Universidad de los Andes
Facultad de Economía

Implementación en la Asignación de Proyectos con las Regalías en Colombia: Una Aproximación Teórica.

Daniel Blandón Restrepo[1]

Resumen

En Colombia, se estableció que los recursos de las regalías se iban a destinar a financiar proyectos de inversión. A partir del año 2012, se determinó que los proyectos a desarrollar serían elegidos por mayoría en un triángulo de buen gobierno (OCAD) en donde hay un total de 3 votos, uno proveniente del gobierno, otro de los departamentos y otro de los municipios. Hay además una etapa previa en donde los alcaldes eligen a los representantes de los municipios. En este trabajo se estudia si los triángulos de buen gobierno son implementables en estrategias dominantes y en equilibrios de Nash.

En la primer parte del documento se analiza el triángulo de buen gobierno. En este caso, cuando cualquier tipo de preferencias es admisible, se muestra que el sistema no es implementable en estrategias dominantes ni en equilibrios de Nash, inclusive si se considera que el gobierno no es estratégico. Si se supone que los dirigentes tienen preferencias unimodales, como es el caso cuando prefieren los proyectos más cercanos a su región, hay un resultado positivo. Cuando se agrega la votación para elegir los representantes de los municipios se concluye que no es implementable en estrategias dominantes. Sin embargo, si el gobierno siempre dice la verdad y se elimina la etapa de elección de los alcaldes (todos los alcaldes correspondientes participan en el triángulo), el mecanismo es implementable en estrategias dominantes y equilibrios de Nash, aun cuando se elimina el supuesto de preferencias unimodales para el gobierno.

Palabras Claves: Regalías, OCAD, mayoría, elección social, implementación, no manipulación, monotonicidad, Condorcet, preferencias unimodales, triángulo de buen gobierno.

[1] Tesis de maestría de Economía PEG Universidad de los Andes. Asesor Paula Jaramillo Vidales.

1. Introducción

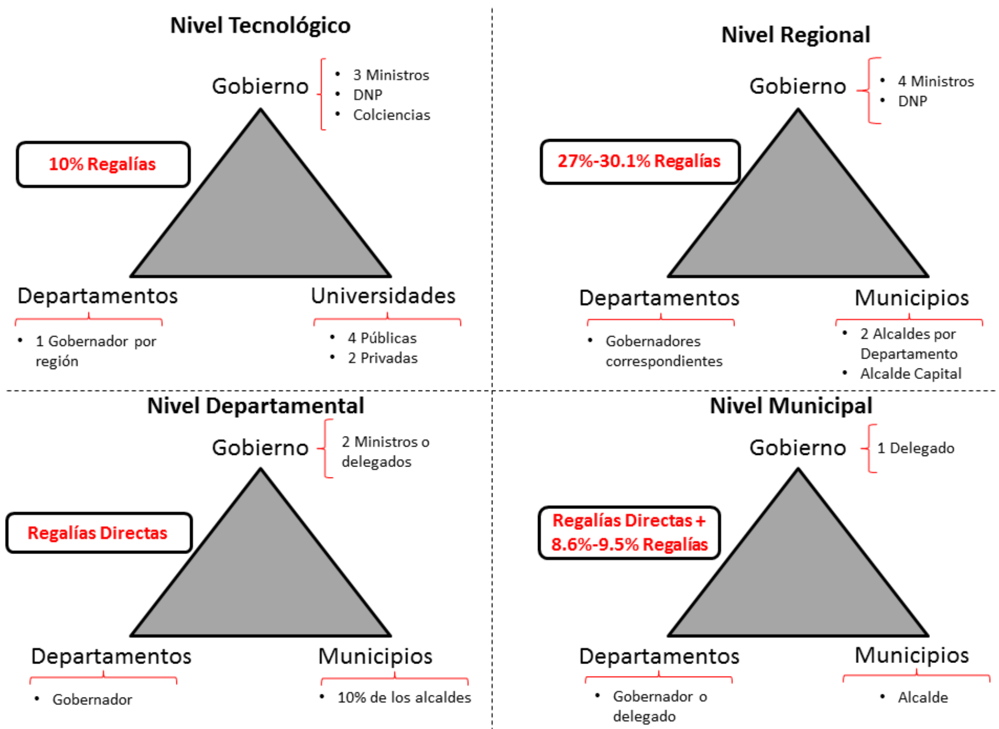
Las regalías son la compensación económica que se le paga a un país o territorio por la explotación de sus recursos naturales no renovables. En Colombia, se determinó que los ingresos provenientes de regalías se iban a destinar a fondos de ahorro y a financiar proyectos de impacto nacional, regional, departamental o municipal. Según el contexto en el que se encuentra el país, los recursos no alcanzan a suplir todas las necesidades que tienen los dirigentes; por esta razón el gobierno nacional decidió que a través de triángulos de buen gobierno, se prioricen los mejores proyectos. Una adecuada asignación de proyectos puede contribuir de manera importante al desarrollo económico y social del país. Por lo tanto es trascendental que se tengan los incentivos alineados para elegir aquéllos que generen un mayor impacto positivo a la sociedad. Este trabajo estudia qué tan deseable es dicho mecanismo de asignación de proyectos.

A partir de Mayo de 2012, con la ley 1530 del mismo año, el sistema de distribución de regalías cambió en Colombia. Según el gobierno la modificación fue a causa de la falta de transparencia, la poca visibilidad de proyectos de alto impacto y la inequidad entre territorios productores y no productores.

Uno de los cambios más importantes del nuevo sistema es la forma como se eligen los proyectos. Ahora el alcalde o gobernador no es quien elige los programas a ejecutar, si no que se conforman triángulos de buen gobierno que deciden por mayoría. Los triángulos de buen gobierno se conocen como los OCAD (Órganos Colegiados de Administración y Decisión) y están conformados por el gobierno, los departamentos y los municipios. Cada ente cuenta con un voto y se avalan las decisiones por mayoría.

Existen cuatro niveles diferentes de OCAD según el destino de las regalías: Tecnológico, regional, departamental y municipal. Aunque algunos de los resultados de este trabajo son aplicables al OCAD tecnológico, solo se estudian los otros tres que involucran al gobierno, los departamentos y municipios.

Los OCAD son constituidos en cada nivel de gobierno por diferentes integrantes. En el nivel regional (6 en total), está el gobierno, representado por el ministro de ambiente, otros 3 ministros y el DNP; los departamentos por todos los gobernadores de la región y los municipios por 2 alcaldes por departamento y el alcalde de la ciudad capital. En una etapa previa, los 2 alcaldes son elegidos anualmente por mayoría entre todos los alcaldes de la región. A nivel departamental (40 en total), está el gobierno a través de 2 ministros o sus delegados, el ente departamental con el respectivo gobernador y el órgano municipal representado por el 10% de los alcaldes del departamento. De igual manera, estos alcaldes son elegidos previamente por mayoría. Finalmente, a nivel municipal (1052 en total), participa el gobierno a través de un delegado, el departamento con el gobernador o un delegado y el municipio con el alcalde respectivo. Ver Gráfica 1 para una explicación de los OCAD.



Gráfica 1. Explicación de los OCAD basado en la información del SGR.

El alcance de este estudio es analizar teóricamente el mecanismo empleado para elegir los proyectos que se van a financiar con los recursos de las regalías. Existen otros segmentos en el nuevo sistema de regalías que son importantes pero no se incluyen, entre estos, la presentación de proyectos, qué tan viables son, la forma de ejecutarlos y el impacto final en la sociedad. A partir de este trabajo no se puede concluir si la nueva ley de regalías tendrá un impacto positivo para el país, su objetivo es específicamente qué propiedades a nivel de incentivos cumple la forma de elegir los proyectos a ejecutar. Para esto es importante suponer que existen proyectos ya propuestos de cualquier tipo y que los miembros de los OCAD tienen algún perfil de preferencias sobre los proyectos. A partir de estas preferencias es que se pretende concluir si los triángulos de buen gobierno presentan los incentivos adecuados para que los participantes voten de acuerdo a sus verdaderas preferencias y si es posible su implementación.

1.1 Revisión de Literatura

Este tipo de investigación entra en el área de Elección Social, la cual, analiza las decisiones colectivas y busca unificar las preferencias individuales en una preferencia social (Gaertner, 2009). La unificación se logra a través de reglas sociales como consenso, dictatorial, mayoría, entre otros y el objetivo es elegir la mejor alternativa socialmente. Para el caso de la aprobación de proyectos con los recursos de regalías, el gobierno propuso como regla de elección social, la mayoría, entre el gobierno, departamento(s) y municipio(s).

Arrow (1951) es quien empieza con la formalización de la teoría de Elección Social. Su resultado principal, el teorema de imposibilidad de Arrow, muestra el problema que existe para agregar las preferencias individuales en una preferencia social. Su resultado demuestra que no es posible formar un orden de preferencia social que sea compatible con propiedades básicas de preferencias individuales a menos que sea un dictador quien elija. El resultado del teorema de Gibbard (1973)-Satterthwaite (1975) incorpora el comportamiento estratégico de los agentes y concluye igualmente que la única regla no manipulable[2] es dictatorial[3].

Una de las ramas de la elección social es la teoría de implementación. Serrano (2003), dice que esta teoría se pregunta si es posible diseñar un mecanismo o institución de tal manera que los individuos interactúen de manera libre y el resultado de tal interacción, sin importar las preferencias privadas, sea lo elegido por la regla social. Maskin (1982 y 1999) obtiene dos de los resultados más importantes de la teoría de la implementación: Una regla social es implementable en estrategias dominantes sí y solo sí es no manipulable y es implementable en equilibrios de

[2] Una regla es no manipulable si decir la verdad sobre sus preferencias es la mejor opción para los agentes.
[3] Una regla es dictatorial si el resultado está determinado por las preferencias de un solo agente.

Nash sí y solo sí es monotónica[4] y cumple no veto[5]. Es importante mencionar que estrategias dominantes es una condición más estricta que equilibrios de Nash. Por lo tanto, una regla que sea implementable en estrategias dominantes lo es en equilibrios de Nash y si no es implementable en equilibrios de Nash no lo es en estrategias dominantes.

Interpolando los resultados de Gibbard (1973)-Satterthwaite (1975) y Maskin (1982), se concluye que la única regla implementable en equilibrios dominantes es dictatorial. Una de las soluciones que ha encontrado la literatura para este resultado negativo es restringir el dominio. En este aspecto muchos autores han estudiado las preferencias unimodales, en donde se supone las alternativas se ubican en un espacio lineal, hay un pico de satisfacción y a medida que las alternativas se acerquen a dicho pico son más preferidas. Black (1948) y Downs (1957) encuentran que bajo preferencias unimodales la alternativa de la mediana es la misma ganadora de la regla de Condorcet[6]. Además, según Nehring y Puppe (2006) bajo preferencias unimodales, la única regla anónima[7], no dictatorial y no manipulable es elegir la alternativa de la mediana.

En este articulo se estudian las votaciones por mayoría de acuerdo a la nueva ley de asignación de recursos de regalías en Colombia en cuanto a si son manipulables e implementables. La asignación consiste en un sistema de votación que utiliza como regla social mayoría entre tres agentes. Uno de los agentes es el gobierno que puede tener preferencias diferentes y actuar sin estrategias y los otros dos agentes son los departamentos y los municipios que se suponen tienen preferencias sobre proyectos cercanos a sus territorios (preferencias unimodales). Por último, el sistema cuenta con una etapa previa en donde se eligen por mayoría los alcaldes que van a representar los municipios en los OCAD.

Los primeros resultados muestran que bajo el contexto de los triángulos de buen gobierno, mayoría es manipulable y no es implementable en estrategias dominantes ni en equilibrios de Nash. Este resultado se sostiene inclusive suponiendo que el gobierno dice siempre

---

[4] Una regla es monotónica si elige la misma alternativa ante transformaciones monotónicas en las preferencias. Una transformación monotónica sobre una alternativa, es un cambio en las preferencias de modo que ninguna alternativa que era menos preferida, pase a ser más preferida.
[5] Una regla cumple no veto si no existe un agente que pueda impedir que alguna alternativa sea elegida.
[6] La regla de Condorcet es aquella que elige la alternativa que vence en mayoría simple al resto de alternativas.
[7] Una regla es anónima si se permutan las preferencias entre agentes y la regla elige la misma alternativa.

la verdad. Sin embargo, utilizando la regla de Condorcet y restringiendo el dominio de manera que siempre haya solución, es posible mostrar que el triángulo de buen gobierno es implementable en estrategias dominantes y equilibrios de Nash. Cuando se restringe el dominio de preferencias suponiendo los agentes prefieren proyectos cercanos a su municipio o departamento, el triángulo es implementable en estrategias dominantes y equilibrios de Nash. Si se agrega la elección previa de los alcaldes, se muestra que el mecanismo no es implementable en estrategias dominantes. Finalmente, se elimina el supuesto de preferencia de proyectos cercanos (unimodales) para el gobierno y se demuestra que el sistema de asignación de proyectos es implementable en estrategias dominantes y equilibrios de Nash siempre y cuando el gobierno diga siempre la verdad y todos los alcaldes correspondientes participen en la elección de proyectos.

Este documento se organiza de la siguiente manera. Se presenta el modelo en la sección 2. En la sección 3 se supone las preferencias de los agentes son unimodales con respecto a la ubicación geográfica. Se elimina el supuesto de preferencias unimodales para el gobierno en la sección 4 y finalmente se muestran las conclusiones en la sección 5.

2. Modelo

Hay 3 tipos de **agentes** $\boldsymbol{i} \in \mathbf{N}$: municipios $\boldsymbol{M} = \{\boldsymbol{m_1}, \boldsymbol{m_2}, \ldots, \boldsymbol{m_{|M|}}\}$, departamentos $\mathbf{D} = \{\boldsymbol{d_1}, \boldsymbol{d_2}, \ldots, \boldsymbol{d_{|D|}}\}$ y el gobierno **g.** El conjunto de **alternativas es A** $= \{a_1, a_2, \ldots, a_{|A|}\}$, el cual corresponde a todos los proyectos presentados.

Cada agente $i \in$ N tiene una **relación de preferencias** $\boldsymbol{P_i}$ sobre A. Las preferencias son estrictas y transitivas, aP_ib denota que a es preferida a b. Se supone además que si $a \neq b$ entonces aP_ib o bP_ia. Se define **el perfil de preferencias** como $\boldsymbol{P} \equiv (\boldsymbol{P_M}, \boldsymbol{P_D}, \boldsymbol{P_g})$ y $\wp \equiv (\wp_{\boldsymbol{M}}, \wp_{\boldsymbol{D}}, \wp_{\boldsymbol{g}})$ como el conjunto de todos los posibles perfiles de preferencias, por lo tanto $P \in \wp$**.**

Un **problema** es un perfil de preferencias $\boldsymbol{P}$. Una **regla** $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{P})$ es una función que asocia un problema (perfil de preferencias) a una alternativa: $\forall P \in \wp,\ \varphi(P) \in A$.

El **ranking de alternativas agregado $\boldsymbol{K_P} \in \wp$** es el resultado de aplicar la función $\varphi(P)$ iterativamente eliminando la alternativa recién elegida del perfil de preferencias P. Por ejemplo supongamos $\varphi(P) = a$, se elimina a de P que se denotara como $P^{-\boldsymbol{a}} \in \wp^{-\boldsymbol{a}}$y se aplica nuevamente la función $\varphi(P^{-\boldsymbol{a}})$ que supongamos es $\varphi(P^{-\boldsymbol{a}}) = b$. Se elimina b de $P^{-\boldsymbol{a}}$ y se sigue el procedimiento hasta que se terminen las alternativas. El resultado de dicho procedimiento llevará a un perfil de preferencia que se denota como $K \in \wp$ en donde a es la alternativa más preferida, b la segunda y así sucesivamente**.** La expresión $a\ P^{\varphi}\ b$, en donde P está sin subíndice denota que a es preferido a b en el ranking de alternativas agregadas bajo la regla $\varphi(P)$. Se supone que cada vez que se elimine una alternativa, la relación de preferencia entre alternativas no se modifica.

Definir el ranking de alternativas agregado permite que se pueda elegir más de una alternativa a pesar de que la regla sea una función y solo elige una. El ranking va determinar las preferencias agregadas de todos los agentes y será entonces el orden con el cual se aprueban los proyectos de acuerdo al presupuesto.

El sistema de votación consta de 2 etapas. Se define **la primera etapa** como la elección de los alcaldes M_{OCAD} que van a representar en los OCAD. Esto solo aplica para los OCAD regionales y departamentales[8]. Se tiene un número de alcaldes y ellos deciden por mayoría un subconjunto que los van a representar en los OCAD de acuerdo a sus preferencias en los proyectos.

La **segunda etapa** corresponde a los OCAD o triángulos de buen gobierno[9]. El número de proyectos elegidos es incierto ya que dependerá de cuántos se propusieron y del presupuesto $\{P_{M_{OCAD}}, P_D, P_g\} \xrightarrow{Mayoría} \{A' \subseteq A\}$**.** Donde A' es el conjunto de proyectos elegidos.

[8] Según la ley 1550 de 2012 "… serán elegidos democráticamente, mediante el sistema de cuociente electoral, para periodos anuales…". Para el nivel regional se elegirán 2 alcaldes por departamento y para nivel departamental el 10% de los alcaldes.

[9] Según la ley 1550 de 2012 "Cada nivel de gobierno… tendrá derecho a un (1) voto, para un total de tres (3) votos. Las decisiones se adoptarán por mayoría calificada de dos (2) votos…"

En la primer parte del trabajo se analiza solamente la segunda etapa, es decir los OCAD sin incluir la votación previa para elegir los alcaldes. Posteriormente se incluye la primera etapa. Las preferencias de $D\ y\ M_{OCAD}$ se asumen como el agregado de los integrantes del conjunto, inicialmente se supondrán dadas y luego se recomendará cómo debe ser dicha "agregación" de preferencias en una sola para que se mantengan los resultados.

2.1 Propiedades

Se introducen algunas propiedades deseables para cualquier regla $\varphi(P)$.

Una regla es **unánime** si existe una alternativa que es preferida por todos los agentes y es elegida por la regla.

Unanimidad: $\forall P \in \wp\ si\ \exists a \in A\ tal\ que\ |\{\ i \in N|\ \ \forall b \neq a \in A,\ aP_ib\ \ \}| = |N|\ entonces\ \varphi(P) = a$

Una regla cumple **no veto**[10] si existe una alternativa que es preferida por todos los agentes menos uno y éste no está en la capacidad de impedir que dicha alternativa sea elegida.

No veto: $\forall P \in \wp\ si\ \exists a \in A\ tal\ que\ \left|\left\{\ i \in N|\ \forall b \neq a \in A,\ aP_ib\ \right\}\right| = |N| - 1\ entonces\ \varphi(P) = a$

Una regla es **no dictatorial** si no existe un agente que determine la alternativa elegida por la regla sin importar las preferencias de los demás.

No Dictatorial: $si\ \nexists i \in N\ tal\ que\ \forall P \in \wp\ si\ aP_ib\ \ entonces\ \varphi(P) = a$

Una **transformación monotónica** sobre una alternativa es un cambio en las preferencias de manera que ninguna alternativa que era menos preferida pase a ser más preferida.

Transformación Monotónica $\boldsymbol{P'_i}$ de $\boldsymbol{P_i}$ sobre $\boldsymbol{a}$: $si\ \forall a, b \in A, aP_ib\ entonces\ aP'_ib$

Una regla es **monotónica** si ante una **transformación monotónica** de la alternativa elegida**,** la regla sigue eligiendo la misma alternativa.

Monotonicidad: $\forall P \in \wp\ si\ \forall i\ P'_i \in \wp\ es\ una\ tranformación\ monotónica\ de\ P_i\ sobre\ a = \varphi(P),$ $entonces\ \varphi(P') = a$

[10] En el contexto de los OCAD, esta propiedad mostraría que las decisiones no son centralizadas ya que el gobierno no está en la capacidad de vetar alguna alternativa.

Una regla es **sobreyectiva** si es posible que se elija cualquier alternativa. Es decir, para cada alternativa posible, existe un perfil de preferencias tal que la regla elije dicha alternativa.

Sobreyectividad: $\forall a \in A, \exists\ P\ tal\ que\ \varphi(P) = a$

Una regla es **manipulable** si para alguno de los agentes es mejor no reportar sus verdaderas preferencias. Es decir, se beneficia de mentir.

No Manipulación (Strategy-proof): $\forall i\ \in N, \forall P_i, P'_i \in\ \wp_i,\ \varphi(P_i, P_{-i})\ P_i\ \varphi(P'_i, P_{-i})$

Se tiene establecido una regla que para cada perfil de preferencias P tiene una solución. Sin embargo, el planeador no conoce las verdaderas preferencias individuales y por lo tanto él debe diseñar un mecanismo de manera que interactúen los agentes y los resultados en equilibrios de Nash (o estrategias dominantes) sean los mismos de la regla social. Cuando existe dicho mecanismo se dice que **la regla es implementable**. Es posible que la misma regla implemente la regla.

La teoría de implementación se divide según los equilibrios de los juegos o mecanismos que implementan las reglas sociales. Estos pueden ser equilibrios en estrategias dominantes o equilibrios de Nash.

Para todo $i \in N$, se define lo que **reportan los agentes como $\boldsymbol{S_i} \in\ \wp_i$**. Dado los **espacios de estrategias** $S \equiv \left(\boldsymbol{S_M}, \boldsymbol{S_D}, \boldsymbol{S_g}\right)$, en donde $S \in\ \wp_,$ se define el juego **$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{N}, (\boldsymbol{S_i})_{\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{N}}, \boldsymbol{g}, (\boldsymbol{P_i})_{\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{N}})$,** donde $\boldsymbol{g}$ es una función que asocia una estrategia (un perfil de preferencias) a una alternativa $\forall S, g(S) \in A$. Por lo tanto, $g(S)$ es el resultado del juego el cual pertenece al conjunto de alternativas A.

Se dice que una regla es **implementable en estrategias dominantes,** si existe un juego Γ_g tal que la alternativa resultado de dicho juego en estrategias dominantes es la misma elegida por la regla.

Se dice que un juego **$\boldsymbol{\Gamma_g}$ implementa la regla social $\boldsymbol{\varphi}$ en estrategias dominantes,** si y solo si: $\forall P \in \wp\ y\ a = \varphi(P),\ \exists S \in \wp\ tal\ que\ g(S) = a\ y\ \ \forall i \in N\ y\ \forall S' \in \wp, g(S) P_i g(S')$.

Se dice que una regla es **implementable en equilibrios Nash,** si existe un juego Γ_g tal que la alternativa resultado de dicho juego en equilibrios de Nash es la misma elegida por la regla.

Se dice que un juego $\boldsymbol{\Gamma_g}$ **implementa la regla social** $\boldsymbol{\varphi}$ **en equilibrios de Nash,** si y solo si:$\forall P \in \wp \ y \ a = \varphi(P), \exists S \in \wp \ tal \ que \ g(S) = a \ y \ \forall i \in N \ y \ \forall S'_i \in \wp_i \ g(S) P_i g(S'_i, S_{-i})$

Ya definidas las propiedades y qué es implementación, el siguiente paso es mostrar los resultados más importantes de la literatura que serán utilizados en el desarrollo del trabajo. Estos son importantes ya que relacionan las propiedades con la implementación. De esa manera el objetivo es analizar que propiedades cumple el sistema de votación y a partir de los siguientes teoremas poder concluir si son implementables.

La única manera que una regla sea no manipulable, es que sea dictatorial.

Teorema de Gibbard (1973) y Satterthwaite (1975): $Si \ |A| \geq 3 \ y \ \varphi \ es \ sobreyectiva \ y \ no$ $hay \ restricción \ en \ el \ dominio \ sobre \ el \ perfil \ de \ preferencias, entonces \ \varphi \ es \ no \ manipulable$ $si \ solo \ si \ \varphi \ es \ dictatorial.$

Algunos resultados de Maskin (1982,1999) permiten relacionar implementabilidad, no manipulación, monotonicidad y no veto. Una regla no manipulable es implementable en estrategias dominantes y una que cumpla no veto y monotonicidad es implementable en equilibrios de Nash. Estas propiedades serán usadas a lo largo del documento para concluir sobre la implementabilidad de los triángulos de buen gobierno.

Proposición 1 (Maskin 1982): $Si \ \ \varphi \ es \ sobreyectiva \ entonces \ \varphi \ es \ implementable \ en$ $estrategias \ dominantes \ si \ solo \ si \ \varphi \ es \ no \ manipulable.$

Proposición 2: (Maskin 1999): $Si \ \varphi \ es \ implementable \ en \ equilibrios \ de \ Nash \ entonces$ $\varphi \ es \ monotónica.$

Proposición 3: (Maskin 1999): $Si \ |A| \geq 3, \ \ \varphi \ es \ montónica \ y \ satisface \ no \ veto$

$entonces\ \varphi\ es\ implementable\ en\ equilibrios\ de\ Nash.$

Es importante mencionar que implementación en estrategias dominantes es una condición más estricta que en equilibrios de Nash, es decir si una regla es implementable en estrategias dominantes entonces es implementable en equilibrios de Nash. Así mismo, si una regla no es implementable en equilibrios de Nash entonces no lo es en estrategias dominantes.

2.2 La familia de reglas de mayoría

La nueva ley de regalías expresa que la forma en la que se van a elegir los proyectos a financiar con los recursos provenientes de las regalías, es a través de mayoría calificada. Ésta, dice que se aprueba un proyecto con mínimo dos tercios de la votación. Existen muchas reglas sociales que se pueden considerar mayoría calificada, y se diferencian en la alternativa que se elige cuando no hay un conjunto de proyectos con mayoría (casos de empate). Estas reglas las denominamos como **la familia de reglas de mayoría**.

Se define **la familia de reglas de mayoría** de la siguiente manera:

$$M^{\theta}(P) = \begin{cases} a & si\ \forall b \neq a \in A, |\{\ i \in N | aP_i b\}| \geq 2, \\ \theta\ (P) & De\ lo\ contrario \end{cases} .$$

Quiere decir que se considera una regla de mayoría cuando por los menos dos agentes prefieren la misma alternativa sobre todas las demás y esa es la elegida. Cada regla está asociada a una función $\theta\ (P)$ de desempate determina la diferencia entre cada regla social. Se supone además que $\theta\ (P) \in A\ y\ \theta\ (P) \neq \emptyset$.

Proposición 4. Toda regla que pertenezca a la familia de reglas de mayoría satisface no veto y unanimidad.

Prueba: Suponga se tiene cualquier regla de la familia de mayoría. Ahora suponga que existe un a tal que: $|\{\ i \in N|\ \ \forall b \neq a \in A,\ aP_i b\ \ \}| = |N| - 1 = 2$. Por definición de la regla de mayoría $M^{\theta}(P) = a$ y cumple con la definición de no veto.

Ahora para demostrar unanimidad, suponga que existe un a tal que $|\{\, i \in N|\ \forall b \neq a \in A, a\, P_i b\}| = |N| = 3$**.** Por definición de la regla de mayoría $M^{\theta}(P) = a$ y cumple con la definición de unanimidad. ■

Proposición 5. Toda regla que pertenezca a la familia de reglas de mayoría es sobreyectiva.
Prueba: Esto quiere decir que para cualquier alternativa existe por lo menos una combinación de perfiles de preferencias tal que es elegida por la regla social. Por definición del modelo se tiene $\forall i \in N\ y\ \forall a \in A\ \exists P^{*}{}_{i}\ \in \wp_i\ tal\ que\ \ \forall b \neq a \in A,\ aP_ib$. Por definición de la familia de reglas de mayoría se tiene entonces que $M^{\theta}(P^{*}) = a$. Por lo tanto se tiene que $\forall a \in A\ \exists P^{*}{}_{i} :\ M^{\theta}(P^{*}) = a$ se concluye que la familia de reglas de mayoría es sobreyectiva. ■

Proposición 6. Toda regla que pertenezca a la familia de reglas de mayoría no es dictatorial.
Prueba: Suponga que una regla de la familia de mayoría si es dictatorial y sin pérdida de generalidad que el agente i es el dictador y su alternativa más preferida baja el perfil de preferencias P_i es b. Por la definición del modelo se tiene $\forall i \in N\ y\ \forall a \in A\ \exists P^{*}{}_{i}\ \in \wp_i$ tal que $\forall b \neq a \in A,\ aP_ib$. Por definición de la familia de reglas de mayoría $M^{\theta}\left(P_i, P_{-i}{}^{*}\right) = a$ ya que dos agentes prefieren la alternativa a. Por lo tanto i no es dictador, hay una contradicción y se demuestra que una regla de la familia de mayoría no es dictatorial.■

Proposición 7: Si $|A| \geq 3$, toda regla que pertenezca a la familia de reglas es manipulable y no implementable en estrategias dominantes.
Prueba: Se tiene que $|A| \geq 3$. De las Proposiciones 5 y 6 se tiene que cualquier regla de la familia de mayoría es sobreyectiva y no dictatorial. Utilizando el teorema de Gibbard-Satterthwaite, se concluye que cualquier regla de la familia de mayoría no puede ser no manipulable ya que implicaría ser dictatorial. Quiere decir que la regla es manipulable. Utilizando la Proposición 1 y la misma racionalidad anterior, la regla no puede ser implementable en estrategias dominantes, completando así la demostración. ■

Proposición 8: No existe una regla que pertenezca a la familia de mayoría y sea monotónica.
Prueba: Suponga la regla es monotónica, hay 3 alternativas y P es el siguiente:

$P_{M_{OCAD}}$	P_D	P_g
a_1	a_2	a_3
a_2	a_3	a_1
a_3	a_1	a_2

Según la definición de M^{θ}, la solución de la regla del perfil anterior debe ser $\theta(P)$ que puede ser cualquiera de las 3 alternativas.

Suponga ahora estos perfiles de preferencia:

$P'_{M_{OCAD}}$	P'_D	P'_g	$P''_{M_{OCAD}}$	P''_D	P''_g	$P'''_{M_{OCAD}}$	P'''_D	P'''_g
$\boldsymbol{a_1}$	a_3	a_3	a_1	$\boldsymbol{a_2}$	a_1	a_2	a_2	$\boldsymbol{a_3}$
a_2	a_2	$\boldsymbol{a_1}$	$\boldsymbol{a_2}$	a_3	a_3	a_1	$\boldsymbol{a_3}$	a_1
a_3	$\boldsymbol{a_1}$	a_2	a_3	a_1	$\boldsymbol{a_2}$	$\boldsymbol{a_3}$	a_1	a_2

En donde P' es una transformación monotónica de P sobre a_1, P'' es una transformación monotónica de P sobre a_2 y P''' es una transformación monotónica de P sobre a_3.

Se tiene por definición de $M^{\theta}(P)$:

$M^{\theta}(P') = a_3 \quad M^{\theta}(P'') = a_1 \quad M^{\theta}(P''') = a_2$

Ahora se miran los 3 casos posibles sobre $\theta(P)$:

Caso 1: $M^{\theta}(P) = \theta(P) = a_1$

Como M^{θ} es Monotónica y P' es una transformación monotónica de P sobre a_1, se tiene entonces que $M^{\theta}(P') = a_1$. Sin embargo $M^{\theta}(P') = a_3$ por lo tanto hay una contradicción y M^{θ} no es monotónica si $M^{\theta}(P) = a_1$.

Caso 2: $M^{\theta}(P) = \theta(P) = a_2$

Como M^{θ} es Monotónica y P'' es una transformación monotónica de P sobre a_2, se tiene entonces que $M^{\theta}(P'') = a_2$. Sin embargo $M^{\theta}(P'') = a_1$ por lo tanto hay una contradicción y M^{θ} no es monotónica si $M^{\theta}(P) = a_2$.

Caso 3: $M^{\theta}(P) = \theta(P) = a_3$

Como M^{θ} es Monotónica y P''' es una transformación monotónica de P sobre a_3, se tiene entonces que $M^{\theta}(P''') = a_3$. Sin embargo $M^{\theta}(P''') = a_2$ por lo tanto hay una contradicción y M^{θ} no es monotónica si $M^{\theta}(P) = a_3$.

Los 3 casos muestran todas las posibilidades de solución de $M^{\theta}(P)$ y en todos ellos se demostró que no se cumple monotonicidad. Por lo tanto una regla de la familia de mayoría no es monotónica cuando cualquier perfil de preferencias es admisible para los agentes.

Nota: La demostración se puede extender a más de 3 alternativas. Se sigue la misma racionalidad y se ponen las alternativas adicionales como menos preferidas de las 3 primeras para todos los agentes tanto en $P, P', P'' y\ P'''$:

$P_{M_{OCAD}}$	P_D	P_g
a_1	a_2	a_3
a_2	a_3	a_1
a_3	a_1	a_2
a_4	a_4	a_4
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

La demostración se hace de la misma manera y para los casos $M^{\theta}(P) = \theta(P) = a_b\ con\ b > 3$, es claro que no es monotónica ya que para cualquier perfil $P', P'' y\ P'''$, se cumple la propiedad necesaria de monotonicidad, pero la familia de reglas elige otra alternativa diferente. ■

De acuerdo a la Proposición 8, una regla de la familia de mayoría y sin restricción en el dominio no es monotónica. Por otro lado, la Proposición 2 dice que si una regla es implementable en estrategias de Nash entonces es monotónica. Es decir que no puede pasar que sea implementable y no monotónica. Por lo tanto, como corolario tenemos el siguiente resultado:

Corolario 1. Bajo las especificaciones del modelo, una regla de la familia de mayoría no es implementable en equilibrios de Nash.

El primer resultado muestra que una regla social de la familia de mayoría, cuando cualquier perfil de preferencias es admisible, no es implementable en estrategias dominantes ni en equilibrios de Nash. Además es manipulable (existen incentivos a mentir), no es monotónica, no es dictatorial y cumple propiedad de no veto.

2.3 Cuando el gobierno siempre dice la verdad

El siguiente paso es hacer modificaciones a los supuestos planteados que sean sensatos y vayan acorde a la realidad de la ley. La idea es que con los cambios en los supuestos se encuentren resultados positivos y determinar finalmente si los triángulos de buen gobierno son implementables. El primer cambio que se hace es eliminar el supuesto que el gobierno tiene estrategias. Es decir, el gobierno siempre va a reportar sus verdaderas preferencias y esto lo saben los demás agentes. Este cambio es defendible ya que en la realidad no se espera que el gobierno actúe como un actor estratégico, si no que sea claro en lo que quiere.

Proposición 9: Cuando el gobierno siempre dice la verdad, no existe una regla de la familia de mayoría que sea monotónica.

Prueba: Suponga la regla es monotónica y el gobierno siempre dice la verdad, hay 3 alternativas y P es el siguiente:

$P_{M_{OCAD}}$	P_D	P_g
a_1	a_2	a_3
a_2	a_3	a_1
a_3	a_1	a_2

Según la definición de M^{θ}, la solución de la regla del perfil anterior debe ser $\theta(P)$ que puede ser cualquiera de las 3 alternativas. Ahora suponga los siguientes perfiles de preferencias:

$P'_{M_{OCAD}}$	P'_D	P'_g
a_2	a_2	$\boldsymbol{a_3}$
a_1	$\boldsymbol{a_3}$	a_1
$\boldsymbol{a_3}$	a_1	a_2

$P''_{M_{OCAD}}$	P''_D	P''_g
$\boldsymbol{a_1}$	a_3	a_3
a_2	a_2	$\boldsymbol{a_1}$
a_3	$\boldsymbol{a_1}$	a_2

En donde P' es una transformación monotónica de P sobre a_3 y P'' es una transformación monotónica de P sobre a_1.

Se tiene por definición de $M^\theta(P)$:

$M^\theta(P') = a_2 \quad M^\theta(P'') = a_3$

Suponga $M^\theta = \theta(P) = a_3$ entonces como P' es una transformación monotónica de P sobre a_3, se tiene que $M^\theta(P') = a_3$ pero por definición de la familia de reglas $M^\theta(P') = a_2$ hay una contradicción entonces $\theta(P) \neq a_3$.

Suponga ahora $M^\theta = \theta(P) = a_1$ entonces como P'' es una transformación monotónica de P sobre a_1, se tiene que $M^\theta(P'') = a_1$ pero por defintión de la familia de reglas $M^\theta(P') = a_3$ hay una contradicción entonces $\theta(P) \neq a_1$.

Por lo tanto la regla debe elegir a a_2 ya que es la única que no genera una contradicción $M^\theta(P) = a_2$.

Como la regla es monotónica la solución al siguiente perfil de preferencias debe ser a_2 ya que es P''' es una transformación monotónica de P sobre a_2.

$P'''_{M_{OCAD}}$	P'''_D	P'''_g
a_1	$\boldsymbol{a_2}$	a_3
$\boldsymbol{a_2}$	a_1	a_1
a_3	a_3	$\boldsymbol{a_2}$

$M^\theta(P''') = a_2$.

Ahora supongamos el siguiente perfil de preferencias $\hat{P}$

$\hat{P}_{M_{OCAD}}$	$\hat{P}_D$	$\hat{P}_g$
a_1	a_2	a_3
a_3	a_1	a_1
a_2	a_3	a_2

Según la definición de M^θ, la solución de la regla del perfil anterior debe ser $\theta(\hat{P})$ que puede ser cualquiera de las 3 alternativas. Ahora suponga los siguientes perfiles de preferencias:

$\hat{P}'_{M_{OCAD}}$	$\hat{P}'_D$	$\hat{P}'_g$
a_1	a_1	$\boldsymbol{a_3}$
$\boldsymbol{a_3}$	a_2	a_1
a_2	$\boldsymbol{a_3}$	a_2

$\hat{P}''_{M_{OCAD}}$	$\hat{P}''_D$	$\hat{P}''_g$
a_3	$\boldsymbol{a_2}$	a_3
a_1	a_3	a_1
$\boldsymbol{a_2}$	a_1	$\boldsymbol{a_2}$

En donde $\hat{P}'$ es una transformación monotónica de $\hat{P}$ sobre $a_3\, y\, \hat{P}''$ es una transformación monotónica de $\hat{P}$ sobre a_2.

Se tiene por definición de $M^{\theta}(\hat{P})$:

$M^{\theta}(\hat{P}') = a_1 \qquad M^{\theta}(\hat{P}'') = a_3$

Suponga $M^{\theta} = \theta(\hat{P}) = a_3$ entonces como $\hat{P}'$ es una transformación monotónica de $\hat{P}$ sobre a_3, se tiene que $M^{\theta}(\hat{P}') = a_3$ pero por definición de la familia de reglas $M^{\theta}(\hat{P}') = a_1$ hay una contradicción entonces $\theta(\hat{P}) \neq a_3$.

Suponga $M^{\theta} = \theta(\hat{P}) = a_2$ entonces como $\hat{P}''$ es una transformación monotónica de $\hat{P}$ sobre a_2, se tiene que $M^{\theta}(\hat{P}'') = a_2$ pero por definición de la familia de reglas $M^{\theta}(\hat{P}'') = a_3$ hay una contradicción entonces $\theta(\hat{P}) \neq a_2$.

Por lo tanto la regla debe elegir a a_1 ya que es la única que no genera una contradicción $M^{\theta}(\hat{P}) = a_1$.

Como la regla es monotónica la solución al siguiente perfil de preferencias debe ser a_1 ya que es $\hat{P}'''$ es una transformación monotónica de P sobre a_1.

$\hat{P}'''_{M_{OCAD}}$	$\hat{P}'''_{D}$	$\hat{P}'''_{g}$
$\boldsymbol{a_1}$	a_2	a_3
a_2	$\boldsymbol{a_1}$	$\boldsymbol{a_1}$
a_3	a_3	a_2

$M^{\theta}(\hat{P}''') = a_1$.

Sin embargo $\hat{P}''' = P'''$ por lo tanto $M^{\theta}(\hat{P}''') = M^{\theta}(P''')$ pero $M^{\theta}(P''') = a_2\ y\ M^{\theta}(\hat{P}''') = a_1$.

Por lo tanto hay una contradicción y no existe una regla de la familia de mayoría que sea monotónica así el gobierno siempre diga la verdad[11]. ■

Nuevamente los resultados son negativos, inclusive si se asume que el gobierno siempre dice la verdad. Por lo tanto, como corolario se tiene el siguiente resultado.

Corolario 2: Bajo las especificaciones del modelo, la familia de reglas de mayoría es manipulable (cumple Proposiciones 5, 6 y 7) y no es implementable en estrategias dominantes ni en equilibrios de Nash.

Analizando las demostraciones anteriores, los perfiles de preferencia que generan problema es cuando no existe un consenso sobre las alternativas entre por lo menos dos agentes. Por lo tanto, una posible solución a los resultados negativos anteriores podría ser **restringir el dominio** en donde los perfiles de preferencias admisibles sean $P \in \wp^{\boldsymbol{R}} \subseteq \wp$.

2.4 La regla de Condorcet

El siguiente paso es analizar la regla social de Condorcet, mirar si pertenece a la familia de reglas de mayoría definida y si es cierto, qué pasa si se elimina del dominio aquellos perfiles de preferencias que caen en la paradoja de Condorcet.

La regla de Condorcet dice que una alternativa es elegida si se compara con todas las alternativas y el número de agentes que la prefiere es mayor al número de agentes que no.
$a = \varphi^C(P)\ si\ \forall b \neq a \in A$: $|\{\ i \in N|\ aP_i b\}|\ \geq |\{\ i \in N|\ bP_i a\ \}|$ .Se habla de **paradoja de Condorcet** cuando $\varphi^C(P) = \emptyset$.

Proposición 10: La regla de Condorcet hace parte de la familia de reglas de mayoría definida anteriormente (suponiendo que si hay paradoja de Condorcet elige cualquier alternativa).
Prueba: Suponga $\forall b \neq a \in A\ |\{\ i \in N|\ aP_i b\ \}| \geq 2$. Por la definición de P y como el número de agentes es tres, debe pasar que $\forall b \neq a |\{\ i \in N|\ aP_i b\ \}| + |\{\ i \in N|\ bP_i a\ \}| = 3$. Como el

[11] Con la misma racionalidad de la nota de la demostración de la Proposición 8, la demostración anterior es aplicable a más de 3 alternativas.

primer término es mayor o igual que dos, debe pasar que $\forall b \neq a \in A\, |\{\, i \in N |\, aP_i b\, \}| \geq |\{\, i \in N |\, bP_i a\, \}|$. Por definición de Condorcet $\varphi^C(P) = a$. En conclusión se demostró que si pasa que $\forall a \neq b \in A\, |\{\, i \in N |\, aP_i b\, \}| \geq 2$ entonces $\varphi^C(P) = a$, que es la condición necesaria y suficiente para ser de la familia de reglas de mayoría definida anteriormente. Además si hay paradoja se elige cualquier alternativa (supuesto) se cumple que $\theta(P) \neq \emptyset$. La demostración concluye con la prueba de la Proposición 11 en donde no hay más de 2 soluciones. ■

La Proposición 10 implica que la regla de Condorcet cumple con todas las propiedades demostradas para la familia de reglas de mayoría. Por lo tanto, como resultado se tiene el siguiente corolario:

Corolario 3: Bajo las especificaciones del modelo, la regla de Condorcet es manipulable, cumple no veto, no es monotónica y no es implementable inclusive si el gobierno siempre dice la verdad.

Dado el resultado anterior, se quiere entonces restringir el dominio para los casos donde siempre haya solución. El **perfil de preferencias restringido** $\wp^{\boldsymbol{C}} \subseteq \wp$ es el subconjunto de perfiles de preferencia tal que $\forall P \in \wp^{\boldsymbol{C}}, \varphi^C(P) \neq \emptyset$.

Proposición 11: Bajo el dominio $\wp^{\boldsymbol{C}}$, la regla de Condorcet siempre elige una única solución.

Prueba: Esto es lo mismo que demostrar que no existen dos o más soluciones. Suponga hay por lo menos dos soluciones diferentes $a\, y\, b$. Por definición se tiene que $\forall c \neq a \in A\colon |\{\, i \in N |\, aP_i c\, \}| \geq |\{\, i \in N |\, cP_i a\, \}|$ y $\forall c \neq b \in A\colon |\{\, i \in N |\, bP_i c\, \}| \geq |\{\, i \in N |\, cP_i b\, \}|$. Según lo anterior se debe cumplir que $|\{\, i \in N |\, aP_i b\}| \geq |\{\, i \in N |\, bP_i a\}|\ \ y\ \ |\{\, i \in N |\, bP_i a\, \}| \geq |\{\, i \in N |\, aP_i b\}|$. Para que eso pase tiene que $|\{\, i \in N |\, aP_i b\, \}| = |\{\, i \in N |\, bP_i a\, \}|$, pero por la definición de P y el número de agentes que es tres, debe pasar que $|\{\, i \in N |\, aP_i b\, \}| + |\{\, i \in N |\, bP_i a\, \}| = 3$. Por lo tanto el número de $|\{\, i \in N |\, aP_i b\, \}| = 1.5$ lo cual no es posible ya que i representa los agentes y debe ser un número entero. Por lo tanto hay una contradicción y se demuestra que no puede haber dos o más soluciones. Además dado el dominio que no permite que no haya solución, se concluye que siempre hay una solución. ■

Proposición 12: Bajo el dominio $\wp^{\boldsymbol{C}}$, la regla de Condorcet es monotónica.

Prueba: Suponga $\varphi^C(P) = a$ entonces $\forall b \neq a \in A$: $|\{\, i \in N|\ aP_i b \,\}| \ \geq |\{\, i \in N|\ bP_i a \,\}|$. Ahora se tienen todos los perfiles de preferencias $P' \in \wp^{\boldsymbol{C}}$ que sean una transformación monotónica de P sobre a. Lo que se quiere demostrar es que $\varphi^C(P') = a$ y de esa manera la regla de Condorcet cumple con la definición de monotonicidad. Como P' es una transformación monotónica, implica que $\forall b \neq a \in A$: $|\{\, i \in N|\ aP_i b \ \}| \leq \ |\{\, i \in N|\ aP'_i b \,\}|$ ya que por lo menos los mismos agentes que preferían a sobre b en P deben seguir con la misma relación de preferencia entre esas 2 alternativas. Se tiene entonces sumando a ambos lados la misma cantidad que $\forall b \neq a \in A$: $|\{\, i \in N|\ aP_i b \,\}| + |\{\, i \in N|\ bP'_i a \,\}| \leq \ |\{\, i \in N|\ aP'_i b \,\}| + |\{\, i \in N|\ bP'_i a \,\}|$. Por la definición de $P, \forall P \in \wp$ el término de la derecha es igual a tres, por lo tanto la expresión anterior es equivalente a $\forall b \neq a \in A$: $|\{\, i \in N|\ aP_i b \ \}| + |\{\, i \in N|\ bP'_i a \,\}| \leq \ |\{\, i \in N|\ aP_i b \ \}| + |\{\, i \in N|\ bP_i a \ \}|$ y se reduce a tener que $\forall b \neq a \in A$: $|\{\, i \in N|\ bP'_i a \ \}| \leq |\{\, i \in N|\ bP_i a \ \}|$. Finalmente por transitividad y la expresión que se tenía anteriormente, se llega a $\forall b \neq a \in A$: $|\{\, i \in N|\ bP'_i a \ \}| \ \leq |\{\, i \in N|\ aP'_i b \ \}|$ y por definición de la regla de Condorcet $\varphi^C(P') = a$. Se cumple entonces que la regla cuando se restringe el dominio es monotónica.■

Se tiene entonces que la regla de Condorcet cumple no veto y que cuando se le restringe el dominio a los perfiles de preferencias que tiene solución es monotónica. Utilizando el resultado de Maskin (Proposición 3), resulta el siguiente corolario:

Corolario 4: Bajo las especificaciones del modelo y restringiendo el dominio a que siempre exista solución de la regla de Condorcet, ésta es implementable en equilibrios de Nash.

Nota: Todas las demostraciones presentadas se pueden extender a suponer que las alternativas no son proyectos individuales si no que son todos los subconjuntos de proyectos. Esto es razonable ya que muchos proyectos pueden ser sustitutos o complementarios.

3. El dominio de preferencias unimodales

El resultado anterior es positivo pero abre la pregunta de cómo restringir el dominio. Una estrategia comúnmente usada por la literatura es suponer que las preferencias son unimodales.

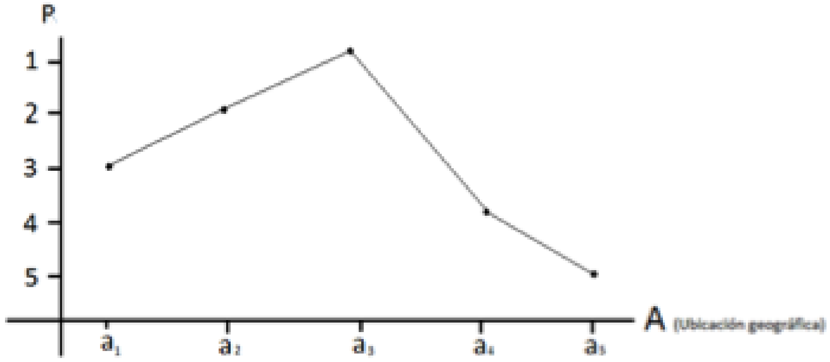
Las preferencias unimodales suponen que para cada individuo, existe una alternativa que representa el pico de satisfacción y que la satisfacción aumenta a medida que se acerca ese pico. Esto supone que existe un orden lineal (o espacial) de las alternativas.

El supuesto que se va a hacer es que las preferencias sobre los proyectos para cada uno de los dirigentes son unimodales con respecto al orden lineal de ubicación geográfica. Es decir que cada gobernante prefiere más los proyectos a medida que se acercan a su territorio. Este supuesto tiene mucho sentido ya que entre más alejado el proyecto menos impacto tiene para la zona que gobierna el político y por lo tanto debería ser menos preferido. Se asume además que la ubicación de los territorios es en una dimensión (Lineal) y que la escala es ordinal. Inicialmente se supone el gobierno también tiene preferencias unimodales. **Nota:** Es importante aclarar que las preferencias basadas en la ubicación geográfica es un subconjunto de todas las posibles preferencias unimodales. Los resultados que se presentan en este documento cumplen para cualquier tipo de preferencias unimodales, sin embargo se utiliza la ubicación geográfica como una ejemplificación defendible del supuesto.

La relación de preferencia $\boldsymbol{P} \equiv (\boldsymbol{P_{M_{OCAD}}}, \boldsymbol{P_D}, \boldsymbol{P_g})$ **es unimodal** con respecto al orden lineal $\geq$ en A, si existe una alternativa $a_i^s \in A$ (la alternativa pico del individuo i) con la propiedad que P_i está creciendo con respecto a $\geq$ en $\{b \in A\colon a_i^s \geq b\}$ y decreciendo con respecto a $\geq$ en $\{b \in A\colon b \geq a_i^s\}$. Esto es $si\ a_i^s \geq c > b\ \ entonces\ c\ P_i\ b$ y $si\ b > c \geq a_i^s\ entonces\ c\ P_i\ b.$ El conjunto de los perfiles de preferencias unimodales se denominará $\boldsymbol{\wp^S \subseteq \wp}$**.**

En la gráfica 2 se puede ver un ejemplo de preferencias unimodales en donde hay 5 proyectos, el municipio del alcalde i está cerca del proyecto 3 $(a_i^s = a_3)$ y entre más cerca una alternativa esté de a_3 es más preferida[12].

[12] Para esta sección, los resultados no se pueden extender a alternativas que representan subconjuntos de proyectos. La razón es que los subconjuntos de proyectos no se pueden expresar en un orden lineal.



Gráfica 2. Preferencias Unimodales.

En este caso las preferencias son de la siguiente manera $a_3\ P_i\ a_2\ P_i\ a_1\ P_i\ a_4\ P_i\ a_5$. En el eje Y se representan las preferencias P_i como si se tratara de un ranking. Es importante aclarar que el eje x no mide la distancia entre proyectos si no el orden en el que se encuentra. Por lo tanto es posible que el proyecto 4 sea menos preferido que el 1, lo que si no es posible es que el 5 sea preferido al 4 ó el 1 preferido al 2.

3.1 La regla de mayoría en el dominio de preferencias unimodales

El **individuo de la mediana** lo definen Mas-Collel, Whinston y Green (1995) de la siguiente manera: Sea a_k^s la alternativa más preferida del individuo (alternativo pico) $k \in N$, será el individuo de la mediana bajo el perfil P si $|\{i \in N | a_k^s \geq a_i^s\}| \geq \frac{|N|}{2}\ y\ |\{\ i \in N |\ a_i^s P_i a_k^s\}| \geq \frac{|N|}{2}$.

Bajo preferencias unimodales, la alternativa favorita del individuo de la mediana, vence uno a uno a cualquier otra alternativa en una votación de mayoría (Easley y Kleinberg, 2010). Esto quiere decir que si se compara la alternativa de la mediana con cualquier otra alternativa, el número de individuos que van a preferir la alternativa de la mediana es mayor a los que prefieren la otra. Esto es consistente con la definición de familia de reglas de mayoría.

Por lo tanto, **La regla de mayoría en el dominio de preferencias unimodales** elige la alternativa pico del individuo de la mediana $\forall P \in \wp^{\boldsymbol{S}} \subseteq \wp,\ M^S(P) = a_k^s$ en donde k es el individuo de la mediana. Esto es conocido como el **teorema de la mediana**.

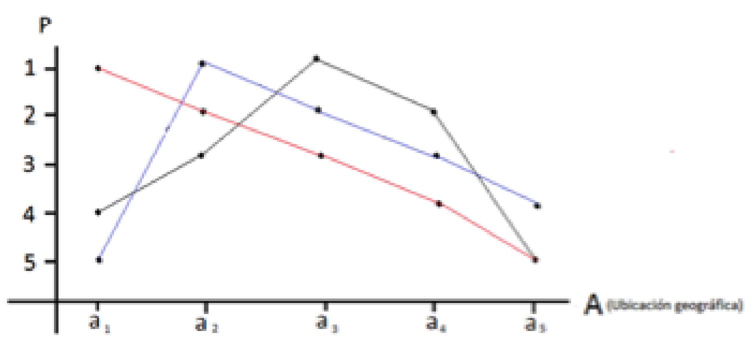
Black (1948) y Downs (1957) muestran que bajo preferencias unimodales, la paradoja de Condorcet no ocurre y que el resultado del teorema de la mediana es el mismo ganador de Condorcet. Esto es equivalente a decir que bajo preferencias unimodales se restringe el dominio de tal modo que siempre hay solución de Condorcet. Por lo tanto, siguiendo la Proposición 12, se tiene el siguiente corolario:

Corolario 5: Bajo preferencias unimodales, la regla de mayoría de Condorcet en el triángulo de buen gobierno cumple monotonicidad y es implementable en equilibrios de Nash.

De acuerdo a lo anterior, una definición equivalente del teorema de la mediana bajo preferencias unimodales es la regla de Condorcet $\forall P \in \wp^S \subseteq \wp, a = M^S(P)\ si\ y\ solo\ si\ \forall b \neq a \in A$: $|\{ i \in N|\ aP_ib\}| \geq |\{ i \in N|\ bP_ia \}|$. Esto implica, por la Proposición 10, que la regla de mayoría en el dominio de preferencias unimodales pertenece a la familia de reglas de mayoría.

Al igual que los casos ya estudiados, la función se repite eliminando las alternativas ganadoras para crear el ranking resultado.

Siguiendo el ejemplo anterior y suponiendo tres agentes, cinco alternativas y las siguientes preferencias unimodales se tiene que el individuo de la mediana es el que tiene como pico el proyecto 2.



Gráfica 3. Preferencias unimodales para tres agentes.

Iterando la regla de mayoría definida, el ranking resultado para el ejemplo es $a_2\ P^M\ a_3\ P^M\ a_4\ P^M\ a_1\ P^M\ a_5$.

Según Nehring y Puppe (2006) si las preferencias son unimodales entonces la única regla que es neutral, anónima, no dictatorial y no manipulable es seleccionar la alternativa favorita del individuo de la mediana. Siguiendo entonces la Proposición 1 de Maskin (1982) se tiene el siguiente corolario:

Corolario 6: Bajo las especificaciones del modelo y preferencias unimodales, los triángulos de buen gobierno que utilizan la regla de mayoría que elige la alternativa del individuo de la mediana son implementables en estrategias dominantes.

Proposición 13. Bajo preferencias unimodales, el ranking resultado de aplicar la regla de mayoría definida anteriormente iterativamente, es no manipulable.

Prueba: Se va a demostrar que si pasa que $a\, P_i\, b$ y $M^S(P_i, P_{-i})$ implica $b\, P^M\, a$, (donde P^M representa el orden de preferencias del ranking resultado de aplicar la regla de mayoría) entonces no existe $P' = \{P'_i, P_{-i}\}$ tal que $M^S(P'_i, P_{-i})$ implique $a\, P^{M\prime}\, b$. De esa manera no existe un orden de preferencias que mejore la situación del agente i (si puede pasar que lo empeore) y por lo tanto no existen incentivos a mentir, es decir es no manipulable. En ese caso se cumpliría no manipulación ya que sabiendo que no podría pasar que $M^S(P'_i, P_{-i})\ P_i M^S(P_i, P_{-i})$ se cumple la definición de no manipulación.

De acuerdo a lo anterior, se tiene que la regla de mayoría bajo preferencias unimodales es equivalente a la regla de Condorcet y además siempre existe solución. Suponga que $a\, P_i\, b$ y $M^S(P_i, P_{-i})$ implica $b\, P^M\, a.$ de acuerdo a la definición de la regla de Condorcet, como se eligió primero b que a, quiere decir que $\left|\{\, j \in N \mid bP_j a \,\}\right| \geq \left|\{\, j \in N \mid aP_j b \,\}\right|$. Así cambie de preferencias no podrá alterar el signo de la desigualdad ya que no puede aumentar el lado derecho de la desigualdad porque el agente i hace parte de esos agentes. Esto implica que no existe $P' = \{P'_i, P_{-i}\}$ tal que $\left|\{\, j \in N \mid aP'_j b \,\}\right| \geq \left|\{\, j \in N \mid bP'_j a \,\}\right|$ y por lo tanto no puede pasar por la definición de la regla de Condorcet que $M^S(P'_i, P_{-i})$ implique $a\, P^{M\prime}\, b$. En otras palabras, se demostró que no hay ningún perfil de preferencias que genere un cambio positivo en cualquier agente y la regla es entonces no manipulable. ■

Utilizando las Proposiciones 1 y 13 se llega al siguiente corolario:

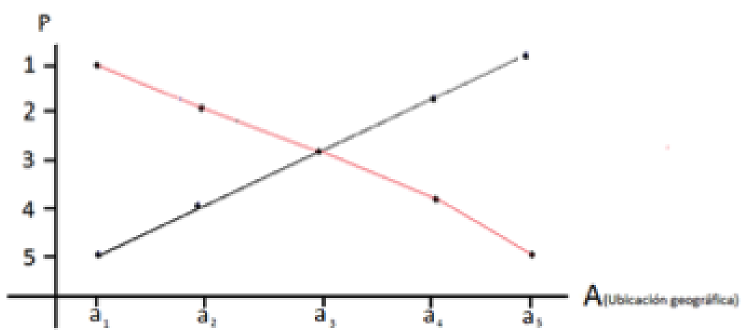
Corolario 7: Bajo especificaciones del modelo y preferencias unimodales, el ranking resultado de utilizar la regla de mayoría iterativamente en los triángulos de buen gobierno, en donde se elige la alternativa del individuo de la mediana o el ganador de Condorcet es implementable en estrategias dominantes.

3.2 Votaciones de dos etapas

Ya teniendo un resultado positivo que muestra que los triángulos de buen gobierno son implementables en estrategias dominantes y equilibrios de Nash cuando las preferencias son unimodales, se quiere mirar que pasa cuando se incluye la elección de los alcaldes. Es importante recordar que en los triángulos de gobierno regionales y departamentales, los alcaldes presentes fueron previamente elegidos por mayoría. A esa elección se le conoce como **primera etapa** y al triángulo de buen gobierno como la **segunda etapa**.

Proposición 14: En votaciones de dos etapas, bajo preferencias unimodales y conociendo los proyectos antes de las dos elecciones, la regla de mayoría definida es manipulable.

Prueba: De la gráfica 3 suponga que hay tres alcaldes que deben elegir a un alcalde que los represente en el triángulo de buen gobierno y las verdaderas preferencias de los tres alcaldes son las que se muestran. Las preferencias del departamento y gobierno se muestran en la gráfica 4:



Gráfica 4. Preferencias departamento y gobierno

Se va a demostrar, que sin importar que alcalde se elija, van a existir incentivos a no reportar las verdaderas preferencias y por lo tanto la regla es manipulable. Los únicos supuestos que se necesitan para la demostración son consistencia en el tiempo con respecto a las preferencias y para el caso de tres alcaldes, si dos de ellos tienen las mismas preferencias, alguno de los dos será el elegido.

El primer paso es mostrar que dadas las preferencias del departamento y el gobierno expresadas en la gráfica 4, el ranking de proyectos elegidos estará determinado por las preferencias del municipio. Esto se muestra fácilmente utilizando la definición de la regla de Condorcet. Dada las preferencias se tiene que si aP_gb entonces bP_Da. Por lo tanto sin contar a los municipios se tiene que $\forall b \neq a \in A$ $|\{ i \in N|\ aP_ib\}| = |\{ i \in N|\ bP_ia \}|$=1. El municipio, de acuerdo a sus preferencias, puede sumar a cualquiera de los dos lados y la alternativa que prefiera será la elegida por la regla de Condorcet. Además sabemos por la Proposición 13 que este juego es no manipulable y por lo tanto todos los agentes van a decir la verdad.

Caso 1: El alcalde 1 es el ganador de la primera etapa. En ese caso el orden de proyectos final estará dado por sus preferencias y será $a_1\ P^M\ a_2\ P^M\ a_3\ P^M a_4\ P^M a_5$. Sin embargo, el alcalde 3 le puede ir mejor si el alcalde 2 los representa ya que el orden de proyectos sería: $a_2\ P^M\ a_3\ P^M\ a_4\ P^M\ a_5\ P^M\ a_1$ y supongamos le da mucho peso al proyecto de su municipio (a_3) y por lo tanto prefiere esta última. De esa manera el alcalde 3 prefiere reportar sus preferencias igual a la del alcalde 2 para que gane cualquiera de los dos. Quiere decir que es manipulable.

Caso 2: El alcalde 2 es el ganador de la primera etapa. En ese caso el orden de proyectos final estará dado por sus preferencias y será $a_2\ P^M\ a_3\ P^M a_4\ P^M\ a_5\ P^M\ a_1$. Sin embargo, el alcalde 1 le puede ir mejor si el alcalde 3 los representa ya que el orden de proyectos sería: $a_3\ P^M\ a_4\ P^M\ a_2 P^M\ a_1\ P^M\ a_5$ y supongamos le da mucho peso al proyecto de su municipio (a_1) y por lo tanto prefiere esta última. De esa manera el alcalde 1 prefiere reportar sus preferencias igual a la del alcalde 3 para que gane cualquiera de los dos. Quiere decir que es manipulable.

Caso 3: El alcalde 3 es el ganador de la primera etapa. En ese caso el orden de proyectos final estará dado por sus preferencias y será $a_3\ P^M\ a_4\ P^M\ a_2\ P^M\ a_1\ P^M\ a_5$. Sin embargo, el alcalde 2 le puede ir mejor si el alcalde 1 los representa ya que el orden de proyectos sería: $a_1\ P^M\ a_2\ P^M\ a_3\ P^M\ a_4\ P^M\ a_5$ y supongamos le da mucho peso al proyecto de su municipio (a_2) y por lo tanto prefiere esta última. De esa manera el alcalde 2 prefiere reportar sus preferencias igual a la del alcalde 1 para que gane cualquiera de los dos. Quiere decir que es manipulable.

Dado que se cubren todos los casos posibles se demuestra que cuando hay 2 etapas las votaciones son manipulables. ■

Al ser el mecanismo manipulable y utilizando la Proposición 1 se llega al siguiente corolario:

Corolario 8: Bajo las especificaciones del modelo, el triángulo de buen gobierno con votaciones previas de los alcaldes no es implementable en estrategias dominantes, inclusive si se suponen preferencias unimodales para los agentes.

El resultado anterior se deriva de tener alcaldes que van a representar los municipios pero buscan imponer sus preferencias y no la de todos los municipios. Se quiere estudiar entonces que pasa si todos los alcaldes participan en la elección de los proyectos. Es decir, el resultado del ente municipal es el agregado de todos los alcaldes correspondientes.

Proposición 15: Suponiendo que los alcaldes no eligen un representante si no un ranking de proyectos y utilizando la regla de mayoría definida bajo preferencias unimodales, el triángulo de buen gobierno es no manipulable.

Prueba: De acuerdo a la Proposición 13 se sabe que la etapa 2 es no manipulable. La misma demostración puede ser aplicada a más de tres agentes (inclusive si son pares si se define la alternativa elegida es por ejemplo la de la izquierda) y por lo tanto también será no manipulable para la elección del ranking agregado de los alcaldes en la primera etapa. En otras palabras se tiene que un alcalde no puede cambiar su estrategia de modo que un proyecto preferido por él, cambie de posición en el ranking agregado por uno menos preferido. De igual modo, en la segunda etapa, se sabe que el “ranking agregado” de los alcaldes no puede cambiar su estrategia de modo que un proyecto preferido por el “ranking agregado”, cambie de posición en el resultado final de las votaciones. Se quiere demostrar que un agente que vota en la primera etapa no puede modificar sus estrategias de modo que el resultado de la segunda etapa sea mejor.

Se va a demostrar que si pasa que $a\, P_i\, b$ y $M^S(P_i, P_{-i})$ implica $b\, P^{M^2}\, a$, donde P^{M^2} representa las preferencias del ranking agregado de los agentes mediante la regla de mayoría en la segunda etapa, no existe $P' = \{P'_i, P_{-i}\}$ tal que $M^S(P'_i, P_{-i})$ implique $a\, P^{M^2\prime}\, b$. De esa manera no existe un orden de preferencias que mejore la situación del agente i (si puede pasar que lo empeore) y por lo tanto no existen incentivos a mentir, es decir es no manipulable. En ese caso se cumpliría no manipulación ya que sabiendo que no podría pasar que $M^S(P'_i, P_{-i})\, P_i\, M^S(P_i, P_{-i})$ se cumple la definición: $\varphi\; no\; es\; manipulable\;\; si\; solo\; si\;\; \forall i \in N, \forall P_i, P'_i \in \wp_i\;\; M^S(P_i, P_{-i})\, P_i\, M^S(P'_i, P_{-i})$

Suponiendo que $a\, P_i\, b$ y $M^S(P_i, P_{-i})$ implica $b\, P^{M^2}\, a$ de acuerdo a la definición de mayoría definida bajo preferencias unimodales, como se eligió primero b a a, quiere decir que en la segunda etapa $\left|\{\, j \in N \mid bP_j a \,\}\right| \geq \left|\{\, j \in N \mid aP_j b \,\}\right|$. Existen entonces dos casos, que $a\, P^{M^1}\, b$ ó $b\, P^{M^1}\, a$. En el primer caso, se utilizaría la misma demostración de la Proposición 13 y se concluye que no puede modificar los resultados ya que es imposible aumentar el conteo del lado derecho de la desigualdad anterior.

Suponiendo que $b\, P^{M^1}\, a$, sería posible cambiar el signo de la desigualdad si el agente i es capaz de lograr que $a\, P^{M^1\prime} b$. Pero de acuerdo a la demostración de la Proposición 13, como $a\, P_i\, b$ sabemos que eso no es posible ya que ese sistema de una etapa es no manipulable.

Esto implica que no existe $P' = \{P'_i, P_{-i}\}$ tal que en la segunda etapa suceda $\left|\{\, j \in N \mid aP'_j b \,\}\right| \geq \left|\{\, j \in N \mid bP'_j a \,\}\right|$ y por lo tanto no puede pasar por la definición de la regla de mayoría definida que $M^S(P'_i, P_{-i})$ implique $a\, P^{M^2\prime}\, b$. En otras palabras, se demostró que no hay ningún orden de preferencia que genere un cambio positivo en cualquier agente así se tengan 2 etapas y la regla es entonces no manipulable. ■

Demostrando que el triángulo de buen gobierno sin elección de alcaldes previa es no manipulable, sabiendo que se puede elegir cualquier alternativa (sobreyectiva) y utilizando las Proposiciones 1 y 2 se llega al siguiente corolario:

Corolario 9: Bajo las especificaciones del modelo e incluyendo a todos los alcaldes en la elección de proyectos, la regla de mayoría bajo preferencias unimodales es implementable en equilibrios dominantes y por la tanto en equilibrios de Nash y monotónica.

Al inicio del trabajo se había asumido que las preferencias de los departamentos y municipios elegidos eran una preferencia agregada y se suponía estaban dadas. A partir de los resultados anteriores se puede concluir que la forma adecuada de agregar las preferencias es iterando a través de mayoría bajo el dominio de preferencias unimodales (eligiendo la alternativa de la mediana o el ganador Condorcet) y se mantienen los resultados encontrados. Por lo tanto, se recomiendan dentro de cada nivel de gobierno se utilice dicho mecanismo para determinar por los proyectos a votar y se elimine la elección previa de alcaldes.

4. Cuando el gobierno no tiene preferencias unimodales

El supuesto sobre las preferencias unimodales utilizado anteriormente es defendible para municipios y departamentos. Cada uno va a preferir proyectos que los impacten en mayor medida y estos son los más cercanos geográficamente. Sin embargo el gobierno no tiene una preferencia geográfica específica ya que debe procurar por estar en todo el territorio nacional. Es por esta razón que se van a estudiar los resultados encontrados anteriormente asumiendo preferencias unimodales para los municipios y departamentos y cualquier tipo de preferencias para el gobierno. El nuevo conjunto de perfiles de preferencias es $\wp^{S-g}(\wp_M^S, \wp_M^S, \wp_M) \subseteq \wp$.

Para los siguientes resultados se continúa suponiendo el resultado de la Proposición 15, es decir todos los alcaldes participan en la elección de proyectos. Es importante aclarar que bajo $\wp^{S-g}$, la regla de Condorcet puede caer en la paradoja de Condorcet y por lo tanto la definición de la regla de mayoría es elegir la alternativa de la mediana de los proyectos más preferidos de los agentes. De igual manera el ranking agregado se elabora eliminando la alternativa ganadora y aplicando la regla a un perfil de preferencias que excluye las alternativas que ya fueron elegidas.

Proposición 16: Suponiendo el gobierno tiene cualquier tipo de preferencias y los municipios y departamento unimodales, toda regla de la familia de mayoría en el triángulo de buen gobierno es manipulable y no implementable en equilibrios de Nash.

Prueba: La demostración se basa en la prueba de la Proposición 8. Asumiendo que la ubicación lineal de los proyectos es en este orden $a_1, a_2 \; y \; a_3$ y que el gobierno es el agente g, vemos que durante toda la demostración los agentes $M_{OCAD} \; y \; D$ siempre conservan las preferencias unimodales. Por lo tanto las conclusiones son las mismas y entonces si se asume que el gobierno no tiene preferencias unimodales se tiene que los triángulos no son monotónicos y por lo tanto no son implementables en equilibrios de Nash. Como no es implementable en equilibrios de Nash, no lo es en dominantes (condición más estricta) y utilizando la Proposición 1 de Maskin se tiene entonces que es manipulable. ■

Proposición 17: Asumiendo el gobierno sin preferencias unimodales y reportando siempre la verdad, el triángulo de buen gobierno es no manipulable.

Prueba: Primero se va demostrar que si un agente tiene preferencias unimodales, sin importar el tipo de preferencias de los demás agentes y si se elige la alternativa de la mediana, decir la verdad es una estrategia débilmente dominante. Para este agente existen 2 casos:

Caso 1. Su alternativa preferida está en la mediana. En ese caso es la alternativa elegida y no hay incentivo alguno a mentir ya que en cualquier otro escenario estaría peor o igual.

Caso 2. Su alternativa no está en la mediana y por lo tanto no es elegida. Sin pérdida de generalidad supongamos que la mediana $a_M \geq a_i^s$ que es su alternativa preferida. Si el agente modifica sus preferencias de modo que su $b_i^s \leq a_M$, ésta seguirá siendo la mediana y por lo tanto el agente estará igual y no tendrá incentivos a mentir. Si por el contrario $b_i^s \leq a_M$, el proyecto de la mediana va a cambiar por $a_{M'}$ y por definición de mediana tiene que pasar que $a_{M'} \geq a_M$. Dado que las preferencias son unimodales para este agente y su pico $a_i^s \leq a_M \leq a_{M'}$, por definición $a_M P_i \; a_{M'}$ y por lo tanto no tiene ningún incentivo a reportar preferencias $b_i^s \leq a_M$.

De esta manera se demuestra que un agente que tiene preferencias unimodales, no tiene incentivos a mentir cuando se elige la alternativa de la mediana. Esto es cierto entonces para los municipios y departamentos. Sin embargo, teniendo las conclusiones de la Proposición 16, sabemos entonces que el gobierno tiene incentivos a mentir. Pero como el supuesto de ahora es que gobierno no es estratégico y siempre reporta la verdad se concluye que las votaciones no son manipulable.

El resultado anterior se puede extender a que el ranking agregado es no manipulable. Se utiliza la misma estrategia para la demostración de la proposición 13. Suponga que $a\, P_i\, b$ y $bP^M\, a$, quiere decir que b fue una alternativa de la mediana antes que a. Para que b deje de ser mediana, el agente i debe reportar unas preferencias con un pico más alejado que b de a, que por ser preferencias unimodales será peor que como está. Por lo tanto no tiene ningún incentivo a mentir y entonces el ranking agregado bajo las especificaciones planteadas es no manipulable. ■

Dado que no es manipulable cuando el gobierno siempre dice la verdad, sabiendo que se pueden elegir todas las alternativas (sobreyectiva) y utilizando las Proposiciones 1 y 2 de Maskin se tiene el siguiente corolario:

Corolario 10: Bajo las especificaciones del modelo, preferencias unimodales para los municipios y departamentos y suponiendo el gobierno siempre dice la verdad, el triángulo de buen gobierno es implementable en equilibrios dominantes. Además por ser implementable en equilibrios dominantes lo es en equilibrios de Nash y es monotónica.

5. Conclusiones

La nueva ley 1530 de 2012 de regalías, determinó que por mayoría a través de triángulos de buen gobierno (OCAD) los municipios, departamentos y el gobierno, elegirán los proyectos a financiar con los recursos de las regalías. Existe toda una familia de reglas sociales que se pueden catalogar como mayoría y se caracterizan por elegir una alternativa cuando es la más preferida por más de la mitad de los agentes (en este caso es dos). La diferencia entre cada una de las reglas de esta familia se da en los casos que no existe tal alternativa más preferida por mínimo dos agentes y hay que determinar un desempate.

El primer resultado que se encontró es que cualquier regla de la familia de mayoría, para el caso de los triángulos de buen gobierno, no es implementable ni en equilibrios de Nash ni en estrategias dominantes. Además es manipulable, no es monotónica y cumple propiedad de no veto. Inclusive si se supone el gobierno siempre dice la verdad y todos los demás agentes saben esto, las conclusiones siguen siendo las mismas. Este resultado es modificado si se restringe el dominio de perfiles de preferencias.

El siguiente resultado muestra que la regla de Condorcet hace parte de la familia de reglas de mayoría. Además, cuando se restringe el dominio de preferencias de manera que no exista la llamada paradoja de Condorcet, se solucionan los problemas anteriores y la regla de Condorcet en el triángulo de buen gobierno es implementable y no manipulable.

Una de las formas de restringir el dominio de manera que haya solución bajo la regla de Condorcet es suponer las preferencias son unimodales. Bajo este supuesto, la regla de mayoría en el triángulo de buen gobierno no es manipulable y por lo tanto implementable. Para motivar el supuesto de preferencias unimodales, se supone las preferencias de proyectos se basan en la ubicación geográfica, en donde se prefiere un proyecto que este cerca al municipio o departamento del dirigente.

El resultado anterior se pierde cuando se agrega la etapa en la cual los alcaldes votan para elegir quienes los van a representar en los OCAD. Cuando se incluyen todos los alcaldes en las votaciones, se encuentra que nuevamente el triángulo de buen gobierno es implementable y no manipulable. Se recomienda entonces se elimine la etapa de elección de los alcaldes y se tenga en cuenta a todos en la votación, tal cual sucede con los departamentos.

Finalmente, se elimina el supuesto de las preferencias unimodales para el gobierno y se determina que vuelve a ser manipulable y no implementable. Este resultado se soluciona asumiendo el gobierno siempre dice la verdad y no actúa como un agente estratégico. Se recomienda por lo tanto, que el gobierno al reportar sus preferencias sobre los proyectos, siempre diga la verdad y no cambie sus preferencias. Ver tabla 1 con el resumen de los resultados.

Regla bajo triángulo de buen gobierno	Implementable
Familia de reglas de mayoría	−
Familia de reglas de mayoría y el gobierno dice la verdad	−
Regla de Condorcet con el dominio restringido	+
Regla de mayoría bajo preferencias unimodales*	+
Regla de mayoría bajo preferencias unimodales con etapa previa de alcaldes	−
Regla de mayoría bajo preferencias unimodales con todos los alcaldes participando	+
Familia de reglas de mayoría bajo preferencias unimodales solo para municipios y departamentos y todos los alcaldes participando	−
Regla de mayoría bajo preferencias unimodales solo para municipios y departamentos**, todos los alcaldes participando y el gobierno dice la verdad	+

* La regla de mayoría bajo preferencias unimodales elige la alternativa de la mediana entre las más preferidas o la ganadora de la regla de Condorcet.

** La regla de mayoría bajo preferencias unimodales solo para municipios y departamentos elige la alternativa de la mediana entre las más preferidas.

Tabla 1. Resumen de resultado sobre implementación de triángulos de buen gobierno.

Los resultados muestran además que la regla de la familia de mayoría que debe ser utilizada para asignar los proyectos elija la alternativa que linealmente esté en la mediana de los proyectos más preferidos de cada uno de los agentes (para el trabajo se utilizó la ubicación geográfica, sin embargo los resultados son aplicables a cualquier espacio lineal que represente preferencias unimodales). Este proceso se repite para tener un ranking agregado de proyectos que es compatible con todos los resultados encontrados.

Quedan algunas preguntas abiertas para futuras investigaciones. Sería interesante estudiar los equilibrios y predecir posibles resultados a las votaciones. Esto implica el análisis de posibles coaliciones entre dirigentes y su efecto en los proyectos elegidos. También, se pueden relajar algunos supuestos y tener conclusiones más cercanas a la realidad. Por ejemplo, suponer preferencias unimodales en espacios bidimensionales daría mayor robustez a los resultados ya que en la realidad los municipios están ubicados geográficamente en un plano. De igual manera, incluir información incompleta y el dinero permite acercarse más a la realidad del problema.

Bibliografía:

[1] ARROW, K. Social Choice and Individual Values. New York: John Wiley, 1951.

[2] BLACK, D. On the Rationale of Group Decision-Making. Journal of Political Economy, 1947.

[3] DOWNS, A. An Economic Theory of Democracy. New York: Harper Collins, 1957.

[4] EASLEY, D. y KLEINBERG, J. Networks, Crowds and Markets: Reasoning about a Highly Connected World. Cambridge University Press, 2010.

[5] GAERTNER, W. A Primer in Social Choice Theory. Editorial Wiley Finance. Oxford University Press, 2009.

[6] GIBBARD, A. Manipulation of Voting Schemes: A General Result, Econometrica, 41, 587–602, 1973.

[7] MAS-COLLEL, A.; WHINSTON, M. y GREEN, J. Microeconomic Theory. Oxford University Press, 1995.

[8] MASKIN, E.; LAFFONT, J. y HILDEBRAND, W. The Theory of Incentives: An Overview. Cambridge University Press 31-94, 1982.

[9] MASKIN, E. Nash Equilibrium and Welfare Optimality. Editorial Wiley Finance. Review of Economics Studies, 1999.

[11] NEHRING, K. y PUPPE, C. Strategy-Proof Social Choice on Single-Peaked Domains. Possibility, Impossibility and the Space Between. University of California, 2002.

[12] SATTERTHWAITE, M. Strategy-Proofness and Arrow's Conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions, Journal of Economic Theory, 10, 187–217, 1975.

[13] SERRANO, R. The Theory of Implementation of Social Choices Rules. Brown University, 2003.