

**APLICACIÓN AL MODELO AGENTE PRINCIPAL EN LA DETERMINACIÓN DE
INCENTIVOS ÓPTIMOS PARA UN DEPARTAMENTO DE VENTAS.
CASO AUTONIZA**

JUAN FRANCISCO HERRERA

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
SANTAFÉ DE BOGOTÁ
ENERO DEL 2003**

**APLICACIÓN AL MODELO AGENTE PRINCIPAL EN LA DETERMINACIÓN DE
INCENTIVOS ÓPTIMOS PARA UN DEPARTAMENTO DE VENTAS.
CASO AUTONIZA**

JUAN FRANCISCO HERRERA

TESIS DE GRADO

**ASESOR DE TESIS
CESAR GARCIA**

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
SANTAFÉ DE BOGOTÁ
ENERO DEL 2003**

Nota de Aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá, 31 de enero de 2003

TABLA DE CONTENIDO

	Pàg.
1. DESCRIPCION DE LA SITUACION	7
1.1. FUNCIONAMIENTO DEL DEPARTAMENTO DE VENTAS	8
2. JUSTIFICACION	11
3. OBJETIVOS Y METODOLOGIA	13
3.1. OBJETIVO GENERAL	13
3.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS Y METODOLOGIA	13
4. MARCO TEORICO	15
4.1 ANTECEDENTES A LA ECONOMIA DE LA INFORMACION	15
4.1.1. Origen de la Economía de la Información	15
4.2. MODELO DEL AGENTE PRINCIPAL	17
4.3. MODELO BASE	17
4.3.1. Contratos de Información Simétrica	20
4.3.2. Modelo Optimo de Pagos	21
4.4. PROBLEMA DEL RIESGO MORAL	23
4.4.1. Análisis del Modelo	24
4.4.2 El Agente Escoge entre Dos Niveles de Esfuerzo	25
5. ANALISIS DE LA INFORMACION	30
5.1 CLASIFICACION VENDEDORES EN DOS GRUPOS	30
5.2 DETERMINACION DE PROBABILIDADES ASOCIADAS A POSIBLES RESULTADOS DAO EL NIVEL DE ESFUERZO	34

5.3	FUNCIONES DE UTILIDAD	38
5.4	UTILIDAD DE RESERVA Y DESUTILIDAD DEL AGENTE	39
5.5	MODELO	40
6.	CONCLUSIONES DEL ESTUDIO	56
7.	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	61

LISTA DE FIGURAS

	Pàg.
Cuadro 1.1. Compras Automóviles Nuevos Concesionarios Bogotá, durante el año 2002.	7
Cuadro 1.2. Ventas Automóviles Nuevos Concesionario Bogotá, durante el año 2002.	8
Figura 4.1. Salariè 1996	24

1. DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN

Autoniza Ltda. ha sido durante más de 20 años un reconocido concesionario automotriz de la ciudad de Bogotá. A lo largo de su trayectoria se ha convertido en uno de las más grandes empresas en el sector de auto partes del país según sus niveles de ventas, generando cerca de 150 puestos de trabajo entre sus servicios que incluyen ventas de automóviles, repuestos, seguros y mantenimiento en talleres.

Es uno de los grandes jugadores del sector con ventas cercanas a los 20 mil millones de pesos en el 2001; sus compras y ventas de automóviles nuevos son aproximadamente entre un 10% y un 15 % de las realizadas por los más grandes comercializadores del sector en la ciudad de Bogotá (ver cuadro 1.1 y cuadro 1.2).

CONCESIONARIO	AGOSTO	%	SEPTIEMBRE	%	OCTUBRE	%
LOS COCHES	450	41	466	40	513	39
INTERNACIONAL DE VEHÍCULOS	170	15	177	15	202	15
CONTINAUTOS	140	13	163	14	184	13
AUTONIZA	157	14	165	14	179	13
LA FLORESTA	117	11	130	11	143	10
SAN JORGE	69	6	75	6	86	6
TOTALES	1.103	100	1.176	100	1.307	96

Cuadro 1.1 Compras Automóviles Nuevos Concesionarios Bogotá durante el Año 2002

CONCESIONARIO	OCTUBRE	%	SEPTIEMBRE	%	AGOSTO	%
LOS COCHES	512	44	465	41	507	43
INTERNACIONAL DE VEHÍCULOS	202	17	170	15	187	16
CONTINAUTOS	146	13	144	13	139	12
AUTONIZA	112	10	168	15	148	13
LA FLORESTA	130	11	120	10	123	10
SAN JORGE	60	5	80	6	75	6
TOTALES	1.162	100	1.147	100	1.179	100

Cuadro 1.2 Ventas Automóviles Nuevos Concesionarios Bogotá durante el Año 2002

Autoniza cuenta en la actualidad con 2 salones de ventas para automóviles correspondientes a modelos nuevos y usados que entregan cerca de 130 automóviles nuevos y 35 usados mensualmente en promedio.

Siendo uno de los grandes concesionarios del sector y teniendo como función principal la comercialización de los modelos nuevos de automóviles de GM – Colmotores, es de prioridad el funcionamiento y toma de decisiones estratégicas para su departamento de ventas y de mercadeo. De este departamento depende una gran parte de los ingresos y las utilidades del concesionario en general, y es de vital importancia para la supervivencia en el negocio y su crecimiento.

1.1 FUNCIONAMIENTO DEL DEPARTAMENTO DE VENTAS

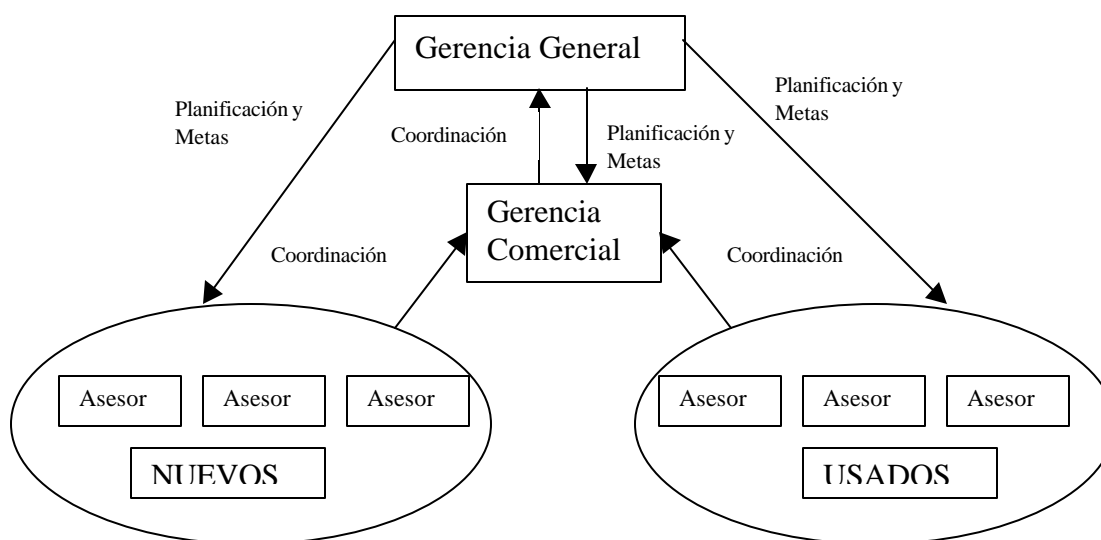
Como concesionario de la casa automotriz GM, Autoniza esta fundamentalmente encargado de:

- Comercialización en Colombia de todos los modelos que la casa GM – Colmotores produzca bajo el cumplimiento de metas fijadas mes a mes.
- Apoyo en mercadeo a los planes que GM-Colmotores presente en Colombia
- Venta de repuestos GM
- Servicio de taller y mantenimiento según estándares fijados por GM

A Autoniza mensualmente le son fijadas, por parte de GM - Colmotores, unas metas de ventas que debe cumplir, y que a su vez es la responsabilidad de la

gerencia general tomar las decisiones óptimas de manera que su fuerza de ventas lo ayude a cumplir con esas metas.

Autoniza cuenta con una fuerza de ventas dedicada a la principalmente a la venta de automóviles según si son nuevos o usados. Esta fuerza de ventas cuenta con un equipo de cerca de 20 asesores que reportan a una gerencia comercial en primera instancia, que hace la planificación y propone las metas del departamento. El organigrama del departamento de ventas de Autoniza es de la siguiente manera.



En la actualidad el departamento de Autoniza contrata vendedores donde establece una relación mediante un contrato laboral a término indefinido ofreciendo un sistema de pago según los resultados obtenidos. En el caso de los vendedores dedicados a automóviles nuevos, el mecanismo de pago se caracteriza por:

- El vendedor debe dedicarse a vender automóviles nuevos principalmente, donde recibirá mensualmente una comisión por cada automóvil facturado en el periodo.
- Esta comisión corresponderá a la definida en la tabla del año, dependiendo del modelo vendido y el descuento que el vendedor otorgue al cliente.
- En los meses en que el total de comisiones del vendedor estén por debajo del salario mínimo, este recibirá como pago el salario mínimo legal del año, con las correspondientes prestaciones de ley.

De esta manera, se puede describir el actual mecanismo de pago de la siguiente manera para un vendedor k

$$w_{jk} = \begin{cases} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^D C_{i,j} * D_{i,j,k} & \text{si } w_{jk} \geq w_{\min} \\ w_{\min} & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

Siendo

$D_{i,j,k}$: Número de automóviles del modelo i con el descuento de tipo j vendidos durante el mes por el vendedor k .

$C_{i,j}$: Comisión de vender automóvil del modelo i con comisión de tipo j durante el año 2002.

w_{\min} : Salario mínimo legal vigente en Colombia para el año 2002.

Esto se cumple para los valores de $i=1, \dots, n$, si el descuento $D_{i,j,k} < 6\%$ entonces $j=1$, si $6\% \leq D_{i,j,k} < 10\%$ entonces $j=2$ y si $10\% \leq D_{i,j,k}$ entonces $j=3$.

Además de esto, se ofrece a los vendedores unos incentivos adicionales que no harán parte de la base salarial a la cual se le paga prestaciones, y que se fijarán mes a mes por la gerencia general. Para esto, el gerente general define metas individuales mensuales de número de automóviles vendidos y entregados, y construye tablas de incentivos individualmente de acuerdo a su propio criterio.

Este es el contrato actual de incentivos del departamento de Autoniza para los vendedores que trabajan en la parte de automóviles nuevos.

2. JUSTIFICACION

La tarea fundamental de Autoniza es vender automóviles nuevos producidos por GM - Colmotores. La cuota de venta de automóviles nuevos del departamento de ventas tiene una gran participación en los ingresos y las utilidades totales del concesionario, acompañadas por los ingresos debido a venta de repuestos y servicio de taller. Por lo tanto, el análisis del mecanismo de incentivos para pago de salarios a los vendedores de automóviles nuevos es un punto sensible tanto para la utilidad total del concesionario como para sus costos.

El modelo de incentivos para este departamento de ventas tiene como objetivos fundamentales:

- Influenciar la acción del vendedor para que actúe de manera que contribuya con los objetivos de la gerencia del concesionario de maximizar el nivel de ventas total
- Minimizar el costo de los contratos laborales para el concesionario.

La utilidad del concesionario está dependiendo de las acciones tomadas por el vendedor principalmente. Sin embargo, cada uno de estos participantes tiene intereses diferentes. Estos se hacen evidentes si se considera que:

- La gerencia del concesionario esta interesada en los resultados mientras que el vendedor no necesariamente.
- El trabajo del vendedor demanda esfuerzo, entendido como todo lo necesario para realizar su labor de la manera que espera la gerencia del concesionario. Este esfuerzo es una variable controlada por el vendedor esperando una compensación económica por este.

La gerencia del concesionario es la encargada de determinar el pago de salarios a los vendedores. La gerencia busca que el pago que reciba el vendedor determine el nivel de esfuerzo que el vendedor debe hacer para lograr sus objetivos y también que compense ese esfuerzo como lo espera el vendedor. Pero en esta situación existe un conflicto de intereses. Dada la existencia de este conflicto entre los participantes, se busca resolver la situación mediante un contrato en la que los participantes mantendrán una relación por medio de una unión legal hasta que ésta expire. Los contratos deben contener las obligaciones de los participantes, deben incluir contingencias que garanticen y delineen el comportamiento esperado de estos y en lo posible deben reflejar un trato justo entre el empleador y el

empleado. Estos términos y contingencias deben ser verificables, lo cual quiere decir que los valores deben ser observables y pueden ser probados ante una corte de la ley. Dentro de esto se incluyen las características de cómo se harán los pagos. Se debe tener en cuenta principalmente que

- La gerencia del concesionario demanda un esfuerzo alto por parte del vendedor, debido a que los buenos resultados son más probables cuando el vendedor trabaja duro que cuando es perezoso y realiza esfuerzo bajo
- El esfuerzo del vendedor no es verificable, por lo que no hay una forma objetiva de determinarlo ni de evaluarlo, así que no puede ser incluido como una condición del contrato
- El resultado del esfuerzo de un vendedor tal como es el nivel de ventas alcanzado en cierto periodo si es verificable

Así que de acuerdo con esto último, una de las pocas cosas verificables es el resultado obtenido definido como el nivel de ventas alcanzado por el vendedor durante un mes, el cual será incluido en el contrato condicionando el pago del vendedor a este; ya sea este pago fijo, variable parcial o totalmente. De esta forma se deben determinar los valores puntuales para este condicionamiento del pago para que cumpla con las condiciones y que también resuelvan el conflicto de intereses entre el vendedor y la gerencia del concesionario.

Por tanto se debe realizar un análisis para dar una idea de los niveles en los cuales estos valores resuelven el conflicto de interés, de manera que se alineen y se consiga la maximización de los objetivos para cada uno.

3. OBJETIVOS Y METODOLOGIA

3.1 OBJETIVO GENERAL

A partir de los datos disponibles y relevantes para plantear un modelo de Agente-Principal del departamento de ventas de Autoniza, construir un modelo bajo el problema de riesgo moral donde el agente escoge entre dos niveles de esfuerzo para la determinación de un mecanismo óptimo de incentivos

3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS Y METODOLOGÍA

Clasificación de los vendedores del equipo de ventas de acuerdo a diferencias significativas en los datos observables.

- Se realiza mediante un análisis de varianza si se encuentran grupos con diferencias significativas mediante estos datos observables para la determinación de dos grupos de vendedores: los que hacen un esfuerzo alto y uno bajo en su trabajo.

Construcción del problema de riesgo moral para el análisis de mecanismos de incentivo óptimos para el departamento de ventas

- Determinación de las probabilidades de obtener la variable indicadora del esfuerzo dado los niveles de esfuerzo. Después de la clasificación de los vendedores se construyen cuadros de probabilidad según los resultados. Para facilidad de manejo de la información, estos valores se clasifican mediante rangos de valores, y se construyen probabilidades para cada uno de estos intervalos a partir del numero de casos observados en el intervalo, comparado con el total de casos para el nivel de esfuerzo correspondiente. Se debe verificar que estas probabilidades cumplan con la hipótesis de dominancia estocástica de primer orden y la propiedad de probabilidad de cociente monótonico, que son fundamentales para este modelo.
- Escoger la función de utilidad del agente y del principal. Para el caso de este estudio las funciones de utilidad se requiere que cumplan con el supuesto de aversión al riesgo por parte del agente y neutralidad al riesgo por parte del principal. Principalmente estas serán estimadas y se realizarán análisis de acuerdo a las diferentes situaciones y grados de aversión al riesgo.

- Selección de la utilidad de reserva del agente, la cual será un estimado construido a partir del contrato actual que tienen los vendedores, y variara para revisar como varia el optimo.
- Determinación de los valores de desutilidad o costo de esfuerzo alto y bajo. Serán estimaciones que a su vez variarán para hacer el análisis del optimo.

Búsqueda de las propiedades de puntos óptimos del modelo construido para la determinación de un mecanismo óptimo de incentivos.

- Iteración de los valores estimados de utilidad de reserva, desutilidad o costo de esfuerzo alto y bajo, función de utilidad del agente, para obtener los puntos óptimos que resuelven el problema planteado.
- Mejoramiento del modelo mediante revisión de los puntos obtenidos, incluyendo nuevas restricciones para conseguir una solución que brinde mayores conclusiones sobre el contrato óptimo de incentivos

Proponer alternativas para la construcción de un mecanismo óptimo de incentivos y mediciones adicionales que sirvan como indicador del esfuerzo entregado por los vendedores

- Análisis de los diferentes resultados obtenidos del modelo construido
- Ideas generales sobre mecanismo de incentivos a partir de los resultados. Propuestas generales
- Alternativas de indicadores de esfuerzo de los vendedores.

4. MARCO TEORICO

4.1 ANTECEDENTES A LA ECONOMÍA DE LA INFORMACIÓN

(MacHo-Stadler, 1997) El problema más común y serio que aparece en las relaciones contractuales, tales como entre un empleador y un empleado, es que los participantes del contrato no tienen la totalidad de la información relevante del otro. Debido a esto ha surgido una gran cantidad de teorías para estudiar y dar bases sólidas para la elaboración de contratos óptimos en busca de maximizar el beneficio de los participantes.

Una de las alternativas propuestas por los economistas era estudiar estas relaciones partiendo de la teoría general del equilibrio. A pesar de considerarse la teoría general del equilibrio como uno de los logros principales de la historia económica, este modelo no era una herramienta completamente satisfactoria para la descripción de situaciones reales debido a que se restringían demasiado las acciones de los agentes. Estos interactuaban solo mediante un sistema de precios el cual no podían controlar. Las organizaciones vistas como sistemas de producción no pueden ser modeladas de esta forma debido a que precisamente todas las interacciones no funcionan mediante esos mecanismos de precios.

Otro gran reto de los modelos de equilibrio general es la asimetría de la información. El no conocimiento de la totalidad de la información es intrínseco a las relaciones económicas. Todos los agentes hacen cosas que son parcialmente inobservables por los demás. Con este objetivo se concibió la idea del equilibrio esperado, para acercarse hacia la asimetría de la información, sin ser este un tratamiento completamente satisfactorio.

Todo agente económico con información privada se espera que trate de manipularla en su propio beneficio desde que tiene el monopolio de su información. Para tomar esto en cuenta es necesario modelar este problema con teoría de juegos.

4.1.1 Origen de la Economía de la Información. El origen de la teoría de contratos surge a partir de la necesidad de representar la complejidad de las interacciones estratégicas entre agentes con información privada y reglas de juego bien definidas. Este dominio se exploró con teorías de contratos y de forma más general llamado

“Economía de la Información”. De esta forma estas herramientas contaban con las siguientes características:

- Por lo general eran modelos de equilibrio parcial donde separaban del mercado uno o dos bienes del resto de la economía.
- Describen las interacciones de un pequeño número de agentes que poseen información privada
- Las restricciones impuestas por un conjunto de reglas institucionales se definen en un contrato. Pueden estar explícitas y descritas en un acuerdo escrito o implícitas si se hace en un sistema gobernado por normas de comportamiento. Este contrato debe estar garantizado por un tercer participante o si por decisión de los participantes se mantendrá un acuerdo justo.
- Estos modelos hacen uso intensivo de la teoría de juego no cooperativa con información asimétrica. El proceso acordado por lo general esta basado en el modelo más simple llamado de agente-principal. Estas están definidas en un universo Bayesiano donde los agentes tienen una creencia *a priori* de la información que no poseen y revisan esas creencias a medida que la relación se desarrolla. El equilibrio que usan pertenece a la familia de equilibrio perfecto Bayesiano.

De la gran cantidad de modelos que existen se pueden clasificar de varias formas de acuerdo al criterio. Uno puede ser dependiendo de dónde la información resida

- Lo que el agente hace, la decisión que tome (“Acción Oculta”)
- Quien es el agente, como son sus características (“Información Oculta”)

También según la forma del juego estratégico. Se puede distinguir juegos donde la iniciativa sea del agente sin información, o del agente informado. Las familias pueden ser:

- Modelos de Selección Adversa, donde el participante desinformado es imperfectamente informado de las características del participante informado, el participante desinformado se mueve primero
- Modelos de Señalamiento, donde la situación de información es la misma pero el participante informado se mueve primero
- Modelos de Riesgo Moral donde el participante desinformado se mueve primero y es imperfectamente informado de las acciones del participante informado.

4.2 MODELO DEL AGENTE PRINCIPAL

En este modelo (Salanié, 1996) hay dos agentes económicos: el participante informado, que tiene información relevante para el beneficio común, y el participante desinformado.

El modelo de agente principal es una herramienta que ayuda a simplificar la complejidad resultada bajo el estudio de la asimetría de la información y las discrepancias en el concepto correcto a utilizar de equilibrio. Esto lo resuelve el modelo dándole todo el poder de negociación a uno de los agentes. Este participante hará un contrato el cual el otro participante solo tendrá la posibilidad de aceptarlo o rechazarlo, sin tener opción de presentar otro contrato.

Entonces el juego Agente-Principal es un juego de Stackelberg donde un líder llamado Principal es quien propone el contrato y un seguidor llamado Agente es quien lo acepta o lo rechaza. A pesar de ser la relación en la vida real mucho más compleja, para este caso de estudio se presenta de esta manera simplificada, y se espera que en la vida real la relación no se acabe sino que continúe en caso que se rechace la oferta.

Una forma de sustentar el paradigma del modelo Agente-Principal es observar que el conjunto de óptimos de Pareto pueden ser siempre obtenidos maximizando la utilidad de uno de los agentes mientras el otro esta fijo en un nivel de utilidad. Esta aproximación no pierde generalidad debido a que en este modelo se buscan propiedades comunes del óptimo y no un óptimo en particular. Otro punto importante es que razones fuera del modelo nos deben hacer fijar la utilidad de reserva del Agente a un nivel dado; si suponemos que el Principal es un empleador y el Agente es un prospecto de empleado, los niveles de beneficio de desempleo y/o salario del mercado refiriéndonos a alternativas de salario de empleos que pueda encontrar si eventualmente rechaza la propuesta realizada por el Principal, determine su utilidad de reserva.

De esta forma se construye un modelo donde existe una parte importante de valores que se deben estimar, de manera que se pueda observar, como se dijo anteriormente, las propiedades comunes del óptimo.

4.3 MODELO BASE

Las relaciones bilaterales entre participantes que pueden ser instituciones, individuos o firmas se realizan mediante contratos. Nos referiremos al Principal como el empleador quien es responsable de diseñar y proponer el contrato, mientras el agente es el empleado contratado para realizar cierto trabajo y decide si acepta o no las condiciones propuestas. La relación requiere cierto resultado

que sea obtenido, cuyo valor monetario se referirá como x . Denotando X como el conjunto de los posibles resultados. El resultado final obtenido depende del esfuerzo que el agente dedica a la tarea, que será denotado como e , y del valor de una variable aleatoria de la cual los dos participantes tienen la misma distribución.

En nuestro caso particular pensemos en la relación establecida entre un individuo que se dispone a trabajar como vendedor de una empresa vendedora de automóviles. La cantidad total vendida y el número de negocios exitosos dependerá del esfuerzo que el vendedor dedique a su trabajo, pero también de la dificultad de atender cierto número de clientes al mismo tiempo, la situación económica del periodo, la estacionalidad de las ventas, etc., que será una variable aleatoria.

Como los resultados no solo dependen del esfuerzo del agente, sino también de un componente aleatorio, el resultado es una variable aleatoria. De tal forma que podríamos decir que

$$\text{Prob}[x = x_i | e] = p_i(e), \text{ para } i = 1, 2, \dots, n.$$

Y debe cumplir con $\sum p_i(e) = 1$ y $p_i(e) > 0$ para toda e, i . Esto hace que cualquier resultado sea posible en cualquier nivel específico de esfuerzo. La idea es que no existen resultados posibles en un nivel de esfuerzo y en otro nivel de esfuerzo no, escogidos por el agente. Si esto no se cumpliera, esto sería una evidencia del comportamiento del agente, y esto hace parte de los supuestos del modelo donde este no es observable. Se asume que el Principal y el Agente tienen la misma información sobre el componente aleatorio que afecta el resultado y de esta forma tienen la misma distribución de probabilidad para el conjunto de posibles estados de la naturaleza. La información que cada uno tiene cuando la relación es establecida es la misma.

Ya que tenemos en consideración que existe incertidumbre, debemos tener en cuenta como reaccionan los participantes frente al riesgo. Las preferencias de riesgo están expresadas por sus funciones de utilidad. Se debe usar el concepto de utilidad esperada y asumir que sus funciones son de tipo von Neumann-Morgenstern.

Comenzando con el principal, siendo este el contratista quien recibe la producción y debe pagar al agente por su trabajo. Usando $B(\cdot)$ como su función de utilidad representando las preferencias del Principal, el objetivo es obtener la utilidad máxima posible. El comportamiento del principal depende de la función

$$B(x - w),$$

donde w representa el pago hecho al agente. Asumimos que la función es cóncava creciente $B' > 0$, $B'' \leq 0$, siendo la primera y segunda derivada respectivamente. Dependiendo de la concavidad de la función $B(\cdot)$ indica que si el

principal es neutral o averso al riesgo. Cabe resaltar que la función depende únicamente del resultado de la tarea realizada por el agente.

Por otro lado, el agente recibe un pago monetario por su participación en la relación, y el invierte cierto esfuerzo que le implica un costo a él. Asumimos que la función de utilidad del agente es

$$U(w,e) = u(w) - v(e),$$

siendo adicionalmente separable en sus componentes w salario y e esfuerzo. De esta forma se asume que su aversión al riesgo no varía con respecto al esfuerzo que el invierte. Este supuesto no hace que se pierda generalidad y es una ventaja ya que simplifica el análisis considerablemente.

El agente obtiene utilidad por su salario y el puede ser neutral o averso al riesgo, lo que quiere decir que la función de utilidad que representa sus preferencias es cóncava con respecto a los pagos. Por otro lado mayor esfuerzo significa mayor desutilidad. También se asume que la desutilidad marginal del esfuerzo no es decreciente. Esto es:

$$u'(w) > 0, u''(w) \leq 0, v'(e) > 0, v''(e) \geq 0.$$

Es evidente que uno de los principales ingredientes del modelo es el conflicto de intereses entre el agente y el principal. Este conflicto se presenta debido a tres elementos:

- Primero, mientras el principal está interesado en los resultados, el agente no lo está directamente.
- Segundo, el principal no está interesado directamente en el esfuerzo mientras este es costoso para el agente.
- Finalmente existe la idea que cuando hay mayor esfuerzo, mayores resultados son más probables. De esta forma existen conflictos entre los participantes y el contrato es la forma de alinearlos.

Se busca que el pago que reciba el agente compense el esfuerzo que requiere el principal, otra forma de verlo es que el agente recibe parte de lo que el principal gana.

Creemos que de no existir conflicto de intereses, el agente y el principal se pondrán de acuerdo en la mejor estrategia, e independientemente que el principal tenga más igual o menos información que el agente, ellos pondrán esa estrategia en acción.

Las otras alternativas presentadas al agente se llaman utilidad de reserva y es denotada con la letra \underline{U} . Esta utilidad de reserva se interpreta como las alternativas en el mercado que tiene el agente en dado caso de rechazar este trabajo. Entonces si el contrato ofrece al menos la utilidad de reserva, el agente aceptará el contrato. De esta forma los participantes mantendrán una relación por medio de una unión legal hasta que esta expire. El objetivo central de este tema es encontrar contratos óptimos, entre el principal y el agente. Los contratos deben contener las obligaciones de los participantes y deben incluir contingencias. Estos términos y contingencias deben ser verificables, esto quiere decir que los valores deben ser observables y pueden ser probados ante una corte de la ley.

4.3.1 Contratos de Información Simétrica. Suponiendo que toda la información es verificable, el principal debe decidir que nivel de esfuerzo le requerirá al agente, y el salario que le pagará de acuerdo a los resultados $\{w(x_i)\}_{i=1,2,\dots,n}$. No podemos olvidar que el resultado es una variable aleatoria. Por lo tanto el principal deberá diseñar contratos que el agente acepte, que a su vez se busque influenciar de manera que el agente haga el esfuerzo que se requiere, y escoger el más barato. Encontrar la situación eficiente es encontrar el punto óptimo en que se comparta el riesgo entre los participantes. La solución eficiente es la solución al siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i)) && [e, \{w(x_i)\}_{i=1,2,\dots,n}] \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n p_i(e)u(w(x_i)) - v(e) \geq \underline{U} \end{aligned}$$

En este modelo estamos asumiendo que el principal puede observar el esfuerzo del agente. Se supone que este contrato esta diseñado de tal forma que se castiga o penaliza de cierta forma que garantiza que el agente entregue el esfuerzo acordado mediante el contrato.

Sabemos que la función $B(\cdot)$ es cóncava, de la misma forma $B(x-w)$ será cóncava también. Por lo tanto, como la suma de funciones cóncavas es una función cóncava, la función objetivo es cóncava. De la misma forma las restricciones serán cóncavas también. Las condiciones Kuhn Tucker serán necesarias y suficientes para dar una solución global del problema. Sin embargo, no podemos asegurar que las funciones objetivo de los participantes son cóncavas con respecto a la variable esfuerzo debido a que estas están ponderadas por probabilidades de diferentes resultados, y estas a su vez dependen del esfuerzo.

Sin embargo, supongamos que podemos determinar un nivel eficiente de esfuerzo del problema planteado arriba que se denotará e^0 y sea $w^0(x_i)_{i=1,2,\dots,n}$ los pagos asociados. Aplicando el teorema de Kuhn Tucker para calcular el contrato óptimo,

la condición de primer orden para este problema con respecto a los salarios en las diferentes situaciones se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial L}{\partial w(x_i)}(w^o(x_i), e^o, \mathbf{I}^o) = -p_i(e^o)B'(x_i - w^o(x_i)) + \mathbf{I}^o p_i(e^o)u'(w^o(x_i)) = 0,$$

de donde,

$$\mathbf{I}^o = \frac{B'(x_i - w^o(x_i))}{u'(w^o(x_i))}, \text{ para todo } i=1,2,\dots,n \quad (4.4.3.1)$$

Donde se requiere que λ^o sea estrictamente positivo, debido que de ser cero entonces $B(\cdot)=0$ o $u'(\cdot)=+\infty$ que es imposible según los supuestos.

La restricción de participación del agente se cumple en igualdad debido a que es allí donde el principal paga el mínimo salario aceptado por el agente para aceptar el trato, obteniendo de la misma forma una mayor utilidad. De esta forma estamos en un problema que corresponde a un óptimo de Pareto donde estamos maximizando la utilidad del principal bajo la restricción donde el agente esta recibiendo al menos un nivel de utilidad dado. Variando \underline{U} nos movemos en diferentes puntos de la frontera eficiente. Sin embargo independientemente del nivel de utilidad \underline{U} podremos encontrar las características del contrato óptimo.

4.3.2 Modelo Óptimo de Pagos. Para una distribución óptima de riesgo, implica que se cumpla

$$\frac{B'(x_i - w^o(x_i))}{u'(w^o(x_i))} = \text{constante} \quad (4.4.3.2)$$

lo que quiere decir que la tasa de utilidades marginales debe ser una constante sin importar cual sea el resultado final. Esta condición de tasas marginales de sustitución caracteriza la situación eficiente de Pareto.

La condición (4.4.3.2) tiene varias implicaciones para el caso general de n posibles resultados dependiendo de las características de las funciones objetivo de los participantes:

- Si $B(\cdot)=$ constante, eso es que el principal sea neutral al riesgo, la condición de eficiencia (4.4.3.2) requiere que $u'(w^o(x_i))=$ constante para todo i . Si el agente es averso al riesgo, la única posibilidad en que las utilidades marginales en dos puntos sean iguales es que los dos puntos sean iguales. En otras palabras, $u'(w^o(x_i))= u'(w^o(x_j))$ requiere que $w^o(x_i)= w^o(x_j)$. Entonces en el contrato óptimo el agente recibe un pago independiente al resultado. La distribución óptima del riesgo cuando el principal es neutral al riesgo es que el principal asuma todo el riesgo, asegurando completamente al agente. El agente recibirá un pago w^o siempre, que será definido por $w^o = u$

$^1(\underline{U} + v(e^0))$ donde depende de la utilidad de reserva y el esfuerzo que se requiera mientras la restricción de participación se cumpla en igualdad.

- Si el agente es neutral al riesgo, $u'(\cdot) = \text{constante}$, y el principal es adverso al riesgo, $B''(\cdot) < 0$, entonces el contrato óptimo requerirá que $B'(x_i - w^0(x_i)) = \text{constante}$ para todo i . De esta forma debe ser cierto que $x_i - w^0(x_i) = x_j - w^0(x_j)$ siempre, por lo que el agente acepta todo el riesgo asegurando al principal contra las variaciones del resultado, por lo que el contrato óptimo será de la forma $w^0(x_i) = x_i - k$. Se puede interpretar esto como un contrato de franquicia donde el agente se queda con el resultado x y paga al principal una cantidad k . Esto hace que k deba satisfacer

$$\sum_{i=1}^n p_i(e^0)[x_i - k] = \underline{U} + v(e^0) \Leftrightarrow k = \sum_{i=1}^n p_i(e^0)x_i - \underline{U} - v(e^0) \quad (4.4.3.3)$$

El monto que el principal defina como el precio para que el agente se quede con el resultado es la diferencia entre la utilidad esperada de la actividad y el monto requerido por el agente para aceptar la relación.

- Si tanto el principal como el agente son aversos al riesgo, cada uno deberá aceptar una parte de la variabilidad del resultado. Cada uno de los participantes recibe una parte del riesgo de la relación, la cantidad depende del grado de aversión al riesgo de cada uno. Suponiendo un panorama continuo, esto se puede averiguar derivando sus funciones de utilidad, donde $r_p = -B''/B'$ será la medida de aversión al riesgo del principal y $r_a = -u''/u'$ será la del agente. Averiguando el punto óptimo de la igualdad (4.4.3.1) y sustituyendo se llega a que se deberá cumplir

$$\frac{\partial w^0}{\partial x_i} = \frac{r_p}{r_p + r_a} \quad (4.4.3.4)$$

Indicando como cambiará el salario del agente a medida que se aumenta el resultado. Esto hace que los contratos óptimos para este caso sean de la forma

$$w^0(x_i) = c + bx_i \quad (4.4.3.5)$$

Sin embargo esto es teniendo en cuenta que para todos los niveles de resultados los participantes mantengan el mismo coeficiente de aversión al riesgo lo que en la realidad es muy difícil que suceda, por lo que en la realidad los contratos lineales no son necesariamente los óptimos.

Bajo este análisis se puede partir de una base para determinar puntos importantes del modelo de donde no necesariamente se tiene información cuantificable ni verificable, para partir de unas estimaciones y verificar que estas efectivamente se apoyen en supuestos básicos del modelo general de agente – principal.

4.4 PROBLEMA DEL RIESGO MORAL

Las implicaciones principales de este modelo de Riesgo Moral corresponden a:

- El objeto central corresponde al hecho que cuando se ofrece un contrato es necesario tener en cuenta el esfuerzo que el agente tomara si acepta este. El hecho que ese esfuerzo no puede ser controlado implica una perdida de eficiencia y también afecta el tipo de contrato que será firmado y el tipo de decisiones que serán tomadas.
- El análisis muestra que el contrato óptimo es determinado por el intercambio entre el conflicto de objetivos: eficiencia en la distribución optima de riesgo entre participantes y los incentivos del agente (riego adicional)

En este modelo se demuestra que para influenciar el comportamiento del agente que acepta el contrato, se le debe pagar mas cuando los resultados son una buena señal que sus decisiones fueron las requeridas. Los incentivos del agente deben estar enlazados solo a que tan informativo es el resultado y a que la decisión tomada haya sido la requerida por el principal.

Con esta aproximación de la situación real de una relación agente principal se intenta incluir cierta asimetría de información, teniendo que ver mucho con el comportamiento del agente durante la relación. Se asume que el esfuerzo del agente no es observable, y en caso de serlo no es verificable por el principal. Que el esfuerzo no sea verificable significa que no se puede incluir en el contrato o que no habrá una fuente que lo revele con completa certeza.

Sin embargo, el esfuerzo del agente no es verificable, así tampoco podrá ser una variable del contrato, pero se asume que el resultado de este esfuerzo es verificable al final de un periodo determinado. De esta manera, el resultado obtenido será incluido en el contrato que estipula los pagos del agente ya sea que sea fijo o variable parcial o totalmente.

El esquema del juego consiste en que el principal decide que contrato ofrecer al agente. Entonces el agente decide si acepta o no el ofrecimiento, de acuerdo con los términos explicados allí. Finalmente, si el contrato fue aceptado, el agente deberá decidir el nivel de esfuerzo que él más desea, dado el contrato que ha firmado. Esto es una decisión libre del agente siendo que no es una variable especificada en el contrato. El principal debe ser conciente que cuando se firma el contrato el agente escogerá el nivel de esfuerzo que es mejor para el personalmente.

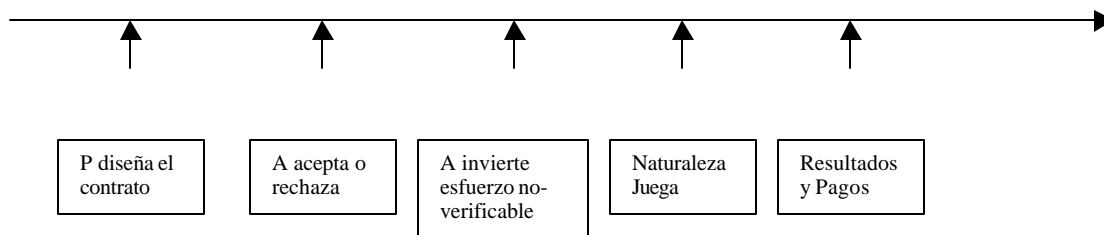


Figura 4.1 (Salanié, 1996)

Para entender un poco mejor supongamos que el principal ofrece un contrato óptimo donde el es neutral al riesgo y el agente es averso al riesgo. Según lo explicado anteriormente, cuando existe simetría en la información, el contrato óptimo será asegurar completamente al agente. De todas formas el esfuerzo del agente no es observable, y una vez firmado el contrato, el agente decidirá el nivel de esfuerzo que quiere entregar, siendo este el más beneficioso para él. Como el salario es independiente del resultado, y el salario no dependerá del esfuerzo, el agente escogerá el nivel mínimo de esfuerzo posible. Consecuentemente el principal obtendrá una menor utilidad esperada mientras el esfuerzo del agente sea menor que el nivel eficiente. Con un contrato con salario fijo, el comportamiento será el mismo, por lo que el principal deberá anticiparse de esta reacción y propondrá un contrato con un salario que compensará exactamente al esfuerzo que el agente usará. El salario w^{MIN} estará definido por

$$w^{MIN} = u^{-1}(\underline{U} + v(e^{MIN})),$$

siendo e^{MIN} el mínimo esfuerzo posible.

De esta manera, será imposible lograr que el agente escoja niveles de esfuerzo mayores que e^{MIN} , de manera que el principal debe hacer que el agente se interese en las consecuencias de su comportamiento, haciendo su pago dependiente de los resultados obtenidos.

Una de las características principales del modelo de Riesgo Moral es el intercambio entre eficiencia en términos de distribución óptima del riesgo e incentivos. Esto definirá el contrato óptimo en este tipo de situación.

4.4.1 Análisis del Modelo. Para estudiar el contrato óptimo bajo asimetría de la información con respecto al esfuerzo se debe definir el problema. El principal no podrá incluir en el contrato el nivel de esfuerzo. El principal puede proponer cierto esfuerzo, pero debe estar seguro que corresponde al nivel que el agente quiere entregar. La idea es resolver el juego propuesto y el concepto natural de la solución es equilibrio perfecto de subjuego. El último paso del juego, que

corresponde al punto fundamental del problema de Riesgo Moral, es en el que el agente escoge el esfuerzo que va a entregar. Esto se puede escribir

$$e \in \arg \text{Max}_{\hat{e}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e})u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\} \quad (4.4.2.1)$$

Esta es la restricción de incentivo, o la restricción de compatibilidad de incentivos. El agente escogerá el nivel de esfuerzo que maximice su función objetivo.

En el segundo paso del juego, dado el esfuerzo que va a entregar y los términos del contrato, el agente decide si acepta o no el contrato que el principal esta proponiendo. Formalmente,

$$\sum_{i=1}^n p_i(\hat{e})u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \geq \underline{U} \quad (4.4.2.2)$$

Esta restricción es la de participación, o de racionalidad individual. Esto refleja que el agente puede rechazar el contrato si no recibe al menos lo que el puede recibir por otras alternativas en el mercado.

El contrato que el principal propone es la solución al problema:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i)) \\ & [e, \{w(x_i)\}_{i=1, \dots, n}] \\ & \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n p_i(e)u(w(x_i)) - v(e) \geq \underline{U} \quad (4.4.2.2) \\ & e \in \arg \text{Max}_{\hat{e}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e})u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\} \quad (4.4.2.1) \end{aligned}$$

siendo (4.4.2.2) la restricción de participación y (4.4.2.1) la restricción de compatibilidad de incentivos.

Este problema es difícil de analizar cuando el agente tiene un número finito pero grande de niveles de esfuerzo. Es por esto que es más fácil plantear el problema para analizarlo con un número restringido de niveles de esfuerzo.

4.4.2 El Agente Escoge entre Dos Niveles de Esfuerzo. Muchos de los problemas se pueden analizar si el agente puede escoger entre dos niveles de

esfuerzo alto (H) y bajo (L). También se asume que el principal es neutral al riesgo.

Asumimos que el esfuerzo puede tomar únicamente dos posibles valores: $e \in \{e^H, e^L\}$. El nivel e^H representa la situación en la que el agente trabaja duro, mientras que e^L significa que este no ha entregado lo mejor (vago, perezoso). La desutilidad del esfuerzo es mayor cuando el agente trabaja duro que cuando entrega su nivel bajo: $v(e^H) > v(e^L)$. Para el análisis simplificado, el conjunto X que contiene los resultados se ordenan de peor a mejor: $x_1 < x_2 < \dots < x_n$. Sea $p_i^H = p_i(e^H)$ la probabilidad que el resultado sea x_i cuando el agente escoge el esfuerzo alto, $p_i^L = p_i(e^L)$ cuando es bajo para todos los $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Estas probabilidades se asumen mayores que cero. Finalmente el principal prefiere esfuerzo alto que bajo. El caso en que la utilidad del principal es mayor dando esfuerzo alto que con esfuerzo bajo es cuando p^H domina estocasticamente de primer orden a p^L , eso es,

$$\sum_{i=1}^k p_i^H < \sum_{i=1}^k p_i^L \quad \text{para todo } k=1, \dots, n-1$$

Esta desigualdad representa el hecho que malos resultados son más probables cuando el agente es perezoso que cuando trabaja duro. Si el principal demandara esfuerzo bajo, no existiría un problema de riesgo moral. Sería suficiente pagarle un monto fijo al agente, el mismo que sería pagado bajo información simétrica para garantizar su nivel de utilidad de reserva, y el agente escoge e^L dado que esto maximizará su utilidad dado que está minimizando su desutilidad por esfuerzo. De este modo, el salario fijo en el salario óptimo será determinado por $w^L = u^{-1}(\underline{U} + v(e^L))$, que satisface la restricción de compatibilidad de incentivos si demanda e^L :

$$u(w^L) - v(e^L) \geq u(w^L) - v(e^H).^1$$

Cuando el principal demanda e^H todo salario fijo llevara al agente a escoger e^L . Para que el agente escoja e^H se debe diseñar un mecanismo de pagos que dependa en el resultado final alcanzado. En este caso la restricción de compatibilidad de incentivos debe ser escrita de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \sum_{i=1}^n p_i^L u(w(x_i)) - v(e^L),$$

que puede ser vista como,

¹ Esto es suponiendo que la función de utilidad del agente es aditivamente separable de forma que queden dos funciones, una de utilidad y la función asociada a la desutilidad debida al esfuerzo

$$\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^L] u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L), \quad (4.4.2.3)$$

donde podríamos interpretarlo como que el agente escogerá el nivel de esfuerzo e^H si la utilidad esperada adicional asociada con este esfuerzo es mayor que el aumento en costo (desutilidad).

Para calcular el contrato óptimo bajo el que el agente escoge esfuerzo alto, el principal deberá resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{i=1}^n p_i^H [x_i - w(x_i)] \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \underline{U} \end{aligned} \quad (4.4.2.4)$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^L] u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L) \quad (4.4.2.3)$$

En la búsqueda de contratos óptimos que solucionen el problema que corresponden a aquellos que satisfagan las condiciones Kuhn-Tucker del problema. El sistema Lagrangeano es

$$\begin{aligned} L(\{w(x_i)\}, \mathbf{I}, \mathbf{m}) = & \sum_{i=1}^n p_i^H [x_i - w(x_i)] + \mathbf{I} \left[\sum_{i=1}^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) - \underline{U} \right] \\ & + \mathbf{m} \left[\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^L] u(w(x_i)) - v(e^H) + v(e^L) \right] \end{aligned}$$

Derivando el Lagrangeano con respecto al salario $w(x_i)$ para todo $i=1,2,\dots,n$. Las condiciones de primer orden son

$$-p_i^H + \mathbf{I} p_i^H u'(w(x_i)) + \mathbf{m} [p_i^H - p_i^L] u'(w(x_i)) = 0$$

que se reduce a

$$\frac{p_i^H}{u'(w(x_i))} = \mathbf{I} p_i^H + \mathbf{m} [p_i^H - p_i^L], \text{ para todo } i=1,2,\dots,n. \quad (4.4.2.5)$$

Sumando esta ecuación (4.4.2.5) desde $i=1$ hasta $i=n$, y teniendo en cuenta que

$$\sum_{i=1}^n p_i^H = \sum_{i=1}^n p_i^L = 1 \text{ se obtiene:}$$

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^H}{u'(w(x_i))} > 0 \quad (4.4.2.6)$$

Entonces, la condición de primer orden Kuhn-Tucker con respecto al multiplicador de la restricción de participación (que requiere $\mathbf{I} \geq 0$) se cumple y se muestra que se cumple en igualdad.

Las propiedades del contrato óptimo pueden ser deducidas más fácilmente si se describen las condiciones de primer orden en la siguiente manera:

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \mathbf{I} + \mathbf{m} \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H} \right] \text{ para todo } i=1, \dots, n. \quad (4.4.2.7)$$

Hay que notar que para esta ecuación es fácil ver que $\mu \neq 0$. Esto es porque si $\mu = 0$, entonces $w(x_i)$ tendría que ser constante, como para el caso de información simétrica. Sin embargo, si esto pasa, la restricción de compatibilidad no puede ser satisfecha: el lado izquierdo de la ecuación es igual a cero, mientras que el lado derecho es estrictamente positivo. Otra vez como se había mencionado antes, un salario constante solo compra el menor esfuerzo posible.

Las condiciones Kuhn-Tucker imponen que el multiplicador μ asociado con la restricción de compatibilidad de incentivos debe ser no negativo. Entonces, μ es estrictamente positivo. El hecho que esto se cumpla, hace que la presencia de un problema de riesgo moral implique un costo positivo para el principal. Las utilidades del principal son estrictamente mayores cuando la información es simétrica que cuando se enfrenta a una situación de riesgo moral.

Si $\mu > 0$, el salario del agente varía de acuerdo a los resultados obtenidos. En particular, el salario será mayor a medida que la razón p_i^L / p_i^H sea menor. Entre más grande sea el cociente, menor será el lado derecho de la condición (4.4.2.7). Si el lado izquierdo se vuelve menor, el denominador debe aumentar, lo que hace que se incremente $w(x_i)$ a medida que u' disminuya. La razón p_i^L / p_i^H es llamada la razón de probabilidad. Esta indica la precisión con la que el resultado x_i señala que el nivel de esfuerzo fue e^H . A medida que se hace menor esta razón, mayor es p_i^H con respecto a p_i^L y así la señal que el esfuerzo usado fue e^H es más fuerte. En otras palabras, la reducción de la razón de probabilidad es un incremento en la probabilidad que el esfuerzo fue e^H cuando es observado el resultado x_i . Entonces el salario debe ser mayor si queremos que el agente de su máximo esfuerzo.

Si el principal siendo neutral al riesgo, paga al agente de acuerdo a los resultados es solo para darle incentivos. Para encontrar el equilibrio entre los beneficios de asegurar al agente y los de darle los incentivos correctos, debe fijarse en los resultados como única fuente verificable del esfuerzo del agente. El principal usa estos resultados con un objetivo similar al de la inferencia estadística. El beneficio

de incluir esos resultados en el contrato es el de incluir la información que estos proveen del esfuerzo del agente.

De todas formas hay fuentes de variabilidad fuera de control del agente que afectan el resultado. Es por esto que el resultado debe ser valorado como un instrumento informativo al comportamiento del agente. El pago estará relacionado a esta información y crecerá en los resultados mientras mayores resultados estén asociados a esfuerzo alto.

La condición necesaria para obtener mejores resultados dando un mejor salario es que p_i^L / p_i^H sea decreciente en i . En estadística esto se llama la *propiedad de cociente de probabilidad monotónico*. Esta es una condición muy fuerte. La hipótesis de dominancia estocástica de primer orden no garantiza esta propiedad. De todas formas cuando esta propiedad es satisfecha cuando $w(x_i)$ aumenta en i . Formalmente la de la condición (4.4.2.7) se obtiene:

$$u'(w(x_i)) = \frac{1}{\mathbf{1} + \mathbf{m} \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H} \right]},$$

que se reorganiza de manera que

$$w(x_i) = (u')^{-1} \left(\frac{1}{\mathbf{1} + \mathbf{m} \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H} \right]} \right).$$

En esta ecuación es fácil de ver que para esos resultados x_i donde $p_i^L = p_i^H$, $w(x_i) = (u')^{-1}(1/\lambda) = \bar{w}$. Se puede tomar este valor como referencia. Se puede tomar este valor como referencia de manera que para los casos en que $p_i^L / p_i^H > 1$, tenemos $w(x_i) < \bar{w}$, y para los x_i en que $p_i^L / p_i^H < 1$, indicando que es más probable el esfuerzo alto, tenemos $w(x_i) > \bar{w}$.

De acuerdo con lo anterior, el principal no debe realizar inferencia estadística desde que es quien escoge el nivel del esfuerzo del agente resolviendo el problema de maximización. Por esto sabrá como se comportará el agente. Si el salario del agente solo depende del resultado es por que es la única forma de influenciar su esfuerzo, no por que el esfuerzo que el agente escoja después de firmar el contrato no sea predecible.

5. ANALISIS DE LA INFORMACIÓN

Los datos disponibles del departamento de ventas de Autoniza corresponden a niveles de venta, comisiones y descuentos realizados por el equipo de ventas de vehículos nuevos entre los meses de Marzo y Septiembre (ver Anexo 1).

5.1 CLASIFICACIÓN VENDEDORES EN DOS GRUPOS

Lo primero que se busca es definir dos grupos principalmente de vendedores de acuerdo con el modelo de Riesgo Moral donde el agente escoge entre dos niveles de esfuerzo : aquellos que escogen hacer un esfuerzo alto en su labor, y los que escogen uno bajo. Se parte del supuesto que un vendedor toma la decisión de escoger su nivel de esfuerzo durante todo el tiempo mientras mantenga la relación contractual con el principal.

La variable para ser indicador del esfuerzo que realiza el agente son las ventas totales mensuales. Esta variable es observable por el principal, y a su vez es la que se busca maximizar al ser un objetivo fundamental del principal realizar el mayor número de negocios posibles durante el mes maximizando el ingreso mediante su fuerza de ventas.

Teniendo en cuenta los promedios de venta mensual, el número de vendedores y el número de observaciones disponibles se realizaron dos grupos tratando de mantener el numero de observaciones para cada grupo iguales. De esta manera se construye un modelo de Análisis de Varianza con dos niveles de tratamiento. Los niveles corresponden a vendedores que escogen niveles altos y bajos de esfuerzo, escogiendo como la variable observada el promedio mensual de ventas por vendedor.

Nombre	TOTAL	N Obs	PROMEDIOS
X. 1	23.360.000	1	23.360.000,00
X. 2	132.339.054	4	33.084.763,50
X. 3	36.555.000	1	36.555.000,00
X. 4	115.511.859	3	38.503.953,00
X. 5	197.670.424	4	49.417.606,00
X. 6	99.724.631	2	49.862.315,50
X. 7	156.731.602	3	52.243.867,33
X. 8	115.089.000	2	57.544.500,00
BAJOS X. 9	352.706.168	5	70.541.233,60
X. 10	227.607.839	3	75.869.279,67
X. 10	241.706.002	3	80.568.667,33
X. 11	820.022.675	7	117.146.096,43
X. 12	825.980.370	7	117.997.195,71
X. 13	239.355.000	2	119.677.500,00
X. 14	488.845.339	4	122.211.334,75
X. 15	901.199.747	7	128.742.821,00
X. 16	857.849.036	6	142.974.839,33
X. 17	895.637.420	6	149.272.903,33

ALTOS	X. 18	300.092.000	2	150.046.000,00
	X. 19	1.112.341.939	6	185.390.323,17
	X. 20	1.376.378.483	7	196.625.497,57
	X. 21	1.523.863.545	7	217.694.792,14
	X. 22	1.462.227.727	6	243.704.621,17
	X. 23	1.516.770.624	6	252.795.104,00
	X. 24	1.789.155.424	7	255.593.632,00
	X. 25	2.376.911.043	7	339.558.720,43
	X. 26	2.421.619.334	7	345.945.619,14
	X. 27	3.783.219.769	7	540.459.967,00
	X. 28	5.915.089.433	7	845.012.776,14

De esta manera, se puede plantear el siguiente modelo

$$y_{ij} = \mu + t_i + e_{ij},$$

donde y_{ij} : Promedio mensual de ventas del vendedor i del esfuerzo j ,

μ : es la media general de ventas mensuales,

t_i : efecto del tratamiento i ,

e_{ij} : termino de error,

con $i=1,\dots,n$ y $j=\text{Alto, Bajo}$.

De esta manera se encuentra que:

Anova: Single
Factor

SUMMARY

Groups	Count	Sum	Average	Variance
BAJO	70	6,73E+09	96.112.730,94	4,75E+15
ALTO	70	2,39E+10	341.705.352,5	5,98E+16

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Between Groups	2,11E+18	1	2,11105E+18	65,44588	2,75E-13	3,909733
Within Groups	4,45E+18	138	3,22564E+16			
Total	6,56E+18	139				

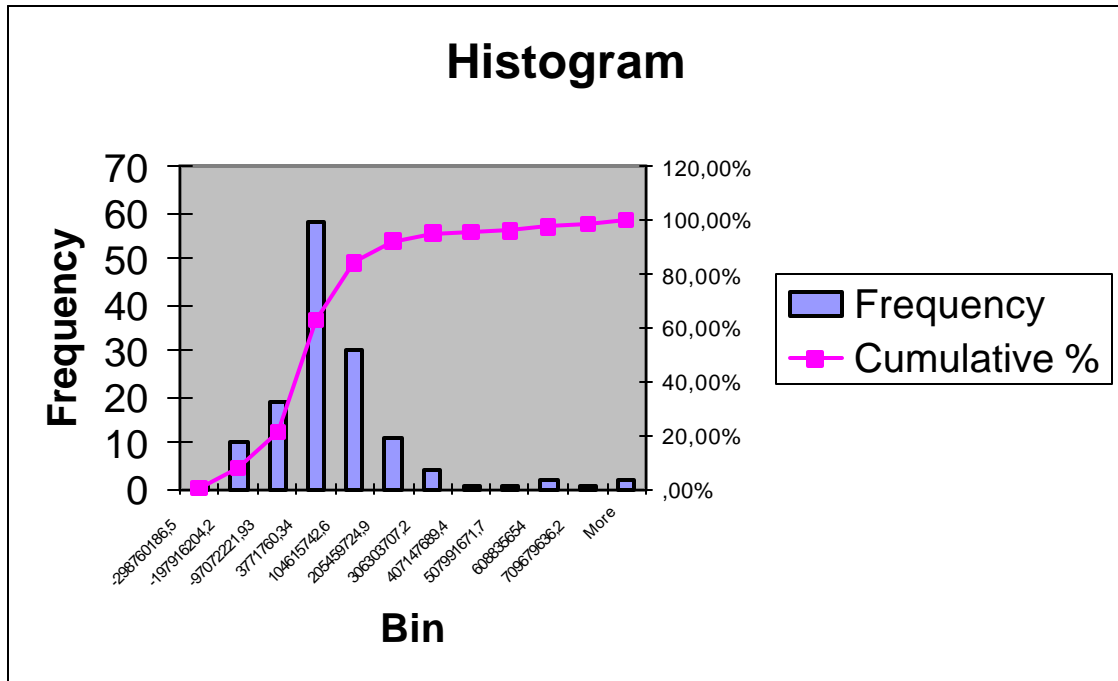
Según este modelo existe una diferencia significativa entre las medias de los grupos, o mejor, que el efecto de los tratamiento es significativamente diferente de 0 dando como resultado una $F_{obs}=65,44588 > 3,909733=F_{critica}$, por lo que hay evidencia para rechazar la hipótesis nula de $\tau_{Alto} = \tau_{Bajo}=0$. La media general de los datos $\mu = 218.909.041,71$ y el tratamiento $\tau_{Alto}=122796310,767702$ y $\tau_{Bajo}=-122796310,767702$.

Que los grupos tengan medias significativamente diferentes no es un resultado tan sorprendente desde que la distribución de los valores de niveles de venta se aproximan a un valor central pero no se distribuyen simétricamente alrededor de este, por lo que cualquier configuración de los grupos manteniendo un número cercano de observaciones, va a revelar una diferencia significativa de medias. Lo importante de este punto es que se logre tener datos suficientes en cada grupo para poder construir las probabilidades y que se cumplan con los supuestos de igualdad de varianza, y normalidad del error. Para la igualdad de varianza se hizo la verificación mediante una prueba F, planteando una hipótesis nula de igualdad de varianzas y una alternativa de diferencia. De esta forma se calculó que:

F-Test Two-Sample for Variances

	<i>BAJO</i>	<i>ALTO</i>
Mean	96112731	3,42E+08
Variance	4,75E+15	5,98E+16
Observations	70	70
Df	69	69
F	0,079519	
P(F<=f) one-tail	0	
F Critical one-tail	0,67114	

Con la $F_{obs}=0,079519 < 0,6711=F_{crítico}$, por los que no hay evidencia suficiente para rechazar hipótesis nula de igualdad de varianzas. Por otro lado se verifica la normalidad de los errores mediante un histograma de frecuencias donde aparentemente no parece haber problemas con este supuesto



5.2 DETERMINACIÓN DE PROBABILIDADES ASOCIADAS A POSIBLES RESULTADOS DADO EL NIVEL DE ESFUERZO

Ya teniendo clasificados a los vendedores en dos grupos, se pueden construir las probabilidades asociadas a los resultados dados el nivel de esfuerzo del vendedor. Nos encontramos ante una serie de datos discreto, donde la aproximación que simplifica el problema sobre la construcción de una función de probabilidad de los niveles de venta mensuales por vendedor será mediante el uso de frecuencias observadas.

Sin embargo se tiene un gran número finito de valores en los niveles de ventas, por lo que una aproximación de este es el uso de intervalos. Por lo tanto se contarán las frecuencias de los datos a partir del número de observaciones de la variable pertenecientes a cada uno de los rangos y se dividirá por el total de observaciones dado el nivel de esfuerzo.

De esta forma se escogieron intervalos de una amplitud que lograra dar una forma funcional continua y sin cambios bruscos entre intervalos adyacentes. Es así como se calcularon los siguientes valores:

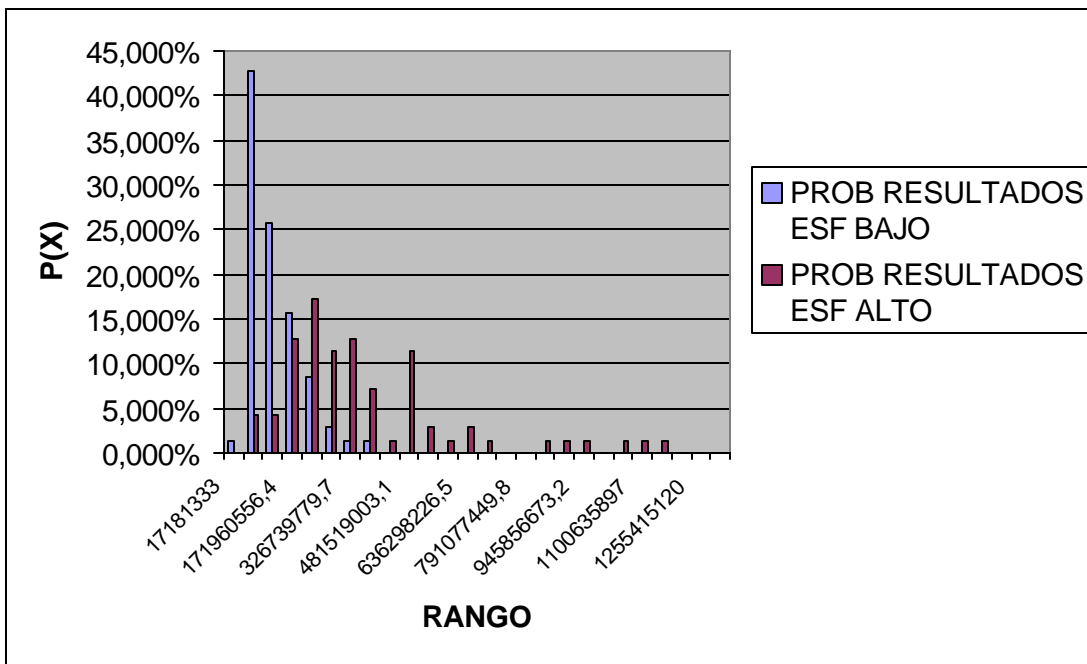
P(Xi dado e Bajo)

<i>Bin</i>	<i>Frecuency</i>	<i>Cumulative %</i>	<i>PROB</i>
17181333	1	1,43%	1,429%
68774407	30	44,29%	42,857%
1,2E+08	18	70,00%	25,714%
1,72E+08	11	85,71%	15,714%
2,24E+08	6	94,29%	8,571%
2,75E+08	2	97,14%	2,857%
3,27E+08	1	98,57%	1,429%
3,78E+08	1	100,00%	1,429%
4,3E+08	0	100,00%	0,000%
4,82E+08	0	100,00%	0,000%
5,33E+08	0	100,00%	0,000%
5,85E+08	0	100,00%	0,000%
6,36E+08	0	100,00%	0,000%
6,88E+08	0	100,00%	0,000%
7,39E+08	0	100,00%	0,000%
7,91E+08	0	100,00%	0,000%
8,43E+08	0	100,00%	0,000%
8,94E+08	0	100,00%	0,000%
9,46E+08	0	100,00%	0,000%
9,97E+08	0	100,00%	0,000%
1,05E+09	0	100,00%	0,000%
1,1E+09	0	100,00%	0,000%
1,15E+09	0	100,00%	0,000%
1,2E+09	0	100,00%	0,000%
1,26E+09	0	100,00%	0,000%
More	0	100,00%	0,000%

P(Xi dado e Alto)

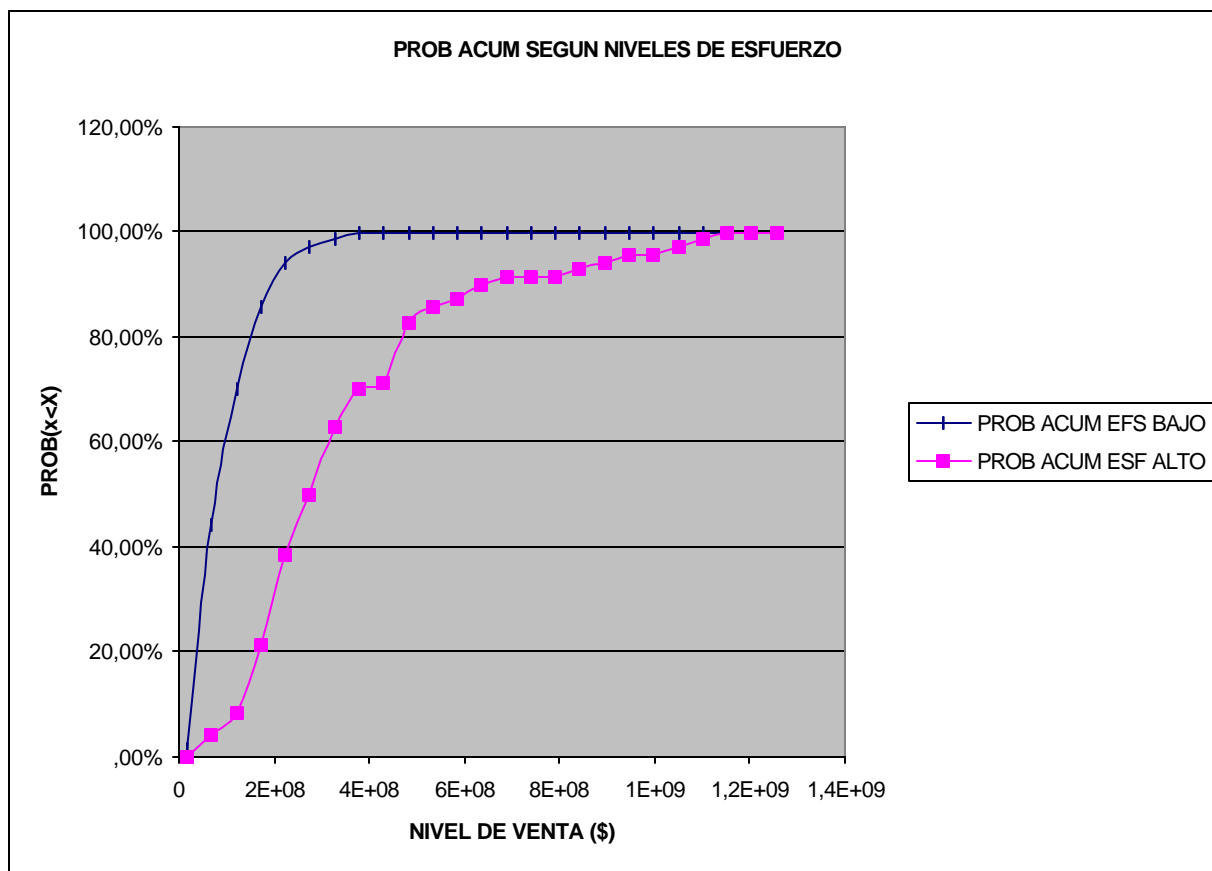
<i>Bin</i>	<i>Frequency</i>	<i>Cumulative %</i>	<i>PROB</i>
17181333	0	,00%	,00%
68774407	3	4,29%	4,29%
120367482	3	8,57%	4,29%
171960556	9	21,43%	12,86%
223553631	12	38,57%	17,14%
275146705	8	50,00%	11,43%
326739780	9	62,86%	12,86%
378332854	5	70,00%	7,14%
429925929	1	71,43%	1,43%
481519003	8	82,86%	11,43%
533112078	2	85,71%	2,86%
584705152	1	87,14%	1,43%
636298226	2	90,00%	2,86%
687891301	1	91,43%	1,43%
739484375	0	91,43%	,00%
791077450	0	91,43%	,00%
842670524	1	92,86%	1,43%
894263599	1	94,29%	1,43%
945856673	1	95,71%	1,43%
997449748	0	95,71%	,00%
1,049E+09	1	97,14%	1,43%
1,101E+09	1	98,57%	1,43%
1,152E+09	1	100,00%	1,43%
1,204E+09	0	100,00%	,00%
1,255E+09	0	100,00%	,00%
More	0	100,00%	,00%

Gráficamente se puede observar que con niveles de esfuerzo menores es más probable obtener resultados bajos y lo opuesto para los altos.

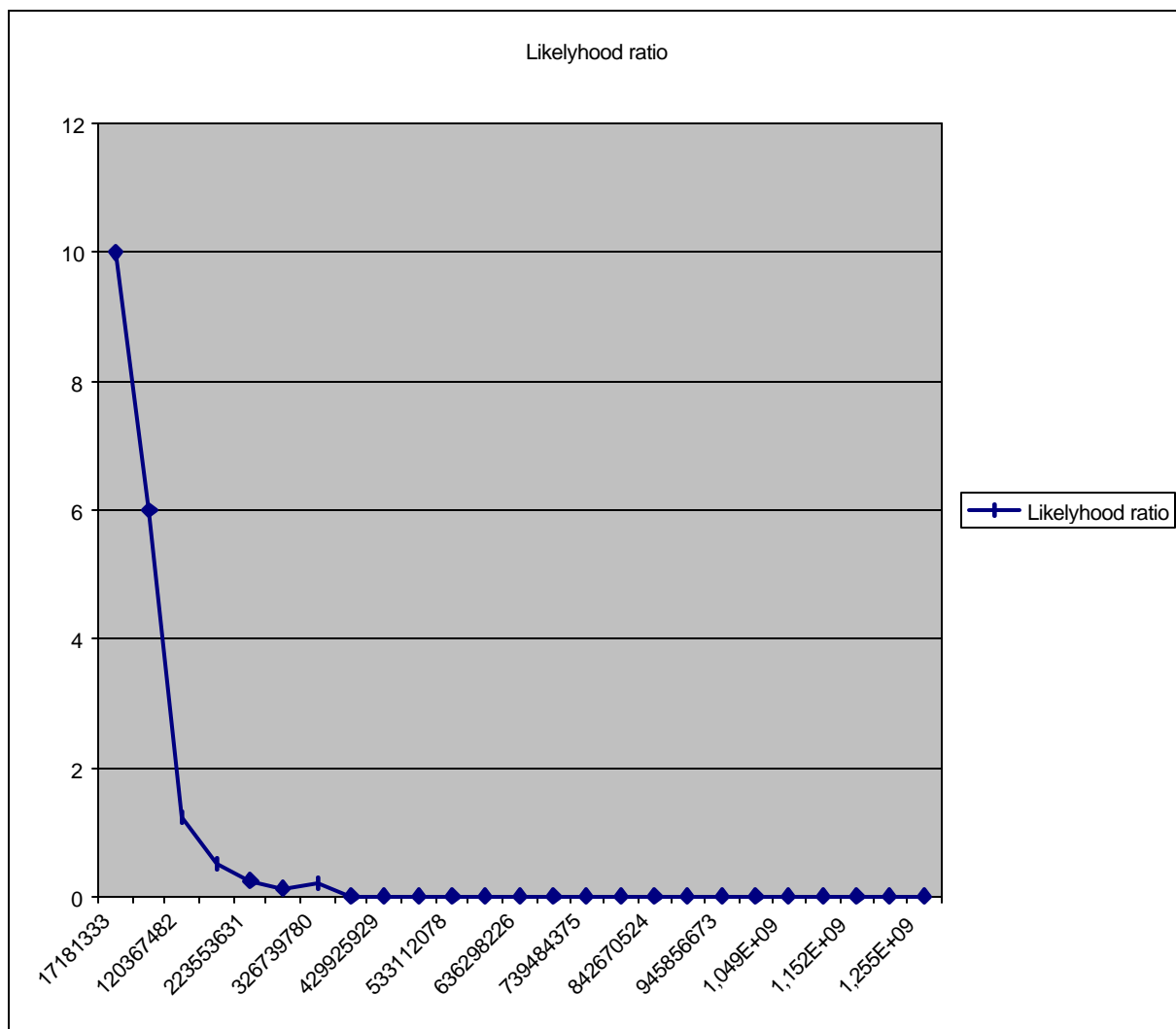


Con esta distribución de probabilidad de los niveles de venta mensuales por vendedor se observa que cualquier resultado sea posible en cualquier nivel específico de esfuerzo pero para la mayoría de los casos ciertos resultados son más propensos a otros según el esfuerzo escogido.

Observando las probabilidades acumuladas, se puede asegurar que se cumple la hipótesis de dominancia estocástica de primer orden.



Con respecto a la propiedad de cociente de probabilidad monótonico, como se había dicho anteriormente, es una condición muy fuerte para este modelo y debe ser demostrada ya que no es suficiente con que se cumpla la hipótesis de dominancia estocástica de primer orden. Acá encontramos el primer inconveniente, donde existe un punto con el que no se cumple la propiedad. Esto se debe a que a pesar que la distribución de los datos de los dos grupos de esfuerzo se comportan muy similar a una normal, en el caso de esfuerzo alto se observan frecuencias que aumentan y disminuyen en los intervalos de valores mayores. En este grupo los vendedores que tienen los promedios más altos tienen varianzas muy amplias que hacen que esto se vea de esta manera, intervalos sin observaciones a la izquierda de intervalos que si las tienen, sin embargo, por ser un solo caso en el que se presenta y a la vez de no tener gran magnitud, no se le prestará mayor atención.



Como se había dicho anteriormente, el salario será mayor a medida que la razón p_i^L / p_i^H sea menor debido a que, a medida que sea más grande el cociente, menor será el lado derecho de la condición (4.4.2.7). Esto indica la precisión con la que el resultado de la variable ventas mensuales por vendedor señala que el nivel de esfuerzo fue e^H y según la gráfica, la pendiente con la que decrece esta razón de probabilidad nos indica que es más fuerte la señal de que el esfuerzo usado fue e^H . En este punto se puede comenzar a sacar conclusiones *a priori* tales como que tendrá que haber una diferencia significativa en el pago de incentivos para resultados altos con respecto a los bajos si se quiere que el agente de su máximo esfuerzo.

5.3 FUNCIONES DE UTILIDAD

Para este problema se asume que el agente es averso al riesgo y el principal es neutral al riesgo.

Un agente averso al riesgo supone una función cóncava, que su forma variará de acuerdo su grado de aversión. Al no tener datos concretos para determinar el grado de aversión al riesgo del agente, se asume una función exponencial de la siguiente manera:

$$u(x) = xe^{(-Kx)}$$

siendo K una constante que determinará el grado de aversión al riesgo a medida que disminuye bajo la condición de que $0 < K < 1$.

Derivando una y dos veces con respecto a x se encuentra

$$u'(x) = e^{(-Kx)} - Kxe^{(-Kx)} \quad \text{y} \quad u''(x) = -2Ke^{(-Kx)} + K^2xe^{(-Kx)}$$

En este punto se debe tener en cuenta la magnitud de x y K ya que esta función es cóncava o convexa según los puntos. Esto se puede ver si se resuelve

$$\begin{aligned} u''(x) &= -2Ke^{(-Kx)} + K^2xe^{(-Kx)} > 0 \\ K^2xe^{(-Kx)} &> 2Ke^{(-Kx)} \\ x &> \frac{2}{K} \end{aligned}$$

De esta forma, se deberá primero correr el modelo asumiendo un agente averso al riesgo, de manera que se puedan ver las magnitudes dentro de las cuales se puede variar K .

Por otro lado también se puede verificar el grado de aversión al riesgo. Siguiendo la definición de aversión al riesgo se hace el cociente

$$r(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)} = \frac{K^2x - 2K}{1 - Kx} > 0,$$

lo que de nuevo muestra que dependiendo de las magnitudes de las variables x y K será la función creciente o decreciente, positiva o negativa, y que dependerá de los mismos rangos de los valores de la variable K de los que se habló arriba.

La parte más importante de la función de utilidad es que además que sea cóncava indicando aversión al riesgo, a medida que se den diferentes valores de K

(teniendo en cuenta lo dicho) se pueda ver los diferentes comportamientos del punto óptimo del problema.

5.4 UTILIDAD DE RESERVA Y DESUTILIDAD DEL AGENTE

La utilidad de reserva \underline{U} y la desutilidad de acuerdo al nivel de esfuerzo entregado por el agente $v(e)$ son parte crucial de las restricciones de compatibilidad de incentivos y participación. Al mismo tiempo son valores con los que no se cuenta con información puntual de cual pueda ser su magnitud o una forma objetiva de estimarlas.

Se entiende por utilidad de reserva las otras alternativas presentadas al agente que corresponden a las alternativas en el mercado que tiene el agente en dado caso de rechazar este trabajo. El único indicio que se tiene sobre este valor en la situación que se está analizando es que si un vendedor en un mes obtiene comisiones por debajo del salario mínimo legal, obtiene como pago este monto. Por lo tanto se puede interpretar como si esta fuera la utilidad de reserva del vendedor. Sin embargo este valor en el problema que se intenta resolver no es de tanta ayuda, ya que posiblemente su escala haga que los valores óptimos de la solución no sean interesantes en el sentido de que revelen información sobre el comportamiento de los puntos óptimos que resuelvan. No hay que perder de vista que en este problema no se busca obtener los valores de las variables en el óptimo sino las propiedades de este que puedan llevar a conclusiones sobre la forma del pago de incentivos.

Por esta razón, para este caso la estimación que se hace de la utilidad de reserva será atada a los valores de la desutilidad del agente dependiendo del nivel de esfuerzo escogido. Esto se hace ya que en la restricción de participación, se encuentran los valores de desutilidad dado un esfuerzo alto y utilidad de reserva sin ponderación alguna. Por lo tanto parece conveniente que al mover el valor de utilidad de reserva, por lo menos el cambio de la desutilidad dado un esfuerzo alto se mueva en la misma escala de valores. Esto no implica que guarden una relación lineal entre ellos, de hecho esto podría hacer perder propiedades al variar los comportamientos ante cambios en los diferentes parámetros estimados del modelo.

Por otro lado, en la restricción de compatibilidad de incentivos se encuentra la diferencia de las desutilidades dado un esfuerzo alto menos la correspondiente a un esfuerzo bajo. Igualmente, estas dos deben encontrarse ligadas de alguna forma para poder variar frente a cambios en los parámetros. Es importante anotar que se parte de dos supuestos importantes en el momento de estimar valores para esta función de desutilidad. El primero es que la función de utilidad es aditivamente separable de la parte que corresponde a desutilidad. El otro corresponde a que la función de desutilidad es no es marginalmente decreciente

con respecto al esfuerzo. Para este problema donde los niveles solo existen dos niveles posibles de esfuerzo, es posible realizar estimaciones que estén de acuerdo con estos supuestos si necesidad de partir de funciones complejas.

Para la estimación de estos tres parámetros, se resuelven en este caso las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} w^{\text{MIN}} &= M \\ U &= u(w^{\text{MIN}}) \\ v(e^{\text{H}}) &= M \cdot q^{\text{H}} \\ v(e^{\text{L}}) &= M \cdot q^{\text{L}} \end{aligned}$$

El valor w^{MIN} corresponde a el valor del salario mínimo equivalente en el nivel de utilidad de reserva del agente, M corresponderá a una constante que variará para mirar el comportamiento del óptimo y que su valor será arbitrario y tendrá en cuenta las magnitudes de las variables del problema. De igual manera q^{H} y q^{L} serán constantes que cumplen con que $q^{\text{H}} > q^{\text{L}}$, que variarán teniendo en cuenta que su diferencia hace parte fundamental de la restricción de compatibilidad de incentivos y q^{H} fijará de igual forma una diferencia con respecto a la utilidad de reserva en la restricción de participación.

5.5 MODELO

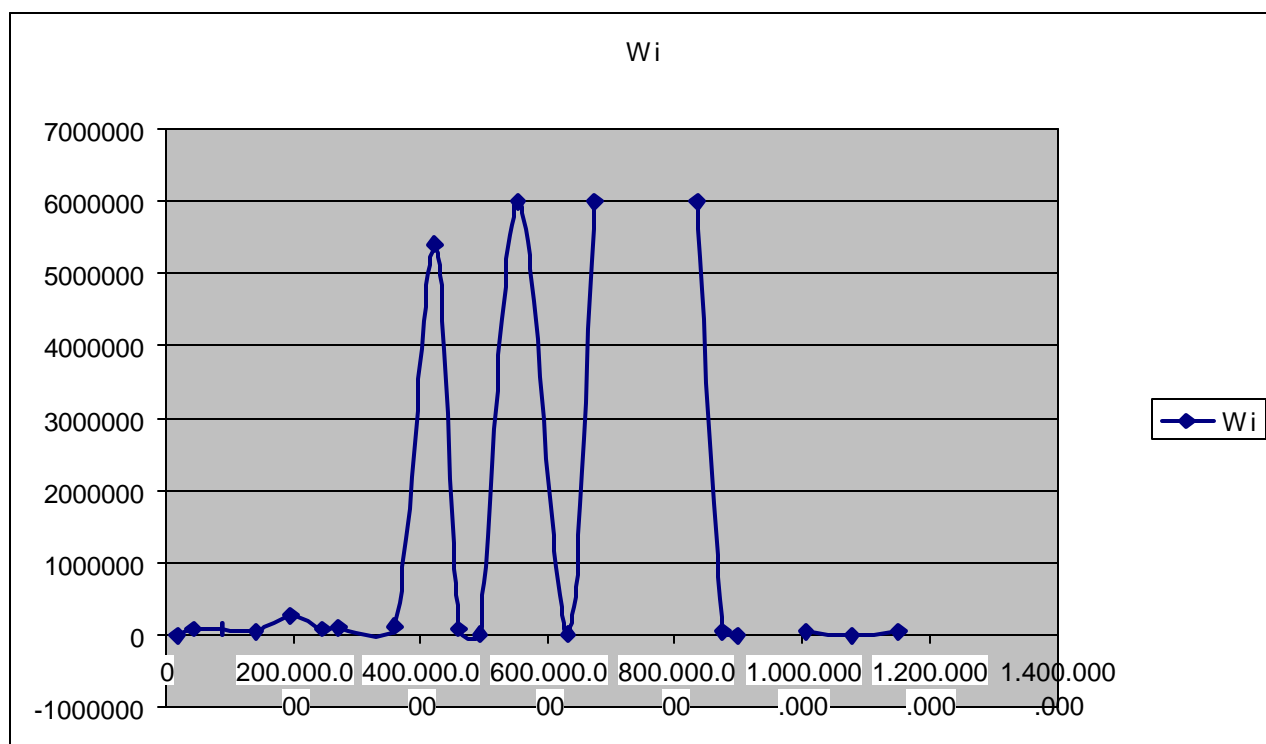
Como primer paso, al tener las probabilidades del modelo calculadas a partir de intervalos, para ser consistente con esto se calcularon los promedios de los datos en esos intervalos para tomarlos como valores x_i . Esto se hizo de esta manera, ya que también observando las gráficas de distribución de los datos, se compensaba de cierta manera la concentración que tienen estos en los intervalos inferiores, ya que tomando los límites de los intervalos se estaría corriendo de cierta forma ligeramente el centro de masa de la función de distribución hacia la derecha.

En este modelo, se toman las restricciones tal cual como las plantea el modelo de riesgo moral para agentes que escogen entre dos niveles de esfuerzo, y las variables serán los valores w_i . De esta forma, se puede obtener valores que comparados con la variable x_i de nivel de venta mensual, se puedan inferir características del contrato óptimo.

El primer modelo con el cual se pretende dar inicio para darse una idea de las magnitudes de los valores que se deben estimar es con el caso en que tanto la función de utilidad del principal y el agente son neutrales al riesgo y perciben los resultados sin transformación alguna. En las primeras iteraciones se consiguieron los siguientes resultados

F.O.	Max	337108740
s.a	Restricción de participación	-9,46748E-07
	Restricción de compatibilidad de incentivos	271338,8659

QH	0,666667
QI	0,333333
M =	200000

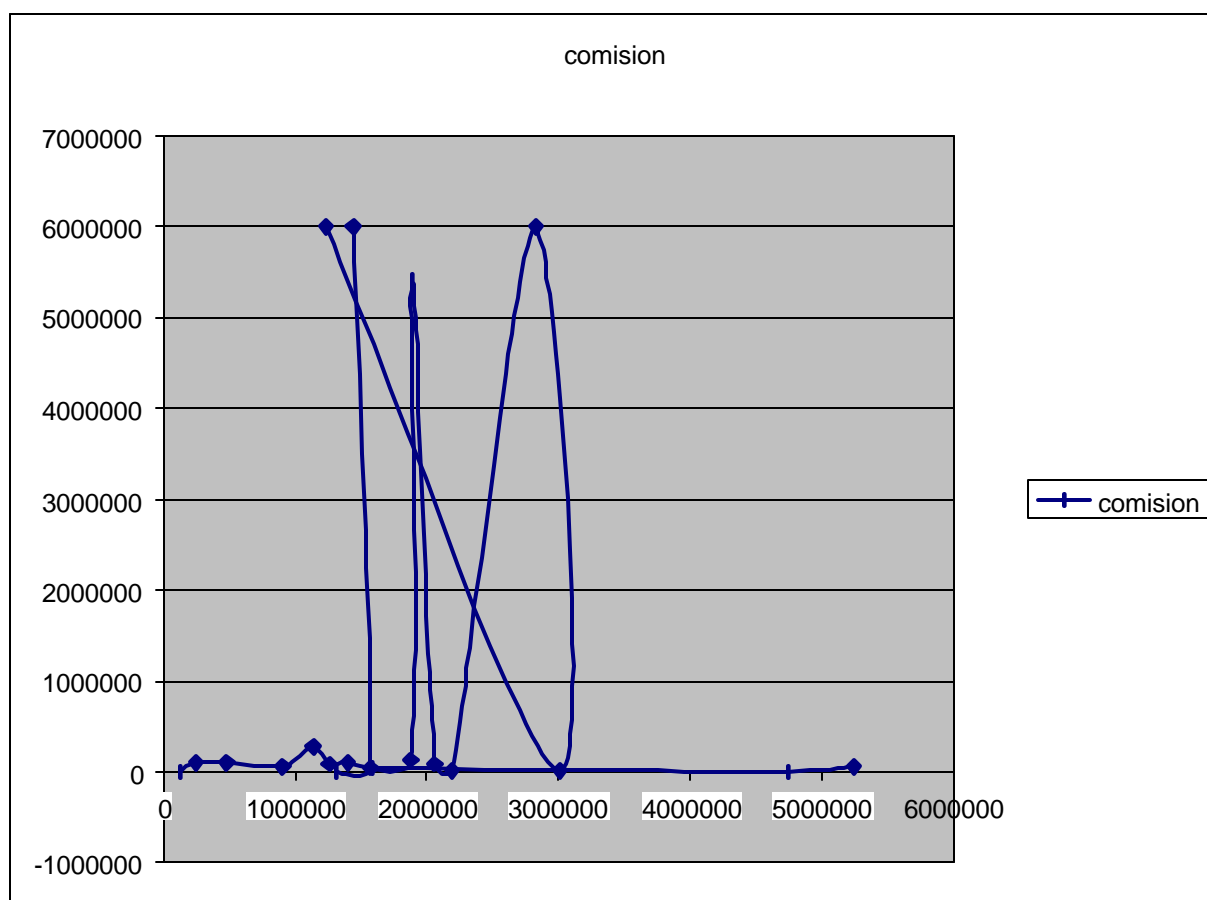


De esta forma se puede observar el comportamiento con las primeras estimaciones. Se encuentra como primer detalle que existen valores de w_i donde se esperaría obtener una función creciente y continua. Esto sucede debido a que en los intervalos más altos existen casos en que se presentan cero observaciones y algunos mayores a este existan observaciones. También es importante resaltar que el algoritmo busca los puntos que maximicen la función objetivo y que en ningún punto se están restringiendo los valores para que se cumpla que la función sea creciente. Por lo pronto lo importante es fijarse en las magnitudes donde se

vean comportamientos que den una señal de la forma optima de incentivos. Otras iteraciones muestran

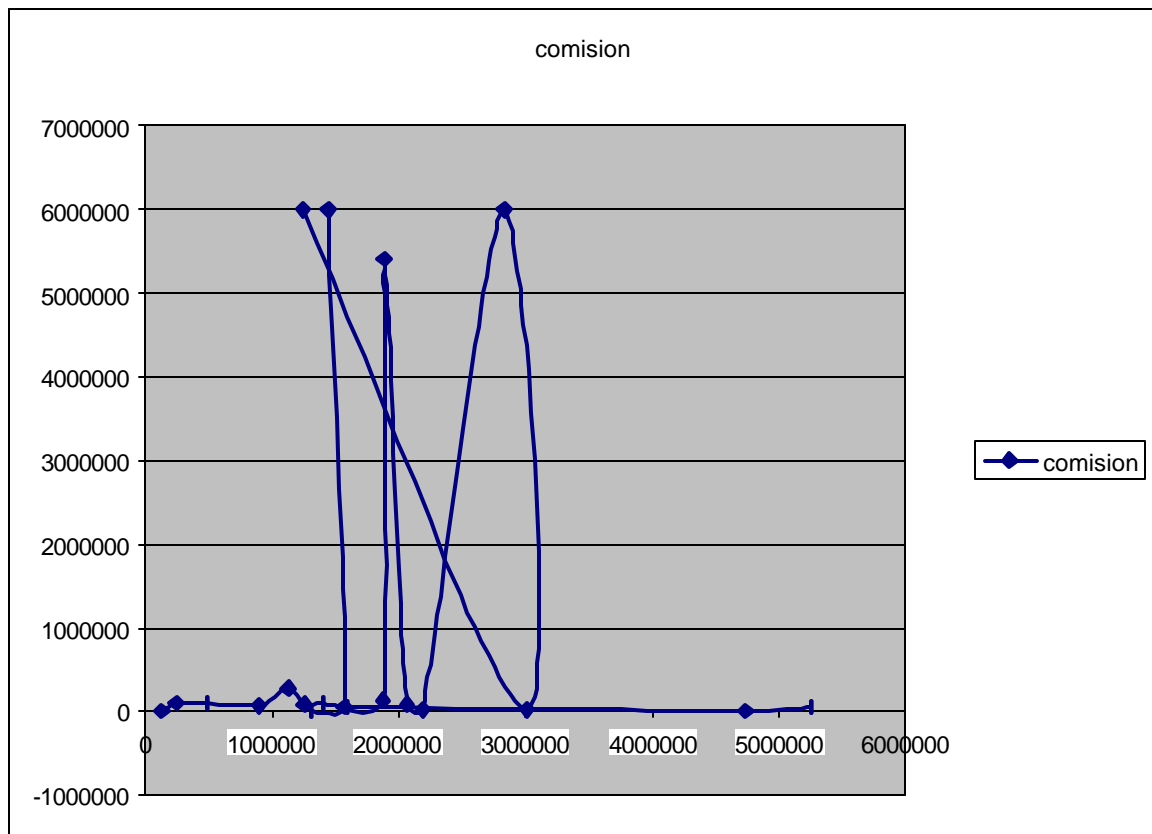
F.O.	Max	3,37E+08
s.a	restricción de participación	-1,4E-08
	restricción de compatibilidad de incentivos	260664,4

qH	2
qL	0,9
M =	309000



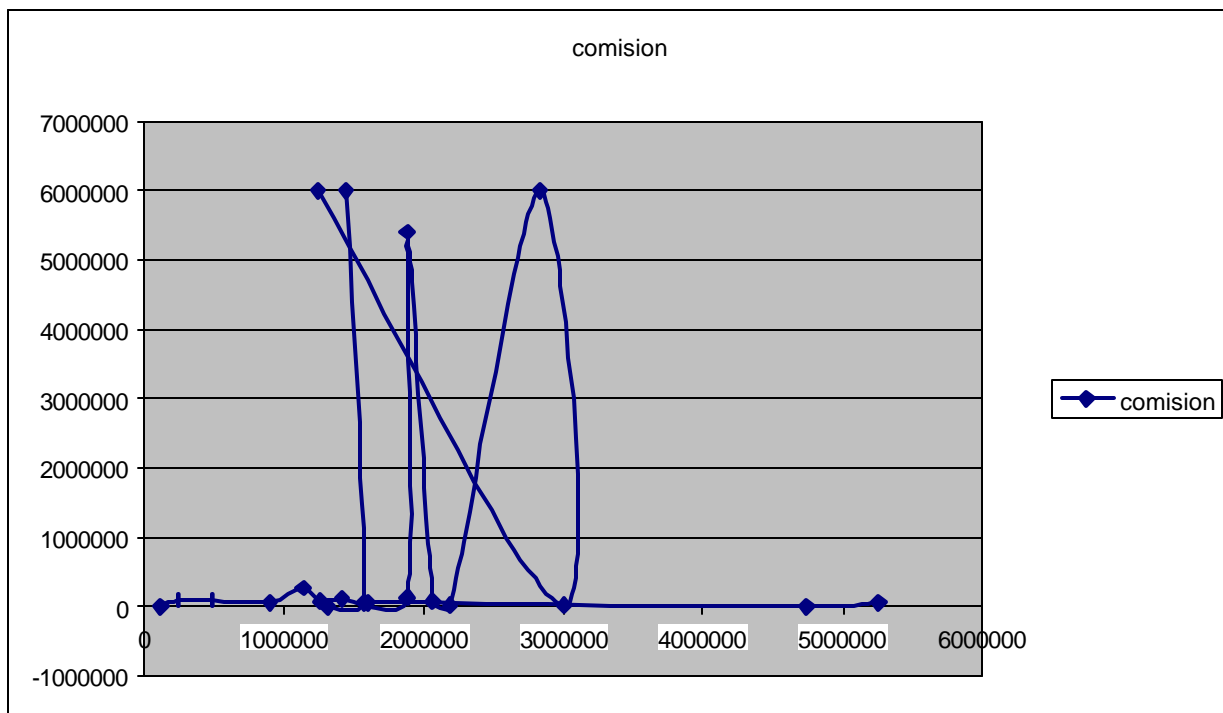
F.O.	Max	3,36E+08
s.a	restricción de participación	-1,4E-08
	restricción de compatibilidad de incentivos	239976,3

qH	3
qL	1,5
M =	309000



F.O.	Max	3,36E+08
s.a	restricción de participación	-1,1E-08
	restricción de compatibilidad de incentivos	538624,7

qH	4
qL	2
M =	309000



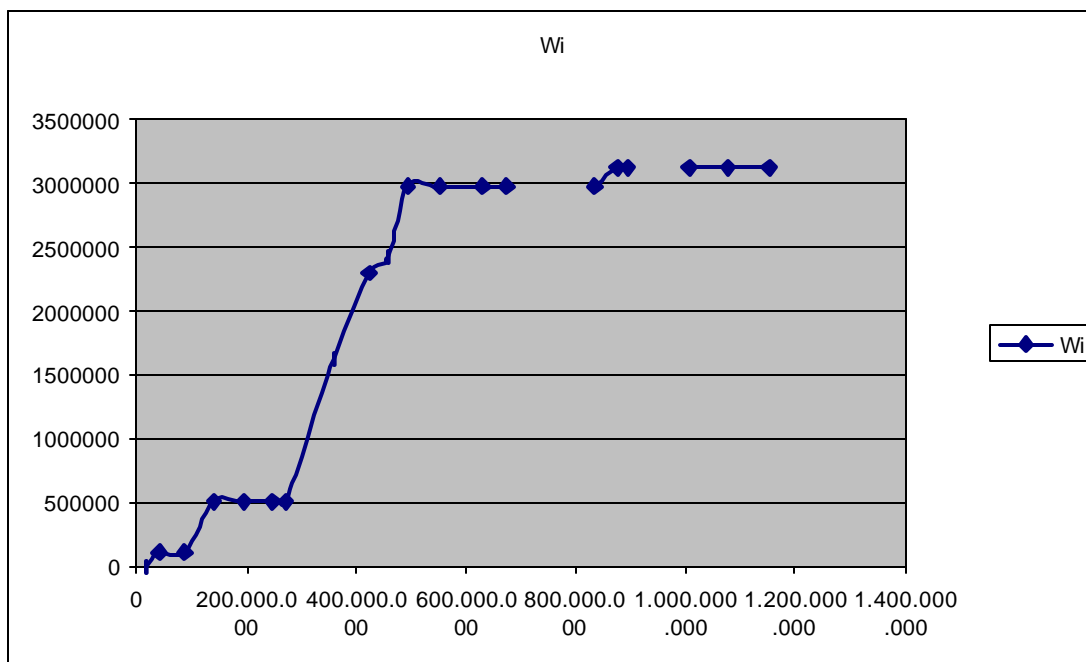
Al cambiar los valores, se siguen teniendo comportamientos no esperados. Lo que se puede rescatar de esta primera aproximación es que se observan dos grupos de incentivos muy bien definidos, los resultados por debajo de los 150 millones

tendrían un castigo, y los que estén por encima tendrían un incentivo y serían estos los deseados.

Añadiéndole restricciones para hacer $w_i < w_j$ para $i < j$ los resultados comienzan a mostrar una función para el pago de incentivos creciente

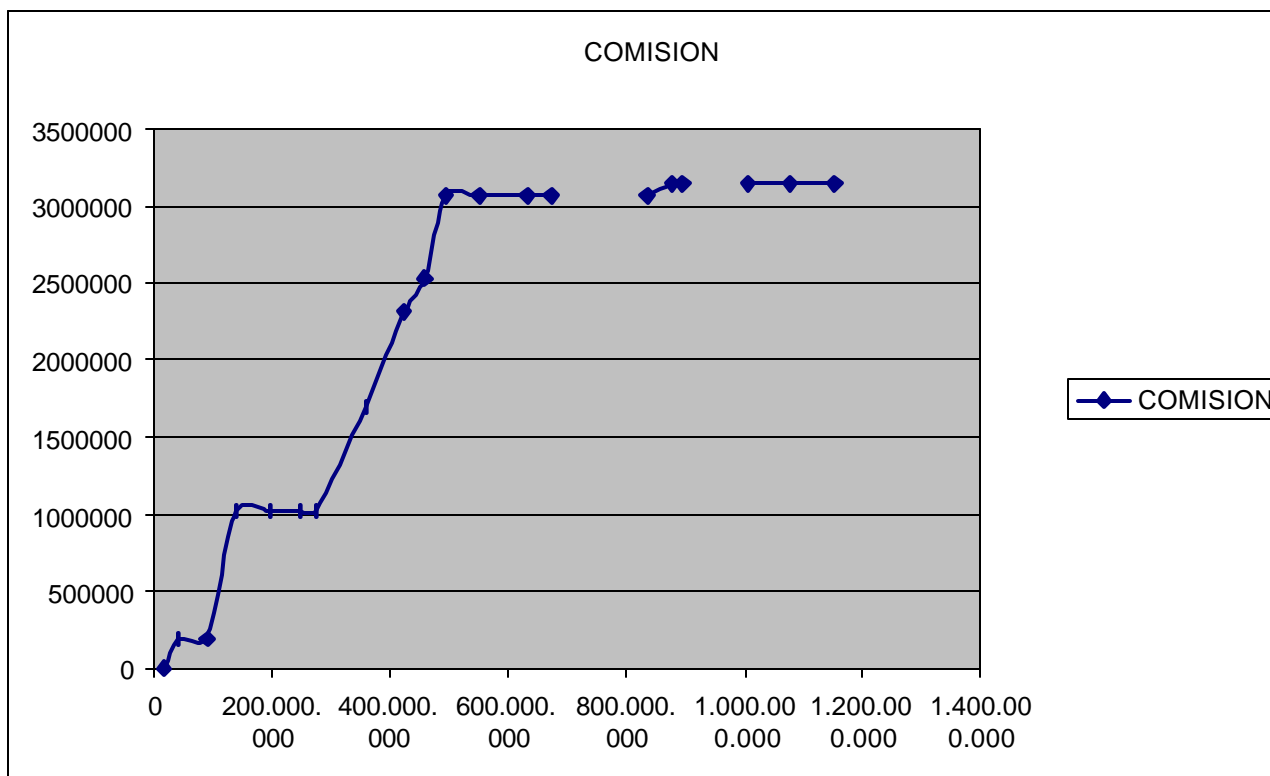
F.O.	max	336315073,3
s.a	restricción de participación	0
	restricción de compatibilidad de incentivos	432579,0628

qH	3
qL	1,2
M =	309000



F.O.	max	336006073,3
s.a	restricción de participación	1,97906E-08
	restricción de compatibilidad de incentivos	479424,1114

qH	4
qL	2
M =	309000

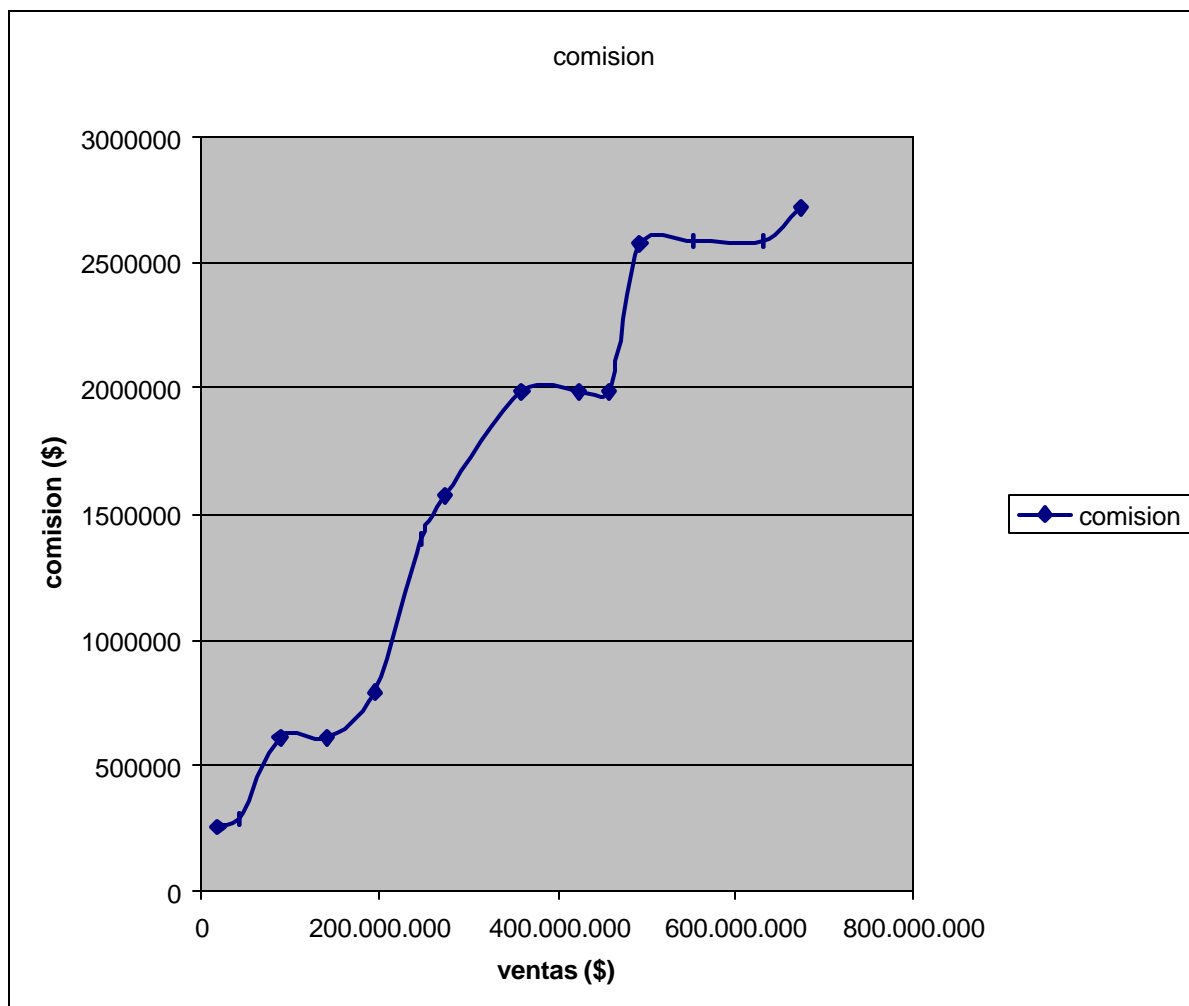


De esta forma se observa que en los puntos de la izquierda de la gráfica la pendiente tiende a ser grande, y en los puntos de la derecha a disminuir. Se podría pensar que esto sugiere un mecanismo en el cual se hagan rangos de resultados y de acuerdo a estos se incluya una parte variable y una parte fija que cambiará según el resultado.

Por otra parte, en la búsqueda de una curva que tenga características más marcadas, se removieron una parte de los datos del modelo para ver el comportamiento. Esto se realiza debido a lo que se daba como explicación atrás del comportamiento de las primeras curvas obtenidas. Los datos a partir del intervalo de 673 millones se quitaron, ya desde allí habían intervalos vacíos y otros que no. Esto se debe a que quienes alcanzan los niveles más altos de ventas no solo presentan una gran variabilidad de sus metas alcanzadas mes a mes sino que están muy distantes de los intermedios del grupo de nivel de esfuerzo alto. Como resultado se observa que se reduce la escala de los resultados y de la misma forma se puede ver mejores las características de la curva. De esta forma se consiguieron los siguientes resultados:

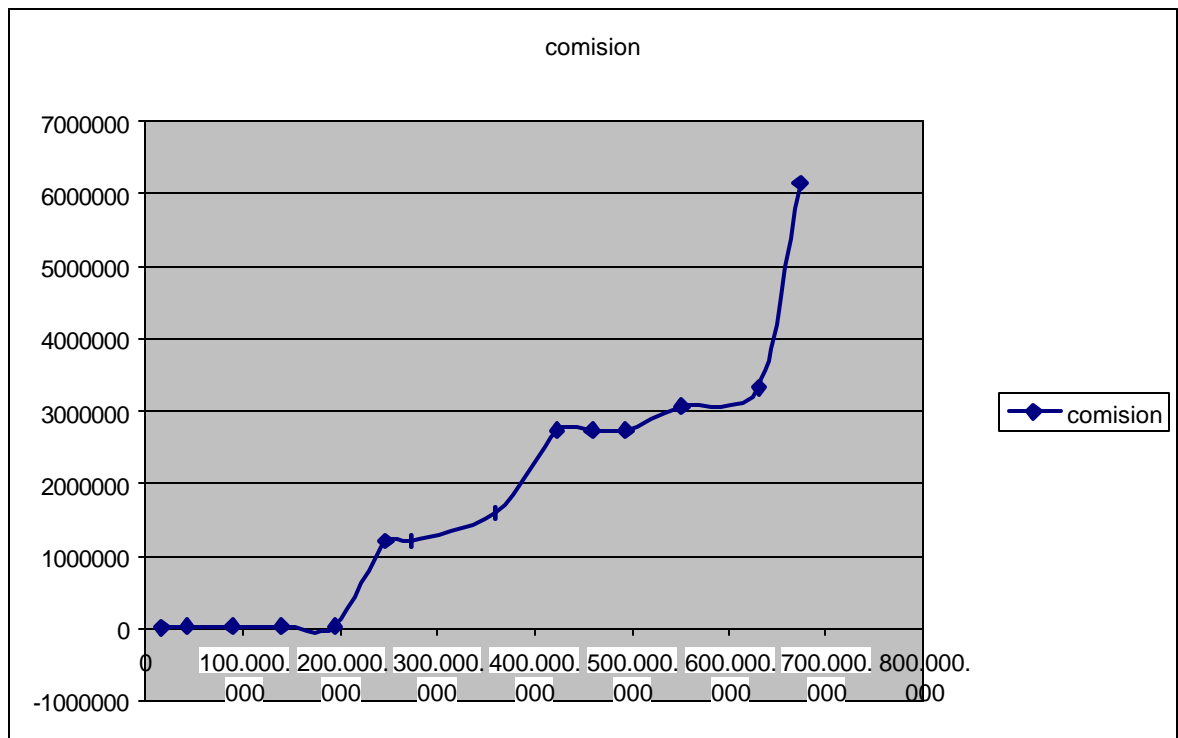
F.O.	Max	252833296,9
s.a	restricción de participación	-6,1328E-07
	restricción de compatibilidad de incentivos	139938,4505

qH	3
qL	1,2
M =	309000



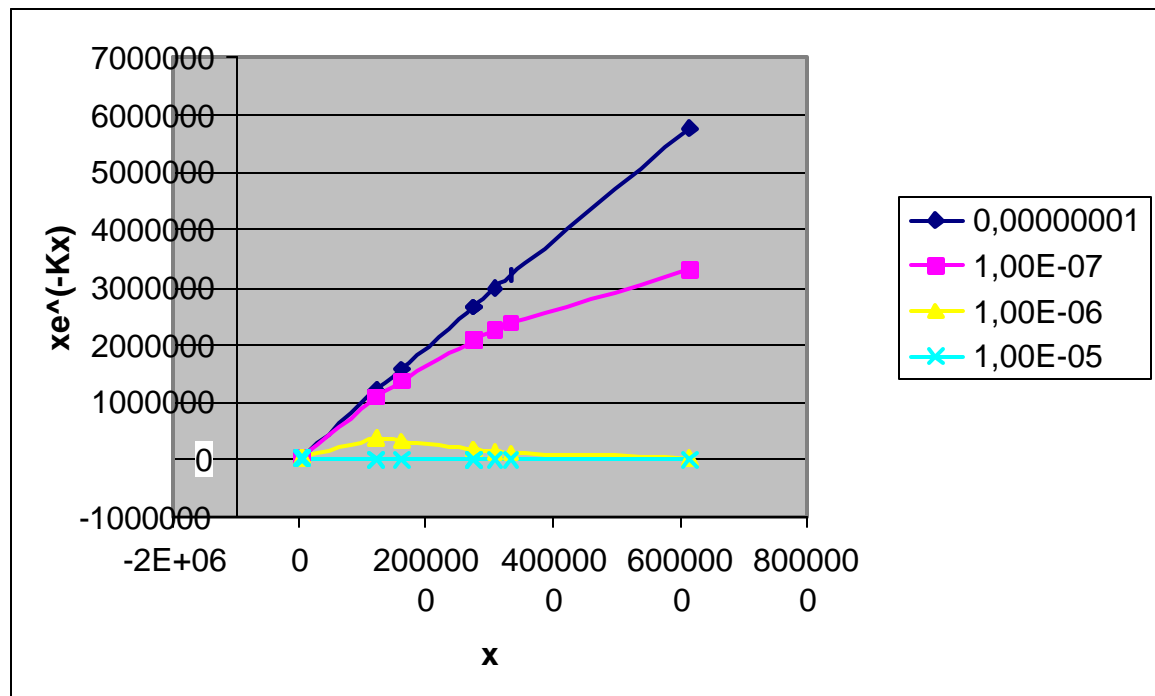
F.O.	max	252987796,9
s.a	restricción de participación	-5,5716E-07
	restricción de compatibilidad de incentivos	514672,8076

QH	2,5
QL	1
M =	309000



Al quitar los datos el comportamiento de la curva se hace más escalonado, mostrando intervalos más marcados para los cuales se debería construir la curva de incentivos.

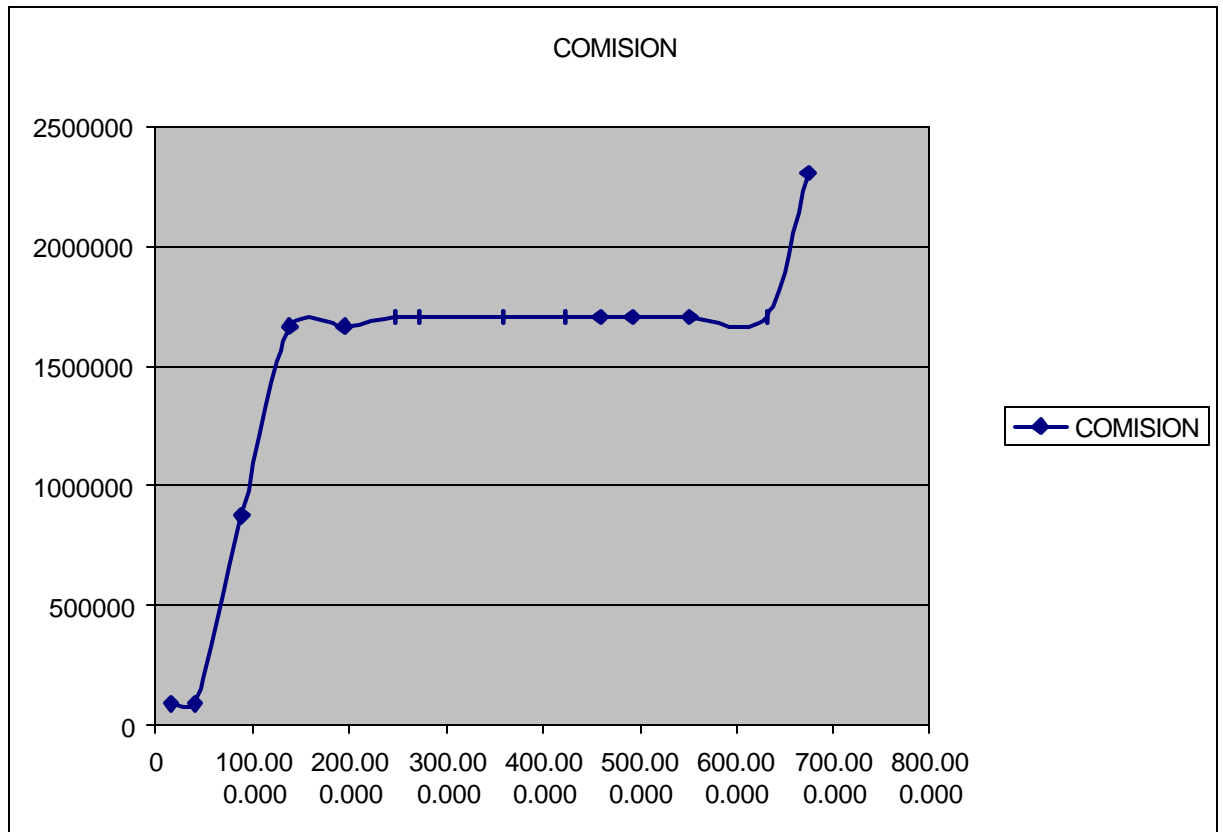
Con ánimo de acercarnos más hacia la realidad, los últimos resultados se hacen incluyendo la función de utilidad del agente al modelo. Como se había explicado, esta función deberá tener un valor K que variará tratando de mirar el comportamiento de la curva ante diferentes situaciones de aversión al riesgo. Variando esta constante en valores entre 10^{-8} y 10^{-7} se puede ir ligeramente dándole concavidad a la función de utilidad del agente, de manera que se pueda basar en las estimaciones de los demás parámetros anteriores para seguir evaluando el modelo.



La idea es que con en los rangos de los datos obtenidos anteriormente de la variable w_i , se verifique que los valores en los que se va iterar la constante K den como resultado valores de la función en su parte cóncava que nos ayude a hacer el análisis en el caso en que el agente es averso al riesgo. Para el caso de aversión al riesgo se encontraron los siguientes comportamientos

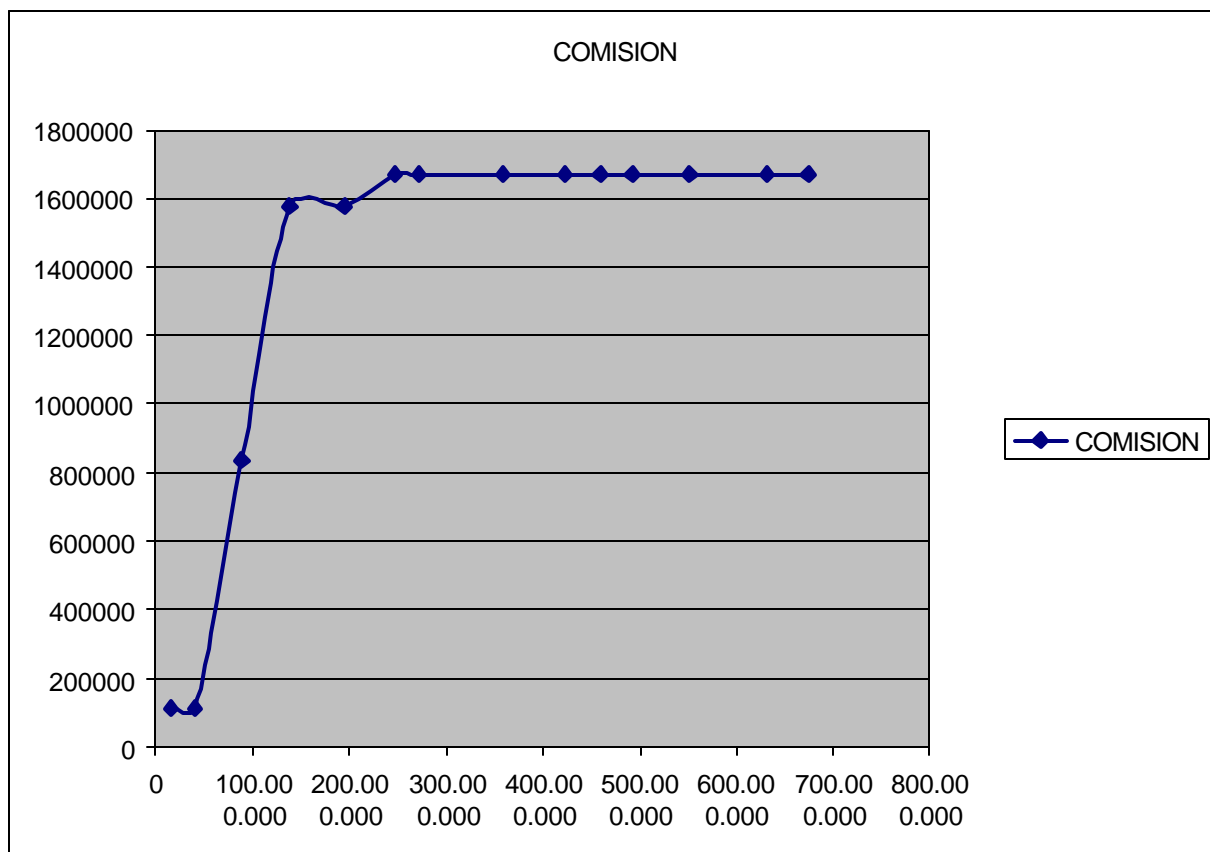
F.O.	max	252618692,7
s.a	restricción de participación	2,22062E-07
	restricción de compatibilidad de incentivos	1,36206E-07

k=	1E-07
qH	3
qL	1,2
M =	309000



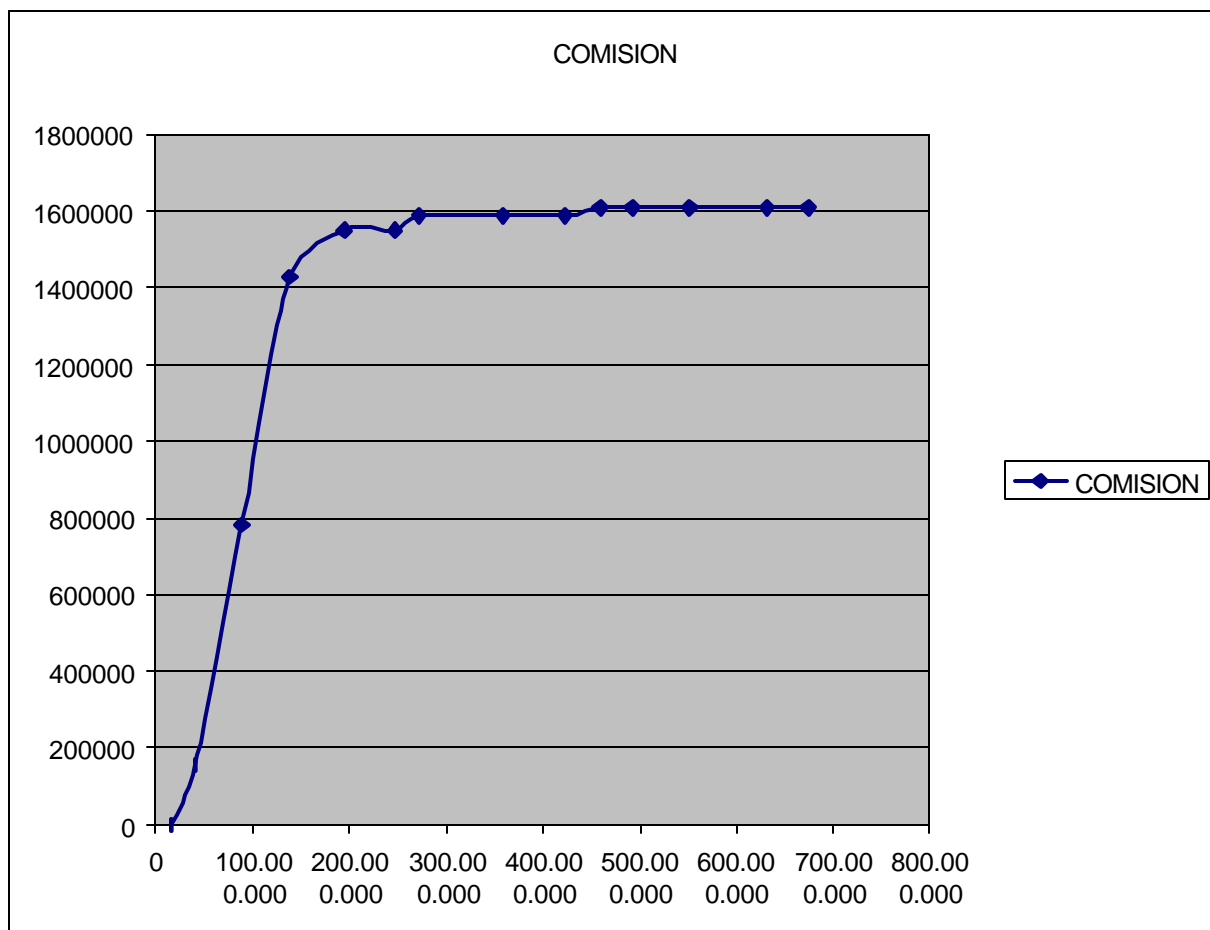
F.O.	max	252671771,1
s.a	restricción de participación	0
	restricción de compatibilidad de incentivos	0

k=	8E-08
QH	3
QL	1,2
M =	309000



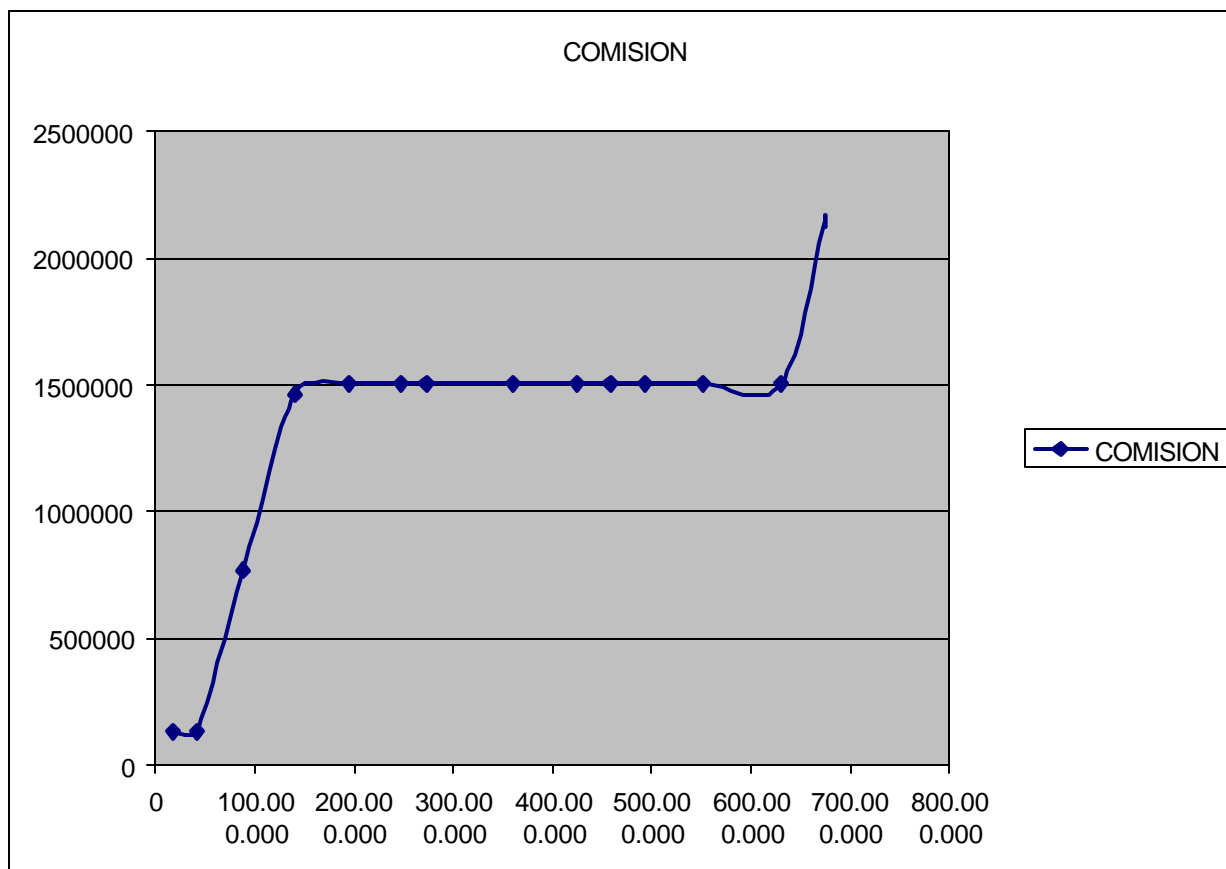
F.O.	max	252740112,3
s.a	restricción de participación	1,80444E-09
	restricción de compatibilidad de incentivos	-1,5949E-08

k=	5E-08
QH	3
QL	1,2
M =	309000



F.O.	max	252779817,1
s.a	restricción de participación	6,8103E-09
	restricción de compatibilidad de incentivos	-7,7998E-09

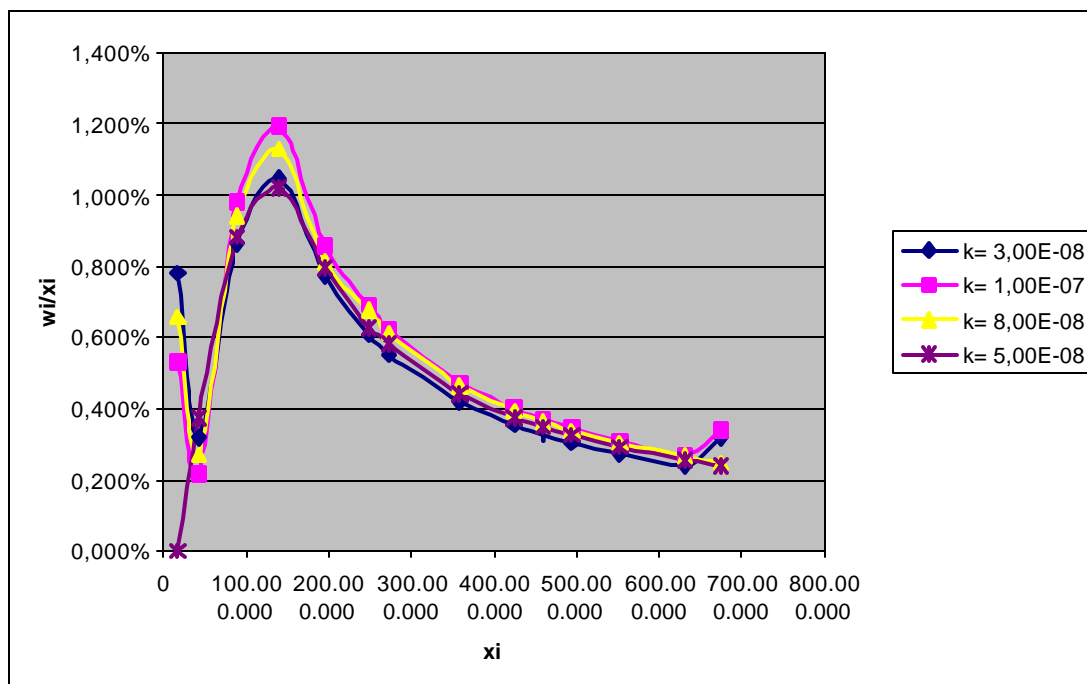
k=	3,00E-08
QH	3
QL	1,2
M =	309000



A pesar que los valores bajo la función de utilidad del agente son muy similares, se encuentran grandes diferencias frente a las encontradas en el caso de neutralidad al riesgo.

La restricción de participación del agente se cumple en igualdad en todos los casos garantizando que el principal paga el mínimo salario aceptado por el agente para aceptar el trato maximizando su función de utilidad.

Como ayuda a ver de manera clara como se comportaría una función variable de incentivos, se puede comparar el salario con respecto al los resultados obtenidos y ver la variación de la proporción entre estos de acuerdo con los valores que arrojo el modelos en este ultimo caso donde la función de salario era más uniforme.



Como se había anotado antes, esto evidencia que a los resultados de esfuerzo bajo que serán los resultados menores, reciban pagos que varíen en gran proporción con el resultado, esto quiere decir que reciban comisiones a partir de un porcentaje de lo que vendan, y que si tiene una parte fija del salario esta sea una componente mínima del salario. Por otro lado, para los niveles considerados como los más altos, el pago será en proporción cada vez menor del resultado, esto típicamente se vería en una curva donde hay una gran componente del salario que es fija y una parte variable que tendrá un porcentaje sobre resultados muy pequeño.

6. CONCLUSIONES DEL ESTUDIO

6.1 Con los resultados obtenidos del planteamiento del modelo se puede presentar una forma general de la función de pago de salario dependiendo del resultado. Esta forma hace que al diseñar la función óptima para los resultados bajos, el salario sea una parte mínima fija y un mayor parte variable frente al nivel de ventas; y que en los altos sea una porción fija mayor y un menor pago variable frente al nivel de ventas. Esto puede hacer que los pagos en los vendedores con las cuotas más altas tengan una menor varianza a través de los periodos, lo que hace que disminuyan su riesgo de ingreso salarial, cosa que se asume benéfica si se piensa que esto les da una mayor seguridad debido a que las variaciones de su salario serán menores mes a mes. La función que se propone es:

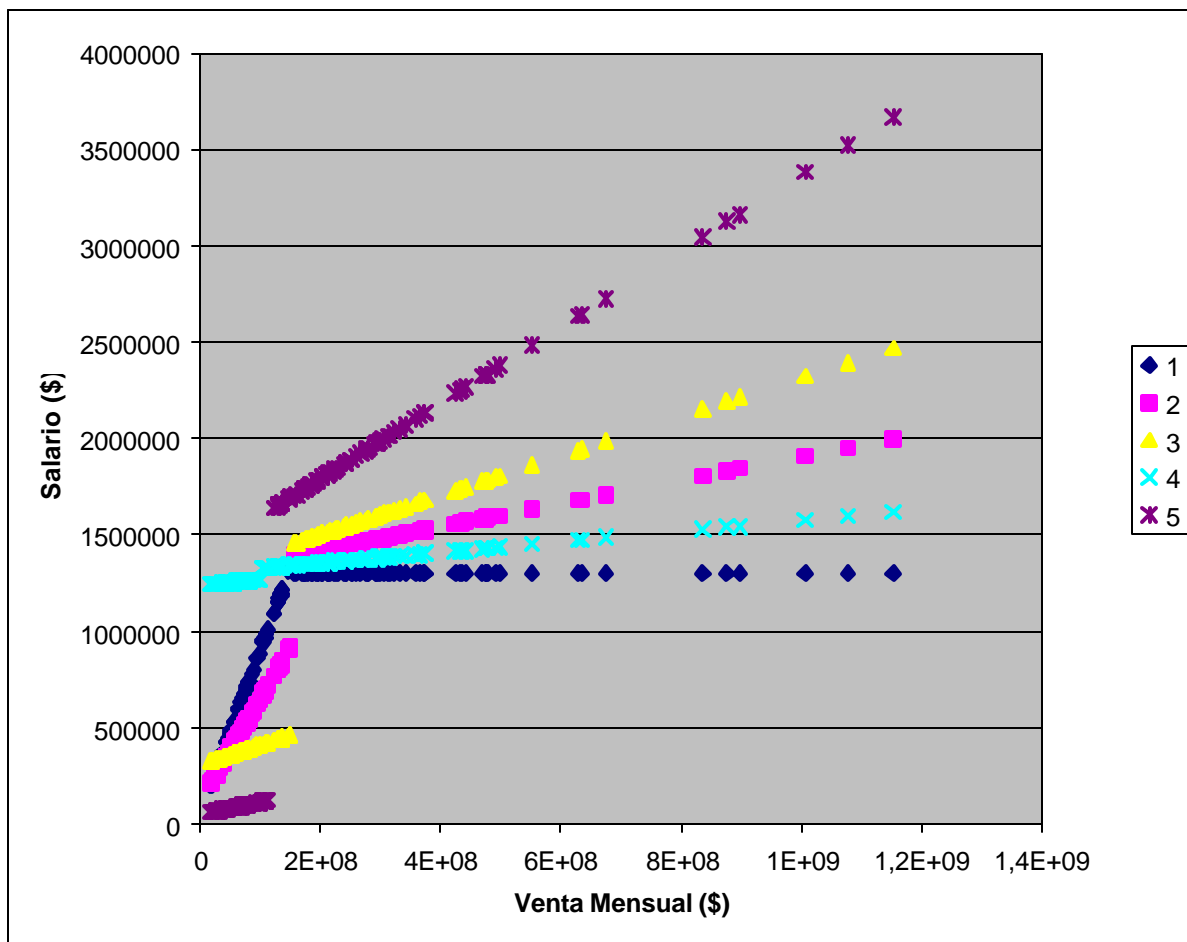
$$w(x) = k_i + r_i * x$$

Donde k_i será una constante siendo la parte fija del salario, r_i será la tasa de comisión, con $i=1,2$ según sea el intervalo del nivel de ventas mensual y x el nivel de ventas obtenido durante el mes. Por los resultados obtenidos, se cree que el mecanismo óptimo de pagos tiene tres intervalos de valores, y también que se cumpla $0 < r_i < 0,00605$ que es el nivel máximo de comisión frente a precio de modelo según la tabla de comisiones del año, $k_i < k_j$. Se espera que $r_i < r_j$ para $i < j$ según resultados obtenidos en el problema con función de aversión al riesgo del agente, sin embargo no es una condición fundamental para valores de baja escala de k_i frente a las comisiones, no se cumpliría que los valores de r_i que hagan que los resultados altos sean premiados y los bajos castigados. Estos intervalos deben ser fijados según las metas de ventas que se tengan trazadas, resultados históricos de ventas y la conformación del departamento de ventas vista como proporción de la fuerza de ventas de esfuerzo alto y de bajo. De todas maneras para darle valores a estos parámetros es necesario no solo que se ajusten, sino también tener la percepción de los agentes sobre estos mismos. Claramente que de estos valores dependerá la influencia que se tenga sobre los agentes para que escojan su nivel de esfuerzo conveniente.

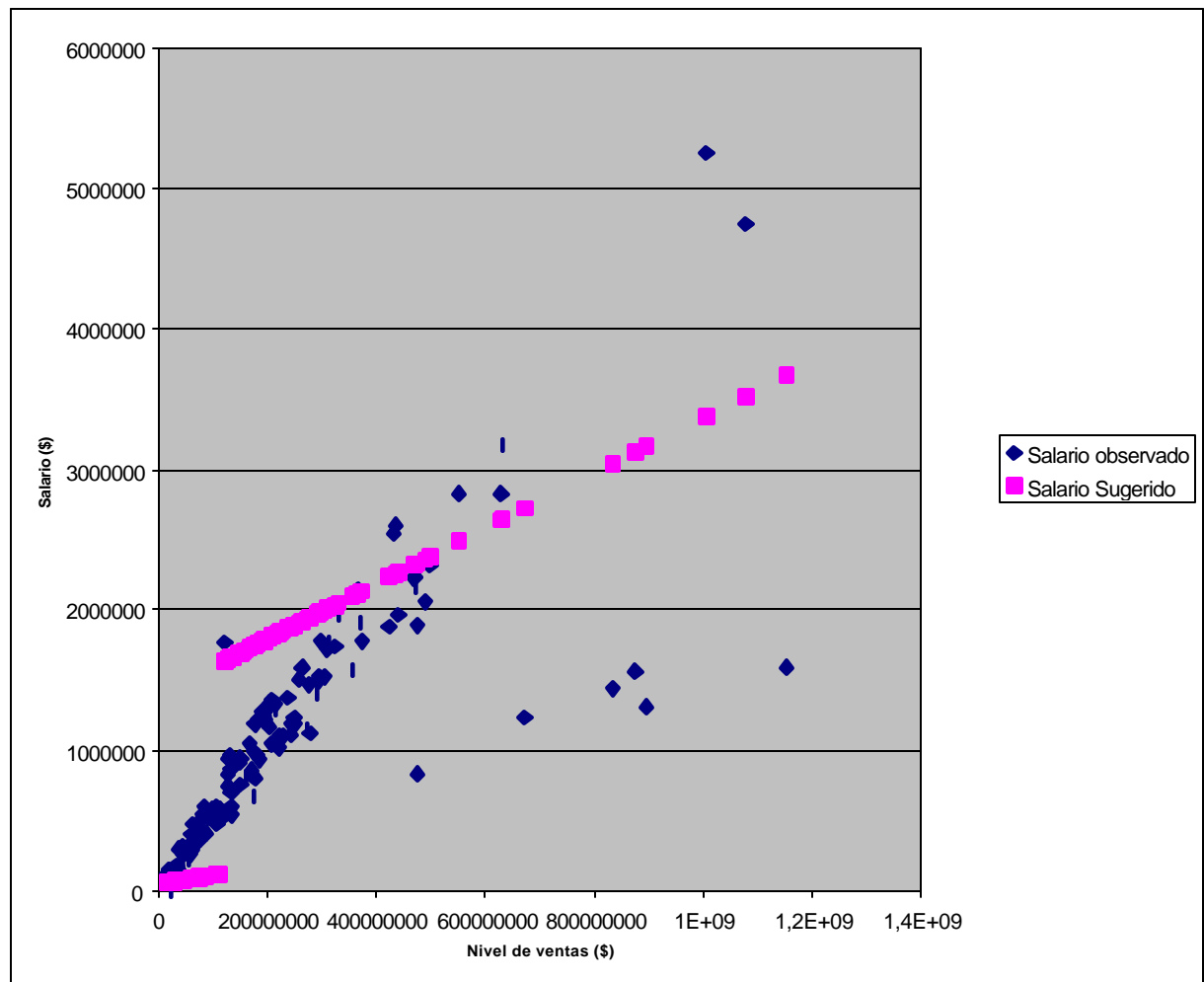
6.2 Se puede hacer una simulación de cómo se verían los salarios, frente a los datos que se utilizaron en el estudio aplicando esta función y mirando que resultados arroja.

	1	2	3	4	5
r1	0,008582	0,005305585	0,001019	0,00027	0,000637
r2	0,00	0,000607158	0,001019	0,00027	0,001971
K1	50000	124000	309000	1240000	50000
K2	949000	949000	949000	949000	189287,2

Lim Sup Int 1	1,5E+08	150000000	1,5E+08	1E+08	1,2E+08
Lim Sup Int 2	4,5E+08	450000000	4,5E+08	4,5E+08	3,5E+08
Sum Total	1,4E+08	142859600	1,43E+08	1,88E+08	1,78E+08
y..	1,43E+08				



Estos valores se hicieron teniendo en cuenta lo que se había pagado en total en comisiones con los mismos datos. Aunque se espera que los resultados de ventas varíen con este nuevo mecanismo de incentivos, es una forma de ver como se comportaría. Para el caso numero 5 se compararon los pagos de comisiones bajo el modelo anterior y bajo el nuevo, lo que se ve de la siguiente forma:



Los puntos en los niveles bajos de ventas de las nuevas comisiones tienden a ir por debajo de los datos originales, y la situación opuesta en los niveles altos, lo que se puede interpretar como que el modelo intentaría castigar los resultados bajos y recompensar los altos, haciendo que la brecha entre salario dado esfuerzo bajo y alto sea amplia. Por esto se trata de determinar como se comportará el agente y si el salario del agente solo depende del resultado es por que es la única forma de influenciar su esfuerzo. De todas formas existen variables no controladas que afectarán el resultado del agente, y que introducirán ruido a la variable que se utiliza como señal del esfuerzo. Esto hace un poco más complejo el análisis, el estado de la economía, las tareas adicionales asignadas al vendedor, la época del año pueden afectar la medición de la variable que se escogió como señal del esfuerzo del vendedor. Para tener datos más confiables sería necesario obtener más datos históricos para reducir el efecto que puedan tener esas variables no controlables frente a las observaciones.

6.3 El problema de Riego moral con información asimétrica implica asumir un costo por esta razón debido a que se espera que este monopolio de la información por parte del agente sea utilizado en su propio beneficio. Sin embargo es por esto que el principal busca mecanismos en los pueda revelar más información sobre el esfuerzo del agente. El interés es el de tener más información y de mejor calidad para poder diseñar mecanismos óptimos que distribuyan el riesgo de una manera óptima. Esto se puede lograr mediante la implementación de mecanismos de control, que finalmente ayudarán a minimizar los costos del contrato. En el caso de Autoniza, la única información encontrada fue la de el número de llamadas atendidas por asesor durante el mes. Analizando estos datos bajo la eficiencia de los vendedores según el número de llamadas por venta que realizan mensualmente, se logró ver que se siguen manteniendo los grupos de vendedores según el esfuerzo con unas pequeñas variaciones lo que nos hace pensar que este tipo de mecanismos son una buena señal sobre el esfuerzo del agente.

NOMBRE VENDEDOR	PROMEDIO		
	LLAMADAS	VENTAS	EFIC
X. 14	123	5	26,888889
X. 15	120,3333333	4,6666667	26,777778
X. 3	86	0,3333333	26
X. 23	135,6666667	6,6666667	25,865741
X. 18	88	4,5	24,535714
X. 19	124,3333333	6	23,154762
X. 16	76,3333333	3,3333333	23,083333
X. 8	76,3333333	2	22,416667
X. 20	97	6	17,428571
X. 17	81,3333333	7,3333333	17,031746
X. 21	105,3333333	6,6666667	16,755952
X. 10	72	2	16,222222
X. 13	59,6666667	2,3333333	16
X. 22	117,3333333	9,3333333	13,138889
X. 26	114,6666667	12	9,8555556
X. 27	136	19,666667	7,2996032
X. 18	185,6666667	29,333333	6,3969551
X. 25	42	6,6666667	6,25
	7	Vendedores con	
6		Esfuerzo Bajo	
8	9	Vendedores con	
		Esfuerzo Alto	

El caso en que vendedores clasificados como de nivel de esfuerzo alto se encuentren con menores eficiencias que unos del nivel bajo se debe a varios factores, unos de los cuales es que hay vendedores que le son asignadas cuentas corporativas, en donde seguramente el número de llamadas tendrán que ser menores frente al número de oportunidades de venta que tengan si se compara con un vendedor que tiene asignado atender en el salón de ventas del concesionario, o hacer recorridos a clientes particulares, donde el tiempo que consumen será alto y dará menos espacio para hacer el trabajo en la sala de ventas.

Aunque no se encontrará una medida de la cual se pueda hacer una estimación del todo acertada del esfuerzo de un vendedor, si se pueden implementar más mecanismos de este estilo, que puedan dar información y a la vez que se puedan incluir los resultados de las variables como contingencias del contrato. La utilidad de estos mecanismos dependerá del grado de información que entreguen sobre los participantes. Estos mecanismos también pueden proveer información que sea verificable y que se pueda incluir en el contrato de manera que hayan más condiciones para mantener la relación. Esto puede ser fijando horas de trabajo requeridas a la semana, entrega de reportes a la gerencia, calidad de los reportes, etc.

6.4 Del modelo de agente principal como tal solo se pueden sacar conclusiones sobre las propiedades del punto óptimo ante variaciones de ciertos parámetros que se estiman a partir de los supuestos, debido a que la información cuantificable es mínima, en este caso solo los niveles de venta y comisiones fundamentalmente. Sin embargo partiendo de las conclusiones y análisis de este modelo, queda la puerta abierta para complementar este estudio recogiendo datos a partir de la implementación de mecanismos de control, y de esta manera construyendo indicadores que den una señal del esfuerzo del vendedor y permitan hacer una mejor estimación del esfuerzo requerido por el principal y de añadir más condiciones al contrato laboral del vendedor.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

MACHO-STADLER, Ines. An Introduction to the Economics of Information: Incentives and Contracts. Ed. Oxford University Press Enero de 1997.

MILGTOM, Roberts; Roberts, John.. The Economics, Organization and Management. Ed. Prentice Hall; 1ra edición. Febrero 10, 1992

MONTGOMERY, Douglas. Design and Analysis of Experiments, 5ta Edición Ed. John Wiley & Sons, Junio 30, 2000

ROSS, Sheldon. A First Course in Probability. Ed. Prentice Hall; 5ta edición. Agosto 18, 1997

SALANIE, Bernard. The Economics of Contracts. Ed. MIT Press; Marzo 15, 1997