), se observa que se logró una reducción de dos tripulaciones (13.33%) para la segunda instancia más grande (S-D201-84) con respecto a la solución construida manualmente. Esta reducción del número de tripulaciones requeridas se traduce en ahorros anuales para la aerolínea del orden de USD 150,000 por concepto de salarios, siempre y cuando, ésta efectivamente pueda prescindir de los servicios de dos tripulaciones. Para el resto de instancias, se encontró que el número de tripulaciones necesarias según el modelo es igual al que se especificaba en la solución construida manualmente. Sin embargo, el tiempo computacional requerido para hallar estas soluciones es significativamente menor comparado con la solución manual. Éste pasó de 2 horas (aprox.) por instancia a 215.16 segundos para la instancia más grande (LV-D201-99), lo que representa un ahorro del 94.02%. Con respecto al tiempo ocioso, los resultados presentados en la Tabla 1(b) muestran ahorros significativos para cinco de las ocho instancias presentadas. Éstos ahorros oscilan entre el 7.82% (S-D201-84) y el 37.31% (LV-D201-99). Estas mejoras en el tiempo ocioso reducen los tiempos de servicio

asociado a las tripulaciones desde un 1.00% (S-D300-26) hasta un 7.50% (LV-D201-99).

Con respecto a los resultados obtenidos con el ACCP/Split, éstos se presentan en la Tabla 2. En ésta se especifica el número de tripulaciones requeridas, el tiempo ocioso en tierra asociado a éstas, el tiempo computacional empleado, la diferencia con respecto al óptimo del número de tripulaciones requeridas, la diferencia con respecto al óptimo del tiempo ocioso agregado y la diferencia con respecto al tiempo computacional empleado por los métodos con los que se generaron los resultados presentados en la Tabla 1. Estos resultados fueron obtenidos al utilizar *jSplit* (Villegas et al., 2008), un marco de trabajo orientado a objetos para la implementación fácil y eficiente de la heurística *split*.

**Tabla 2:** ACCP/Split - mejores resultados

Instancia	Legs	<i>Split</i>		Tiempo ocioso (min)	Tiempo CPU (s)	Diferencia Tripu.	Diferencia Tiempo ocioso	Diferencia Tiempo CPU
		Tripu.						
S-D202-22	22	4		95	0.61	0.00%	0.00%	6.73%
LV-D202-24	24	4		105	1.00	0.00%	0.00%	40.76%
S-D300-26	26	5		87	1.00	0.00%	0.00%	16.11%
M-D300-44	44	9		180	1.00	0.00%	0.00%	87.94%
J-D300-44	44	8		182	1.00	0.00%	0.00%	84.19%
LIV-D300-45	45	8		205	1.00	0.00%	0.00%	87.30%
S-D201-84	84	13		648	122.00	0.00%	0.00%	20.50%
LV-D201-99	99	16		563	153.00	0.00%	0.00%	28.89%

Como se observa en la Tabla 2, para todas las instancias fue posible obtener la solución óptima, tanto para el número de tripulaciones requeridas como para el tiempo ocioso de éstas. Por otro lado, el tiempo computacional requerido para hallar estas soluciones es significativamente menor comparado con los otros modelos (MIP, SP, MIP+C, SP+G). Éste se mejoró entre un 6.73% (S-D202-22) y un 87.94% (M-D300-44). Estos resultados muestran la calidad de las soluciones y la rapidez con que se generan al resolver el problema a través de esta heurística.

## **VII. Conclusiones**

En este trabajo se propone una metodología para el problema de la definición de las particiones que conforman los horarios de trabajo de las tripulaciones. Con base en los resultados obtenidos para las instancias aquí presentadas, es posible afirmar que los modelos propuestos pueden ser utilizados como herramienta de apoyo a la decisión para diseñar particiones que representan ahorros significativos en términos del número de tripulaciones requeridas para cubrir la operación, su tiempo ocioso en tierra y su tiempo de servicio. A su vez, estos modelos proveen a las aerolíneas de flexibilidad en la toma de decisiones al permitirles de manera rápida y eficiente la generación de soluciones (particiones), el reajuste de éstas y la posibilidad de explorar diferentes alternativas al variar los parámetros de entrada de cada uno de los diferentes modelos. En trabajos futuros, se probarán los modelos propuestos con instancias reales más grandes para evaluar su escalabilidad. Así mismo, se relajará el supuesto que las tripulaciones no pueden pernoctar y se trabajará sobre la integración de estos modelos en un modelo que permita resolver simultáneamente el problema de la generación de particiones y el problema de la definición de los horarios de trabajo de las tripulaciones, esto es, el ACSP. Finalmente, se puede afirmar que los modelos propuestos contribuyen al desarrollo de un mercado creciente como lo es el de las aerolíneas de bajo costo al permitirles utilizar de forma eficiente sus recursos, específicamente, su fuerza laboral.

## Referencias

- Ahmadbeygi, S., Cohn, A., & Weir, M. 2008. An integer programming approach to generating airline crew pairings. *Computers & Operations Research*, In Press. DOI: 10.1016/j.cor.2008.02.001.
- Barnhart, C., Cohn, A.M., Johnson, E.L., Klabjan, D., Nemhauser, G.L., & Vance, P.H. 2003. Airline Crew Scheduling. In: *Handbook of Transportation Science* (R. Hall, ed.), Kluwer Academic Publishers, pp. 517-560.
- Beasley, J.E. 1983. Route-first cluster-second methods for vehicle routing. *Omega*, 11 : 403–408.
- Chankong, V. & Haimes, Y.Y. 1983. Multiobjective decision making: theory and methodology. New York (NY, USA): North-Holland.
- Desrochers, M. & Soumis, F. 1988. A generalized permanent labeling algorithm for shortest path problems with time windows. *INFOR*, 26:191–212.
- Ernst, A.T., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., Owens, B., and Sier, D. 2004. An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering. *Annals of Operations Research*, pp. 21-144.
- Fahle, T., Junker, U., Karisch, S., Kohl, N., Sellmann, M. & Vaaben, B. 2002. Constraint programming based column generation for crew assignment. *Journal of Heuristics*, 8:59–81.
- Garfinkel, R.S. & Nemhauser, G.L. 1970. Optimal political districting by implicit enumeration techniques. *Management Science*, 16(8):495–508.



- Gopalakrishnan, B. & Johnson, E. 2005. Airline crew scheduling: State-of-the-art. *Annals of Operations Research*, 140(1):305-337.
- Guo, Y., Mellouli, T., Suhl, L., Thiel, M. 2006. A partially integrate airline crew scheduling approach with time-dependent crew capacities and multiple home bases. *European Journal of Operational Research*, 171(3):1169–1181.
- Klabjan, D., Johnson, E.L. & Nemhauser, G.L. 2001. Solving large airline crew scheduling problems: random pairing generation and strong branching. *Computational Optimization and Applications*, 20:73–91.
- Klabjan, D., Johnson, E., Nemhauser, G., Gelman, E., & Ramaswamy, S. 2002. Airline crew scheduling with time windows and plane count constraints. *Transportation Science*, 36:337–348.
- Klabjan, D. 2005. Large-scale models in the airline industry. In: *Column generation* (M.M. Solomon, ed.), Springer, New York, pp. 163-195.
- Laporte, G. 2007. What You Should Know about the Vehicle Routing Problem. *Naval Research Logistics*, 54: 811-819.
- Lavoie, S., Minoux, M. & Odier, E. 1988. A new approach for crew pairing problems by column generation with an application to air transportation. *European Journal of Operational Research*, 35:45–58.
- Marsten, R.E. 1974. An algorithm for large set partitioning problems. *Management Science*, 20(5):774–787.
- Prins, C. 2004. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 31(12):1985-2002.

Rushmeier, R.A., Hoffman, K.L., & Padberg, M. (1995). Recent advances in exact optimization of airline scheduling problems. *Technical Report*, George Mason University.

Vance, P.H., Barnhart, C., Johnson, E.L., & Nemhauser, G.L. (1995). Airline Crew Scheduling: A New Formulation and Decomposition Algorithm. *Operations Research*, 45(2):188–200.

Villegas, J.G., Medaglia, A.L., Mendoza, J.E., Prins, C., Prodhon, C. & Velasco, N. (2008). A split-based framework for the vehicle routing problem. *XIV Congreso Latino Ibero Americano de Investigación de Operaciones (CLAIO)*. Cartagena, Colombia. pp. 113-113. ISBN: 978 958 825283-4.