

Modelo de programación entera mixta para el problema de inversión de recursos con mínimas y máximas ventanas de tiempo entre proyectos.

Trabajo de tesis

Presentado al

Departamento de Ingeniería Industrial

Por

Sebastian Federico Brunal Milanes

Asesor: Juan David Palacio Domínguez

Para optar al título de

Ingeniero Industrial

Ingeniería Industrial

Centro para la Optimización y Probabilidad Aplicada (COPA)

<http://copa.uniandes.edu.co>

Universidad de los Andes

Enero de 2012

Agradecimientos

Agradezco a mi asesor Juan David Palacio Domínguez por sus aportes en este trabajo, y por hacerme crecer académicamente y como un mejor ser humano. A Andrés L. Medaglia por sus aportes en el trabajo y por sus clases impartidas. A mis padres y hermanos por creer en mí y por su constante apoyo. A Gerardo, Juan Camilo, Andrés y todos los que durante mi carrera me ayudaron a ser un mejor estudiante y ser humano.

Finalmente, agradezco a Fair Isaac Corporation (FICO) por proveernos las licencias de Xpress-MP bajo el Academic Partner Program suscrito con la Universidad de los Andes.

Tabla de contenido

Resumen.....	6
1 Introducción.....	7
2 Modelo matemático.....	9
3 Experimentos computacionales.....	13
3.1 <i>Instancias del problema</i>	13
3.2 <i>Estrategia a de solución</i>	13
3.3 <i>Resolviendo el RIP/max</i>	15
3.4 <i>Observaciones sobre la formulación propuesta</i>	16
4 Conclusiones e investigaciones futuras.....	18
Referencias.....	19

Lista de tablas

Tabla 1. Información de instancias del RIP/max.....	13
Tabla 2. Instancias del RIP/max con soluciones óptimas.....	15
Tabla 3. Otros resultados de las instancias del RIP/max.....	16
Tabla 4. Resultado algoritmo iterativo.....	16

Lista de figuras

Figura 1. Representación de lapsos de tiempo mínimos y máximos.....	10
Figura 2. Pseudocódigo algoritmo iterativo.....	14

Resumen

El problema de inversión de recursos con mínimos y máximos lapsos de tiempo entre pares de proyectos (RIP/max por sus siglas en inglés) hace referencia a la programación de un conjunto de proyectos antes de una fecha límite, con el objetivo de minimizar el máximo gasto en recursos en cualquier momento del horizonte de planeación. Para esto se debe considerar el consumo de recursos de cada proyecto en cada instante de tiempo, así como las relaciones de precedencia y ventanas de tiempo entre pares de proyecto. Dado que el RIP/max es considerado NP-duro, sólo unos cuantos modelos de programación matemática exacta han sido discutidos en la literatura. En este trabajo se presenta un modelo de programación entera mixta (MIP por sus siglas en inglés) para resolver el problema. Adicionalmente, se ilustra la efectividad del modelo resolviendo instancias del RIP/max tomadas de la librería PSPLIB. Los resultados obtenidos demuestran que el modelo encuentra un mayor número de soluciones óptimas para las instancias del PSPLIB, encontrando un 87.04% de soluciones óptimas, comparado con el 67.53% que se reporta en la librería. Así mismo, el modelo también mejora el valor de algunas de las mejores soluciones conocidas hasta el momento, sin importar que la nueva solución no sea óptima, como también certifica la solución óptima de algunas soluciones halladas con heurísticas o con métodos exacto que no pudieron verificar optimalidad. Finalmente, el modelo también reporta una mejoría en las cotas inferiores del 25.09% respecto a las reportadas en la librería, para las instancias a las que no se les pudo hallar solución óptima.

Palabras Clave: programación de proyectos, ventanas de tiempo, RIP/max, nivelación de recursos, restricciones temporales, programación entera mixta

1. Introducción

El problema de inversión de recursos (RIP por sus siglas en inglés) es un problema NP-duro (Mohring, 1984), que busca programar un grupo de proyectos en un horizonte de planeación determinado. Los recursos renovables (por ejemplo, personal o máquinas), están disponibles en todos los periodos del horizonte de planeación, así que el hecho de usarlos en un periodo no afecta su disponibilidad futura. En el RIP, cada proyecto tiene una duración fija, y demandan distintas cantidades de recursos renovables a lo largo de su realización. Así mismo, se deben tener en cuenta las relaciones de precedencia entre pares de proyectos. Respecto a las funciones objetivos usadas en el RIP, algunos autores han incluido nivelar la utilización de recursos o los costos a lo largo de los periodos del horizonte de planeación.(Neumann & Zimmermann, 2000).

Una variante al RIP es el modelo RIP/max, el cual además de tener en cuenta todas las condiciones del RIP, también debe cumplir los mínimos y máximos lapsos de tiempo entre el comienzo de pares de proyectos. Estos lapsos de tiempo no solo reflejan las relaciones de precedencia, sino también la ventana de tiempo permitida entre los tiempos de inicio de cada par de proyectos relacionados (Palacio & Medaglia, 2011).

Dado que el RIP/max es de complejidad NP-duro(Mohring, 1984), se han propuesto varias técnicas para resolverlo. Por ejemplo, varios investigadores han propuesto algoritmos de Ramificación y Acotamiento (*branch-and bound*) para hallar soluciones exactas, entre los que se destacan los trabajos de Zimmermann y Engelhardt (1998), Nubel (2001), y Neumann y Zimmermann (2000). Aunque estas formulaciones pueden encontrar soluciones óptimas para instancias del problema, ninguno de estos considera aspectos cruciales de la Administración de Proyectos (*project management*), como el hecho de que cada proyecto podría consumir distintas cantidades de cada recurso a lo largo de su ejecución.

También se ha abordado el RIP/max con distintas heurísticas; Neumann y Zimmermann (1999) propusieron un método heurístico y una meta-heurística, ambas con reglas de prioridad. Así mismo, Neumann y Zimmermann (2000) usaron un algoritmo de Búsqueda Tabú. Con estos tres algoritmos resolvieron instancias de hasta 500 proyectos y hasta 5 recursos, logrando “buenos” calendarios en un tiempo computacional factible. Por otro lado, Shadrok y Kianfar (2007) proponen un algoritmo genético, el cual permite tardanzas con penalidad. Los procedimientos heurísticos permiten resolver instancias de más de 100 proyectos de forma rápida, aunque dada la naturaleza heurística de los mismos, no se puede garantizar una solución óptima. Por otro lado, aunque los algoritmos para soluciones exactas requieren da mucho más tiempo que los procedimientos heurísticos, estos eventualmente llegarán a encontrar una solución óptima para el problema. Además,

al igual que las formulaciones citadas anteriormente, estos procedimientos heurísticos tampoco tienen en cuenta el hecho de que cada proyecto podría consumir distintas cantidades de recursos durante su ejecución.

En la librería PSPLIB (<http://129.187.106.231/psplib/>) se encuentran soluciones a instancias del RIP/max con los algoritmos de Neumann y Zimmermann (2000). La librería muestra información sobre la solución de cada instancia; el algoritmo usado, las cotas superiores e inferiores, la mejor solución encontrada, y si se comprueba que la solución encontrada es óptima.

En este artículo se propone un modelo de programación entera mixta para resolver el RIP/max, con el objetivo de encontrar soluciones óptimas en un mayor número de instancias, en comparación a las reportadas en PSPLIB, y mejorar las cotas superiores para las instancias sin solución óptima. Mientras en la librería se reportaba que había un total de 67.53% de instancias con solución óptima, el modelo propuesto en el presente artículo pudo hallar 87.04% soluciones óptimas. Así mismo, las cotas inferiores se mejoraron en un 25.09% respecto a las reportadas en la librería, para instancias sin solución óptima. Este modelo, además de tener un buen desempeño, también le da la oportunidad a los analistas de proyectos de tener en cuenta el aspecto de que a lo largo de un proyecto se podrían consumir distintas cantidades de un recurso, lo que se asemeja más a la realidad.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo MIP para resolver el RIP/max. La sección 3 reporta la estrategia de solución y los resultados de los experimentos computacionales para instancias del RIP/max de la librería PSPLIB. Finalmente, la sección 4 incluye las conclusiones pertinentes e investigaciones futuras sobre el tema.

2. Modelo matemático

El modelo matemático presentado en esta sección está basado en las formulaciones propuestas por Sefair (2005), Medaglia (2008) y Palacio (2011). Con estas formulaciones es posible resolver problemas de selección y programación de proyectos, aunque estas no tenían incorporada la posibilidad de balancear el costo de los recursos a lo largo del horizonte de planeación.

La formulación propuesta incluye un conjunto de proyectos P , y un conjunto de relaciones de precedencia A . Si el proyecto i precede al proyecto j , entonces $(i, j) \in A$. Además, los recursos renovables están representados por el conjunto H . Existe una fecha máxima establecida para terminar todos los proyectos, representada por el parámetro T . Por consiguiente, el horizonte de planeación está representado por todos los periodos entre 0 y T .

La duración del proyecto i se denota v_i . Cada proyecto tiene un tiempo de inicio mínimo y máximo en el horizonte de planeación, los cuales se representan con los parámetros t_i^- y t_i^+ respectivamente. La cantidad de recurso h que requiere el proyecto i en el periodo de ejecución k , está dado por el parámetro d_{hik} . Así mismo, el parámetro c_h representa el costo de consumir una unidad del recurso h . Por último, el parámetro g_{ij} denota la mínima diferencia ($g_{ij} > 0$), o la máxima diferencia ($g_{ij} < 0$) entre los tiempos de inicio de los proyectos i y j , $(i, j) \in A$.

Para dar un ejemplo de estas diferencias de tiempo mínimas y máximas, consideremos el par de proyectos representados en la Figura 1. Esta figura muestra dos proyectos, i y j , con una duración de dos y tres periodos, respectivamente. La Figura 1(a) muestra un ejemplo de un lapso de tiempo mínimo de dos periodos ($g_{ij} = 2$) entre los tiempos de inicio de j e i . Si el proyecto i iniciara en el tiempo 1, entonces el proyecto j sólo puede empezar en cualquier tiempo mayor o igual a 3. Así mismo, la figura 1(b) presenta un lapso de tiempo máximo entre los mismos proyectos de 5 periodos ($g_{ij} = -5$). En este caso, si el proyecto i se iniciara en el tiempo 1, entonces el proyecto j puede empezar como máximo 5 periodos después. La figura 1(c) muestra la ventana de tiempo en la que puede empezar el proyecto j , dado que se deben cumplir los lapsos de tiempo mínimos y máximos con respecto al proyecto i . En general, si el proyecto i empieza en 1, entonces el proyecto j debe empezar en algún tiempo entre 3 y 6.

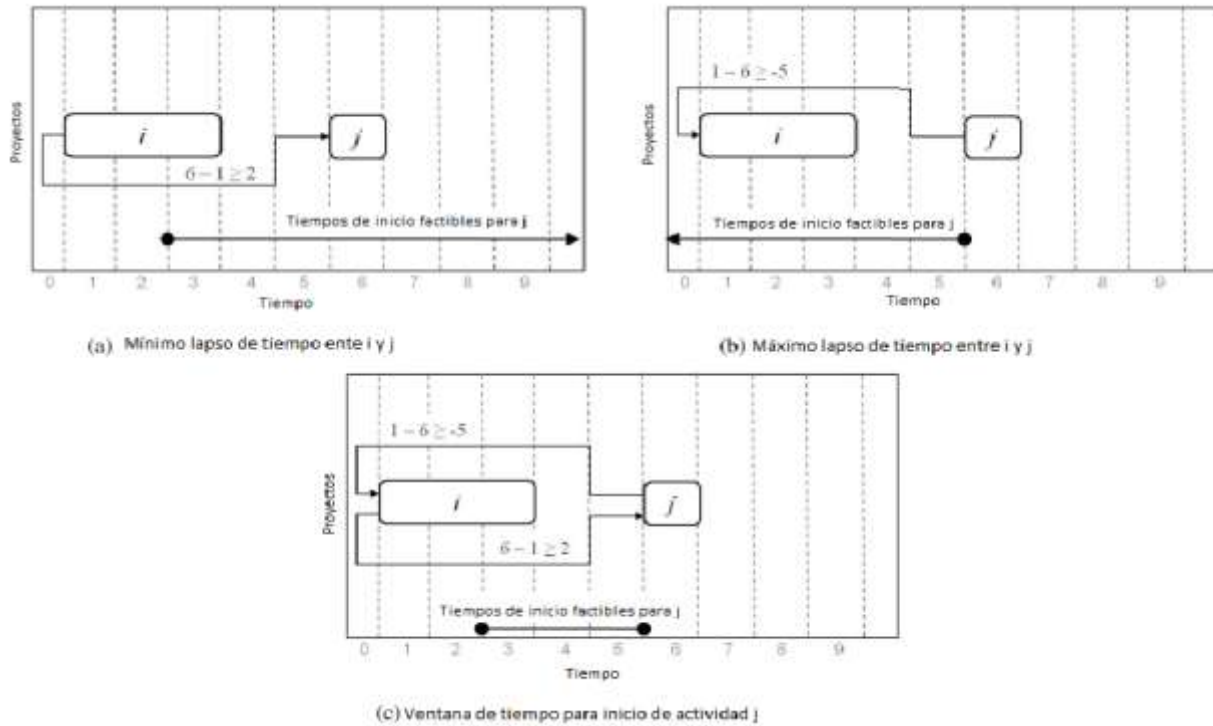


Figura 1: Representación de lapsos de tiempo mínimos y máximos.

La variable de decisión binaria y_{it} , toma el valor de 1 si el proyecto i empieza en el tiempo t , y 0 de lo contrario. Así mismo, la variable de decisión binaria auxiliar, x_{ikt} , toma el valor de 1 si el periodo de ejecución k del proyecto i es asignado al tiempo t en el horizonte de planeación. En cualquier otro caso, toma el valor de 0. Nótese que si el proyecto i tiene una duración de v_i , este proyecto tendrá v_i periodos de ejecución. La variable de decisión z_h representa el máximo consumo del recurso h a lo largo de todo el horizonte de planeación.

El modelo de programación entera mixta propuesto para el RIP/max, se muestra a continuación:

$$(1) \min \sum_{h \in H} c_h z_h$$

sujeto a,

$$(2) z_h \geq \sum_{i \in P} \sum_{k=0}^{v_i-1} d_{h,i,k} x_{i,k,t}, \quad \forall h \in H, \forall t \in T$$

$$(3) \quad \sum_{t=t_i^-}^{\min\{t_i^+, T-v_i+1\}} y_{i,t} = 1, \quad \forall i \in P$$

$$(4) \quad y_{i,t} = x_{i,k,t+k}, \quad \forall i \in P, k = 0, \dots, v_i - 1, t = t_i^-, \dots, \min\{t_i^+, T - v_i + 1\}$$

$$(5) \quad y_{j,t} \leq \sum_{t'=t_i^-}^{\min\{t_i^+, t-g_{i,j}\}} y_{i,t'}, \quad \forall (i, j) \in A, t = t_j^-, \dots, \min\{t_j^+, T - v_j + 1\}, t - g_{i,j} \geq t_i^-$$

$$(6) \quad x_{i,k,t} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in P, k = 0, \dots, v_i - 1, t = 0, \dots, T$$

$$(7) \quad y_{i,t} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in P, k = 0, \dots, v_i - 1, t = t_i^-, \dots, \min\{t_i^+, T - v_i + 1\}$$

$$(8) \quad z_h \geq 0, \quad \forall h \in H$$

La función objetivo en (1) busca minimizar el máximo costo de todos los recursos en cualquier instante de tiempo del horizonte de planeación. Esta es la función objetivo del *problema de inversión de recursos* (Mohring, 1984). Esta función objetivo es de gran utilidad en planeación de proyectos en los casos donde no se puede contratar o comprar nuevos recursos luego de la etapa de planeación, o los costos de los recursos son muy altos (como maquinaria o personal especializado) (Mohring, 1984). En estos casos, se quiere contratar o adquirir la menor cantidad de estos recursos para que sean usados a lo largo de todo el horizonte de planeación.

El grupo de restricciones en (2) permite que z_h tome el valor del máximo consumo del recurso h en el horizonte de planeación. Las restricciones en (3) permiten seleccionar una única fecha de inicio para cada proyecto. El grupo de restricciones en (4) articulan las variables de decisión y con las variables auxiliares x . Las restricciones en (5) hacen que se cumplan las relaciones de precedencia entre proyectos. Finalmente, el grupo de restricciones en (6) y (7) obligan a las variables y y x a ser binarias, mientras que el conjunto de restricciones en (8) tienen en cuenta la no negatividad de las variables z .

La función objetivo en (1) y el grupo de restricciones en (2) se pueden reemplazar por la función objetivo en (9) y el grupo de restricciones en (10), respectivamente, de esta forma se obtiene una formulación alternativa para el RIP/max (Sefair et al, 2011).

$$(9) \min \sum_{h \in H} z_h$$

$$(10) \quad z_h \geq \sum_{i \in P} \sum_{k=0}^{v_i-1} d_{h,i,k} x_{i,k,t} c_h, \quad \forall h \in H, \forall t \in T$$

Existe una única diferencia entre ambas formulaciones; el costo de cada recurso pasó de multiplicar el máximo consumo de cada recurso en la función objetivo, a ser incluido en el grupo de restricciones. De esta manera, las variables de decisión z_h ya no indican el máximo consumo del recurso h a lo largo del horizonte de planeación, sino el máximo costo del recurso h a lo largo del horizonte de planeación. Sefair et al (2011), explican porqué el uso de ambas formulaciones arrojan los mismos resultados.

3. Experimentos computacionales

3.1 Instancias del problema

Las instancias utilizadas para evaluar el modelo acá presentado, fueron obtenidas de la librería PSPLIB (<http://129.187.106.231/psplib/>). Se usaron 3 grupos de 270 instancias cada uno. Los grupos corresponden a problemas con 10, 20 y 30 proyectos, los cuales tenían 96.30%, 66.67% y 39.63% de las soluciones halladas con certificado de óptimalidad, respectivamente. Así mismo, dentro de cada grupo, hay una mezcla de instancias con 1, 3 ó 5 recursos.

Los resultados obtenidos en esta sección fueron obtenidos con el optimizador Xpress-IVE (versión 1.20.12), en un computador DELL con dos procesadores de 2.67 GHz marca Intel Xeon 5550 y 4.00 GB de memoria RAM. El optimizador se ejecutó en Windows 7 Enterprise x64. Se fijó un tiempo computacional máximo de 10,000 segundos para cada instancia.

La Tabla 1 resume algunos aspectos importantes de las instancias usadas para el problema RIP/max. Cabe aclarar que la complejidad de las instancias no está dada únicamente por el número de proyectos que tenga, sino también por el número de recursos renovables requeridos.

Tabla 1: información de instancias del RIP/max

Parámetro	Valor
Número de instancias	810
Número de proyectos	10,20,30
Número de recursos renovables	1,3,5
Duración del proyecto	[1,10]
Número de sucesores por proyecto	[1,15]

3.2 Estrategia de solución

Para resolver las instancias del RIP/max considerando la formulación propuesta, se utiliza el método de ramificación y acotamiento. El tiempo computacional máximo para cada una de las instancias es de 10,000 segundos.

Al resolver las instancias del RIP/max de manera exacta, es posible no certificar optimalidad de la mejor solución encontrada luego de los 10,000 segundos de ejecución.

Si este es el caso, se utiliza la siguiente estrategia que permitirá aumentar el número de certificados de optimalidad para el conjunto de instancias a resolver:

1. Se resuelve la relajación lineal del problema, y se guarda el valor de la función objetivo de la relajación (R).
2. Se resuelve el problema entero, agregando la restricción que garantiza que la función objetivo del problema entero (E) sea menor a (R), ($E \leq R$).
3. Mientras el problema sea infactible, $R := 1 + R$, se redefine la restricción $E \leq R$, y se vuelve a resolver. Si el problema no demuestra infactibilidad o no encuentra una solución en menos de 3,600 segundos para cada iteración, el algoritmo se detiene.

El pseudocódigo del algoritmo iterativo se puede visualizar de forma más clara en la figura 2:

Algoritmo iterativo : estructura general

Parámetro : R

Salida : E

Agregar restricción $R1 := E \leq R$ al problema entero

Resolver problema entero

Mientras problema sea infactible ó tiempo de ejecución ≥ 3600 **Hacer**

$R := R + 1$

$R1 := E \leq R$

 Resolver problema entero

Fin Hacer

Retornar E (si es posible)

Figura 2: Pseudocódigo algoritmo iterativo.

Según esta estrategia, sólo se aumentará el valor de (R) siempre y cuando el problema sea infactible. De esta forma, al encontrar un valor factible para la función objetivo, se habrá encontrado la solución óptima.

En el mejor de los casos se encontrará la solución óptima para las instancias a las que no se les pudo certificar optimalidad por medio del método de ramificación y acotamiento. Si no es posible hallar la solución óptima, se contará con una cota inferior.

3.3 Resolviendo el RIP/max

En la Tabla 2 se reportael número de soluciones óptimas obtenidas usando el modelo de programación entera mixta para las instancias del RIP/max. En la tabla se pueden ver los resultados para cada grupo de instancias (de 10 20 y 30 proyectos). En el caso de las instancias con 30 proyectos, se encontról a solución óptima en el 75.19% de los casos, respecto al 39.63% reportado actualmente en la librería. En general, para todos los grupos de instancias, se obtuvo un porcentaje mayor decertificados de óptimalidad, comparados con los presentados en PSPLIB.

Tabla 2: Instancias del RIP/max con soluciones óptimas

Projects	10	20	30
Instances	270	270	270
Library optimal solutions	96.30%	66.67%	39.63%
Optimal solutions found	100.00%	85.93%	75.19%

Por otro lado, la Tabla 3 muestra otros resultados relevantes. Es el caso del porcentaje de instancias cuya soluciónreportada en la librería es óptima, pero no se tenía publicado algún certificado de optimalidad. Luego de resolver el modelo presentado, fue posible establecer que la solución si era laóptima. Por ejemplo, para los problemas con 10 proyectos, el 3.70% de las instancias se reporta actualmente(en PSPLIB) la solución óptima, pero no tenían certificado de optimalidad.

En la tabla también se aprecia el porcentaje de instancias en las cuales se encontró la solución óptima y así mismo se mejoró la mejor solución conocida (BKS, por sus siglas en inglés). La mejora promedio entre la solución óptima y la BKSreportada se muestra en paréntesis. Cabe aclarar que para estos cálculos no se contaron las BKS que eran óptimas pero no tenían certificado de óptimalidad. Por ejemplo, para las instancias con 20 proyectos, encontramos la solución óptima para el 6.67% de las instancias, mejorando la BKS en un 4.93% en promedio.

Finalmente, se observa tambiénel porcentaje de instancias en las que la BKS fue mejorada, pero sin probar que fuese óptima(considerando el tiempo máximo de 10,000 segundos). Por ejemplo, para las instancias de 30 proyectos, la BKS del 12.96% de las instanciases mejorada, pero sin probar la óptimalidad de la nueva solución. Para estas instancias se obtuvo un mejoramiento promedio de 8.21%.

Tabla 3: Otros resultados de las instancias del RIP/max

Projects	10	20	30
Instances	270	270	270
Soluciones óptimas en PSPLIB sin prueba de optimalidad	3.70%	13.33%	17.41%
Solución óptima con mejoramiento de la MSC	0.00%(0.00%)	7.04%(- 5.06%)	18.89%(- 7.36%)
Mejoramiento de la MSC	0.00%(0.00%)	6.67%(- 7.28%)	12.22%(- 8.08%)

3.4 Observaciones sobre la formulación propuesta

Acerca del algoritmo iterativo usado en la estrategia de solución, si bien no fue posible encontrar soluciones óptimas para todas las instancias por medio del mismo, se encontraron mejoras en las cotas inferiores (duales) reportadas en PSPLIB. Este resultado se evidencia en el 63.93% de las 122 instancias en las que no pudimos hallar la solución óptima con el método de ramificación y acotamiento (sólo para instancias de 20 o 30 proyectos, ya que para las instancias de 10 proyectos se encontraron todos los óptimos).

En la Tabla 4 se muestra el número de instancias que se resolvieron usando el algoritmo iterativo, a cuantas se les halló la solución óptima por medio de este algoritmo, y a cuantas se les mejoró su cota inferior, así como el promedio de mejoramiento de la cota con respecto a la reportada en PSPLIB¹ en paréntesis.

Tabla 4: Resultados algoritmo iterativo

Proyectos	20	30
Instances	41	81
Soluciones óptimas halladas	7.32%	17.28%
Instancias sin óptimo y mejoramiento de cota inferior	70.73%(28.41%)	60.49% (24.38%)

Con esta estrategia de solución fue posible entonces hallar 3 (7.32%) y 14 (17.28%) óptimos más para el grupo de instancias de 20 y 30 proyectos respectivamente, que no se pudieron hallar por medio del método de ramificación y acotamiento en menos de 10,000 segundos.

Así mismo, para el grupo de instancias de 20 proyectos que no tuvieron prueba de optimalidad con ramificación y acotamiento, se mejoró la cota inferior para el 70.73% de las instancias, con un mejoramiento promedio de la cota del 28.41%. Para el grupo de

¹Las cotas inferiores se hallaron únicamente para las instancias a las que no se les halló la solución óptima, pues no tiene sentido hallar estas cotas para las otras, conociendo ya la solución óptima. Así mismo, en el promedio de mejoramiento de las cotas no se tuvo en cuenta las soluciones que aún no tenían cotas en PSPLIB, ya que no había forma de medir la mejora en este caso.

instancias de 30 proyectos se obtuvo una mejora de la cota dual para el 60.49% de las instancias, con un incremento promedio igual a 24.38%.

4. Conclusiones e investigaciones futuras

En este documento, se presenta un nuevo modelo de programación entera mixta para el problema RIP/max. A diferencia de las heurísticas y otros modelos exactos usados comúnmente, la formulación matemática presentada puede considerar el hecho de que un proyecto puede consumir distintas cantidades de un recurso en distintos instantes de tiempo, características propias de la administración de proyectos..

Los resultados reportados muestran que el modelo es capaz de resolver instancias de hasta 30 proyectos. El modelo fue puesto a prueba usando instancias del problema halladas en la librería PSPLIB. Los resultados muestran que el modelo propuesto fue capaz de mejorar el 13.71% y el 31.11% de las BKS de las instancias de 20 y 30 proyectos respectivamente. Adicionalmente, el modelo pudo certificar optimalidad en el 100%, 84.81% y 70% de las instancias consideradas del RIP/max para 10, 20 y 30 proyectos, respectivamente.

Como investigación futura, se propone probar el modelo propuesto en instancias con mayor cantidad de proyectos y recursos. Así mismo, se podría evaluar la formulación con instancias en donde los proyectos tengan múltiples modos de ejecución, como también probar el uso de heurísticas para hallar soluciones iniciales al problema. También se propone evaluar el modelo relajando la variable binaria de acoplamiento x , y observar si podemos encontrar soluciones óptimas enteras en una menor cantidad de tiempo para algunas instancias. Por último, proponemos evaluar la posibilidad de modelar el problema con relajaciones lagrangianas, y de esta manera fortalecer las cotas duales o incluso encontrar soluciones óptimas para las instancias que no logramos hallar la solución óptima.

Referencias

- Medaglia, A., Hueth, D., Mendieta, J., & Sefair, J. (2008). Multiobjective model for the selection and timing of public enterprise projects. *Socio-Economic Planning Sciences* 42, 31-45.
- Mohring, R. (1984). Minimizing costs of resource requirements in project networks subject to a fixed completion. *Operations Research* 32, 89-120.
- Neumann, K., & Zimmermann, J. (1999). Resource levelling for projects with schedule-dependent time windows. *European Journal of Operational Research* 117, 591-605.
- Neumann, K., & Zimmermann, J. (2000). Procedures for resource leveling and net present value problems in. *European Journal of Operational Research* 127, 425-443.
- Nubel, H. (2001). The resource renting problem subject to temporal constraints. *OR Spektrum* 23, 574-586.
- Palacio, J., & Medaglia, A. (2011). A MIP-based approach to the multi-mode resource-constrained project. Universidad de los Andes.
- Sefair, J., & Medaglia, A. (2005). Towards a model for selection and scheduling of risky projects. *Systemas and Information Engineering Design Symposium, 2005 IEEE Proceedings*, 158-164.
- Sefair, J., Méndez, C., Medaglia, A., & Zuluaga, L. (2011). *Linear solution schemes for the mean-semivariance portfolio allocation model*. Working paper.
- Shadrok, S., & Kianfar, F. (2007). A genetic algorithm for resource investment project scheduling problem, tardiness permitted with penalty. *European Journal of Operational Research*, 86-101.
- Zimmermann, J., & Engelhardt, H. (1998). *Lower bounds and exact algorithms for resource leveling problems*. Karlsruhe, Germany: Technical Report 517, University of Karlsruhe.

Anexo 1. Instancia del RIP/max con 10 proyectos

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip1	100	100	1	0.00%
J10-rip2	72	72	1	0.00%
J10-rip3	36	36	1	0.00%
J10-rip4	27	27	1	0.00%
J10-rip5	7	7	1	0.00%
J10-rip6	18	18	1	0.00%
J10-rip7	120	120	1	0.00%
J10-rip8	8	8	1	0.00%
J10-rip9	140	140	1	0.00%
J10-rip10	88	88	1	0.00%
J10-rip11	64	64	1	0.00%
J10-rip12	145	145	1	0.00%
J10-rip13	146	146	1	0.00%
J10-rip14	244	244	1	0.00%
J10-rip15	124	124	1	0.00%
J10-rip16	177	177	1	0.00%
J10-rip17	110	110	1	0.00%
J10-rip18	190	190	1	0.00%
J10-rip19	201	201	1	0.00%
J10-rip20	185	185	1	0.00%
J10-rip21	104	104	1	0.00%
J10-rip22	689	689	1	0.00%
J10-rip23	283	283	1	0.00%
J10-rip24	161	161	1	0.00%
J10-rip25	255	255	1	0.00%
J10-rip26	611	611	1	0.00%
J10-rip27	192	192	1	0.00%
J10-rip28	286	286	1	0.00%
J10-rip29	348	348	1	0.00%
J10-rip30	149	149	1	0.00%
J10-rip31	8	8	1	0.00%
J10-rip32	36	36	1	0.00%
J10-rip33	50	50	1	0.00%
J10-rip34	45	45	1	0.00%
J10-rip35	40	40	1	0.00%

²1: La solución encontrada es la óptima.

2: Se encontró una cota superior para la instancia.

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip36	6	6	1	0.00%
J10-rip37	63	63	1	0.00%
J10-rip38	10	10	1	0.00%
J10-rip39	45	45	1	0.00%
J10-rip40	84	84	1	0.00%
J10-rip41	113	113	1	0.00%
J10-rip42	194	194	1	0.00%
J10-rip43	212	212	1	0.00%
J10-rip44	87	87	1	0.00%
J10-rip45	128	128	1	0.00%
J10-rip46	151	151	1	0.00%
J10-rip47	89	89	1	0.00%
J10-rip48	96	96	1	0.00%
J10-rip49	127	127	1	0.00%
J10-rip50	112	112	1	0.00%
J10-rip51	201	201	1	0.00%
J10-rip52	400	400	1	0.00%
J10-rip53	532	532	1	0.00%
J10-rip54	158	158	1	0.00%
J10-rip55	136	136	1	0.00%
J10-rip56	285	285	1	0.00%
J10-rip57	245	245	1	0.00%
J10-rip58	235	235	1	0.00%
J10-rip59	286	286	1	0.00%
J10-rip60	180	180	1	0.00%
J10-rip61	72	72	1	0.00%
J10-rip62	50	50	1	0.00%
J10-rip63	63	63	1	0.00%
J10-rip64	32	32	1	0.00%
J10-rip65	104	104	1	0.00%
J10-rip66	84	84	1	0.00%
J10-rip67	40	40	1	0.00%
J10-rip68	30	30	1	0.00%
J10-rip69	24	24	1	0.00%
J10-rip70	45	45	1	0.00%
J10-rip71	147	147	1	0.00%
J10-rip72	196	196	1	0.00%
J10-rip73	132	132	1	0.00%
J10-rip74	130	130	1	0.00%
J10-rip75	88	88	1	0.00%
J10-rip76	158	158	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip77	104	104	1	0.00%
J10-rip78	59	59	1	0.00%
J10-rip79	116	116	1	0.00%
J10-rip80	183	183	1	0.00%
J10-rip81	416	416	1	0.00%
J10-rip82	168	168	1	0.00%
J10-rip83	271	271	1	0.00%
J10-rip84	195	195	1	0.00%
J10-rip85	286	286	1	0.00%
J10-rip86	204	204	1	0.00%
J10-rip87	343	343	1	0.00%
J10-rip88	142	142	1	0.00%
J10-rip89	187	187	1	0.00%
J10-rip90	119	119	1	0.00%
J10-rip91	9	9	1	0.00%
J10-rip92	35	35	1	0.00%
J10-rip93	45	45	1	0.00%
J10-rip94	21	21	1	0.00%
J10-rip95	120	120	1	0.00%
J10-rip96	42	42	1	0.00%
J10-rip97	24	24	1	0.00%
J10-rip98	27	27	1	0.00%
J10-rip99	80	80	1	0.00%
J10-rip100	40	40	1	0.00%
J10-rip101	82	82	1	0.00%
J10-rip102	78	78	1	0.00%
J10-rip103	149	149	1	0.00%
J10-rip104	141	141	1	0.00%
J10-rip105	124	124	1	0.00%
J10-rip106	73	73	1	0.00%
J10-rip107	115	115	1	0.00%
J10-rip108	207	207	1	0.00%
J10-rip109	114	114	1	0.00%
J10-rip110	166	166	1	0.00%
J10-rip111	199	199	1	0.00%
J10-rip112	265	265	1	0.00%
J10-rip113	293	293	1	0.00%
J10-rip114	293	293	1	0.00%
J10-rip115	247	247	1	0.00%
J10-rip116	423	423	1	0.00%
J10-rip117	171	171	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip118	339	339	1	0.00%
J10-rip119	391	391	1	0.00%
J10-rip120	235	235	1	0.00%
J10-rip121	18	18	1	0.00%
J10-rip122	40	40	1	0.00%
J10-rip123	36	36	1	0.00%
J10-rip124	10	10	1	0.00%
J10-rip125	40	40	1	0.00%
J10-rip126	32	32	1	0.00%
J10-rip127	64	64	1	0.00%
J10-rip128	63	63	1	0.00%
J10-rip129	32	32	1	0.00%
J10-rip130	98	98	1	0.00%
J10-rip131	114	114	1	0.00%
J10-rip132	318	318	1	0.00%
J10-rip133	98	98	1	0.00%
J10-rip134	62	62	1	0.00%
J10-rip135	164	164	1	0.00%
J10-rip136	207	207	1	0.00%
J10-rip137	131	131	1	0.00%
J10-rip138	154	154	1	0.00%
J10-rip139	97	97	1	0.00%
J10-rip140	136	136	1	0.00%
J10-rip141	291	291	1	0.00%
J10-rip142	133	133	1	0.00%
J10-rip143	143	143	1	0.00%
J10-rip144	368	368	1	0.00%
J10-rip145	408	408	1	0.00%
J10-rip146	200	200	1	0.00%
J10-rip147	212	212	1	0.00%
J10-rip148	202	202	1	0.00%
J10-rip149	298	298	1	0.00%
J10-rip150	161	161	1	0.00%
J10-rip151	35	35	1	0.00%
J10-rip152	50	50	1	0.00%
J10-rip153	63	63	1	0.00%
J10-rip154	7	7	1	0.00%
J10-rip155	90	90	1	0.00%
J10-rip156	64	64	1	0.00%
J10-rip157	35	35	1	0.00%
J10-rip158	30	30	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip159	40	40	1	0.00%
J10-rip160	24	24	1	0.00%
J10-rip161	381	381	1	0.00%
J10-rip162	94	94	1	0.00%
J10-rip163	182	182	1	0.00%
J10-rip164	224	224	1	0.00%
J10-rip165	162	162	1	0.00%
J10-rip166	162	162	1	0.00%
J10-rip167	150	150	1	0.00%
J10-rip168	104	104	1	0.00%
J10-rip169	57	57	1	0.00%
J10-rip170	93	93	1	0.00%
J10-rip171	272	272	1	0.00%
J10-rip172	281	281	1	0.00%
J10-rip173	253	253	1	0.00%
J10-rip174	242	242	1	0.00%
J10-rip175	130	130	1	0.00%
J10-rip176	286	286	1	0.00%
J10-rip177	257	257	1	0.00%
J10-rip178	186	186	1	0.00%
J10-rip179	199	199	1	0.00%
J10-rip180	285	285	1	0.00%
J10-rip181	50	50	1	0.00%
J10-rip182	30	30	1	0.00%
J10-rip183	42	42	1	0.00%
J10-rip184	25	25	1	0.00%
J10-rip185	20	20	1	0.00%
J10-rip186	72	72	1	0.00%
J10-rip187	42	42	1	0.00%
J10-rip188	27	27	1	0.00%
J10-rip189	25	25	1	0.00%
J10-rip190	30	30	1	0.00%
J10-rip191	53	53	1	0.00%
J10-rip192	125	125	1	0.00%
J10-rip193	100	100	1	0.00%
J10-rip194	96	96	1	0.00%
J10-rip195	62	62	1	0.00%
J10-rip196	116	116	1	0.00%
J10-rip197	111	111	1	0.00%
J10-rip198	94	94	1	0.00%
J10-rip199	120	120	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip200	125	125	1	0.00%
J10-rip201	167	167	1	0.00%
J10-rip202	148	148	1	0.00%
J10-rip203	175	175	1	0.00%
J10-rip204	130	130	1	0.00%
J10-rip205	176	176	1	0.00%
J10-rip206	127	127	1	0.00%
J10-rip207	177	177	1	0.00%
J10-rip208	159	159	1	0.00%
J10-rip209	112	112	1	0.00%
J10-rip210	164	164	1	0.00%
J10-rip211	56	56	1	0.00%
J10-rip212	30	30	1	0.00%
J10-rip213	50	50	1	0.00%
J10-rip214	64	64	1	0.00%
J10-rip215	20	20	1	0.00%
J10-rip216	10	10	1	0.00%
J10-rip217	15	15	1	0.00%
J10-rip218	40	40	1	0.00%
J10-rip219	9	9	1	0.00%
J10-rip220	5	5	1	0.00%
J10-rip221	85	85	1	0.00%
J10-rip222	84	84	1	0.00%
J10-rip223	95	95	1	0.00%
J10-rip224	88	88	1	0.00%
J10-rip225	55	55	1	0.00%
J10-rip226	81	81	1	0.00%
J10-rip227	50	50	1	0.00%
J10-rip228	90	90	1	0.00%
J10-rip229	75	75	1	0.00%
J10-rip230	92	92	1	0.00%
J10-rip231	112	112	1	0.00%
J10-rip232	130	130	1	0.00%
J10-rip233	237	237	1	0.00%
J10-rip234	140	140	1	0.00%
J10-rip235	273	273	1	0.00%
J10-rip236	80	80	1	0.00%
J10-rip237	179	179	1	0.00%
J10-rip238	135	135	1	0.00%
J10-rip239	359	359	1	0.00%
J10-rip240	140	140	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución²</i>	<i>% Desviación</i>
J10-rip241	10	10	1	0.00%
J10-rip242	5	5	1	0.00%
J10-rip243	50	50	1	0.00%
J10-rip244	30	30	1	0.00%
J10-rip245	35	35	1	0.00%
J10-rip246	5	5	1	0.00%
J10-rip247	25	25	1	0.00%
J10-rip248	63	63	1	0.00%
J10-rip249	35	35	1	0.00%
J10-rip250	48	48	1	0.00%
J10-rip251	64	64	1	0.00%
J10-rip252	100	100	1	0.00%
J10-rip253	62	62	1	0.00%
J10-rip254	131	131	1	0.00%
J10-rip255	50	50	1	0.00%
J10-rip256	103	103	1	0.00%
J10-rip257	147	147	1	0.00%
J10-rip258	131	131	1	0.00%
J10-rip259	76	76	1	0.00%
J10-rip260	65	65	1	0.00%
J10-rip261	118	118	1	0.00%
J10-rip262	175	175	1	0.00%
J10-rip263	150	150	1	0.00%
J10-rip264	200	200	1	0.00%
J10-rip265	129	129	1	0.00%
J10-rip266	135	135	1	0.00%
J10-rip267	193	193	1	0.00%
J10-rip268	149	149	1	0.00%
J10-rip269	185	185	1	0.00%
J10-rip270	100	100	1	0.00%

Anexo 2. Instancia del RIP/max con 20 proyectos

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip1	63	63	1	0.00%
J20-rip2	49	49	1	0.00%
J20-rip3	72	72	1	0.00%
J20-rip4	90	90	1	0.00%
J20-rip5	24	24	1	0.00%
J20-rip6	70	70	1	0.00%
J20-rip7	90	90	1	0.00%
J20-rip8	8	8	1	0.00%
J20-rip9	40	40	1	0.00%
J20-rip10	40	40	1	0.00%
J20-rip11	218	224	1	-2.68%
J20-rip12	140	140	1	0.00%
J20-rip13	204	204	1	0.00%
J20-rip14	221	221	1	0.00%
J20-rip15	105	106	1	-0.94%
J20-rip16	83	83	1	0.00%
J20-rip17	233	233	1	0.00%
J20-rip18	214	214	1	0.00%
J20-rip19	246	246	1	0.00%
J20-rip20	187	187	1	0.00%
J20-rip21	315	315	1	0.00%
J20-rip22	319	319	1	0.00%
J20-rip23	390	390	1	0.00%
J20-rip24	295	310	1	-4.84%
J20-rip25	202	202	1	0.00%
J20-rip26	196	196	1	0.00%
J20-rip27	228	228	1	0.00%
J20-rip28	364	374	1	-2.67%
J20-rip29	251	251	1	0.00%
J20-rip30	331	340	1	-2.65%
J20-rip31	44	44	1	0.00%
J20-rip32	60	60	1	0.00%
J20-rip33	100	100	1	0.00%
J20-rip34	20	20	1	0.00%
J20-rip35	80	80	1	0.00%
J20-rip36	77	77	1	0.00%
J20-rip37	55	55	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip38	24	24	1	0.00%
J20-rip39	49	49	1	0.00%
J20-rip40	72	72	1	0.00%
J20-rip41	74	74	1	0.00%
J20-rip42	105	105	1	0.00%
J20-rip43	140	140	1	0.00%
J20-rip44	207	207	1	0.00%
J20-rip45	158	158	1	0.00%
J20-rip46	158	158	1	0.00%
J20-rip47	151	151	1	0.00%
J20-rip48	262	262	1	0.00%
J20-rip49	190	190	1	0.00%
J20-rip50	83	83	1	0.00%
J20-rip51	391	391	1	0.00%
J20-rip52	299	299	1	0.00%
J20-rip53	284	284	1	0.00%
J20-rip54	317	317	1	0.00%
J20-rip55	190	190	1	0.00%
J20-rip56	552	552	1	0.00%
J20-rip57	281	281	1	0.00%
J20-rip58	301	315	1	-4.44%
J20-rip59	510	510	1	0.00%
J20-rip60	297	297	1	0.00%
J20-rip61	91	91	1	0.00%
J20-rip62	66	66	1	0.00%
J20-rip63	28	28	1	0.00%
J20-rip64	22	22	1	0.00%
J20-rip65	28	28	1	0.00%
J20-rip66	162	162	1	0.00%
J20-rip67	18	18	1	0.00%
J20-rip68	140	140	1	0.00%
J20-rip69	39	39	1	0.00%
J20-rip70	22	22	1	0.00%
J20-rip71	213	213	1	0.00%
J20-rip72	141	141	1	0.00%
J20-rip73	360	360	1	0.00%
J20-rip74	173	173	1	0.00%
J20-rip75	116	120	1	-3.33%
J20-rip76	128	128	1	0.00%
J20-rip77	206	206	1	0.00%
J20-rip78	212	212	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip79	255	255	1	0.00%
J20-rip80	398	398	1	0.00%
J20-rip81	383	383	1	0.00%
J20-rip82	401	401	1	0.00%
J20-rip83	534	534	1	0.00%
J20-rip84	327	327	1	0.00%
J20-rip85	262	262	1	0.00%
J20-rip86	247	247	1	0.00%
J20-rip87	401	401	1	0.00%
J20-rip88	275	275	1	0.00%
J20-rip89	194	194	1	0.00%
J20-rip90	450	450	1	0.00%
J20-rip91	36	36	1	0.00%
J20-rip92	60	60	1	0.00%
J20-rip93	130	130	1	0.00%
J20-rip94	100	100	1	0.00%
J20-rip95	27	27	1	0.00%
J20-rip96	39	39	1	0.00%
J20-rip97	72	72	1	0.00%
J20-rip98	30	30	1	0.00%
J20-rip99	16	16	1	0.00%
J20-rip100	48	48	1	0.00%
J20-rip101	349	349	1	0.00%
J20-rip102	106	106	1	0.00%
J20-rip103	218	218	1	0.00%
J20-rip104	170	170	1	0.00%
J20-rip105	124	124	1	0.00%
J20-rip106	216	216	1	0.00%
J20-rip107	184	184	1	0.00%
J20-rip108	101	101	1	0.00%
J20-rip109	106	106	1	0.00%
J20-rip110	120	124	1	-3.23%
J20-rip111	294	294	1	0.00%
J20-rip112	202	202	1	0.00%
J20-rip113	353	353	1	0.00%
J20-rip114	192	195	1	-1.54%
J20-rip115	252	252	1	0.00%
J20-rip116	189	189	1	0.00%
J20-rip117	402	402	1	0.00%
J20-rip118	253	253	1	0.00%
J20-rip119	298	300	1	-0.67%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip120	516	516	1	0.00%
J20-rip121	32	32	1	0.00%
J20-rip122	117	117	1	0.00%
J20-rip123	24	24	1	0.00%
J20-rip124	44	44	1	0.00%
J20-rip125	22	22	1	0.00%
J20-rip126	60	60	1	0.00%
J20-rip127	60	60	1	0.00%
J20-rip128	77	77	1	0.00%
J20-rip129	50	50	1	0.00%
J20-rip130	130	130	1	0.00%
J20-rip131	115	115	1	0.00%
J20-rip132	210	210	1	0.00%
J20-rip133	74	74	1	0.00%
J20-rip134	154	162	1	-4.94%
J20-rip135	462	462	1	0.00%
J20-rip136	114	114	1	0.00%
J20-rip137	393	393	1	0.00%
J20-rip138	181	181	1	0.00%
J20-rip139	133	133	1	0.00%
J20-rip140	146	146	1	0.00%
J20-rip141	390	390	1	0.00%
J20-rip142	170	170	1	0.00%
J20-rip143	241	250	1	-3.60%
J20-rip144	384	384	1	0.00%
J20-rip145	253	253	1	0.00%
J20-rip146	320	320	1	0.00%
J20-rip147	262	262	1	0.00%
J20-rip148	336	336	1	0.00%
J20-rip149	166	166	1	0.00%
J20-rip150	266	266	1	0.00%
J20-rip151	9	9	1	0.00%
J20-rip152	36	36	1	0.00%
J20-rip153	98	98	1	0.00%
J20-rip154	60	60	1	0.00%
J20-rip155	20	20	1	0.00%
J20-rip156	81	81	1	0.00%
J20-rip157	54	54	1	0.00%
J20-rip158	9	9	1	0.00%
J20-rip159	7	7	1	0.00%
J20-rip160	96	96	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip161	160	160	1	0.00%
J20-rip162	234	234	1	0.00%
J20-rip163	207	207	1	0.00%
J20-rip164	192	192	1	0.00%
J20-rip165	178	178	1	0.00%
J20-rip166	220	220	1	0.00%
J20-rip167	275	275	1	0.00%
J20-rip168	258	258	1	0.00%
J20-rip169	264	264	1	0.00%
J20-rip170	185	185	1	0.00%
J20-rip171	142	142	1	0.00%
J20-rip172	377	377	1	0.00%
J20-rip173	304	304	1	0.00%
J20-rip174	340	340	1	0.00%
J20-rip175	312	312	1	0.00%
J20-rip176	164	164	1	0.00%
J20-rip177	211	211	1	0.00%
J20-rip178	209	209	1	0.00%
J20-rip179	266	266	1	0.00%
J20-rip180	151	151	1	0.00%
J20-rip181	6	6	2	0.00%
J20-rip182	10	10	1	0.00%
J20-rip183	70	70	1	0.00%
J20-rip184	15	15	1	0.00%
J20-rip185	40	40	1	0.00%
J20-rip186	60	60	1	0.00%
J20-rip187	40	40	2	0.00%
J20-rip188	21	21	1	0.00%
J20-rip189	30	30	1	0.00%
J20-rip190	50	50	1	0.00%
J20-rip191	124	136	2	-8.82%
J20-rip192	100	106	2	-5.66%
J20-rip193	193	212	2	-8.96%
J20-rip194	120	120	2	0.00%
J20-rip195	105	105	2	0.00%
J20-rip196	193	193	2	0.00%
J20-rip197	173	173	2	0.00%
J20-rip198	175	185	2	-5.41%
J20-rip199	62	62	2	0.00%
J20-rip200	167	167	1	0.00%
J20-rip201	177	182	1	-2.75%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip202	217	232	2	-6.47%
J20-rip203	224	224	2	0.00%
J20-rip204	132	136	2	-2.94%
J20-rip205	209	209	2	0.00%
J20-rip206	171	171	2	0.00%
J20-rip207	100	112	2	-10.71%
J20-rip208	192	210	2	-8.57%
J20-rip209	269	269	1	0.00%
J20-rip210	100	113	2	-11.50%
J20-rip211	70	70	1	0.00%
J20-rip212	15	15	1	0.00%
J20-rip213	5	6	1	-16.67%
J20-rip214	40	40	1	0.00%
J20-rip215	35	35	1	0.00%
J20-rip216	5	5	1	0.00%
J20-rip217	30	30	1	0.00%
J20-rip218	64	64	1	0.00%
J20-rip219	54	54	1	0.00%
J20-rip220	30	30	1	0.00%
J20-rip221	120	120	1	0.00%
J20-rip222	75	81	1	-7.41%
J20-rip223	188	188	1	0.00%
J20-rip224	120	134	1	-10.45%
J20-rip225	210	210	1	0.00%
J20-rip226	95	95	1	0.00%
J20-rip227	90	90	2	0.00%
J20-rip228	89	97	2	-8.25%
J20-rip229	198	205	1	-3.41%
J20-rip230	139	139	2	0.00%
J20-rip231	108	113	2	-4.42%
J20-rip232	254	272	2	-6.62%
J20-rip233	217	240	2	-9.58%
J20-rip234	236	254	2	-7.09%
J20-rip235	160	160	1	0.00%
J20-rip236	205	205	2	0.00%
J20-rip237	159	179	2	-11.17%
J20-rip238	193	193	2	0.00%
J20-rip239	149	155	1	-3.87%
J20-rip240	156	156	2	0.00%
J20-rip241	15	15	1	0.00%
J20-rip242	48	48	2	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J20-rip243	42	42	1	0.00%
J20-rip244	15	15	1	0.00%
J20-rip245	50	50	1	0.00%
J20-rip246	45	45	1	0.00%
J20-rip247	30	30	1	0.00%
J20-rip248	40	40	1	0.00%
J20-rip249	36	36	1	0.00%
J20-rip250	60	60	1	0.00%
J20-rip251	105	125	1	-16.00%
J20-rip252	90	90	1	0.00%
J20-rip253	165	165	1	0.00%
J20-rip254	30	30	1	0.00%
J20-rip255	76	76	2	0.00%
J20-rip256	144	153	2	-5.88%
J20-rip257	159	159	2	0.00%
J20-rip258	70	70	1	0.00%
J20-rip259	105	105	1	0.00%
J20-rip260	50	50	1	0.00%
J20-rip261	181	195	2	-7.18%
J20-rip262	140	140	1	0.00%
J20-rip263	150	150	1	0.00%
J20-rip264	160	160	1	0.00%
J20-rip265	160	160	1	0.00%
J20-rip266	175	175	1	0.00%
J20-rip267	100	100	1	0.00%
J20-rip268	199	199	2	0.00%
J20-rip269	201	201	2	0.00%
J20-rip270	218	222	2	-1.80%

Anexo 3. Instancia del RIP/max con 30 proyectos

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip1	16	16	1	0.00%
J30-rip2	126	126	1	0.00%
J30-rip3	12	12	1	0.00%
J30-rip4	160	160	1	0.00%
J30-rip5	24	24	1	0.00%
J30-rip6	40	40	1	0.00%
J30-rip7	90	90	1	0.00%
J30-rip8	90	99	1	-9.09%
J30-rip9	66	66	1	0.00%
J30-rip10	48	48	1	0.00%
J30-rip11	267	267	1	0.00%
J30-rip12	180	180	1	0.00%
J30-rip13	148	156	1	-5.13%
J30-rip14	408	416	1	-1.92%
J30-rip15	137	138	1	-0.72%
J30-rip16	158	171	2	-7.60%
J30-rip17	278	278	1	0.00%
J30-rip18	153	159	1	-3.77%
J30-rip19	274	291	1	-5.84%
J30-rip20	92	96	1	-4.17%
J30-rip21	328	328	1	0.00%
J30-rip22	130	140	1	-7.14%
J30-rip23	510	510	1	0.00%
J30-rip24	419	425	1	-1.41%
J30-rip25	347	365	1	-4.93%
J30-rip26	302	330	2	-8.48%
J30-rip27	221	234	2	-5.56%
J30-rip28	312	325	1	-4.00%
J30-rip29	282	295	1	-4.41%
J30-rip30	213	216	1	-1.39%
J30-rip31	117	117	1	0.00%
J30-rip32	11	11	1	0.00%
J30-rip33	27	27	1	0.00%
J30-rip34	90	90	1	0.00%
J30-rip35	135	135	1	0.00%
J30-rip36	72	81	1	-11.11%
J30-rip37	55	55	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip38	24	24	1	0.00%
J30-rip39	24	24	1	0.00%
J30-rip40	81	81	1	0.00%
J30-rip41	270	270	1	0.00%
J30-rip42	224	224	1	0.00%
J30-rip43	200	200	1	0.00%
J30-rip44	240	240	1	0.00%
J30-rip45	268	277	2	-3.25%
J30-rip46	415	415	1	0.00%
J30-rip47	293	293	1	0.00%
J30-rip48	194	194	1	0.00%
J30-rip49	90	90	1	0.00%
J30-rip50	97	97	1	0.00%
J30-rip51	234	234	1	0.00%
J30-rip52	463	463	1	0.00%
J30-rip53	224	224	1	0.00%
J30-rip54	508	508	1	0.00%
J30-rip55	407	423	1	-3.78%
J30-rip56	341	355	2	-3.94%
J30-rip57	537	537	1	0.00%
J30-rip58	276	276	1	0.00%
J30-rip59	149	151	1	-1.32%
J30-rip60	187	187	1	0.00%
J30-rip61	60	60	1	0.00%
J30-rip62	153	153	1	0.00%
J30-rip63	80	80	1	0.00%
J30-rip64	96	96	1	0.00%
J30-rip65	90	90	1	0.00%
J30-rip66	12	12	1	0.00%
J30-rip67	60	60	1	0.00%
J30-rip68	96	104	1	-7.69%
J30-rip69	9	9	1	0.00%
J30-rip70	57	57	1	0.00%
J30-rip71	113	117	1	-3.42%
J30-rip72	254	254	1	0.00%
J30-rip73	174	174	1	0.00%
J30-rip74	278	278	1	0.00%
J30-rip75	298	298	1	0.00%
J30-rip76	130	130	1	0.00%
J30-rip77	191	191	1	0.00%
J30-rip78	194	194	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip79	197	207	2	-4.83%
J30-rip80	294	294	1	0.00%
J30-rip81	448	448	1	0.00%
J30-rip82	336	336	1	0.00%
J30-rip83	372	372	1	0.00%
J30-rip84	348	348	1	0.00%
J30-rip85	288	288	1	0.00%
J30-rip86	522	522	1	0.00%
J30-rip87	314	314	1	0.00%
J30-rip88	208	208	1	0.00%
J30-rip89	139	139	1	0.00%
J30-rip90	564	564	1	0.00%
J30-rip91	18	20	1	-10.00%
J30-rip92	42	42	1	0.00%
J30-rip93	85	85	1	0.00%
J30-rip94	12	13	1	-7.69%
J30-rip95	112	112	1	0.00%
J30-rip96	28	28	1	0.00%
J30-rip97	13	13	1	0.00%
J30-rip98	150	150	1	0.00%
J30-rip99	45	45	1	0.00%
J30-rip100	117	117	1	0.00%
J30-rip101	264	264	1	0.00%
J30-rip102	310	322	1	-3.73%
J30-rip103	315	328	1	-3.96%
J30-rip104	217	217	1	0.00%
J30-rip105	292	292	1	0.00%
J30-rip106	163	171	1	-4.68%
J30-rip107	309	325	1	-4.92%
J30-rip108	162	179	1	-9.50%
J30-rip109	209	213	1	-1.88%
J30-rip110	138	138	1	0.00%
J30-rip111	177	177	1	0.00%
J30-rip112	538	538	1	0.00%
J30-rip113	348	365	2	-4.66%
J30-rip114	392	393	1	-0.25%
J30-rip115	249	261	1	-4.60%
J30-rip116	458	458	1	0.00%
J30-rip117	283	283	1	0.00%
J30-rip118	364	370	1	-1.62%
J30-rip119	203	203	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip120	325	346	1	-6.07%
J30-rip121	102	102	1	0.00%
J30-rip122	30	30	1	0.00%
J30-rip123	20	20	1	0.00%
J30-rip124	42	42	1	0.00%
J30-rip125	35	35	1	0.00%
J30-rip126	136	136	1	0.00%
J30-rip127	80	80	1	0.00%
J30-rip128	34	34	1	0.00%
J30-rip129	30	30	1	0.00%
J30-rip130	110	110	1	0.00%
J30-rip131	128	128	1	0.00%
J30-rip132	186	196	2	-5.10%
J30-rip133	180	188	1	-4.26%
J30-rip134	231	231	1	0.00%
J30-rip135	275	275	1	0.00%
J30-rip136	201	201	1	0.00%
J30-rip137	184	184	1	0.00%
J30-rip138	133	133	1	0.00%
J30-rip139	164	164	1	0.00%
J30-rip140	171	188	1	-9.04%
J30-rip141	505	505	1	0.00%
J30-rip142	250	254	1	-1.57%
J30-rip143	257	257	1	0.00%
J30-rip144	411	411	1	0.00%
J30-rip145	284	288	1	-1.39%
J30-rip146	242	242	1	0.00%
J30-rip147	361	361	1	0.00%
J30-rip148	435	435	1	0.00%
J30-rip149	209	209	1	0.00%
J30-rip150	427	429	1	-0.47%
J30-rip151	108	108	1	0.00%
J30-rip152	90	90	1	0.00%
J30-rip153	90	90	1	0.00%
J30-rip154	117	117	1	0.00%
J30-rip155	90	90	1	0.00%
J30-rip156	95	95	1	0.00%
J30-rip157	40	45	1	-11.11%
J30-rip158	20	20	1	0.00%
J30-rip159	42	42	1	0.00%
J30-rip160	150	150	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip161	75	75	1	0.00%
J30-rip162	214	214	1	0.00%
J30-rip163	172	172	1	0.00%
J30-rip164	198	198	1	0.00%
J30-rip165	220	220	1	0.00%
J30-rip166	236	236	1	0.00%
J30-rip167	264	264	1	0.00%
J30-rip168	136	139	1	-2.16%
J30-rip169	139	141	1	-1.42%
J30-rip170	222	222	1	0.00%
J30-rip171	324	324	1	0.00%
J30-rip172	367	367	1	0.00%
J30-rip173	416	416	1	0.00%
J30-rip174	240	240	1	0.00%
J30-rip175	259	259	1	0.00%
J30-rip176	310	310	1	0.00%
J30-rip177	266	266	1	0.00%
J30-rip178	253	273	1	-7.33%
J30-rip179	280	280	1	0.00%
J30-rip180	411	411	1	0.00%
J30-rip181	8	8	1	0.00%
J30-rip182	90	90	1	0.00%
J30-rip183	72	72	1	0.00%
J30-rip184	54	54	2	0.00%
J30-rip185	20	20	1	0.00%
J30-rip186	54	54	1	0.00%
J30-rip187	30	35	1	-14.29%
J30-rip188	50	50	2	0.00%
J30-rip189	42	48	1	-12.50%
J30-rip190	18	18	1	0.00%
J30-rip191	68	81	2	-16.05%
J30-rip192	84	89	2	-5.62%
J30-rip193	120	130	1	-7.69%
J30-rip194	136	136	2	0.00%
J30-rip195	62	62	1	0.00%
J30-rip196	103	120	2	-14.17%
J30-rip197	203	217	2	-6.45%
J30-rip198	186	200	2	-7.00%
J30-rip199	90	90	1	0.00%
J30-rip200	105	113	2	-7.08%
J30-rip201	215	235	2	-8.51%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip202	175	181	2	-3.31%
J30-rip203	247	255	2	-3.14%
J30-rip204	164	176	2	-6.82%
J30-rip205	147	172	2	-14.53%
J30-rip206	220	244	2	-9.84%
J30-rip207	121	121	2	0.00%
J30-rip208	264	292	2	-9.59%
J30-rip209	288	307	2	-6.19%
J30-rip210	274	274	2	0.00%
J30-rip211	70	80	1	-12.50%
J30-rip212	20	24	1	-16.67%
J30-rip213	25	25	1	0.00%
J30-rip214	64	64	1	0.00%
J30-rip215	7	7	1	0.00%
J30-rip216	40	56	1	-28.57%
J30-rip217	8	9	1	-11.11%
J30-rip218	45	45	1	0.00%
J30-rip219	60	60	1	0.00%
J30-rip220	63	63	1	0.00%
J30-rip221	78	84	2	-7.14%
J30-rip222	112	118	2	-5.08%
J30-rip223	35	35	2	0.00%
J30-rip224	214	214	2	0.00%
J30-rip225	112	112	2	0.00%
J30-rip226	71	74	2	-4.05%
J30-rip227	85	98	2	-13.27%
J30-rip228	165	165	2	0.00%
J30-rip229	161	161	2	0.00%
J30-rip230	147	183	2	-19.67%
J30-rip231	244	256	2	-4.69%
J30-rip232	183	212	2	-13.68%
J30-rip233	190	190	2	0.00%
J30-rip234	135	135	2	0.00%
J30-rip235	198	207	2	-4.35%
J30-rip236	160	203	1	-21.18%
J30-rip237	140	185	1	-24.32%
J30-rip238	242	227	2	6.61%
J30-rip239	169	169	2	0.00%
J30-rip240	150	199	1	-24.62%
J30-rip241	56	56	1	0.00%
J30-rip242	25	25	1	0.00%

<i>Instancia</i>	<i>Solución obtenida</i>	<i>Solución reportada</i>	<i>Tipo de solución</i>	<i>% Desviación</i>
J30-rip243	5	6	1	-16.67%
J30-rip244	40	40	2	0.00%
J30-rip245	63	63	2	0.00%
J30-rip246	56	56	2	0.00%
J30-rip247	24	24	1	0.00%
J30-rip248	64	64	1	0.00%
J30-rip249	24	24	1	0.00%
J30-rip250	24	24	2	0.00%
J30-rip251	122	122	2	0.00%
J30-rip252	188	188	2	0.00%
J30-rip253	76	76	2	0.00%
J30-rip254	138	138	2	0.00%
J30-rip255	140	140	2	0.00%
J30-rip256	46	46	2	0.00%
J30-rip257	140	166	2	-15.66%
J30-rip258	232	232	2	0.00%
J30-rip259	132	132	2	0.00%
J30-rip260	219	219	2	0.00%
J30-rip261	176	176	2	0.00%
J30-rip262	250	250	2	0.00%
J30-rip263	178	182	2	-2.20%
J30-rip264	194	194	2	0.00%
J30-rip265	146	146	2	0.00%
J30-rip266	280	280	2	0.00%
J30-rip267	137	137	2	0.00%
J30-rip268	100	107	1	-6.54%
J30-rip269	130	153	2	-15.03%
J30-rip270	232	232	2	0.00%



NIT: 860.007.386-1

**SISTEMA DE BIBLIOTECAS
IDENTIFICACIÓN TRABAJO DE
GRADO**

FECHA DE ELABORACIÓN		
DD	MM	AAAA
13	01	2012

1. IDENTIFICACIÓN AUTOR(ES) DEL TRABAJO DE GRADO

CÓDIGO	DOCUMENTO DE IDENTIDAD		APELLIDOS	NOMBRES	CORREO ELECTRÓNICO
	TIPO	NÚMERO			
200823668	CC	1010194713	BRUNAL MILANES	SEBASTIAN FEDERICO	sf.brunal35@uniandes.edu
	CC				
	CC				
	CC				
	CC				
	CC				

PROGRAMA

FACULTAD

DEPARTAMENTO

ENTREGÓ FORMATO:

SB-10 "Entrega trabajo de grado y autorización de uso a favor de la Universidad de los Andes".

Documento con el cual, el autor permite que su trabajo sea SB-10: utilizado por la Universidad, para fines de consulta y de mención en sus catálogos bibliográficos, tanto físicos como en línea.

1.1 IDENTIFICACIÓN DE TRABAJO DE GRADO PARA DOBLE TITULACIÓN

PROGRAMA

FACULTAD

DEPARTAMENTO

TESIS PARA DOBLE TITULACIÓN:

Si el trabajo de grado presentado aplica para obtener dos (2) titulaciones, por favor marque esta casilla y diligencie la información de esta sección.

2. INFORMACIÓN GENERAL DEL TRABAJO DE GRADO

TÍTULO DEL TRABAJO DE GRADO:

...

DESCRIPCIÓN FÍSICA

Número de páginas:

Ilustraciones:

MATERIAL ACOMPAÑANTE (Cantidad):

Casetes Audio: Discos compactos:

Casetes Video: Diapositivas:

Disquetes: Otros: ¿Cuáles?

FECHA DE ELABORACIÓN

DD	MM	AAAA
13	01	2012

***RESUMEN DEL TRABAJO DE GRADO:**

Modelo de programación entera mixta para el problema de inversión de recursos con mínimas y máximas ventanas de tiempo entre proyectos.

OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO:

...

METODOLOGÍA DEL TRABAJO DE GRADO:

...

CONCLUSIONES DEL TRABAJO DE GRADO:

...

***PALABRAS CLAVES (TEMAS) DEL TRABAJO DE GRADO:**

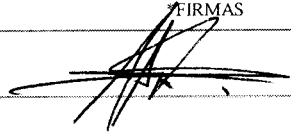
programación de proyectos, ventanas de tiempo, RIP/max, nivelación de recursos, restricciones temporales, programación entera mixta

ACUERDOS DE CONFIDENCIALIDAD: NO TIENE ACUERDO(S) TIENE ACUERDO(S)

Si selecciona tener acuerdo de confidencialidad, por favor diligencie el siguiente cuadro:

Persona natural o jurídica	Desde			Hasta		
	DD	MM	AAAA	DD	MM	AAAA

3. FIRMAS

AUTORES (Nombre completo)	* FIRMAS
Sebastian federico Brunal Milanes	Sebastian Brunal,
DIRECTORES / ASESORES (Nombre completo)	* FIRMAS
Juan David Balzicó Domínguez	Juan D. Balzicó D.
JURADO / LECTOR (Nombre completo)	* FIRMAS
Andrés Medaglia	

Las firmas de Autor y Director/Asesor son obligatorias. Si tiene inconvenientes con el registro de la firma del Jurado/Lector, deberá tramitar ante la respectiva Facultad la autorización para registrar las firmas de pares o un sello que justifique la ausencia de la firma faltante.

SB-09

[Verificar Información](#) [Imprimir](#)



ENTREGA EJEMPLAR TRABAJO DE GRADO Y AUTORIZACIÓN DE SU USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Yo **SEBASTIAN FEDERICO BRUNAL MILANES**, mayor de edad, vecino de Bogotá D.C., identificado con la Cédula de Ciudadanía N° **1010194713** de **BOGOTA**, actuando en nombre propio, en mi calidad de autor del trabajo de tesis, monografía o trabajo de grado denominado: **Modelo de programación entera mixta para el problema de inversión de recursos con mínimas y máximas ventanas de tiempo entre proyectos.**

, hago entrega del ejemplar respectivo y de sus anexos del ser el caso, en formato digital o electrónico (CD-ROM) y autorizo a LA UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, para que en los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, utilice y use en todas sus formas, los derechos patrimoniales de reproducción, comunicación pública, transformación y distribución (alquiler, préstamo público e importación) que me corresponden como creador de la obra objeto del presente documento. PARÁGRAFO: La presente autorización se hace extensiva no sólo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, usos en red, internet, extranet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

EL AUTOR - ESTUDIANTES, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y la realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es de su exclusiva autoría y tiene la titularidad sobre la misma. PARÁGRAFO: En caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, EL ESTUDIANTE - AUTOR, asumirá toda la responsabilidad, y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados; para todos los efectos la Universidad actúa como un tercero de buena fe.

Para constancia se firma el presente documento en dos (02) ejemplares del mismo valor y tenor, en Bogotá D.C., a los Trece 13 días del mes de Enero de Dos Mil Doce 20 12 .

EL AUTOR - ESTUDIANTE.

(Firma) *Sebastian Brunal*

Nombre **SEBASTIAN FEDERICO BRUNAL MILANES**

C.C. N° **1010194713** de **BOGOTA**