

***Modelo de optimización multiobjetivo para asignar estudiantes
en los colegios distritales de Bogotá***

Trabajo de tesis

Presentado al

Departamento de Ingeniería Industrial

Por

Juliana Uribe Reyes

Asesor: Andrés L. Medaglia G.

Co-asesor: Jorge A. Sefair C.

Para optar al título de

Magíster en Ingeniería Industrial

Departamento de Ingeniería Industrial

Centro para la Optimización y Probabilidad Aplicada (COPA)

<http://copa.uniandes.edu.co>

Universidad de los Andes

Bogotá, Colombia

Enero de 2011

Agradecimientos

Agradezco a mis asesores Andrés L. Medaglia y Jorge A. Sefair por guiarme en el desarrollo de este trabajo y por las enseñanzas que me han dejado, tanto a nivel profesional como personal. A mi familia, a Camilo B. y a Paola quienes siempre me apoyaron y confiaron en mí. A Juan David, María Isabel, Carolina, David, Jaime, Valentina, Diana F., Miguel Ángel, Sandra, Catalina, Andrea, Diana R., Laura, Leonardo, Andrés Felipe, Andrés David, Víctor, Camilo H., Jorge y Francisco por convertirme en días de trabajo en días de diversión y por siempre tenerme sumo amigo cuando lo necesité.

Agradezco a los funcionarios de la Secretaría de Educación Distrital de Bogotá, especialmente a Gleidy Jeréz, por facilitarme la información necesaria para el desarrollo de este trabajo y por atender todas mis dudas de forma cordial.

Finalmente, agradezco a Fair Isaac Corporation (FICO) por proveernos las licencias de Xpress-MP bajo el Academic Partner Program suscrito con la Universidad de los Andes.

Tabla de contenido

Resumen	6
1. Introducción	7
2. Revisión de la literatura	10
3. Esquema de asignación actual	16
4. Modelo y esquema de asignación propuestos	26
4.1 Modelo propuesto	26
4.2 Esquema de asignación propuesto	29
5. Caso de estudio	32
5.1 Recolección de la información y obtención de los parámetros para las instancias del modelo de optimización propuesto	32
5.2 Resultados computacionales	37
5.2.1 Resultados obtenidos con el esquema de solución actual	37
5.2.2 Resultados obtenidos con el esquema de solución propuesto	39
5.3 Análisis y comparación de resultados	43
6. Conclusiones	54
Referencias	59

Listadetaclas

Tabla1.Ofertaeducativapornivelesygradosdel	sistemaeducativooficialdeBogotá	16
Tabla2.Criteriosdepriorizacióndeestudiantes,	ordenadossegúnimportancia	17
Tabla3.Cuposdisponiblesenlasjornadasdelos	uatrocolegiossolicitadospor	21
doceestudiantes		
Tabla4.Criteriosdepriorización,prioridaddeas	ignaciónypreferenciasporcuatro	23
colegiosparalosdoceestudiantesdelainstancia	deprueba	
Tabla5.Cantidaddeestudiantesnuevosinscritos,	cuposdisponiblesenloscolegios	36
solicitados,cantidaddecolegiosyvariablesde	cisiónparacadaunodelosgrados	
Tabla6.Resultadosdelaasignaciónautomáticapor	opcionesdelosestudiantesnuevos	38
inscritosparaelaño2011,realizadaporlaSecre	taríadeEducaciónDistrital	
Tabla7.Resultadosdelaejecuciónodelmodelodeo	ptimizaciónquemaximizaelprimer	39
objetivo,paralos21gradosdelsistemaeducativo	oficialdeBogotá	
Tabla8.Resultadosdelaejecuciónodelmodelodeo	ptimizaciónquemínimizaelsegundo	40
objetivo,paralos21gradosdelsistemaeducativo	oficialdeBogotá	
Tabla9.Resultadosdelaejecuciónodelmodelode	optimizaciónquemínimizaeltercer	41
objetivo,paralos21gradosdelsistemaeducativo	oficialdeBogotá	
Tabla10.Resultadosdelaasignaciónautomáticapor	opcionesdelosestudiantesnuevos	42
inscritosparaelaño2011,obtenidaconelesquema	desoluciónpropuesto	
Tabla11.Resultadosdelasimplementacionesdelmo	deloquemínimiza	43
insatisfaccióngeneralporcolegiosasignados,vari	andoelvalorde α_1	
cada0.05unidadesentre0y1,paraelgrado0		
Tabla12.Cantidaddeestudiantesasignadosaalgun	adesusopcionesdeasignación(colegios)	44
escogidoseinsatisfaccióngeneralporcolegiosasi	gnados,comoresultadodel	
esquemadesoluciónactual,paraelgrado0		
Tabla13.Resultadosdelasimplementacionesdelmo	deloquemínimiza laprioridad	48
agregadadelosestudiantes,variandoelvalorde	α_1 cada0.05unidadesentre0y1	
y manteniendoelvalorde $\alpha_2 = 0$,paraelgrado0		
Tabla14.Cantidaddeestudiantesasignadosaalgun	adesusopcionesdeasignación(colegios)	48
escogidoseinsatisfaccióngeneralporcolegiosasi	gnados,comoresultadodel	
esquemadesoluciónactual,paraelgrado0		
Tabla15.Comparacióndelosvaloresdelosobjetiv	osencontradosmediantelos esquemas	50
desoluciónactualypropuesto,paraelgrado0		
Tabla16.Comparacióndelosresultadosdelaasign	aciónautomáticaporopciones	51
obtenidosmediantelos esquemasdesoluciónactual	ypropuestoparalos	
estudiantesnuevosinscritosparaelaño2011		

Listadefiguras

Figura 1. Clasificación de la población en edades escolares en Bogotá	7
Figura 2. Clasificación de los problemas de asignación	10
Figura 3. Etapas del proceso de asignación de cupos	19
Figura 4. Distribución geográfica de doce estudiantes en cuatro colegios para una instancia de prueba	20
Figura 5. Visualización geográfica de la asignación de estudiante 1 al colegio C para la instancia de prueba.	23
Figura 6. Visualización geográfica de la asignación de estudiante 2 al colegio A para la instancia de prueba.	23
Figura 7. Asignaciones de los primeros nueve estudiantes antes de la instancia de prueba.	24
Figura 8. Visualización geográfica de las asignaciones de todos los estudiantes de la instancia de prueba	25
Figura 9. Representación conceptual del problema de asignación de estudiantes a colegios	28
Figura 10. Esquema de solución propuesto	30
Figura 11. Diagrama de flujo del procedimiento para determinar los conjuntos de estudiantes y colegios y obtener los parámetros para las instancias del modelo de optimización propuesto	33
Figura 12. Comparación de resultados encontrados para el proceso de asignación de estudiantes mediante los esquemas de solución actual y propuesto, para el grado 0 (Transición)	45
Figura 13. Ilustración de los efectos de los resultados encontrados mediante la implementación del segundo modelo, para el grado 0	46
Figura 14. Comparación de resultados encontrados para el proceso de asignación de estudiantes mediante los esquemas de solución actual y propuesto, para el grado 0 (Transición)	49
Figura 15. Comparación de la cantidad de estudiantes asignados a cada uno de los colegios de preferencia, para los esquemas de solución actual y propuesto.	52

Resumen

Uno de los procesos llevados a cabo cada año por la Secretaría de Educación Distrital (SED), para garantizar el acceso y la permanencia de la población en edad escolar en el sistema educativo oficial de Bogotá, es la asignación de cupos a nuevos estudiantes. Este trabajo se desarrolla en torno a la primera fase de este proceso, denominada asignación automática por opciones. El esquema de solución actual, utilizado por la SED, es susceptible de ser mejorado debido a que no evalúa todas las posibilidades de asignación existentes. Por esta razón, se propone la novedosa aplicación de una metodología basada en el uso de un modelo de optimización enter multiobjetivo, que respeta los actuales criterios de asignación de cupos a los estudiantes, definidos y ordenados por la SED. La metodología fue aplicada utilizando la información del proceso de matrículas del año 2011, en la que la instancia de mayor tamaño considera la asignación de 50,606 estudiantes a 700 colegios, bajo condiciones de déficit de capacidad. La asignación encontrada permite otorgar un cupo a 12,206 estudiantes más, que representan una mejora del 13.3% sobre el total de estudiantes que solicitaron un cupo para el 2011. Además de incrementar la cobertura del sistema, estos resultados aumentan la satisfacción de los estudiantes y sus familias respetando la prioridad de los educandos dentro del proceso de asignación.

1. Introducción

Según lo establece la Constitución Política de Colombia del año 1991, la educación es un derecho fundamental y un servicio público que cumple con la función social, a cargo del Estado, la sociedad y la familia (Colombia, 1996, Art. 67). El responsable de generar las condiciones necesarias para el ingreso y la permanencia de los niños, niñas y jóvenes en el sistema educativo oficial es el Estado, por medio de sus instituciones, es el Departamento de Educación Distrital (SED) y la Secretaría de Educación Distrital (SED) velan por el cumplimiento de este deber a través de una oferta educativa constituida por los colegios distritales, distritales en concesión y privados en convenio, ubicados en las veintidós localidades de la ciudad. A través de esta oferta educativa, la SED garantiza la continuidad de los antiguos y busca atender la demanda de estudiantes

que se han dado mediante estrategias como la construcción de nuevos colegios, ampliación y mejoramiento de infraestructuras físicas, optimización de la capacidad instalada, arrendamientos, convenios con colegios privados y a través del ofrecimiento de cupos en colegios distritales en concesión (Secretaría de Educación Distrital, 2008). La demanda que puede ser potencialmente atendida por la SED se ilustra en la Figura 1, corresponde a la población que solicita un cupo en el sistema educativo oficial y está constituida por los estudiantes antiguos que, al finalizar el año 2010, se encuentran matriculados en alguna de las instituciones que conforman la oferta educativa de la SED y por los estudiantes nuevos que no se encuentran matriculados en ninguna de estas instituciones educativas.

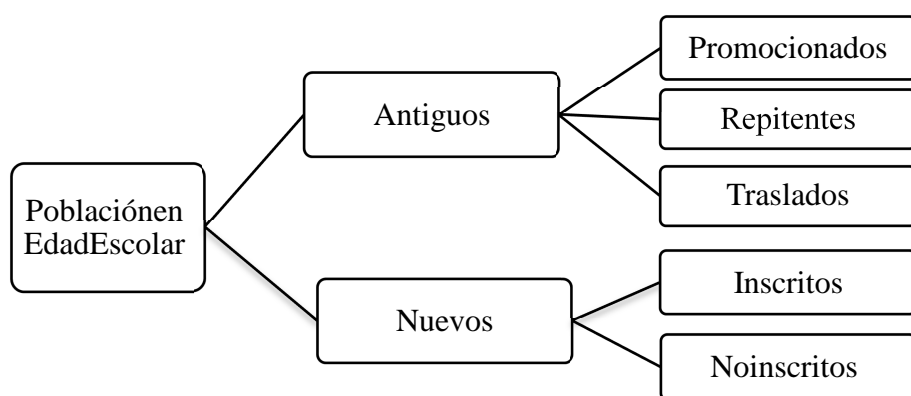


Figura 1. Clasificación de la población en edad escolar en Bogotá

(SED, 2010).

Dentro del grupo de estudiantes antiguos están aquellos que han sido promovidos al siguiente grado escolar, los repitentes que deben cursar nuevamente un grado y quienes solicitan ser trasladados

a otra institución educativa oficial. Por otra parte, los estudiantes nuevos se clasifican en inscritos y no inscritos. El primer grupo son aquellos estudiantes que diligenciaron el formulario de inscripción para la solicitud de un nuevo cupo en el sistema de educación oficial de Bogotá, de acuerdo con el cronograma del proceso de matrícula definido por la SED, en su resolución anual de matrículas, mientras que el segundo lo conforman aquellos estudiantes cuya fecha de solicitud de cupo es posterior a la fecha de cierre de la fase de inscripción de estudiantes nuevos. Apartir del año 2010, todos los estudiantes gozan de gratuidad en los colegios del sector oficial de Bogotá y los antiguos no requieren formalizarla matrícula y a que ésta se efectúe de manera automática (SED, 2010).

Como parte del proceso de matrícula oficial, definido por el Ministerio de Educación Nacional a través de la Resolución No. 5360 del 17 de septiembre de 2006 (MEN, 2006), los estudiantes que deseen ingresar al sistema educativo distrital deben inscribirse utilizando la página Web <http://www.sedbogota.edu.co> acercándose a alguno de los puntos de atención de la SED en la ciudad, según el cronograma determinado en la Resolución No. 1582 del 6 de julio de 2010. De esta forma, la SED recopila información sobre los estudiantes para determinar su prioridad en el proceso de asignación y una lista de máximo cuatro instituciones educativas donde desean una cupo, con el fin de satisfacer las necesidades de la comunidad educativa de la mejor manera posible.

Una vez terminada la etapa de inscripción en línea, la SED asigna los cupos disponibles a los estudiantes nuevos inscritos de acuerdo con la oferta educativa discriminada por colegios, jornadas, localidades y grados. Este proceso de asignación se lleva a cabo en tres fases: asignación automática por opciones, georreferenciación y asignación manual. En la primera fase se asignan cupos a los estudiantes en alguna de las cuatro opciones de colegios seleccionadas por los padres de familia mediante un proceso automático. A quienes no les fue asignado en la primera fase, continúan en la segunda donde los cupos disponibles son dados considerando una distancia máxima entre estudiantes y colegios igual a un kilómetro. Por último, los restantes se asignan de manera manual en cada una de las localidades de la ciudad, donde los funcionarios de la SED les asignan alguno de los cupos disponibles.

Esta investigación se concentró en la asignación automática por opciones. Esta parte del proceso constituye una interesante oportunidad de aplicación de los modelos de investigación de operaciones en la solución de problemas que suelen ser de interés en las organizaciones, puesto que se ejecuta cada vez que se realizan liberaciones de cupos que no fueron aceptados por los estudiantes o en aquellos casos en los que no se realizó la formalización de la matrícula en los

colegios correspondientes. Adicionalmente, si se tiene en cuenta que la mayor cantidad de estudiantes nuevos son asignados durante esta primera fase del proceso, se espera que una mejora en los resultados obtenidos disminuya la carga administrativa para la SED en las siguientes fases, promoviendo así un mejor desempeño para esta entidad. Finalmente, es posible resaltar que aspectos a tener en cuenta como el gran tamaño de algunas de las instancias de este problema, la existencia de características inherentes a cada estudiante (e.g., nivel socioeconómico, ubicación geográfica y edad, entre otras), así como la definición de limitadas alternativas de asignación para cada uno de ellos, aumentan la complejidad del modelo de optimización que se requiere para encontrar soluciones a este problema e incentivan el desarrollo de investigaciones relacionadas con este tema.

Es así como surge el interés por crear un *modelo de programación entera multiobjetivo* que apoye el proceso de asignación de cupos teniendo en cuenta los mismos criterios de priorización de estudiantes usados por la SED, buscando de esta manera una solución alternativa a la actualmente obtenida por esta institución pública. Se propone una estrategia de solución basada en el *método de epsilon-restricciones* (Chankong y Haimes, 1983; Goicoechea et al., 1983), aplicada a un ordenamiento *a priori* de los criterios de asignación (Steuer, 1989). Esta estrategia permite que los decisores incorporen sus preferencias sobre los objetivos más importantes dentro de la solución. El método se utilizó en la solución de un caso de estudio del proceso de asignación de cupos a estudiantes nuevos inscritos para el año 2011 en la ciudad de Bogotá.

Este documento se divide en 6 secciones. En la sección 2 se hace una revisión de la literatura existente sobre el problema de asignación de estudiantes a colegios. La sección 3 describe el procedimiento actualmente utilizado por la SED para realizar la asignación de cupos escolares en Bogotá, mientras que la sección 4 muestra el modelo de programación entera multiobjetivo propuesto y explica en detalle el método de solución utilizado. En la sección 5 se presenta el caso de estudio en la ciudad de Bogotá, trabajado con la información suministrada por la SED correspondiente al proceso de asignación de cupos para estudiantes nuevos en el año 2011 con los respectivos resultados computacionales obtenidos. Por último, las conclusiones y algunas propuestas para trabajos futuros se exponen en la sección 6.

2. Revisión de la literatura

Existen muchas situaciones problemáticas que son susceptibles de ser mejoradas con técnicas de optimización. Debido a su capacidad para representar numerosos problemas que suelen encontrarse en la vida diaria, el problema de asignación ha sido ampliamente estudiado y utilizado para resolver diversas situaciones desde que el primer método para su solución fue publicado (Kuhn, 1955). En su modo más general, este problema consiste en encontrar la mejor asignación entre elementos que pertenecen a dos conjuntos disyuntos. En la Figura 2 se muestra la clasificación de este problema realizada por Pentico (2007). Una cantidad considerable de algoritmos y estrategias para su solución pueden ser consultados en Ahuja, et al. (1993), así como en Bertsekas (1991).

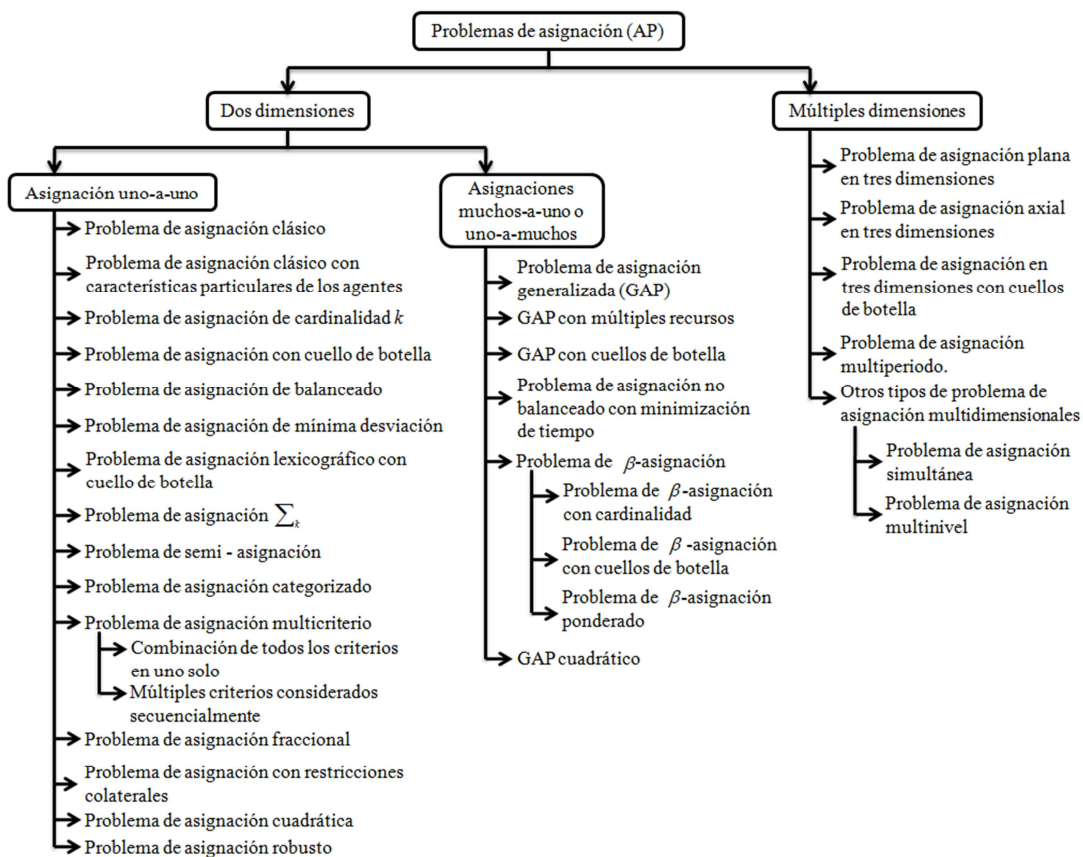


Figura 2. Clasificación de los problemas de asignación

(Pentico, 2007).

Algunas de las aplicaciones de los modelos de asignación como apoyo a la solución de situaciones en un contexto educativo fueron realizadas por Meyer (2009), quien desarrolló un sistema de apoyo a la decisión para asignar estudiantes a grupos de proyectos basado en sus afinidades por determinados temas de trabajo; Franco Baquero et al. (2008), quien resolvió un problema de asignación de salones a través de la técnica metaheurística conocida como

Búsqueda Tabú; y por Castro & Medaglia (2005), quienes propusieron una heurística basada en programación entera binaria para distribuir salones en la Universidad de los Andes, en la que asignaron 1957 secciones de clases a 127 salones, teniendo en cuenta restricciones de horarios, de preferencias de salones y horas por parte de los profesores y las consideraciones de la Oficina de Admisiones y Registro de la dicha universidad.

Cuando los conjuntos disyuntos que se desean asignar restán compuestos por grandes cantidades de elementos, estos problemas se clasifican como de gran escala. Los modelos de optimización con esta característica enfrentan diferentes obstáculos en su proceso de solución, tales como la memoria del computador, los enfoques utilizados en el software especializado y el desempeño computacional, en términos del tiempo requerido para resolver dichos problemas (FICO Tech Talk, 2010). Anteriormente, las limitaciones computacionales implicaban el uso de estrategias de solución que, en ocasiones, no reflejaban fielmente las situaciones que se deseaban solucionar pero permitían encontrar algunas respuestas a los interrogantes existentes. Tal es el caso de Clarke & Surkis (1968), Belford & Ratliff (1972) y Franklin & Koenigsberg (1973), quienes proponen el uso de modelos de optimización para la asignación de estudiantes a colegios, inspirados por la decisión de la Suprema Corte de los Estados Unidos de América de promover el balance racial en todos los sistemas escolares de la nación (Ahuja, et al., 1993). Las estrategias de solución utilizadas para promover la no discriminación racial incluían la unificación de los estudiantes en una cantidad de grupos que respetara las restricciones computacionales existentes, con el fin de realizar asignaciones de grupos de estudiantes a colegios, en lugar de otorgar el cupo a cada estudiante de forma independiente. En los últimos años, importantes progresos han sido logrados para superar estos obstáculos. Gracias al continuo trabajo en investigación y desarrollo alrededor del mundo, en la actualidad es posible encontrar soluciones para problemas de grandes dimensiones utilizando poderosos paquetes computacionales especializados en modelos de optimización.

La asignación de estudiantes a colegios ha sido estudiada por algunos autores, quienes han visto en los modelos de optimización una oportunidad para resolver, de manera eficiente, una problemática de índole social. Por ejemplo, Elizondo et al. (1997) analizó el sistema de educación oficial de Houston, en Estados Unidos, donde se utilizaban numerosos edificios temporales para ubicar a aquellos estudiantes que no podían ser localizados en instalaciones educativas fijas, debido a la falta de capacidad en éstas. El uso de un modelo de optimización fue propuesto para asignar los más de 110,000 estudiantes a 177 colegios. El modelo desarrollado sirvió como herramienta de planeación de capacidad más que como soporte a la toma de decisiones relacionada con la asignación de estudiantes a colegios, puesto que la

información relacionada con la capacidad de los colegios, compuesta únicamente por la asociada a las edificaciones fijas de éstos, fue incrementada con el fin de proveer la capacidad suficiente para acomodar a todos los estudiantes considerados.

Por otra parte, Elizondo dividió la información realizando agrupaciones de grados escolares. Así, cada institución educativa era asociada a la capacidad disponible en las categorías de grados establecidas. Debido a que algunos colegios sólo recibían a estudiantes de algunos grados de acuerdo con la configuración de los grados del sistema educativo de Houston, los estudiantes pertenecientes a una misma categoría eran considerados como entidades idénticas. Esta agrupación no fue considerada en este trabajo puesto que los conjuntos de estudiantes de dos grados diferentes no tienen elementos en común y, por lo tanto, la división de la información en cada uno de los grados representaba fielmente la realidad del sistema educativo de Bogotá.

Elizondo determinó que esta situación problemática podía ser clasificada como un problema de semi-asignación. En todas las instancias analizadas, la capacidad disponible siempre era superior al número de estudiantes en cada una de las categorías de grados. Por lo tanto, en el modelo matemático formulado por Elizondo todos los estudiantes debían ser asignados a exactamente un colegio. En contraste, la capacidad disponible en algunos grados del sistema educativo de Bogotá es menor que la cantidad de estudiantes nuevos que solicitan un cupo. Por esto, es posible que algunos estudiantes no sean asignados a ningún colegio, dependiendo de la configuración particular de la información para cada grado.

Adicionalmente, en el trabajo realizado por Elizondo no existían restricciones sobre los colegios a los cuales podía asistir cada estudiante y, por lo tanto, los estudiantes podían ser asignados a cualquier de las instituciones educativas con cupos disponibles. Al contrario de esta situación, el proceso de matrículas definido por la SED en Bogotá limita el número de posibles asignaciones a cada estudiante a ocho y, por ende, los estudiantes sólo pueden ser asignados a alguna de los colegios seleccionados por ellos como opciones de asignación. Cabe resaltar que el modelo propuesto por Elizondo minimiza la distancia Manhattan¹ entre los estudiantes y los colegios en las asignaciones realizadas. En cambio, el modelo sugerido para dar solución al

¹La distancia Manhattan entre dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, también conocida como distancia rectilínea o geometría del taxista, es la suma del valor absoluto de las diferencias de sus coordenadas.

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

Recuperado de <http://mathworld.wolfram.com/TaxicabMetric.html>, el 6 de diciembre de 2010.

problema de asignación de cupos en Bogotá tiene en cuenta los criterios considerados por la SED dentro del proceso de matrículas definido para la ciudad.

Debido al gran número de variables, Elizondo utilizó la técnica de optimización a gran escala conocida como *generación de columnas* para realizar la asignación. Esta técnica, que fue introducida por Ford & Fulkerson (1958) y posteriormente desarrollada por Dantzig & Wolfe (1961), consiste en resolver el problema utilizando un subconjunto de variables para luego introducir variables adicionales que representen un potencial mejoría del resultado encontrado inicialmente hasta encontrar la mejor asignación posible. En el trabajo que se presenta para la ciudad de Bogotá, no fue necesario el uso de técnicas de programación de gran escala puesto que los tiempos de ejecución de los modelos de optimización utilizados fueron bastante cortos. Sin embargo, fue necesaria la utilización de estrategias de solución que permitieran involucrar los intereses del proceso de asignación de cupos realizado en el contexto educativo oficial de la ciudad.

El proceso de asignación de cupos, ejecutado anualmente por la Secretaría de Educación Distrital en Bogotá, fue estudiado por Maya (2007), quien también propuso apoyar este proceso con un modelo de optimización. Si bien la definición de la problemática relacionada con la asignación de cupos escolares para el conjunto de estudiantes nuevos en la ciudad de Bogotá hecha por Maya es la misma que fue considerada en el proceso de matrículas para el año 2011, los dos trabajos presentan diferencias en cuanto a los modelos matemáticos que representan los intereses y necesidades de la SED y las estrategias utilizadas para su solución. De acuerdo con Maya, esta situación problemática puede ser descrita mediante un modelo de optimización con estructura similar al problema de asignación generalizada (GAP, por sus siglas en inglés). En éste, se considera que es posible garantizar que cada estudiante es asignado a algún colegio, mientras que, como ya se mencionó, en el presente trabajo existe la posibilidad de que algunos estudiantes no sean asignados debido a las configuraciones de demanda y oferta de cupos en cada uno de los grados del sistema educativo. Además, en el modelo matemático propuesto por Maya, cualquier estudiante puede ser asignado a cualquier colegio, mientras que en el presente trabajo las asignaciones de cada estudiante sólo pueden ser realizadas en algún uno de los colegios seleccionados como opciones de asignación por los padres de familia durante el proceso de inscripción en línea.

Igualmente, es importante resaltar que aunque los objetivos a optimizar considerados tanto por Maya como en el presente trabajo son los mismos, la forma en la que éstos fueron incluidos en el modelo de optimización es diferente. Maya sugiere que el objetivo a maximizar debe ser

calculado por medio de una única función que involucra aspectos como prioridades de los estudiantes en el proceso de asignación, preferencias de colegio expresadas por los padres y la distancia entre estudiantes e instituciones, representando así el beneficio subyacente de asignar un estudiante a alguna institución. Sin embargo, en algunas situaciones es posible que se expresen todos los criterios en una sola ecuación introduciendo un sesgo indeseado en el modelaje (Collete & Siarry, 2003). En el modelo de programación definido en este documento se propone considerar estos aspectos como objetivos independientes.

Teniendo en cuenta el tamaño de este problema, la primera estrategia de solución utilizada fue la *generación de columnas* por su conocido buen desempeño en problemas de gran escala. Basados en los desarrollos sobre el *principio de descomposición de Dantzig-Wolfe* (Dantzig & Wolfe, 1961), Maya dividió el conjunto de estudiantes en subconjuntos que pueden ser asignados a cada institución educativa y definió el conjunto de asignaciones factibles para cada colegio y modificó la formulación del problema con el fin de maximizar el beneficio de la asignación para cada una de las particiones, garantizando que cada estudiante fuera asignado a exactamente una institución y que para cada colegio fuera seleccionada exactamente una asignación de estudiantes factible.

Sin embargo, al encontrar problemas de convergencia con la anterior estrategia, se utilizó un algoritmo de subastas para resolver instancias de prueba con diferentes cantidades de estudiantes y colegios generadas aleatoriamente, siendo la más grande de éstas la que consideró 50,000 estudiantes y 200 colegios. Cabe resaltar que el proceso de matrículas del año 2011 está constituido por cerca de 50,000 estudiantes y 700 colegios. En dicho algoritmo de subastas, Maya propuso el uso de extra-restricciones mediante la definición del conjunto de asignaciones posibles para cada estudiante; de esta forma, el algoritmo de subastas podía considerar condiciones especiales de este problema tales como la asignación de estudiantes únicamente a colegios que estén geográficamente cerca o a instituciones educativas donde estudian alguno de los hermanos del educando.

Se puede concluir que los resultados encontrados a través de las dos estrategias de solución presentadas por Maya respetan la condición de que sólo es posible asignar un estudiante a un colegio que haya sido escogido por él como opción deseada de asignación. En el trabajo que se presenta en este documento, esta condición también es tenida en cuenta pero de una manera diferente. Así, en la conceptualización propuesta del problema de asignación sólo se incluyen las opciones de colegio seleccionadas por los estudiantes como el conjunto de asignaciones posibles para cada uno de ellos, de modo que esta consideración es propagada al proceso de

construcción de los archivos de datos utilizados en la solución de los modelos matemáticos y se
ver reflejada en los resultados computacionales entrados.

Adicionalmente, Maya hizo cálculos adicionales para conocer el beneficio asociado a la
asignación de cada uno de los estudiantes, teniendo en cuenta las distancias entre éstos y los
colegios disponibles y las prioridades de asignación de los educandos dentro del proceso de
asignación calculadas por la SED. Con base en estos beneficios de asignación, generó instancias
de prueba para asignar 10,000 estudiantes a 100 colegios, obteniendo con esta estrategia
resultados en los que se lograron asignar más del 98% de los estudiantes con mayor prioridad
y, en la mayoría de los casos, más del 30% del total de estudiantes nuevos inscritos fueron
asignados a una de las instituciones de su preferencia.

En conclusión, el presente trabajo propone la aplicación de un modelo matemático y una estrategia
de solución diferentes a las propuestas anteriormente, que fueron escogidas debido a su
sencillez, facilidad de implementación y fidelidad con el proceso de asignación de cupos
escolares a estudiantes nuevos en Bogotá. Con lo anterior se pretende facilitar y motivar una
posible integración de las propuestas incluidas en este trabajo con los procesos actualmente
desarrollados por la SED, pretendiendo apoyar el desarrollo de las políticas implementadas
anualmente por esta institución para garantizar el acceso y la permanencia de la población en
edades escolares al sistema educativo oficial de Bogotá.

3. Esquema de asignación actual

Según el artículo 5 de la Resolución No. 1582 de 2010 (SED, 2010), el sistema educativo oficial de Bogotá está constituido por los niveles de educación y grados que se enumeran en la Tabla 1. Los grados que articulan la media con la educación superior y aquellos que apoyan la educación para la población con necesidades educativas especiales en otros niveles de educación y hacen parte de las estrategias implementadas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la SED “dirigidas a la adecuación del sistema educativo a fin de responder a las exigencias y a las necesidades de los estudiantes, la sociedad y el sector educativo” (MEN, s.f., párr. 1). Así, la primera de estas estrategias es implementada en los grados Décimo y Undécimo, en algunos colegios de la ciudad, mientras que la integración de los estudiantes con alguna discapacidad o talento especial puede presentarse en cualquiera de los grados existentes.

10 (SED, 2010), el sistema educativo oficial de Bogotá está constituido por los niveles de educación y grados que se enumeran en la Tabla 1. Los grados que articulan la media con la educación superior y aquellos que apoyan la educación para la población con necesidades educativas especiales en otros niveles de educación y hacen parte de las estrategias implementadas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la SED “dirigidas a la adecuación del sistema educativo a fin de responder a las exigencias y a las necesidades de los estudiantes, la sociedad y el sector educativo” (MEN, s.f., párr. 1). Así, la primera de estas estrategias es implementada en los grados Décimo y Undécimo, en algunos colegios de la ciudad, mientras que la integración de los estudiantes con alguna discapacidad o talento especial puede presentarse en cualquiera de los grados existentes.

Tabla 1. Oferta educativa por niveles y grados del sistema educativo oficial de Bogotá (SED, 2010)

Niveles de educación	Grados
Educación preescolar	Pre-jardín, Jardín y Transición
Educación básica primaria	Primero, Segundo, Tercero, Cuarto y Quinto grado
Educación básica secundaria	Sexto, Séptimo, Octavo y Noveno grado
Educación media	Décimo y Undécimo grado
Ciclo complementario normal superior	Grados 12, 13 y 14
Educación básica primaria para jóvenes y adultos	Ciclos I y II
Educación básica secundaria para jóvenes y adultos	Ciclos III y IV
Educación media para jóvenes y adultos	Ciclos V y VI
Ciclos especiales de aceleración del aprendizaje	Ciclos especiales de primeras letras, aceleración primaria y aceleración secundaria
Articulación de la media con la educación superior	* Décimo y Undécimo grado
Educación para la población con necesidades educativas especiales *	Todos los grados incluidos en los niveles de educación preescolar, básica primaria, básica secundaria y media
Otros que determine el gobierno nacional y la SED	N o existen
Total	

*No constituyen grados diferentes a los demás establecidos, sino que son modificaciones de éstos.

Adicionalmente, la Ley General de Educación decreta que los establecimientos educativos públicos deben prestar su servicio educativo en una sola jornada diurna (Congreso de la República de Colombia, 1994, art. 85). Apesarse del anterior, la mayor parte de las instituciones

que conforman la oferta educativa de la SED ofrecen sus servicios en dos jornadas. H. Uribe, actual Director General de Educación y Colegios Distritales de la SED, asegura que un cambio en el número de jornadas ocasionaría problemas de capacidad de la planta física e inconvenientes con el sistema de remuneración a los maestros que trabajan en ellas (comunicación personal, enero, 2011). Según cifras de la Dirección de Cobertura de la SED, con corte al 20 de abril de 2010, la matrícula oficial en Bogotá era igual a 1,025,737 estudiantes, mientras que la oferta educativa estaba constituida por 1,107,676 cupos. Si se tiene en cuenta la oferta anterior, se puede concluir fácilmente que una reducción en el número de jornadas originaría un déficit de capacidad disponible para ofrecer el servicio educativo a los estudiantes de la ciudad. Por su parte, los maestros de los colegios oficiales de la ciudad están acostumbrados a ser remunerados de acuerdo con las dos jornadas que predominan en las instituciones educativas distritales y, por esta razón, la decisión de modificar las jornadas de las instituciones provocaría malestar en el grupo de profesores.

Según las fases del proceso de matrícula, establecidas en la Resolución No. 1582 del 6 de julio de 2010, la SED recopiló la información en la etapa de inscripción en línea, la cual incluyó datos personales de los estudiantes como nombre completo, número de identificación, fecha de nacimiento, dirección de la vivienda, estrato socioeconómico, puntaje del sistema de identificación y clasificación de potenciales beneficiarios para programas sociales (SISBÉN) e institución educativa de los hermanos, determinando si éstos pertenecen al sistema educativo oficial de la ciudad. Con base en esta información, la SED prioriza a todos los estudiantes nuevos inscritos dando a cada uno un indicador, el cálculo se hace teniendo en cuenta el orden de los criterios de priorización que se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Criterios de priorización de estudiantes, ordenados según importancia (SED, 2010)

- | |
|-----------------------------------|
| 1. Unificación de hermanos |
| 2. Cercanía al colegio solicitado |
| 3. Edad |
| 4. Puntaje del SISBÉN |
| 5. Estrato socioeconómico |

El primer criterio toma el valor de 1 si el estudiante solicita un cupo en una institución donde estudia alguno de sus hermanos, o toma el valor de 0 en caso contrario. El segundo criterio adopta el valor de 1 si el estudiante reside en la misma unidad de planeación zonal (UPZ)² del

² Las unidades de planeamiento zonal, conocidas como UPZ, son áreas urbanas que resultan de la división de las 20 localidades de la ciudad en 117 unidades territoriales establecidas en el Plan de Ordenamiento Territorial (POT) de Bogotá (Alcaldía Mayor de Bogotá, 2004), que sirven como herramientas de planificación del desarrollo urbano en el nivel zonal entre los barrios y las localidades.

colegios solicitados, otoma el valor de 0 en caso de que el educando no esté en la lista de aspirantes. El tercer criterio hace referencia a la edad del educando y por estar a razón su valor puede estar entre 4 y 55 años.³ El cuarto criterio tiene en cuenta el puntaje del SISBÉN de cada estudiante. Por último, el quinto criterio está relacionado con el estrato socioeconómico, por lo que puede tomar valores entre 0 y 6. Así, la SED establece una prioridad para cada estudiante nuevo inscrito, cuyo valor puede variar entre 1 y aproximadamente 11,000. Los estudiantes con menor valor en este indicador son los primeros que son tenidos en cuenta durante el proceso de asignación de cupos ya que, de acuerdo con este indicador, entre menor sea el valor de la prioridad de un estudiante, mayor será la importancia de éste en dicho proceso. De acuerdo con lo anterior, los estudiantes que solicitan un cupo en la misma institución educativa de un nodo de sus hermanos tienen mayores probabilidades de ser asignados según sus preferencias pues el valor de su prioridad estará entre la primera mitad de los valores de las prioridades.

Adicionalmente, los padres de familia también proporcionan información sobre el grado en el que solicitan el cupo y una lista de hasta cuatro colegios donde quieren que sus hijos estudien, ordenados según su orden de preferencia. Teniendo en cuenta que algunos colegios ofrecen sus servicios en más de una jornada al día (e.g., mañana o tarde), esta lista puede convertirse en un máximo de ocho opciones de asignación para cada estudiante. Por otra parte, la SED cuenta con información sobre la capacidad educativa en la ciudad, determinada por la cantidad de cupos disponibles, discriminada por colegios, jornadas, localidades y grados.

El proceso de asignación de estudiantes se lleva a cabo en tres fases, como se muestra en la Figura 3. En la primera fase, realizada por el Área de Soporte a Matrículas de la SED, la asignación es realizada de forma automática, comenzando por el ordenamiento de la base de datos que contiene a los estudiantes nuevos inscritos en forma ascendente de acuerdo con el indicador de prioridad, previamente asignado por la SED. De acuerdo con este ordenamiento, el estudiante de mayor prioridad encabeza la lista. Seguidamente, se realiza la asignación automática en los colegios seleccionados por cada estudiante verificando la disponibilidad de cupos, de tal forma que sólo es posible dar un cupo en un colegio si éste hace parte de las opciones de asignación del estudiante, iniciando con los de mayor importancia para la SED, es decir, aquellos a los que les fue asignado un menor valor de prioridad. En la actualidad, entre un 60 y un 70 por ciento del total de estudiantes nuevos inscritos son asignados en esta primera fase.

El proceso de asignación de estudiantes se lleva a cabo en tres fases, como se muestra en la Figura 3. En la primera fase, realizada por el Área de Soporte a Matrículas de la SED, la asignación es realizada de forma automática, comenzando por el ordenamiento de la base de datos que contiene a los estudiantes nuevos inscritos en forma ascendente de acuerdo con el indicador de prioridad, previamente asignado por la SED. De acuerdo con este ordenamiento, el estudiante de mayor prioridad encabeza la lista. Seguidamente, se realiza la asignación automática en los colegios seleccionados por cada estudiante verificando la disponibilidad de cupos, de tal forma que sólo es posible dar un cupo en un colegio si éste hace parte de las opciones de asignación del estudiante, iniciando con los de mayor importancia para la SED, es decir, aquellos a los que les fue asignado un menor valor de prioridad. En la actualidad, entre un 60 y un 70 por ciento del total de estudiantes nuevos inscritos son asignados en esta primera fase.

El proceso de asignación de estudiantes se lleva a cabo en tres fases, como se muestra en la Figura 3. En la primera fase, realizada por el Área de Soporte a Matrículas de la SED, la asignación es realizada de forma automática, comenzando por el ordenamiento de la base de datos que contiene a los estudiantes nuevos inscritos en forma ascendente de acuerdo con el indicador de prioridad, previamente asignado por la SED. De acuerdo con este ordenamiento, el estudiante de mayor prioridad encabeza la lista. Seguidamente, se realiza la asignación automática en los colegios seleccionados por cada estudiante verificando la disponibilidad de cupos, de tal forma que sólo es posible dar un cupo en un colegio si éste hace parte de las opciones de asignación del estudiante, iniciando con los de mayor importancia para la SED, es decir, aquellos a los que les fue asignado un menor valor de prioridad. En la actualidad, entre un 60 y un 70 por ciento del total de estudiantes nuevos inscritos son asignados en esta primera fase.

El proceso de asignación de estudiantes se lleva a cabo en tres fases, como se muestra en la Figura 3. En la primera fase, realizada por el Área de Soporte a Matrículas de la SED, la asignación es realizada de forma automática, comenzando por el ordenamiento de la base de datos que contiene a los estudiantes nuevos inscritos en forma ascendente de acuerdo con el indicador de prioridad, previamente asignado por la SED. De acuerdo con este ordenamiento, el estudiante de mayor prioridad encabeza la lista. Seguidamente, se realiza la asignación automática en los colegios seleccionados por cada estudiante verificando la disponibilidad de cupos, de tal forma que sólo es posible dar un cupo en un colegio si éste hace parte de las opciones de asignación del estudiante, iniciando con los de mayor importancia para la SED, es decir, aquellos a los que les fue asignado un menor valor de prioridad. En la actualidad, entre un 60 y un 70 por ciento del total de estudiantes nuevos inscritos son asignados en esta primera fase.

³ En Bogotá, además de los niveles de educación preescolar, básica primaria, básica secundaria y media, también se ofrecen cupos en ciclos educativos y cursos de aceleración del aprendizaje, como parte de las estrategias para garantizar el acceso y la permanencia a la educación en condiciones de equidad y calidad. De esta forma, la población educativa en la ciudad corresponde a personas entre los 4 y los 55 años.

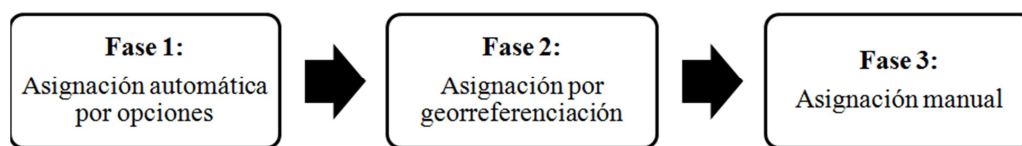


Figura 3. Etapas del proceso de asignación de cupos

(Dirección Local de Educación Suba, 2010).

A los estudiantes que no se les dio el cupo la primera etapa continúan el proceso para ser asignados en la segunda fase. En ésta, se tiene en cuenta la georreferenciación efectuada en la Dirección de Planeación de la SED, en la cual se devuelven las coordenadas geográficas de los estudiantes y se devuelve esta información a la Dirección de Cobertura, para que realice asignaciones de cupos, considerando una distancia máxima de un kilómetro entre colegios y estudiantes. Las asignaciones realizadas en esta etapa no consideran las preferencias por colegio expresadas por los padres de familia durante el proceso de inscripción en línea. Debido a errores de digitación de las direcciones en los formularios de inscripción de alumnos nuevos, es necesario realizar la validación telefónica de aquellos estudiantes cuyo lugar de residencia no logró ser georreferenciado.

Si no se asignan en la anterior etapa, continúa en la tercera fase en la que cada Dirección Local de Educación (DLE) ⁴ realiza las asignaciones de forma manual de acuerdo con los cupos disponibles. Según C. González (comunicación personal, noviembre, 2009), coordinador de cobertura de la DLE de Suba, una de las localidades con mayor déficit de cupos escolares en la ciudad, la cantidad de estudiantes asignados de forma manual en esta localidad es de aproximadamente tres mil, que representa aproximadamente el 20% de la cantidad total de solicitudes realizadas por estudiantes nuevos en la ciudad. En los casos en los que no es posible realizar la asignación en un lugar cercano a la vivienda del estudiante, se buscan otras alternativas para resolver el caso. Algunas de estas soluciones incluyen, por ejemplo, el traslado en rutas escolares subsidiadas por el Distrito a instituciones en localidades cercanas o el otorgar cupos en colegios privados mediante convenios suscritos por la Secretaría con estas instituciones, generándose costos adicionales para la ciudad.

El proceso de asignación de cupos escolares (Ver Figura 3) beneficia directamente a los estudiantes nuevos inscritos (Ver Figura 1). Este grupo incluye a los niños y niñas de 5 años que

⁴Las Direcciones Locales de Educación, antes conocidas como CADEL, son puntos de atención de la Secretaría de Educación del Distrito que se encuentran ubicados en las veinte localidades de Bogotá, con funciones administrativas que incluyen, entre otras, la coordinación del desarrollo de los procesos de solicitudes de cupos escolares, su posterior legalización y atención a peticiones ciudadanas.

finalizan su ciclo de educación inicial en los jardines infantiles de la Secretaría Distrital de Integración Social (SDIS) y del Instituto Colombiano de Bienestar Familiar (ICBF), además de la población que demanda un cupo educativo para niñas y jóvenes que provienen del sector educativo privado o que se encuentran por fuera del sistema educativo. A este grupo pertenece la población en edad escolar conformada por los niños, niñas y jóvenes entre los 5 y los 17 años de edad (Secretaría de Educación Distrital, Oficina Asesora de Planeación, 2008), así como adultos que buscan un cupo en los ciclos educativos nocturnos o en cursos de aceleración de la población adulta.

ines infantiles de la Secretaría Distrital de Bienestar Familiar (ICBF), además de cualquier grado de escolaridad, como niños, privados o que se encuentran por fuera del sistema educativo. A este grupo pertenece la población en edad escolar conformada por los niños, niñas y jóvenes entre los 5 y los 17 años de edad (Secretaría de Educación Distrital, Oficina Asesora de Planeación, 2008), así como adultos que buscan un cupo en los ciclos educativos nocturnos o en cursos de aceleración de la población adulta.

El siguiente ejemplo ilustra el esquema de solución actual. Consideremos un conjunto de doce estudiantes que solicitan un cupo en cuatro colegios que todos los estudiantes solicitan un cupo para el grado cero, también conocido como Transición, y que los educandos y los colegios se encuentran distribuidos geográficamente como se muestra en la Figura 4. En ésta, cada estudiante es identificado por medio de un número mientras que cada institución educativa lo es mediante una letra.

actual. Consideremos un conjunto de doce estudiantes. Sin pérdida de generalidad, se considera a el grado cero, también conocido como Transición, y que los educandos y los colegios se encuentran distribuidos geográficamente como se muestra en la Figura 4. En ésta, cada estudiante es identificado por medio de un número mientras que cada institución educativa lo es mediante una letra.

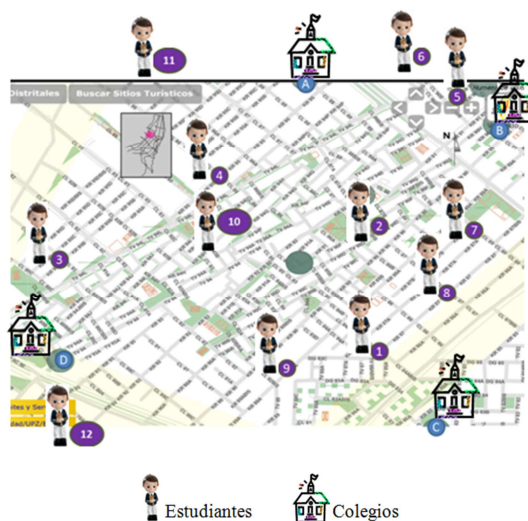


Figura 4. Distribución geográfica de doce estudiantes y cuatro colegios para una instancia de prueba ⁵

Se observatambién lacapacidaddecuposdisponible de los cuatro colegios, en sus respectivas jornadas, como se muestra en la Tabla 3.

de los cuatro colegios, en sus respectivas jornadas, como se muestra en la Tabla 3.

⁵ La visualización geográfica de una parte de Bogotá en la página Web de la Alcaldía Mayor de Bogotá:

fue posible utilizando el Mapa Callejero, disponible en <http://www.bogota.gov.co/mad/buscador.php>.

Tabla 3. Cupos disponibles en las jornadas de los cuatro colegios solicitados por doce estudiantes

Colegio	Jornada	Código	Cupos disponibles
A: Colegio Miguel Antonio Caro (IED)	Mañana	A1	2
	Tarde	A2	1
B: Colegio República de China (IED)	Mañana	B1	1
	Tarde	B2	3
C: Colegio Instituto Técnico Laureano Gómez (IED)	Mañana	C1	2
	Tarde	C2	1
D: Colegio José Asunción Silva (IED)	Mañana	D1	1
	Tarde	D2	1

Como se constata en la Tabla 3, las jornadas ofrecidas por los cuatro colegios independientes y, en conjunto, constituyen las opciones de asignación para los estudiantes. El código asociado a cada opción de la letra relacionada con cada colegio y el número 1 o número 2, cuando corresponde a la tarde. Es así como los cuatro colegios, se convierten en ocho posibilidades de asignación fundamentadas en el hecho de que los estudiantes son asignados a los colegios, en alguna de las jornadas que éstos ofrecen.

Las opciones de asignación para los estudiantes construidas mediante la unión de las preferencias por un máximo de cuatro opciones para cada estudiante. Lo anterior se fundamenta en el hecho de que los estudiantes son asignados a los colegios, en alguna de las jornadas que éstos ofrecen.

Por otra parte, se asume que los criterios de priorización de los doce estudiantes, así como sus preferencias por los cuatro colegios con capacidad disponible son las que se registran en la Tabla 4. Se sabe que la prioridad de cada estudiante es derivada de la combinación de los valores de los criterios que utiliza la SED para priorizar a los estudiantes nuevos dentro del proceso de asignación de cupos. Note que el orden en el que se presentan los criterios de priorización son presentados en la Tabla 4, corresponde al ordenamiento según la importancia para la SED.

Los criterios de priorización son presentados en la Tabla 4, corresponde al ordenamiento según la importancia para la SED.

Tabla 4. Criterios de priorización, prioridad de asignación y preferencias por cuatro colegios para los doce estudiantes de la instancia de prueba

Código	Criterios de priorización					Prioridad	Preferencias por colegios
	Unificación de hermanos	Cercanía (UPZ)	Edad	Puntaje del SISBÉN	Estrato socioeconómico		
1	1	0	5	0	1	2,599	C,D,A,B
2	1	0	5	1	1	2,606	A,C,B,D
3	1	0	5	6	6	2,646	D,A,B,C
4	0	1	5	0	0	5,146	A,C,B,D
5	0	1	5	0	0	5,146	B,A,D,C
6	0	1	5	0	0	5,146	A,B,D,C
7	0	1	5	0	1	5,147	B,A,D,C
8	0	1	5	1	1	5,154	C,B,A,D
9	0	0	5	0	0	7,694	D,C,B,A
10	0	0	5	0	0	7,694	A,C,D,B
11	0	0	5	0	1	7,695	A,D,C,B
12	0	0	5	1	1	7,702	D,A,C,B

Cabe resaltar que se asume que las preferencias por los colegios consignadas en la Tabla 4 obedecen a consideraciones que hacen los padres de familia sobre los beneficios implícitos de que sus hijos estudien en determinadas instituciones educativas. Algunas de estas consideraciones pueden ser, por ejemplo, la selección de instituciones que sean cercanas a sus lugares de vivienda o trabajo. Por lo anterior, la SED respetó dichas preferencias en el esquema de solución utilizado actualmente. De acuerdo con la Tabla 4, las preferencias por colegios para el estudiante 1 son: C, D, A y B. Debido a que cada uno de estos colegios tiene dos jornadas, el estudiante 1 tiene ocho opciones de asignación, siendo la primera de ellas el colegio C en la jornada de la mañana (C1), la segunda el mismo colegio en la jornada de la tarde (C2), la tercera el colegio D en la mañana (D1), y así sucesivamente. Ya que es posible asignar al estudiante 1 al colegio de mayor preferencia para él, debido a que hay cupos disponibles en él, el estudiante 1 es asignado al colegio C, en la jornada matutina (C1).

Teniendo en cuenta la información anterior, la asignación de los estudiantes a los colegios sería realizada de la siguiente forma, con base en el esquema de solución actual. El primer paso consiste en ordenar a los estudiantes de acuerdo con el valor de su prioridad. La lista de los doce estudiantes considerados en este ejemplo ya se encuentra ordenada en forma ascendente de acuerdo con este indicador en la Tabla 4. Así, el estudiante de mayor importancia dentro del proceso de asignación tiene código igual a 1, mientras que el número 12, debido a sus características personales (i.e., los valores de los criterios de priorización), es el estudiante de menor importancia en este proceso.

Respetando el orden de la lista de estudiantes, se procede a realizar asignaciones verificando la disponibilidad de cupos en los colegios solicitados por ellos, comenzando por el estudiante número 1. Luego de la asignación, la capacidad restante en C1 es igual a 1. Esta asignación puede ser visualizada en la Figura 5.

Figura 5. Visualización geográfica de la asignación del estudiante 1 al colegio C para la instancia de prueba

A continuación, se procede a asignar al estudiante 2, cuyas preferencias por colegios son: A, C, B y D. Utilizando la misma lógica seguida para la asignación del estudiante 1, el estudiante 2 es asignado al colegio A, en la jornada de la mañana (correspondiente a su primera opción de asignación). La cantidad de cupos disponibles en A1 es igual a 1. Esta asignación puede ser vista en la Figura 6.

Figura 6. Visualización geográfica de la asignación del estudiante 2 al colegio A para la instancia de prueba

