

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SELECCIÓN DEL MEJOR SUBCONJUNTO EN  
PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN

SERGIO DANIEL OCHOA BUITRAGO

Proyecto de Grado para optar por el título de  
Magíster en Ingeniería Industrial

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de los Andes

Bogotá 2013

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SELECCIÓN DEL MEJOR SUBCONJUNTO EN  
PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN

SERGIO DANIEL OCHOA BUITRAGO

Asesor:

Ciro Alberto Amaya Guio

Proyecto de Grado para optar por el título de  
Magíster en Ingeniería Industrial

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de los Andes

Bogotá 2013

## Contenido

Lista de Tablas.....	iv
Lista de Figuras .....	v
Introducción.....	1
Optimización vía simulación.....	1
R&S y método de selección del mejor subconjunto.....	2
Método del mejor subconjunto.....	2
Set up de parámetros: .....	3
Inicialización: .....	4
Exploración: .....	4
Terminación: .....	4
Evaluación del método del mejor subconjunto.....	5
Comparación del BSS con otros métodos R&S .....	5
Análisis de sensibilidad de BSS frente a cambios en los parámetros iniciales.....	6
Análisis de sensibilidad frente al tamaño de muestra inicial.....	7
Análisis de sensibilidad frente a los parámetros de indiferencia.....	8
Efecto de número de escenarios en BSS .....	9
Efecto de CRN en BSS.....	9
Diseño de la aplicación de BSS en OvS.....	10
Diseño de Experimentos.....	10
Exploración del espacio solución .....	11
Aplicación de BSS.....	12
Metodología propuesta de una aplicación real de BSS en problemas OvS.....	12
Conclusiones y trabajo futuro.....	13
Referencias .....	14

## Lista de Tablas

Tabla 1. Escenarios contemplados.....	5
Tabla 2. Resultados BSS para el caso base. ....	6
Tabla 3. Resultados NSGS para el caso base. ....	6
Tabla 4. Comparación de resultados NSGS y BSS. ....	6
Tabla 5. Resultados comparación de número de escenarios.....	9
Tabla 6. Resultados comparación BSS con CRN.....	10
Tabla 7. Factores del experimento.....	10
Tabla 8. Resultados DOE. ....	11
Tabla 9. Resultados BSS caso base. ....	12

## Lista de Figuras

Figura 1. Diagrama general del método del mejor subconjunto.....	3
Figura 2. Máximo de réplicas y tamaño de subconjunto vs límite y tolerancia. $N_0=10$ .....	7
Figura 3. Máximo de réplicas y tamaño de subconjunto vs límite y tolerancia. $N_0=15$ .....	7
Figura 4. Metodología propuesta de la aplicación de BSS en OvS.....	13

## **Introducción**

En el proceso de optimización de sistemas se busca obtener la mejor configuración posible y de este modo sacar el máximo provecho en su desempeño. Cuando el sistema presenta alto grado de complejidad, se debe recurrir a métodos como simulación, que permiten la experimentación de diferentes escenarios sobre una abstracción que tenga alta correspondencia con la realidad (Banks, 2009). Dentro de este proceso de optimización vía simulación (OvS) se hace uso de diferentes procedimientos de búsqueda y exploración del espacio solución (Bianchi et al., 2006). Adicionalmente se realiza una etapa de costeo y depuración, de tal modo que se pueda obtener, con un costo computacional moderado, una configuración o alternativa que optimice el desempeño del sistema en cuestión (Wang, 2011).

Sin embargo, la solución obtenida de simulación (política de inventarios, disponibilidad de recursos, planes de producción, etc) se evalúa a partir del criterio y experiencia de los responsables del proceso, que son quienes toman la decisión. En esta última etapa, se ha demostrado que obtener un solo resultado puede no ser útil, debido a las diferencias entre sistema real y simulado y es por esto que la obtención de un conjunto de soluciones muy buenas enriquece el proceso de toma de decisión ya que permite evaluar un número mucho más reducido de alternativas a la luz de la experiencia y situaciones puntuales del sistema, que de otro modo resultaría casi imposible (Wang, 2011).

Basado en lo expuesto anteriormente, se desarrollará una aplicación que permita obtener un subconjunto de alternativas que apoyen el proceso de toma de decisión en la mejora de un sistema. En dicho subconjunto se encontrará la mejor solución explorada bajo un parámetro de riesgo definido, así como una serie de alternativas competentes para la maximización del desempeño del sistema.

## **Optimización vía simulación**

Al proceso de encontrar la mejor configuración para un sistema determinado se conoce como Optimización vía simulación (OvS). En la literatura se encuentran diversas aplicaciones de OvS, y en la mayoría se observa aplicación de métodos multi-etapa (Hong, 2009). Generalmente la primera de las etapas consiste en explorar o barrer el espacio solución y descartar escenarios significativamente poco competitivos (Gutjahr, 2011). Es común encontrar en la literatura que en la primera etapa se realiza un barrido rápido, sin mayor replicación, y se eliminan escenarios con base en valores sin ponderar el efecto de variabilidad. Esto implica la utilización de métodos que no consumen recursos computacionales significativos. Como segunda gran etapa se utilizan algoritmos de búsqueda local que permiten recorrer el espacio solución, encontrar diferentes escenarios y costearlos hasta obtener el mejor de ellos (Hoos, 2009). Dentro de los diferentes algoritmos usados se encuentran Búsqueda Tabú (TS), Algoritmos Genéticos (GA), Colonia de Hormigas (AC), y métodos asociados de selección y ordenamiento (R&S) (Wang, 2011) (Carson, 1997). Es en esta fase donde se realiza

el mayor consumo de recursos computacionales, ya que es necesario considerar la variabilidad como factor determinante a la hora de eliminar o mantener un escenario frente a otro (Gutjahr, 2011).

### *R&S y método de selección del mejor subconjunto*

Los métodos de R&S tienen como objetivo principal la obtención de la mejor población o subconjunto de posibilidades que contenga al mejor escenario o configuración. Se dividen principalmente en dos grupos en relación a su enfoque esencial: Bayesianos y frecuentistas (Wang, 2011). En los primeros, se busca maximizar la probabilidad de elección correcta del mejor escenario dentro del subconjunto o subpoblación final, y en algunas variaciones se intenta minimizar el costo de oportunidad de no incluir algún escenario dentro de la población final acotada (Carson, 1997). Este enfoque presenta la dificultad de asegurar la probabilidad de encontrar el mejor escenario, por lo que no hay garantía de selección de la mejor configuración dentro de la población final. En cuanto a los métodos pertenecientes al grupo frecuentista, son conservadores ya que parten de una probabilidad, como parámetro inicial, con la que se quiere obtener el mejor escenario dentro de la población final, de tal modo que se asegura un nivel de significancia fijo desde el inicio de la búsqueda (Wang, 2011) (Kim & Nelson, 2001). El método propuesto por Wang et al (Wang, 2011) se centra en procedimientos frecuentistas, garantizando un nivel de probabilidad de selección preestablecido.

### **Método del mejor subconjunto**

Dentro de las diferentes formulaciones del problema de comparación de alternativas en R&S, se encuentran dos: Formulaciones basadas en zona de indiferencia (Dudewicz, 1975) y basadas en selección de subconjuntos (Gupta, 1965) (Kim & Nelson, 2001). Las formulaciones relacionadas con zona de indiferencia proveen la garantía de seleccionar el mejor sistema, donde el parámetro de indiferencia  $\delta$  se define como el rango en que el experimentador se considera “indiferente” frente a alternativas dentro de  $\delta$  de la mejor. La selección de subconjuntos encuentra un subconjunto de las alternativas definiendo una probabilidad que garantice que dentro del subconjunto se encuentre el mejor escenario (Wang, 2011).

Dado que en problemas de toma de decisión se quiere saber el mejor escenario para un sistema real y los modelos son simplemente abstracciones de la realidad que pueden no corresponder totalmente al sistema real, encontrar el mejor escenario mediante herramientas de simulación puede llevar a que su implementación en la realidad sea imposible. Los analistas han supuesto que existe una preferencia a obtener el mejor escenario de la simulación, sin embargo obtener un conjunto de soluciones competitivas, y dentro de este conjunto la mejor alternativa bajo un parámetro de riesgo conocido, podría enriquecer mucho más el proceso de toma de decisión. Esta discusión es presentada en el trabajo de Wang et al. (Wang, 2011), que ilustra cómo es más ventajoso para quienes deben tomar las decisiones optar por un grupo de escenarios muy buenos y contrastarlos detalladamente con su implementación en la realidad; más allá de comprometerse con una única

solución. Como alternativa, estos investigadores generaron un algoritmo que permite obtener sistemáticamente un subconjunto solución que contiene la mejor alternativa fijando una probabilidad de confianza de antemano y partiendo de un conjunto finito de alternativas base. Sugieren que, dado que existen diferencias entre el mejor escenario encontrado en simulación y el que se podría tener en la realidad, es mejor obtener un subconjunto de muy buenas alternativas que contenga la mejor, explorada, con cierta probabilidad y que se pueda aplicar al sistema real fácilmente. Dicho método recibe el nombre de selección del mejor subconjunto. Adicionalmente se plantea la posibilidad de incorporar técnicas de simulación como Common Random Numbers (CRN) para mejorar el rendimiento del algoritmo.

El método del mejor subconjunto consiste en tres etapas que se expondrán a continuación: Set up de parámetros, inicialización y exploración. El objetivo principal es diferenciar al conjunto de escenarios o alternativas en aquellos que son indeseables, aceptables y deseables (Wang, 2011).

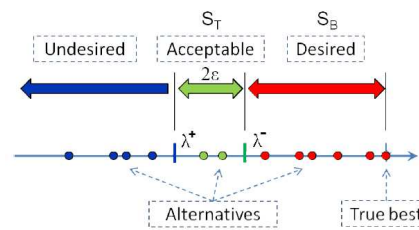


Figura 1. Diagrama general del método del mejor subconjunto.

*Set up de parámetros:*

Se debe seleccionar nivel de significancia  $\alpha$ , asociado a la probabilidad de selección correcta  $P^*$ . Adicionalmente se debe seleccionar un tamaño de muestra inicial  $n_0$ . En secciones posteriores se realizará un análisis sobre la conveniencia de ciertos valores como tamaño de muestra inicial. Se debe definir un parámetro de límite  $\lambda > 0$ , que va a decidir la frontera entre lo deseable e indeseable y se definirá un parámetro de tolerancia sobre la frontera  $\varepsilon$ , creando así un área de indiferencia sobre ésta. A continuación se presentan algunas relaciones basadas en los parámetros anteriores.

- Probabilidad de selección correcta

$$P^* = 1 - \alpha \tag{1}$$

- Parámetro de límite

$$\lambda = (\lambda^+ + \lambda^-)/2 \tag{2}$$

- Ancho de intervalo

$$\varepsilon = (\lambda^+ - \lambda^-)/2 \tag{3}$$

- Factor  $\eta$

$$\eta = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{4\alpha}{k(k-1)} \right)^{-2/(n_0-1)} - 1 \right] \tag{4}$$



Donde  $k$  es el número de escenarios a evaluar. El factor  $\eta$  se utilizará para estimación de la varianza en la comparación de escenarios y se explicará en pasos posteriores dentro del modelo.

*Inicialización:*

Se definirá  $I = [1, 2, \dots, k]$  como el conjunto de escenarios a evaluar, y  $N$  como el conjunto de los mejores escenarios. Se debe obtener  $n_0$  salidas de cada escenario  $X_{ij}$  ( $j = 1, 2, \dots, n_0$ ), estimar su promedio y la varianza de las diferencias entre cada par de escenarios. La variable  $r$  será el contador de observaciones en cada paso del método. Las ecuaciones se presentan de la siguiente manera:

- Promedio de las salidas de cada escenario

$$\bar{X}_i = \sum_{j=1}^{n_0} \frac{X_{ij}}{n_0} \quad (5)$$

- Estimación de la varianza de las diferencias de cada par de escenarios

$$S^2_{il} = \frac{1}{n_0 - 1} \sum_{j=1}^{n_0} (X_{ij} - X_{lj} - [\bar{X}_i - \bar{X}_l])^2, \quad \forall i \neq l \in I \quad (6)$$

- Cálculo del factor  $h^2$

$$h^2 = 2\eta(n_0 - 1) \quad (7)$$

- Definir contador de observaciones

$$r = n_0 \quad (8)$$

*Exploración:*

En esta etapa se realiza la comparación de alternativas de tal modo que si el escenario se encuentra por fuera del límite frente al resto, será excluido. Se continúa con el procedimiento hasta que no haya posibilidad de excluir a ningún otro escenario.

- Definir  $\bar{Y}_{il}(r)$ , el vector de comparación de medias entre escenarios

$$\bar{Y}_{il} = \bar{X}_i - \bar{X}_l \quad i \neq l \quad (9)$$

- Definir  $R_{il}(r)$ , la diferencia frente al límite de tolerancia

$$R_{il} = \max \left\{ 0, \frac{\varepsilon}{2r} \left( \frac{h^2 S_{il}^2}{\varepsilon^2} - r \right) \right\} \quad (10)$$

- Si  $\bar{Y}_{il}(r) - \lambda \geq R_{il}(r)$ ; se elimina el escenario  $l$  del conjunto  $I$ .

*Terminación:*

- Si se cumple que:

$$\bar{Y}_{il}(r) - \lambda \leq -R_{il}(r) \quad \forall i, l \in I, \quad i \neq l \quad (11)$$

Se devuelve el conjunto  $I$  como el mejor conjunto  $N$ . De otro modo se actualiza  $r = r + 1$ ; y se vuelve a la etapa de exploración.

Se ha demostrado que el modelo es bastante preciso para tamaños de conjunto de escenarios moderados, es decir, alrededor de cien. Si el número de escenarios crece desproporcionadamente, también lo hará el error de

estimación y por tanto disminuirá la precisión del modelo (Wang, 2011). Debido a la estructura de la comparación, los resultados a nivel de consumo computacional, tiempo y eficacia de la solución son buenos. En comparación con otro método de ranking y selección, como “Selection of the best”, el método de selección del mejor subconjunto (BSS) responde favorablemente en las dimensiones anteriormente expuestas. Algunos de los resultados se presentan en secciones posteriores.

### **Evaluación del método del mejor subconjunto**

Se quiere establecer las bondades del método BSS para su aplicación en problemas OvS, por tal razón se llevaron a cabo diferentes pruebas. En primera instancia se comparó el método con otro de R&S. En segundo lugar se realizó un análisis del desempeño de BSS frente a cambios en los parámetros iniciales de tamaño de muestra, límite de indiferencia y error. Se realizaron pruebas del efecto de uso de técnicas de reducción de varianza como CRN en el desempeño de BSS. Todo lo anterior para definir la viabilidad y utilidad del método en una aplicación de solución de problemas de optimización vía simulación. Se tomó un modelo de simulación base de una sala de urgencias tipo en que se contaba con diferentes escenarios que dependían de la cantidad de personal asignado en diferentes procesos del sistema. Se quiere encontrar los escenarios que permitan el menor tiempo de atención posible para un tipo de paciente específico (Crítico). Las variables o controles del proceso se tomaron como la cantidad de auxiliares, enfermeras y médicos del centro de atención. Los límites de cada recurso se presentan en la tabla 1.

**Tabla 1. Escenarios contemplados.**

<b>Recurso</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>Enfermeras</b>	2	5
<b>Doctores</b>	1	3
<b>Auxiliares</b>	1	2
<b>Triage</b>	1	2

En el desarrollo de esta prueba se tomaron 12 escenarios (fijando auxiliares y Triage en el menor valor) donde el mejor corresponde al que tenga menor tiempo de atención a un tipo de usuario específico.

#### *Comparación del BSS con otros métodos R&S*

El método de selección del mejor subconjunto presenta un buen rendimiento en cuanto al tamaño de muestra o número de réplicas necesarias para obtener una solución. En el trabajo expuesto por Wang (Wang, 2011) se presentan varias pruebas de rendimiento frente a otros algoritmos de R&S y combinaciones de estos. En esta sección se presenta una prueba básica de selección de escenarios utilizando el método del mejor subconjunto y el de selección del mejor (Selection of the Best – Procedure NSGS) (Kim, 2003). Se aplicaron los procedimientos de BSS y NSGS para encontrar el mejor escenario (o subconjunto); con valores de límite de 1

para cada método y tolerancia de 15% para BSS. Los resultados se presentan a continuación. En la tabla 2 se resumen las medias y el número de réplicas totales de cada escenario dentro del mejor subconjunto. En la tabla 3 se presenta la media y el número de réplica finales para el escenario resultante del procedimiento NSGS.

**Tabla 2. Resultados BSS para el caso base.**

Parámetro	Escenarios				
	10	11	12	8	7
Media	21.25	21.43	21.49	21.71	21.86
Réplicas	45	45	45	45	45

**Tabla 3. Resultados NSGS para el caso base.**

Parámetro	Escenario 12
Media	21.11
Réplicas	124

**Tabla 4. Comparación de resultados NSGS y BSS.**

Medida de desempeño	NSGS	BSS
Máximo de réplicas	148	45
Total réplicas	642	392

Como se puede observar, los métodos presentan resultados similares en cuanto a la selección del mejor escenario, pero difieren significativamente en el tamaño de muestra que se requiere para llegar a la conclusión. Adicionalmente, una diferencia evidente es que el método BSS proporciona más información que NSGS, ya que retorna un subconjunto con los mejores escenarios mientras que el segundo sólo asegura la selección de un escenario. La primera diferencia implica una mayor eficiencia para BSS frente a NSGS, ya que se requiere menor consumo computacional para llegar a la misma conclusión. La segunda diferencia indica que la decisión estará mejor soportada y se podrá enriquecer con conjunto de escenarios altamente competitivos. En el trabajo desarrollado por Wang (Wang, 2011) se presentan pruebas adicionales con procedimientos R&S donde se evidencia las grandes ventajas del uso de BSS en OvS.

#### *Análisis de sensibilidad de BSS frente a cambios en los parámetros iniciales*

Se realizó un análisis del desempeño del método del mejor subconjunto tomando como variable respuesta el número necesario de réplicas para obtener el conjunto final. En esta sección se presenta el efecto de los parámetros de límite ( $\lambda$ ), tolerancia sobre el límite ( $\epsilon$ ), y número de réplicas iniciales. Los resultados se presentan en las figuras 2 y 3. En cada figura el valor dentro de las casillas representa el número de réplicas necesario para concluir el método BSS, el color indica el tamaño del subconjunto y en los ejes se encuentra tanto el límite como la tolerancia (expresada en porcentaje respecto al límite).

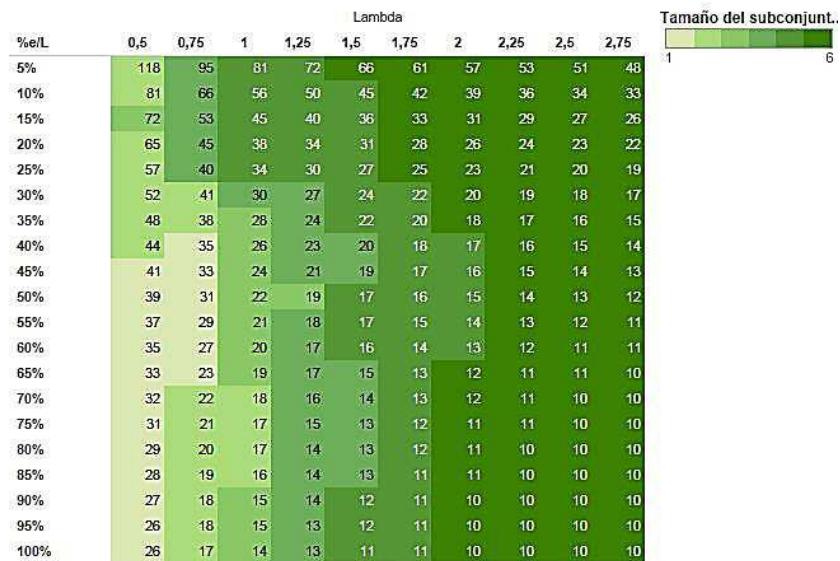


Figura 2. Máximo de réplicas y tamaño de subconjunto vs límite y tolerancia.  $N_0=10$ .

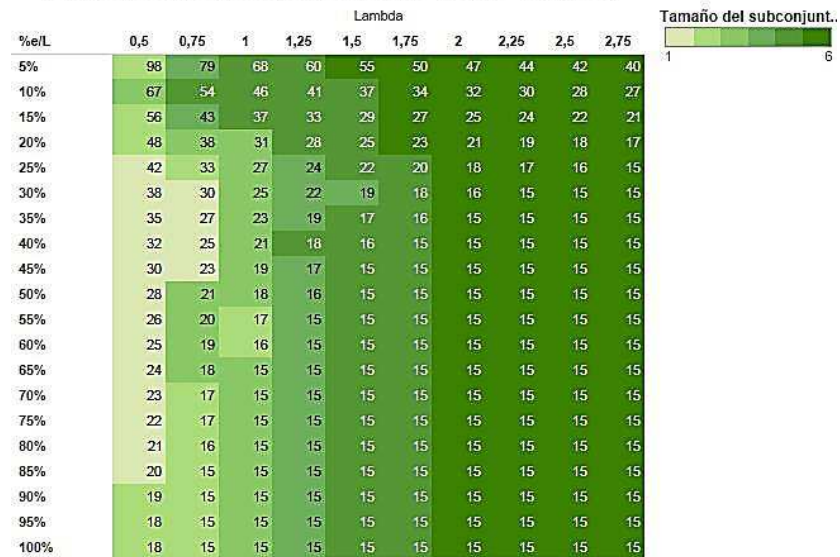


Figura 3. Máximo de réplicas y tamaño de subconjunto vs límite y tolerancia.  $N_0=15$ .

*Análisis de sensibilidad frente al tamaño de muestra inicial*

En cuanto al número de réplicas iniciales, es de esperar que haya una mejor estimación de la varianza de diferencias entre escenarios cuanto mayor sea el tamaño inicial de muestra. Esto se traduciría en menor cantidad de muestras adicionales para la obtención del mejor subconjunto. Lo anterior significaría que es recomendable iniciar el método de selección partiendo de un gran tamaño de muestra, pero esto puede ser contra productivo ya que si bien se reduciría la cantidad de réplicas adicionales, este efecto no se vería compensado con el muestreo total. Por el contrario si se inicia el método con un tamaño de muestra reducido, será necesario obtener mayor número de réplicas adicionales. Se debe buscar un equilibrio de tal modo que la recolección inicial compense al tamaño de muestra adicional.

El equilibrio entre tamaño de muestra inicial y número de réplicas adicionales está muy relacionado con la dispersión de los escenarios y la estimación de la varianza de sus diferencias. Cuanto menor sea el tamaño de muestra inicial, la estimación de la dispersión de los escenarios será menos adecuada y por tanto la cantidad de réplicas adicionales puede incrementarse. Por el contrario, si se tiene un tamaño de muestra inicial grande, se obtendrá mayor fiabilidad del estimador de varianza inicial y por tanto puede que se necesiten muy pocas réplicas adicionales para determinar el subconjunto de las mejores alternativas. Adicional a esto, es conveniente evaluar métodos de reducción de varianza, ya que estos permitirían una mayor precisión y por tanto se esperaría menor generación de réplicas adicionales. Uno de estos métodos es Common Random Numbers (CRN) y su efecto será analizado en secciones posteriores.

#### *Análisis de sensibilidad frente a los parámetros de indiferencia*

Se espera que cuanto mayor sea el parámetro de límite, el número de réplicas adicionales para seleccionar el subconjunto de escenarios disminuya. Lo anterior porque se amplía la zona de tolerancia y por tal razón el criterio de selección se relaja, permitiendo la entrada de escenarios menos competitivos.

Se observa que efectivamente tanto el número máximo de corridas como el máximo para cada punto disminuyen significativamente con el aumento del límite, para la mayoría de casos de tamaño inicial de muestra. El efecto en el aumento del tamaño inicial hacia valores altos es mayor que el efecto de variación en el límite de tolerancia. Se observa también que a medida que crece la tolerancia para cualquier límite, el número máximo de réplicas para el método disminuye. Este efecto es concordante con la intuición que se tenía, ya que si se quiere un grado de precisión mayor, se necesitarán mayores tamaños de muestra para lograrlo. De manera similar a lo comentado anteriormente, el efecto de tamaño de muestra inicial comienza a pesar significativamente a medida que aumenta.

Los efectos observados en las figuras 2 y 3 se extienden para el resto de tamaños iniciales contemplados (hasta 50). Aunque a simple vista es mejor elegir un valor límite pequeño junto con un porcentaje alto de tolerancia, se debe tener en cuenta que esta decisión afecta el tamaño del subconjunto. Por tal razón se debe balancear adicionalmente el número deseado de escenarios en el subconjunto final, ya que justamente el interés principal del modelo de selección del mejor subconjunto es obtener una reducida gama de posibilidades muy buena de tal modo que se pueda decidir a la luz de la experiencia del evaluador. De poco serviría, para el propósito mencionado, la obtención de un subconjunto de tamaño unitario, ya que no enriquecería el proceso de selección. Tampoco sería de gran utilidad la consecución de un conjunto de tamaño muy grande, ya que la evaluación final tomaría bastante tiempo y resultaría en un proceso poco práctico.

Como se puede observar, en puntos donde se requiere menor cantidad de réplicas adicionales es posible obtener subconjuntos de tamaño reducido, si la disminución de réplicas se da por aumento significativo de tolerancia. Si la tolerancia es muy pequeña, es posible encontrar subconjuntos de mayor tamaño, pero es necesario hacer un consumo computacional mucho más grande para lograrlo, ya que el número máximo de

réplicas puede llegar a ser bastante mayor. Si el límite es muy amplio y la tolerancia es grande, se obtiene un subconjunto de mayor tamaño, pero a costa de relajar el criterio de selección, pues escenarios que se creían poco competitivos podrían ser seleccionados como los mejores. Escoger un tamaño de muestra inicial cercano a 10 y 15 es una buena opción para el caso de estudio, ya que presenta poca variabilidad a factores subjetivos como el límite y la tolerancia. Este tamaño de muestra permite obtener buenos resultados a nivel de tamaño de subconjunto y número de réplicas necesarias para su obtención. Tamaños de muestra iniciales cercanos a 50 parecen poco eficientes ya que se pueden obtener los mismos resultados con menor muestreo para ciertos niveles de tolerancia y de límite.

#### *Efecto de número de escenarios en BSS*

Se espera que cuanto mayor sea el número de escenarios evaluados, el método BSS requiera mayores tamaños de muestra para ser concluyente. Se realizó el procedimiento para 12 y 48 escenarios, con un  $n_0=10$ , límite de 1 ( $\lambda=1$ ) y tolerancia de 15% ( $\epsilon/\lambda=15\%$ ). Los resultados se presentan en la tabla 5.

**Tabla 5. Resultados comparación de número de escenarios.**

Número de escenarios	Máximo de réplicas	Total de réplicas	Tamaño del subconjunto
12	45	392	5
48	71	1707	4

En los datos de la tabla 5 se evidencia que una reducción del 75% en el número de escenarios implica una reducción aproximada del 36% en el máximo de réplicas y del 78% del total de réplicas. Esto indica que si el número de escenarios a evaluar es muy grande, el consumo computacional para selección de los mejores escenarios se incrementa significativamente. Para una aplicación del método se debe tener en cuenta este factor ya que un exceso de réplicas puede resultar poco eficiente.

#### *Efecto de CRN en BSS*

Mediante el uso de técnicas de reducción de varianza se puede mejorar el desempeño de procedimientos R&S. Se tomó como base un conjunto inicial de 48 escenarios y se utilizó BSS para obtener los mejores escenarios. En comparación con el caso anterior de igual cantidad de escenarios, el uso de CRN reduce significativamente el tamaño de muestra para selección de alternativas. Los resultados se presentan en la tabla 6.

Los resultados de la tabla 6 indican que la aplicación de CRN, para el caso particular, genera robustez en la selección de escenarios porque para diferentes valores de tamaño de muestra inicial se seleccionan casi que los mismos escenarios. Esto se debe a que aplicar CRN es similar a bloquear el factor de generación de aleatorios y por tanto la estimación de las diferencias de medias mejora (Deng, 2007) (Banks, 2009). Para una aplicación de BSS puede ser conveniente el uso de CRN pero depende fuertemente del software empleado, ya que la forma en que se aplica esta técnica puede variar significativamente.

**Tabla 6. Resultados comparación BSS con CRN.**

N <sub>0</sub>	Máximo de réplicas		Réplicas totales		Tamaño del subconjunto		Escenarios del subconjunto	
	BSS	BSS-CRN	BSS	BSS-CRN	BSS	BSS-CRN	BSS	BSS-CRN
5	204	171	4240	3975	9	9	10;11;12;20;22;23;24;46;48	6;10;11;12;22;23;24; 35;36
10	71	73	1707	1920	4	9	11;12;23;24	6;10;11;12;22;23;24; 35;36
15	52	48	1436	1472	3	10	11;12;23	6;10;11;12;22;23;24; 35;36;47
20	48	40	1364	1344	3	10	11;12;23	6;10;11;12;22;23;24; 35;36;47
50	50	50	2400	2400	10	10	10;11;12;18;20;22;23;24; 46;48	6;10;11;12;22;23;24; 35;36;47

### Diseño de la aplicación de BSS en OvS

El objetivo principal de este trabajo es el desarrollo de una aplicación para BSS en problemas de OvS, por lo que en esta sección se presentarán los puntos principales que debe tener la herramienta basado en el caso de estudio expuesto y los experimentos realizados previamente.

Tomando como base la estructura general de las aproximaciones de OvS presentes en la literatura, y la limitación del número máximo de escenarios en BSS, se optó por realizar una primera fase en que se pudiera depurar las variables de entrada o factores, de tal modo que aquél factor que se determinara poco significativo para el mejoramiento del desempeño del sistema debería ser excluido y de este modo disminuir la dimensión del espacio solución a explorar. Para lograr dicho objetivo, se decidió que en esta primera fase se utilizaran herramientas estadísticas como Diseño de Experimentos (DOE).

#### *Diseño de Experimentos*

Es una técnica estadística que permite la cuantificación e identificación de causas sobre un efecto base. En esta técnica se manipulan variables y se mide su efecto sobre un fenómeno particular, basado en parámetros de confiabilidad estadística (Montgomery, 2009). Como primera fase de la metodología propuesta se usará un diseño factorial  $2^k$  que permita rápidamente, y con un consumo de recursos bajo, la posibilidad de reducir el espacio de escenarios a evaluar.

Se realizó un diseño de experimentos para el caso base y se concluyó que los factores de cantidad de personal auxiliar y de triage no eran significativos para la disminución del tiempo de atención de pacientes críticos. Esto implica que se puede pasar de 48 a 12 escenarios para evaluar. La tablas 7 y 8 resumen los resultados del diseño de experimentos.

**Tabla 7. Factores del experimento.**

Factor	
Enfermeras	A
Médicos	B

<b>Triage</b>	C
<b>Auxiliares</b>	D

**Tabla 8. Resultados DOE.**

<b>Factor</b>	<b>SS</b>	<b>GL</b>	<b>MS</b>	<b>F</b>	<b>Pvalue</b>
<b>A</b>	13.45	1	13.45	1.05	0.31
<b>B</b>	2213.33	1	2213.33	172.46	0.00
<b>C</b>	0.01	1	0.01	0.00	0.97
<b>D</b>	0.63	1	0.63	0.05	0.83
<b>AB</b>	51.47	1	51.47	4.01	0.05
<b>AC</b>	0.23	1	0.23	0.02	0.90
<b>AD</b>	14.92	1	14.92	1.16	0.29
<b>BC</b>	9.78	1	9.78	0.76	0.39
<b>BD</b>	2.10	1	2.10	0.16	0.69
<b>CD</b>	39.09	1	39.09	3.05	0.09
<b>ABC</b>	13.56	1	13.56	1.06	0.31
<b>ABD</b>	9.20	1	9.20	0.72	0.40
<b>ACD</b>	24.31	1	24.31	1.89	0.18
<b>BCD</b>	10.60	1	10.60	0.83	0.37
<b>ABCD</b>	23.90	1	23.90	1.86	0.18
<b>Error</b>	410.68	32	12.83		

La tabla 8 muestra que el factor de médicos es significativo. Observando las interacciones se evidencia que la interacción entre médicos y enfermeras es significativa al 5%, por lo que este último factor debe ser tenido en cuenta también.

#### *Exploración del espacio solución*

Según lo expresado en la revisión de literatura previa, las aplicaciones de OvS tienen una etapa de exploración del espacio solución. Dado que el problema de selección de alternativas en simulación tiene un componente de incertidumbre, se propone que se haga uso de métodos eficientes de exploración del espacio sin detenerse en el factor estocástico propiamente y realizar un gasto computacional mayor en la selección como tal y no en la exploración (Boesel, 1997). Si el espacio solución es pequeño (menos de 100 escenarios), se puede recorrer totalmente y posteriormente realizar un método robusto de selección como BSS. Si el espacio de alternativas es grande se propone hacer uso de algoritmos eficientes de búsqueda, y aplicar métodos de selección a manera de depuración de soluciones (Hong, 2009) (Boesel, 1997). Estos algoritmos eficientes de búsqueda, que incluyen algunos de los métodos mencionados en la revisión de literatura, están presentes desde hace unos años en software de simulación: OptQuest en Arena y SimRunner en ProModel son unos ejemplos (Laguna, 2011). En este trabajo se propone que si el espacio de soluciones es muy grande, se haga uso de las herramientas ya desarrolladas para el simulador específico y que la selección se complemente con el método BSS. Si el espacio de soluciones es pequeño, como es el caso de este trabajo, se puede aplicar BSS directamente.



### *Aplicación de BSS*

Se utilizó el método de BSS para el caso base propuesto con parámetros  $n_0=15$ , límite de 1 ( $\lambda=1$ ) y tolerancia de 15% ( $\epsilon/\lambda=15\%$ ). Los escenarios contemplados fueron resultado de la utilización de DOE previamente descrita. Los escenarios dentro del mejor subconjunto se presentan en la tabla 9 y se listan según el tiempo de servicio, donde el número que antecede a “D” indica el número de médicos y el que antecede a “E” indica el número de enfermeras.

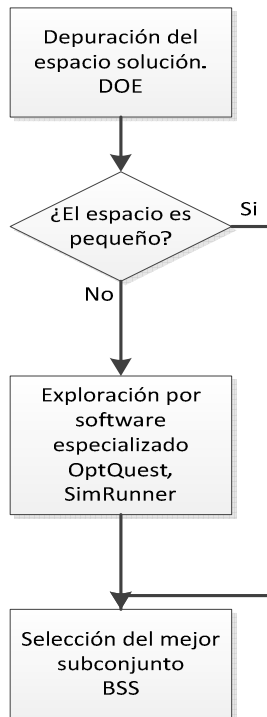
**Tabla 9. Resultados BSS caso base.**

<b>Escenario</b>	<b>Número escenario</b>	<b>Réplicas</b>	<b>Tiempo de atención</b>
<b>3E3D</b>	10	37	21.15
<b>5E3D</b>	12	37	21.28
<b>4E3D</b>	11	37	21.45
<b>5E2D</b>	8	37	21.61
<b>4E2D</b>	7	37	21.63

Los escenarios de la tabla anterior son los sobrevivientes dentro del mejor subconjunto después de 37 réplicas. El mejor subconjunto contiene cinco escenarios que están a una distancia menor que el límite ( $\lambda=1$ ) del mejor escenario (10). La solución presentada en la tabla anterior se debe analizar con base en las implicaciones reales de una aplicación como costos de personal, disposición del espacio, capacidad protectora, estacionalidad, administración de personal, legislaciones, etc.

### *Metodología propuesta de una aplicación real de BSS en problemas OvS*

En la figura 4 se presenta el esquema de la aplicación propuesta, basado en el análisis de revisión de literatura y la experimentación presentada a lo largo de este trabajo. La metodología propuesta se basa en el concepto de modelos multi-fase en que se depura inicialmente el espacio solución y posteriormente se realiza la selección de escenarios bajo criterios estadísticos.



**Figura 4. Metodología propuesta de la aplicación de BSS en OvS.**

### **Conclusiones y trabajo futuro**

Se llevó a cabo la implementación del método de selección del mejor subconjunto (BSS) en un caso básico de optimización vía simulación, teniendo en cuenta los factores significativos que afectan el desempeño del sistema. Se comparó el desempeño de BSS frente a otro método de su misma naturaleza (NSGS). Se observó que en términos de réplicas totales y calidad de resultados, el método BSS presenta mejor desempeño.

Se analizó el impacto de parámetros de entrada en el desempeño del método BSS como límite y tolerancia, así como el tamaño de muestra inicial. Se observó el número máximo de réplicas resultantes y el total para cada caso. Se encontró que valores muy bajos de tamaño de muestra inicial se traducen en exceso de muestreo a lo largo del desarrollo del método y que valores muy altos pueden resultar poco eficientes en términos de consumo computacional y tiempo de solución.

Se observó que los parámetros de límite y tolerancia afectan tanto el muestreo total como el tamaño del subconjunto resultante ya que pueden relajar o restringir el criterio de selección empleado. Se debe tener valores de límite y tolerancia moderados para obtener soluciones que apoyen efectivamente el proceso de toma de decisión.

Se analizó la conveniencia de implementación de técnicas de reducción de varianza como CRN en el método BSS. Se observó que este tipo de técnicas pueden aumentar su robustez frente a cambios de tamaño de

muestra inicial. El efecto de parámetros de límite y tolerancia es similar al de BSS sin CRN. Esto se puede extender para otros casos a partir de la definición de la técnica y el fundamento de BSS.

Se observó que aunque una limitación de BSS es la cantidad de escenarios a evaluar, mediante técnicas estadísticas como DOE se puede limitar el conjunto de alternativas. Teniendo en cuenta esta limitación, es importante que en una posible aplicación del método se implemente una etapa de depuración inicial del espacio solución.

Se propone como aplicación un método multi-fase de tal modo que se depure inicialmente el espacio solución inicial mediante herramientas estadísticas, se explore el espacio solución, de ser necesario, haciendo uso de herramientas existentes en software especializado y se aplique BSS sobre el espacio reducido a manera de etapa final de selección. De este modo se hace un mejor uso de los recursos computacionales y se puede obtener un conjunto de solución que apoye efectivamente el proceso de toma de decisión.

Como trabajo futuro se propone el desarrollo de una herramienta que automatice el proceso de la aplicación propuesta, para un software de simulación específico. Esto permitirá la aplicación de la metodología en un escenario más allá de lo académico.

## Referencias

- Banks, J., Carson, J., Nelson, B. & Nicol, David (2009) *Discrete-event system simulation*. Prentice Hall 5 edition.
- Bianchi, L., Dorigo, M., Gambardella, M. (2006) *Metaheuristics in Stochastic Combinatorial Optimization: a Survey*.
- Boesel, J., Nelson, B., Kim, S. *Using Ranking and Selection to 'Clean up' after simulation optimization*.
- Carson, Y., Maria, A. (1997) *Simulation optimization: Methods and applications*. Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference. ed. S. Andradóttir, K. J. Healy, D. H. Withers, and B. L. Nelson
- Deng, G. (2007) *Simulation-Based optimization*. University of Wisconsin. Dissertation for Phd.
- Dudewicz, E. J., & S. R. Dalal. (1975). *Allocation of Observations in Ranking and Selection with Unequal Variances*. Sankhya: The Indian Journal of Statistics, Series B 37 (1): 28–78.
- Gupta, S. S. (1965). *On Some Multiple Decision (Selection and Ranking) Rules*. Technometrics 7 (2):225–245.
- Gutjah, W. (2011) *Recent trends in metaheuristics for stochastic combinatorial optimization*. Central European Journal of Computer Science. Vol 1, pp 58-66.

- Hong, L., Nelson, B. (2009) *A brief introduction to optimization via simulation*. Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference. M. D. Rossetti, R. R. Hill, B. Johansson, A. Dunkin, and R. G. Ingalls, eds.
- Hoos, H., Sützle, T. (2009) *Stochastic local search. Foundations and applications*.
- Kim, H., Nelson, B. (2003) *Selecting the best system: Theory and methods*. Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference. S. Chick, P. J. Sánchez, D. Ferrin, and D. J. Morrice, eds
- Laguna, M. (2011) *OptQuest: Optimization of complex systems*.
- Montgomery, D. (2009). *Design and analysis of experiments*. John Wiley & Sons. 7<sup>th</sup> edition.
- Seomg-Hee Kim & Nelson B (2001) *A fully sequential procedure for indifference-zone selection in simulation*
- Yu Wang, Luangkesorn L. & Shuman L. (2011) *Best-subset selection procedure*. Proceedings of the 2011 Winter Simulation Conference
- Urquía, A. (2008) *Simulación, teoría básica*. Escuela técnica superior de ingeniería informática.