

**SIMULACIÓN DE MICROCAVIDADES ÓPTICAS  
USANDO FDTD**

**ALFREDO RAMÍREZ MONCADA**

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
PREGRADO INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
BOGOTÁ  
2004**

**SIMULACIÓN DE MICROCAVIDADES ÓPTICAS  
USANDO FDTD**

**ALFREDO RAMÍREZ MONCADA**

**Trabajo de Grado para optar al título de  
Ingeniero Electrónico**

**Asesor  
Ph.D NÉSTOR M PEÑA T**

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
PREGRADO INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
BOGOTÁ**

ENERO 2004

## TABLA DE CONTENIDO

<i>Introducción</i>	1
1. <i>Microcavidades Ópticas</i>	- 2 -
1.1. <i>Microcavidades Ópticas con Materias de Alto Contraste</i>	- 3 -
1.2. <i>Microcavidades Ópticas Fotónicas</i>	- 4 -
2. <i>Método FDTD</i>	- 6 -
2.1. <i>Formulación del Método FDTD</i>	- 6 -
2.2. <i>Criterio de Estabilidad</i>	- 10 -
2.3. <i>Implementación del Método FDTD-2D</i>	- 10 -
2.4. <i>Condiciones de Frontera</i>	- 11 -
2.4.1. <i>Interfaz entre diferentes medios</i>	- 11 -
2.4.2. <i>Pared Eléctrica (PEC)</i>	- 12 -
2.4.3. <i>Pared Magnética (PMC)</i>	- 13 -
2.5. <i>Fronteras Absorbentes</i>	- 13 -
2.6. <i>Validación del Método</i>	- 16 -
3. <i>Características del Simulador</i>	- 18 -
4. <i>Simulaciones de Microcavidades Ópticas</i>	- 22 -
4.1. <i>Simulaciones de Guías de Onda</i>	- 23 -
4.2. <i>Guía de Onda Curva 90°</i>	- 24 -
4.3. <i>Guía de Onda Curva 90° con Resonador Cuadrado</i>	- 26 -
4.4. <i>Guía de Onda Cuerva 90° con Resonador Manolatos</i>	- 28 -
4.5. <i>Acople T</i>	- 30 -
4.6. <i>Acople T con Resonador Manolatos</i>	- 31 -
4.7. <i>Simulación Resonador Tipo Aro</i>	- 33 -
5. <i>Conclusiones</i>	- 37 -
6. <i>Bibliografía</i>	- 39 -
ANEXO A	- 40 -
ANEXO B	- 43 -
ANEXO C	- 45 -
ANEXO D	- 47 -

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – 1 Tendencia a la utilización de Microcavidades Ópticas _____	- 3 -
Figura 1 – 2 Microcavidades Ópticas basadas en materiales de alto Contraste (Resonador Tipo Disco, Micro-Toroide, Fabry Perot) imagen tomado de M. Sigalas [1] _____	- 4 -
Figura 1 – 3 Microcavidades Ópticas Fotónicas (Celda Fotónica, Guía de Onda Fotónica) imagen tomado de M. Sigalas [1] _____	- 4 -
Figura 1 – 4 Cristal Fotónico 3D imagen tomado de M. Sigalas [1] _____	- 5 -
Figura 2 – 1 Discretización Espacial FDTD imagen tomado de S. Sario [6] _____	- 6 -
Figura 2 – 2 Celda Yee imagen tomado de J. Herrera _____	- 7 -
Figura 2 – 3 Actualización de los campos para el siguiente paso de tiempo, es requerido los dos anteriores para actualizar algún campo _____	- 8 -
Figura 2 – 4 a) Cálculo de Hz b) Cálculo de Ex _____	- 9 -
Figura 2 – 5 Celda Yee 2D TMz _____	- 11 -
Figura 2 – 6 Multi-Medio. 4 celdas con parámetros constitutivos diferentes _____	- 12 -
Figura 2 – 7 Frontera PEC _____	- 12 -
Figura 2 – 8 Frontera PMC _____	- 13 -
Figura 2 – 9 Estructura con Fronteras PML, fuente en el centro imagen tomado de S Sario [6] _____	- 14 -
Figura 2 – 10 Perfil parabólico PML _____	- 15 -
Figura 2 – 11 Estructura simulada _____	- 16 -
Figura 2 – 12 Coeficiente de Atenuación PML _____	- 17 -
Las fronteras absorbentes se implementaron con perfil parabólico en dos dimensiones [6]; la atenuación obtenida fue de -80dB con incidencia normal y 7 celdas de PML, suficiente para evitar problemas de distorsión de la señal por reflexiones indeseadas (Figura 2 – 12). El error frecuencial del método fue 0.947%. _____	- 17 -
Para obtener la simulación de cada estructura, estas se analizaron como sistemas resonantes de dos, tres o cuatro puertos (Figura 3 – 1); en cada puerto se observan los parámetros de repartición, explícitamente la potencia transmitida y potencia reflejada. _____	- 19 -
Figura 3 – 1 Modelamiento como sistema de dos puertos A y B _____	- 19 -
Figura 3 – 2 Flujo de Potencia a través de la superficie _____	- 20 -
Figura 3 – 3 Flujo de Potencia discretizado _____	- 20 -
Figura 4 – 1 Guía de Onda Óptica _____	- 22 -
Figura 4 – 2 Modos de Polarización _____	- 22 -
Figura 4 – 3 Pulso de excitación y los modos según la constante de propagación tomado de Taflove [5] _____	- 23 -
Figura 4 – 4 Guía de Onda Curva, observada como sistema de dos puertos donde se supone que no hay reflexión en el puerto B debido a que la fuente está en A _____	- 24 -
Figura 4 – 5 Potencia Reflejada Normalizada de la guía de onda curva 90° contra Longitud de Onda Comparación Resultados Simulaciones C. Manolatu [7] _____	- 25 -
Figura 4 – 6 Potencia Transmitida Guía Curva 90° _____	- 25 -
Figura 4 – 7 Guía de Onda Curva con Resonador cuadrado de lado $A = 0.62 \mu\text{m}$ , observada como sistema de dos puertos _____	- 26 -
Figura 4 – 8 Potencia Reflejada de la guía de onda curva 90° con Resonador _____	- 27 -
Figura 4 – 9 Potencia Transmitida de la guía de onda curva 90° con Resonador _____	- 27 -
Figura 4 – 10 Resonador Manolatu: Microcavidad Óptica con alto desempeño _____	- 28 -

<i>Figura 4 – 11 Potencia Reflejada de la guía de onda curva 90° con Resonador M Se utiliza escala logarítmica por el tamaño tan reducido</i>	- 29 -
<i>Figura 4 – 12 Potencia Transmitida de la guía de onda curva 90°</i>	- 29 -
<i>Figura 4 – 13 Acople T, con la fuente en el puerto A, observando tan solo el puerto B</i>	- 30 -
<i>De igual manera que la guía de onda curva, los acoples &lt;T&gt; (Figura 4 – 13) son muy utilizados en comunicaciones, principalmente para la distribución o combinación de potencia. Al igual que las guías de onda curvas, esta estructura presenta pérdidas de radiación, en especial si la alimentación proviene de la parte inferior donde se asemejaría a las microcavidades ya estudiadas</i>	- 30 -
<i>Figura 4 – 15 Potencia Reflejada del Acople T</i>	- 30 -
<i>Figura 4 – 16 Potencia Transmitida del Acople T</i>	- 31 -
<i>Figura 4 – 17 Acople T con resonador</i>	- 32 -
<i>Figura 4 – 18 Potencia Reflejada del Acople T con resonador M</i>	- 32 -
<i>Figura 4 – 19 Potencia Transmitida del Acople T con resonador M</i>	- 33 -
<i>Figura 4 – 20 Resonador Disco/Aro Tomado de Hagness [8]</i>	- 34 -
<i>Figura 4 – 21 a) Transmisión por la guía inferior fuera de la resonancia del micro-aro. b) Transmisión en resonancia del tipo aro, hay recepción en la guía superior tomado de Hagness [8]</i>	- 34 -
<i>-</i>	
<i>Para calcular el coeficiente de acople se toma la potencia acoplada (P3-Figura 4 – 20) sobre la potencia de entrada (4 – 3) (P1 Figura 4 – 20); en la simulación se hace énfasis en el modo el TM<sub>1</sub> (200 THz) dado que en adelante este se propaga, disminuyendo el acople.</i>	- 35 -
<i>Figura 5 – 22 Coeficiente acople Aro comparado con Hagness [8]</i>	- 35 -
<i>Figura 4 – 23 Acoplamiento en el tiempo tomado de Hagness [8]</i>	- 36 -

## LISTA DE TABLAS

*Tabla 1 Modos de la guía de 0.2um*\_\_\_\_\_ - 22 -

## Resumen

La tendencia actual a utilizar microcavidades ópticas en comunicaciones, motiva la implementación de un simulador electromagnético como instrumento de diseño y análisis. Es por esto, que con base en la discretización de las ecuaciones de Maxwell, a través del método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD-2D) se obtiene un simulador de buen desempeño para estructuras de longitud de onda óptica [nm,  $\mu\text{m}$ ].

En primer lugar, se exponen diferentes simulaciones basadas en materiales de alto contraste, como guías de onda curvas y acoples  $\langle T \rangle$ , y cuyos resultados se analizan a través de los parámetros de repartición de cada estructura. Posteriormente, se analiza la inclusión de micro-resonadores en este tipo de cavidades con el propósito de mejorar el acople de cada estructura. Se considera también la implementación y caracterización del resonador tipo disco/aro, muy utilizado para filtraje, enrutamiento, modulación, y en especial para multiplexación.

## Introducción

Actualmente se ha avanzado mucho en el área de las microcavidades ópticas resonantes, donde se encuentra un alto confinamiento de luz en un reducido volumen utilizando materiales de alto contraste [1], con el propósito de controlar la distribución, la emisión o transmisión de luz. Estas estructuras, también se conocen actualmente como microcavidades *fotónicas integradas* [1][2] debido a su mínimo tamaño y por lo tanto la manipulación directa de *fonones*.

En la actualidad se encuentran gran cantidad de microcavidades ópticas desde fuentes, detectores de luz, acoples, multiplexores, switches, hasta filtros y amplificadores; se incluyen además, los diferentes tipos de guías de onda ópticas de gran importancia para la integración de componentes ópticos en alta densidad [2][4].

La implementación de todas estas estructuras fue posible debido al reciente y alto desarrollo tecnológico en la construcción de *resonadores* o estructuras resonantes [4]; cuyas aplicaciones son tan variadas y admirables como su perfecta geometría y su desempeño. A su vez, el tamaño físico [nm,  $\mu\text{m}$ ] ofrece la posibilidad de insertar varias estructuras multifuncionales en espacios muy reducidos. Aunque ha disminuido el costo en relación con la fabricación microelectrónica, sigue siendo costosa su implementación, razón por la cual, se hace necesario disponer de una herramienta de simulación electromagnética capaz de modelar este tipo de sistemas.

Para la construcción de este simulador, actualmente se encuentran diferentes métodos numéricos tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo. Uno de los más utilizados es el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD-2D) [4] [5] [6], siendo un método robusto que ofrece una alta confiabilidad y precisión ajustable.

La simulación de los parámetros de repartición de una cavidad, además de ser una herramienta informativa, se convierte en una herramienta de diseño vital para estos dispositivos. En este documento se presentan diferentes simulaciones obtenidas, particularmente una guía de onda curva óptica y un acople en <T>, se adopta la utilización de un resonador [7] para cada una de estas y además se examina el resonador tipo disco [4][8]; todos basados en materiales de alto contraste.

Al inicio del artículo propuesto se expondrá la implementación del método FDTD y FDTD-2D, teniendo en cuenta el uso de fronteras absorbentes (PML) para emular el comportamiento de estructuras abiertas sin paredes limitantes, posteriormente se analiza cada estructura considerándola como un sistema de dos puertos presentando sus parámetros de repartición, además se exponen los parámetros usados en su simulación, sus aplicaciones, su descripción geométrica y su análisis de los resultados obtenidos, para finalmente llegar a las conclusiones.



## 1. Microcavidades Ópticas

La aparición de las microcavidades ópticas fue debida a la fabricación de dispositivos cada vez más pequeños, de tal manera que se llegó al orden de la longitud de onda óptica [nm, um], donde se propuso la manipulación de la luz por medio de estos nuevos dispositivos ópticos, reemplazando y perfeccionando aquellos sistemas ya existentes en la óptica convencional.

Así, la Óptica y la Electrónica estuvieron profundamente relacionadas, esto llevó a un rápido crecimiento de nuevas áreas de investigación como la Electro-Óptica --estudio del flujo de la luz (moduladores)--, la Óptica Acústica --estudio de las vibraciones acústicas guiadas con Transductores Piezoeléctricos--, la Opto-Electrónica --estudio de estructuras semiconductoras emisoras de luz (LEDs, Láser[10], Fotodiodos)--, Óptica Cuántica -- estudio de la interacción la luz y la materia-- , entre otras.

Y por lo tanto, fueron creadas deferentes estructuras de alto desempeño con múltiples aplicaciones, aquí se encuentra desde fuentes, detectores, acoples, multiplexores, switches, hasta filtros y amplificadores. La implementación de estructuras cada vez más pequeñas, causó la necesidad de aplicar alta tecnología en su construcción. Actualmente, es necesario poseer una gran precisión debido a que estas estructuras necesitan una alta simetría.

La primera microcavidad óptica construida fue la Fibra Óptica básica, hecha de materiales discretos a mediados de los 60's, en ese momento se comenzaba a desarrollar la construcción de circuitos integrados a base de los primeros transistores en la microelectrónica. Posteriormente, fue desarrolla la guía de Onda plana, construida sobre un mismo plano, dando la posibilidad de muchas formas y variaciones.

Ya en los 80's, surgieron variados circuitos integrados ópticos basados principalmente en el uso de materiales de alto contraste, mientras en la microelectrónica surgía la tecnología VLSI. De los 90's en adelante, fue construida la *celda fotónica* [1][3], y con base en ésta, surgieron nuevos dispositivos mucho más eficientes y pequeños.

Aunque actualmente en la microelectrónica se trabajan estructuras del orden molecular, implicando diseños de tamaño mas reducido, las microcavidades ópticas han presentado un alto desempeño y sus técnicas de fabricación son menos costosas que las microelectrónicas, en su construcción la gran mayoría de estructuras se basan en el Silicio y el Oxido de Silicio que es un material de menor costo.

Con el tiempo, el tamaño de las estructuras ópticas cada vez ha sido más pequeño con relación a la longitud de onda, demostrando siempre un alto desempeño, lo cual no siempre ha ocurrido en las estructuras microelectrónicas, y esto llama el interés notablemente en las comunicaciones, tratamiento de imágenes, diseño de sensores, entre otras.



Figura 1–1 Tendencia a la utilización de Microcavidades Ópticas

Actualmente, estas estructuras se convierten en una nueva alternativa en las comunicaciones alambradas con buenas expectativas, la estructura más utilizada es la guía de onda Óptica, la cual se piensa utilizar más y más en los dispositivos actuales. En la (Figura 1–1) se expone como se planea utilizar las estructuras ópticas en los siguientes 15 años.

Las microcavidades ópticas se pueden clasificar en dos grupos principales, en el primero se consideran las estructuras basadas en materiales de alto contraste y en el segundo las estructuras fotónicas.

### 1.1. Microcavidades Ópticas con Materias de Alto Contraste

Las microcavidades ópticas con materiales de alto contrastes se basan principalmente, en la utilización de dos o más materiales con diferente índice de *reflectividad* ( $\eta$ ), en otras palabras, materiales con permitividades muy diferentes, para la simulaciones obtenidas se tomó un dieléctrico con una permitividad relativa de 10.24 ( $\eta=3.2$ ) rodeado de aire ( $\eta=1$ ).

En este tipo de estructuras encontramos una amplia selección de dispositivos, entre las principales microcavidades están las múltiples clases de guías de onda, vitrales para interconexión de demás dispositivos ópticos.

Junto a las guías de onda, encontramos diferentes tipos de resonadores, la mayoría fundados a partir de los existentes en la óptica clásica, éstos son reconstrucciones hechas con muy buenos resultados, los resonadores más comunes (Figura 1–2) son los resonadores tipo disco, los tipo aro, los micropostes (Fabry Perot), y recientemente para aun mas alta frecuencia las microesferas y los microtoroides. Otra estructura óptica muy

reconocida es el los láser, que además de tener materiales de alto contraste, su construcción se basa en materiales de ganancia media.

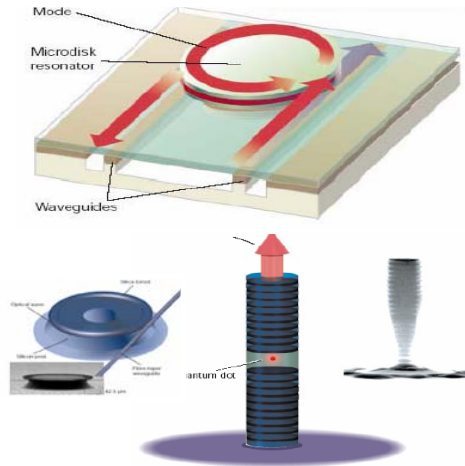


Figura 1–2 Microcavidades Ópticas basadas en materiales de alto Contraste (Resonador Tipo Disco, Micro-Toroide, Fabry Perot) imagen tomada de M. Sigalas [1]

## 1.2. Microcavidades Ópticas Fotónicas

Las microcavidades fotónicas son estructuras más recientes, consisten en la inclusión de huecos en la estructura de materiales de alto contraste (Figura 1–3), estos huecos se utilizan como un sistema de control completo de la luz, utilizando el hecho de trabajar en longitudes de onda óptica, donde con solo variar el diámetro y la periodicidad de los huecos en el sustrato se puede controlar casi totalmente la luz, lo cual ofrece una mejor eficiencia que las otras estructuras [9].

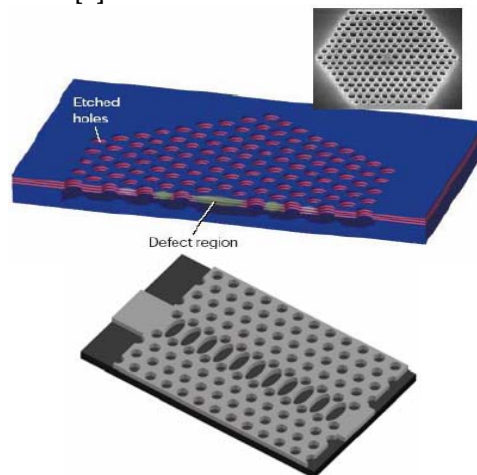


Figura 1–3 Microcavidades Ópticas Fotónicas (Celda Fotónica, Guía de Onda Fotónica) imagen tomada de M. Sigalas [1]

La primera estructura construida fue el cristal Fotónico, estructura hexagonal diseñada para la controlar la emisión de luz, posteriormente la idea de incluir huecos fue utilizada en

múltiples estructuras como en las guías de onda y láser, mejorando el desempeño de éstas considerablemente.

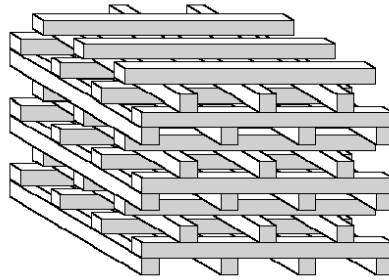


Figura 1–4 Cristal Fotónico 3D imagen tomada de M. Sigalas [1]

Actualmente, se encuentran diferentes modificaciones con el propósito fundamental de facilitar el proceso de fabricación de estas estructuras, se consideran ya no huecos circulares sino rectangulares, se considera también utilizar huecos de diferentes tamaños en la misma estructura, también se utilizan regiones simétricas sin huecos, tanto en 3D como en 2D.

## 2. Método FDTD

Con el propósito de implementar el simulador de microcavidades ópticas se utilizan actualmente diferentes métodos numéricos donde encontramos métodos superficiales como el método de los Momentos; métodos volumétricos como el método de Elementos Finitos (FE), método de las líneas de Transmisión (TLM) o el método de Diferencias Finitas en el dominio del Tiempo (FDTD); también encontramos métodos de rayos como la Óptica Geométrica o la Teoría Geométrica de Difracción (GTD); y por ultimo encontramos método híbridos.

Los más utilizados para simular estructuras ópticas son los métodos de rayos, pero son muy limitados a la forma de la estructura a simular. El método implementado en el simulador es el método FDTD. Este método numérico, como todos los métodos de simulación de sistemas electromagnéticos, requiere en general una representación discreta de la estructura y de las ecuaciones.

El método de las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) es un método que permite simular cualquier tipo de estructuras a cualquier rango de frecuencias, lo que lo convierte en una poderosa herramienta de simulación, tiene como inconveniente su alto costo computacional.

### 2.1. Formulación del Método FDTD

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo fue propuesto en 1966 por Kane Yee [5], su buen desempeño es debido a que discretiza directamente de las ecuaciones de Maxwell-Faraday (2a) y Maxwell-Ampère (2b) en el tiempo y en el espacio.

La discretización espacial de una estructura se hace a través de pequeñas representaciones cúbicas con tamaño ajustable (Figura 2–1), cada representación cúbica es llamada Celda Yee (Figura 2–2 Celda Yee), y cada una guarda la información física del sistema.

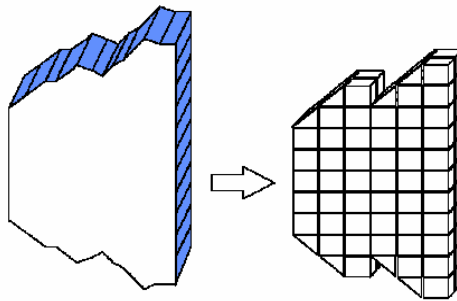


Figura 2–1 Discretización Espacial FDTD imagen tomada de S. Sario [6]

Se almacena el valor de los campos electromagnéticos en el punto o espacio específico que cada celda representa, como también las características eléctricas del material; se da por lo tanto, la posibilidad de trabajar con materiales con pérdidas o sin pérdidas, con permitividades, permeabilidades y conductividades específicas, modelando cualquier tipo de sistema.

Claramente, la discretización espacial a través de celdas, limita considerablemente estructuras con bordes no rectangulares. Sin embargo la precisión ajustable, dada por el tamaño de la celda ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ), permite que entre mas pequeña sea ésta, el comportamiento del sistema va a hacer más aproximado al real, requiriendo mayor número de celdas para simularlo.

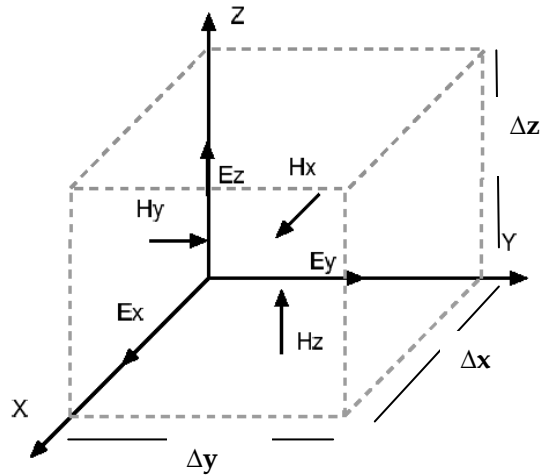


Figura 2-2 Celda Yee imagen tomada de J. Herrera

Es importante resaltar que al discretizar los valores de los tres campos eléctricos y los tres campos magnéticos es necesario utilizar números con una buena aproximación decimal. Por consiguiente, como se desea gran precisión geométrica y buena precisión numérica en la simulación de microcavidades ópticas, el consumo de recursos computacionales es bastante alto.

La discretización temporal consiste en la aproximación de primer orden de las derivadas temporales de los campos eléctricos y magnéticos. Se toma la diferencia finita (1-1,2), donde se toma el valor del campo en el siguiente paso de tiempo menos el valor del campo actual sobre el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{E^{n+1} - E^n}{\Delta t} \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H^{n+1/2} - H^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (2-2)$$

Tanto los campos magnéticos como los campos eléctricos deben ser actualizados para cada paso de tiempo  $\Delta t$ . Por esta razón, basados en las ecuaciones de Maxwell (2-3,4,5,6), la

densidad de corriente de desplazamiento la se calcula a través de la diferencia entre la densidad de corriente total y la densidad de corriente de conducción eléctrica.

$$\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{J} \tag{2-3}$$

$$\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{M} \tag{2-4}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \epsilon \vec{E} = q_{ev} \tag{2-5}$$

$$\vec{\nabla} \cdot u \vec{H} = q_{mv} \tag{2-6}$$

Es decir, el siguiente campo eléctrico ( $E^{n+1}$ ) se calcula tomando el campo eléctrico a ( $E^n$ ), el flujo de los campos magnéticos que circulan a su alrededor ( $\vec{\nabla} \times H^n$ ) y la corriente de conducción ( $J = \sigma E^n$ ). De forma similar se calcula el campo magnético utilizando los campos eléctricos circulantes.

Para deducir el método FDTD, primero se aplica (2-1,2) a (2-3,4,5,6) y se considera un sistema homogéneo (corrientes de conducción cero) (2-7,8). El tratamiento de las cargas no es explícito en el método FDTD, por lo tanto no se consideran las otras dos ecuaciones de Maxwell (1-5,6).

$$\vec{E}^{n+1} = \vec{E}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} (\vec{\nabla} \times \vec{H}^n) \tag{2-7}$$

$$\vec{H}^{n+1/2} = \vec{H}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{u} (\vec{\nabla} \times \vec{E}^n) \tag{2-8}$$

Debido a que cada intervalo de tiempo, se deben actualizar los campos eléctricos y los campos magnéticos, y unos dependen de los otros, es necesario calcular, en el mismo intervalo de tiempo, primero los campos Eléctricos, y luego, los campos Magnéticos (Figura 2-3). Por esta razón los campos son a almacenados utilizando un esquema de diferencias centrales en la celda Yee.

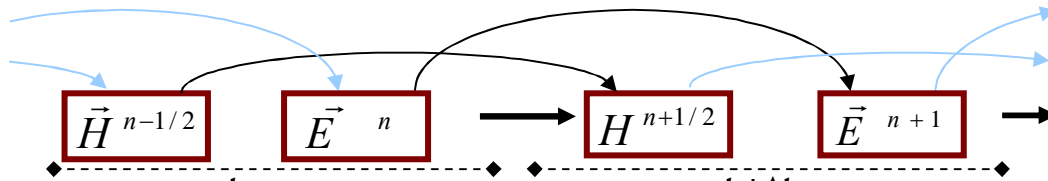


Figura 2-3 Actualización de los campos para el siguiente paso de tiempo, es requerido los dos anteriores para actualizar algún campo

Si se desea actualizar el sistema en el siguiente paso de tiempo  $t + \Delta t$ , primero se calcula el campo magnético  $H^{n+1/2}$  con base a los valores dados  $E^n$  y  $H^{n-1/2}$  en  $t$ , y posteriormente, se

calcula  $E^{n+1}$  con base a  $E^n$  y  $H^{n+1/2}$ . Es necesario calcular primero el campo magnético en todas las celdas, y luego el campo eléctrico.

Finalmente, para discretizar el flujo campo magnético que circula alrededor de un campo eléctrico en una celda, al igual que el campo eléctrico que circula alrededor de cada campo magnético, además de utilizar los campos almacenados en la celda, es necesario tomar los campos almacenados en las celdas vecinas.

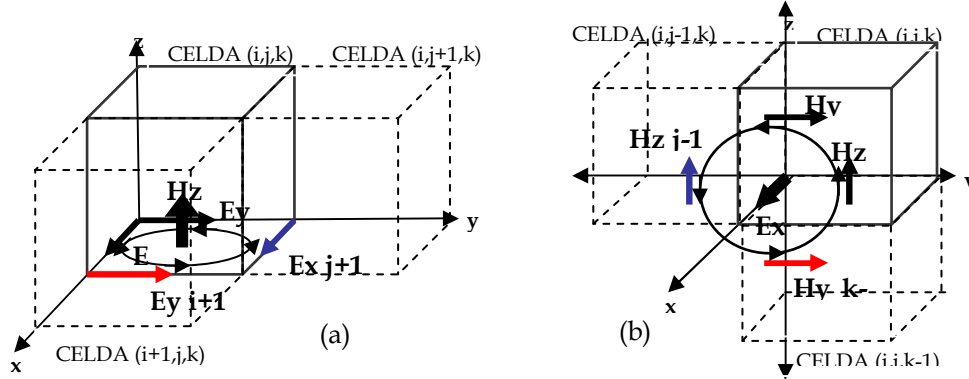


Figura 2-4 a) Cálculo de  $H_z$  b) Cálculo de  $E_x$

Por consiguiente, se obtiene las ecuaciones para cada campo, que relaciona los campos eléctricos y los campos magnéticos, discretizando en espacio a través del rotacional. Por ejemplo, para cada celda se obtiene la ecuación de actualización del campo  $E_x$  (2-10) y para  $H_z$  (2-11) basados en las celdas aledañas (Figura 2-4)

$$E_x^{n+1} = E_x^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_z^{n-1/2}}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{n-1/2}}{\partial z} \right) \quad (2-10)$$

$$H_z^{n+1/2} = H_z^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu} \left( \frac{\partial E_x^n}{\partial y} - \frac{\partial E_y^n}{\partial x} \right) \quad (2-11)$$

Tomando la aproximación de primer orden en las derivadas espaciales, las celdas de tamaño  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , y además, considerando que los campos eléctricos están referenciados al vértice inferior del cubo, y los magnéticos al centro de las caras posteriores, se obtienen las ecuaciones FDTD para  $E_x$  (2-12) y  $H_z$  (2-13).

$$\vec{E}_x^{n+1}(i+1/2,j,k) = \vec{E}_x^n(i+1/2,j,k) + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left( \frac{H_z^n(i+1/2,j+1/2,k) - H_z^n(i+1/2,j-1/2,k)}{\Delta y} - \frac{H_y^n(i+1/2,j,k+1/2) - H_y^n(i+1/2,j,k-1/2)}{\Delta z} \right) \quad (2-12)$$

$$H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k) = H_z^{n-1/2}(i+1/2,j+1/2,k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left( \frac{E_y^n(i+1/2,j+1/2,k) - E_y^n(i,j+1/2,k-1)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i+1/2,j+1,k) - E_x^n(i+1/2,j,k)}{\Delta y} \right) \quad (2-13)$$

Las ecuaciones para los demás campos son calculadas de forma similar, las cuales están expuestas en el Anexo A. También en el Anexo A, se encuentran las ecuaciones de FDTD incluyendo las corrientes de conducción.



Dado que ya tenemos la discretización espacial y temporal, es importante conocer los límites para  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  y  $\Delta t$  para que el método sea una buena herramienta de simulación.

## 2.2. Criterio de Estabilidad

La estabilidad del método FDTD depende de la relación existente entre el paso espacial ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ), el paso temporal ( $\Delta t$ ) y la velocidad de fase máxima de las ondas que viajan en el sistema. Por lo tanto, el método FDTD es un método condicionalmente estable, el criterio de Courant (2–14) limita la magnitud del paso temporal.

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{fase} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (2-14)$$

Aunque el orden del paso espacial no determina la estabilidad del sistema, si determina la precisión del método, comúnmente este se toma como (2–15)

$$\Delta x = \frac{v_{fase}}{f_{max} C_o} \quad (2-15)$$

Donde  $f_{max}$  es la frecuencia máxima del sistema y  $C_o$  es la relación celdas/longitud de onda, se aconseja un valor mayor o igual a 20 Celdas/Long. Como  $f_{max}$  es inversamente proporcional a  $\lambda_{min}$ , entonces el paso de tiempo es directamente proporcional  $\lambda_{min}$ .

## 2.3. Implementación del Método FDTD-2D

Debido a que el mallado espacial es proporcional a la longitud de onda mínima, y las microcavidades ópticas se caracterizan por ser de longitudes muy reducidas [nm,  $\mu$ m], entonces es necesario hacer un mallado muy fino, lo cual tiene un costo computacional bastante elevado.

Afortunadamente, las microcavidades a simular ofrecen la posibilidad de ser modeladas como estructuras en dos dimensiones, por esta razón, es conveniente utilizar el método FDTD tan solo en dos dimensiones (FDTD-2D) (2–16,17,18). Se toma la dirección  $\hat{z}$  como homogénea y el caso transversal magnético (TMz) (Figura 2–5).

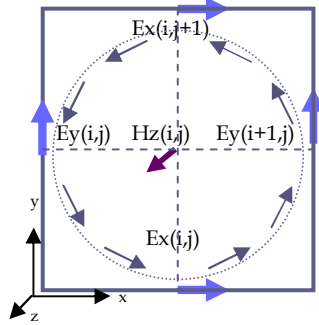


Figura 2-5 Celda Yee 2D TMz

El método de FDTD-2D, de igual manera que el FDTD-3D, toma el campo a partir del anterior paso temporal y el rotacional de los campos magnéticos, pero en este caso se tiene  $E_z=H_x=H_y=0$  simplificando el algoritmo (2-16,17,18).

$$E^{n+1}_{x(i,j,k)} = E^n_{x(i,j,k)} + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left( \frac{H^n_{z(i,j,k)} - H^n_{z(i,j-1,k)}}{\Delta y} \right) \quad (2-16)$$

$$E^{n+1}_{y(i,j,k)} = E^n_{y(i,j,k)} - \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left( \frac{H^n_{z(i,j,k)} - H^n_{z(i-1,j,k)}}{\Delta x} \right) \quad (2-17)$$

$$H^{n+1}_{z(i,j,k)} = E^n_{z(i,j,k)} - \frac{\Delta t}{u} \left( \frac{E^n_{y(i,j,k)} - E^n_{y(i+1,j,k)}}{\Delta x} - \frac{E^n_{x(i,j,k)} - E^n_{x(i,j+1,k)}}{\Delta y} \right) \quad (2-18)$$

Se presentan las ecuaciones FDTD-2D en el anexo B, incluyendo las corrientes de conducción. A continuación se expone como se modelan las diferentes fronteras que se pueden encontrar

## 2.4. Condiciones de Frontera

Para implementar un simulador que sea de gran utilidad, se debe tener en cuenta todo tipo de fronteras que podamos encontrar, entre las cuales tenemos cambios de medio, paredes eléctricas y magnéticas.

### 2.4.1. Interfaz entre diferentes medios

En la simulación de microcavidades ópticas, es muy común encontrar diferente tipo de materiales. Para modelar estos sistemas, es necesario tomar en cuenta en la actualización de los campos de cada celda, los diferentes materiales de las celdas correspondientes a los campos utilizados en el cálculo. Para incluir de forma adecuada la contribución de cada material se utiliza el promedio de los parámetros constitutivos (2-19,20,21) (Figura 2-6).

Por ejemplo, para calcular  $E_y$  (celda 4) se considera el promedio de los materiales ( $\epsilon$ ,  $\sigma$ ) de las celdas (1,2,3,4) que varían en dirección  $z$  y en dirección  $x$ .

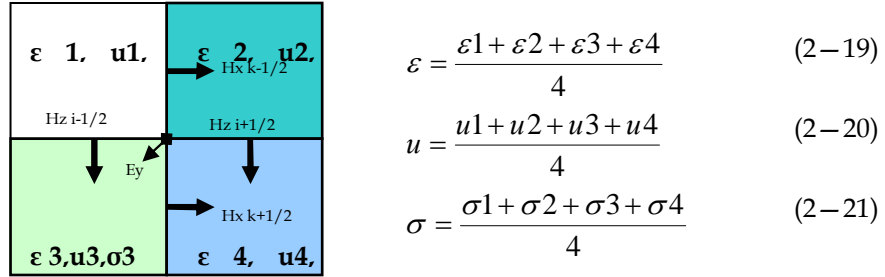


Figura 2–6 Multi-Medio. 4 celdas con parámetros constitutivos diferentes

En las microcavidades ópticas estas interfaces son de gran importancia, la más común es la interfaz entre dieléctricos; y para esta, como se implementó FDTD-2D  $TM_z$ , tan solo se considera la variación del dieléctrico en dirección  $z$  en el cálculo de  $E_x$  y  $E_y$ .

### 2.4.2. Pared Eléctrica (PEC)

Cuando se tiene estructuras con materiales altamente conductores, la energía debe ser reflejada casi por completo, interactuando únicamente la superficie y después de ésta no debe existir propagación del campo eléctrico, es necesario validar las condiciones de frontera donde éstas se convierten paredes del campo eléctrico.

El caso ideal consiste en considera conductividad eléctrica infinita (PEC), o en otras palabras, un conductor perfecto. Para realizar las condiciones de frontera, se toman los campos eléctricos tangenciales a la superficie PEC de cada celda y como los éstos se encuentran directamente sobre la pared se hacen fácilmente cero.

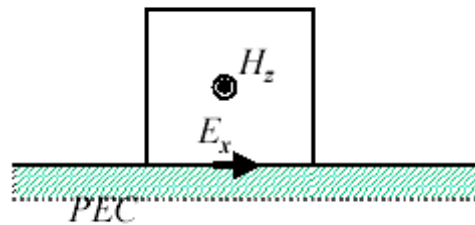


Figura 2–7 Frontera PEC

Sin embargo, como se observa (Figura 2–7), en la parte inferior de la frontera se tienen dos posibilidades, la primera consiste en eliminar de la ecuación de  $H_z$  la componente  $E_x$ ; la segunda consiste en incluir otra celda abajo (metal) cuyo valor de los campos asigne a cero.

### 2.4.3. Pared Magnética (PMC)

El método FDTD, además permite modelar paredes magnéticas, las cuales son muy poco comunes. De forma similar, se modela como una pared magnética perfecta y se cancelan todos los campos magnéticos tangenciales a la superficie.

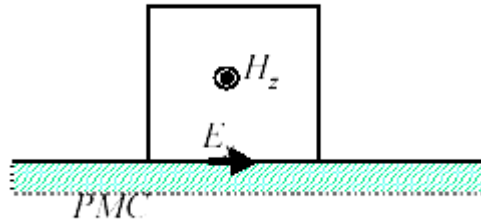


Figura 2–8 Frontera PMC

Sin embargo la mayoría de paredes magnéticas, normalmente no se encuentra en el mismo plano (Figura 2–8), por consiguiente para validar esta condición de frontera se modifica la ecuación de  $E_x$  tomando el campo magnético dentro de la pared cero ( $H_z$   $j+1/2$ ) o simplemente se inserta otra celda en el metal donde el valor del campo magnético sea cero.

## 2.5. Fronteras Absorbentes

A pesar de que este método fue implementado hace ya varias décadas, debido a su costo computacional, la simulación de la mayoría de estructuras ópticas no fue posible hasta los años 80's, cuando fue formulada la teoría de fronteras absorbentes (PML) [5][6].

Las fronteras absorbentes disminuyeron considerablemente el tamaño de cada sistema e hizo posible la simulación de estructuras abiertas, es decir, hizo posible la simulación de estructuras sin paredes eléctricas o magnéticas limitantes, debidas a un campo computacional limitado.

Por ejemplo, si queremos observar la propagación de una onda en un espacio abierto es necesario poseer un campo computacional muy grande y limitar el número de iteraciones para evitar reflexiones. Sin embargo con PML se puede reducir el campo computacional considerablemente dado que es una capa de longitud constante que evita estas reflexiones.

Actualmente, así como existen diferentes modificaciones o nuevos métodos basados en el método FDTD, también encontramos diversas formulaciones de PML. Construir una condición de frontera absorbente PML no es tarea fácil debido a que debe ser una capa que absorba la energía y no la refleje. Claramente, la capa de PML son medios no físicos con pérdidas, que hacen que la onda se atenúe en la dirección de propagación de forma exponencial. El desempeño de la capa PML se mide con el coeficiente de reflexión en función de la frecuencia.

$$\varepsilon \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \tag{2-22}$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yx} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \tag{2-23}$$

$$\mu \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \eta_0^2 \sigma'_y H_{zy} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \tag{2-24}$$

$$\mu \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \eta_0^2 \sigma'_x H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \tag{2-25}$$

Como la degradación se hace en la dirección de propagación, para introducir las conductividades correctamente en las ecuaciones de Maxwell es necesario tomar la única componente magnética Hz como la suma de una componente en x y en y (2- 26), obteniendo así la modificación de las ecuaciones de Maxwell para PML (2-22,23,24,25)

$$H_z^n = H_{zx}^n + H_{zy}^n \tag{2-26}$$

La frontera PML, se establece por lo tanto, como una capa que aparece bloqueando las paredes limitantes no deseadas, degradando la onda a medida que esta se aproxima a la pared.

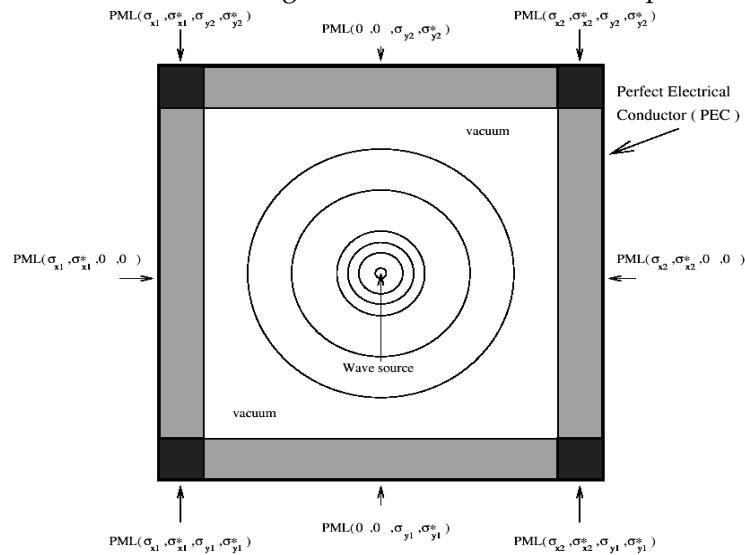


Figura 2-9 Estructura con Fronteras PML, fuente en el centro imagen tomada de S Sario [6]

En la construcción del simulador se implementó una frontera absorbente con perfil parabólico [6] (

Figura 2-10) considerando un sistema homogéneo. Para este, se toma la conductividad como (2-27)

$$\sigma_E = \sigma_{E\_max} \left( \frac{x}{\delta} \right)^2 \tag{2-22}$$

Donde  $x$  es la distancia de la pared,  $\delta$  la longitud de la capa de PML y  $\sigma_{\max}$  (2-23) la determina la longitud de la capa PML, el ancho de la celda  $\Delta x$  en la dirección de atenuación  $\Delta x$ , la permitividad del medio  $\epsilon$ , la velocidad de fase de propagación y el coeficiente de reflexión deseado  $R_{th}$ .

$$\sigma_{E_{\max}} = \frac{3\epsilon v_{fase}}{2\delta\Delta x} \ln(R_{th}) \quad (2-23)$$

Para introducir la atenuación adecuadamente a las ecuaciones de FDTD se toman la conductividad promedio (2-23,24) por celda como lo aconseja S Sario [6]

$$\hat{\sigma}_{Ex} = \frac{1}{\Delta x} \int \sigma_x(x) dx \quad (2-24)$$

$$\hat{\sigma}_{Ex} = \frac{\sigma_{E_{\max}} x^3}{3\Delta x \delta^2} \quad (2-25)$$

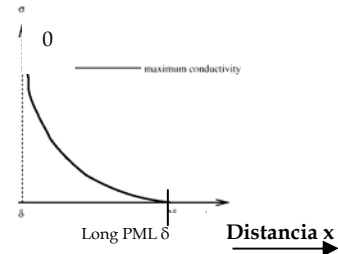


Figura 2-10 Perfil parabólico PML

De forma similar se obtiene  $\sigma_y$  (2-25)

$$\hat{\sigma}_{Ey} = \frac{\sigma_{\max} y^3}{3\Delta y \delta^2} \quad (2-26)$$

Se introduce las corrientes eléctricas y magnéticas de conducción en las ecuaciones de FDTD-2D aplicando un ajuste exponencial para asegurar completamente estabilidad numérica para altas conductividades presentada por Holland[11], se obtiene las ecuaciones FDTD-PML con perfil parabólico (ver anexo C).

Es necesario, mantener la condición de acople electromagnético (2-27) para que la atenuación se efectiva, es decir, no experimentes reflexiones e el cambio de material. Y esto se hace, forzando a que las impedancias del medio PML y el medio sin PML sean iguales. Además también es necesario, tener en cuenta el acople con diferentes materiales (2-28) para que la frontera absorbente funcione correctamente en la presencia de dieléctricos.

$$\frac{\sigma_e}{\epsilon} = \frac{\sigma_m}{u} \quad (2-27)$$

$$\frac{\sigma_{e1}}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_{e2}}{\epsilon_2} = \dots = \frac{\sigma_{ei}}{\epsilon_i} \quad (2-28)$$

Claramente, PML se convirtió en un avance de gran importancia, dado que la gran mayoría de microcavidades ópticas son estructuras abiertas. En el anexo C se expone las ecuaciones FDTD-2D con PML parabólico.

## 2.6. Validación del Método

Antes de proseguir con las simulaciones de microcavidades ópticas, es importante hacer una validación al método FDTD, y principalmente comprobar el funcionamiento de las fronteras absorbentes.

Para comprobar el funcionamiento de la frontera absorbente es necesario hacer un análisis del coeficiente de reflexión, como un sistema de dos puertos similar al expuesto en el capítulo siguiente.

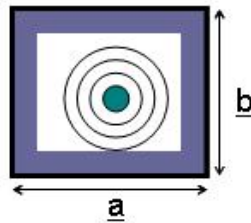


Figura 2–11 Estructura simulada

Para calcularlo primero tomamos una estructura A de longitud  $a = b = 0,7112\text{cm}$  (66x66 celdas).

Luego, tomamos una estructura B de longitud haciendo una ampliación que nos permite calcular la referencia.

$a = 0,7112\text{cm}$   $b = 14,224\text{cm}$  (66x446 celdas),

Se excitó el sistema con una fuente puntual de pulso Gaussiano

Frecuencia  $M = 42.1537\text{GHz}$

Paso Espacial =  $0,3556\text{mm}$

Corrimiento Temporal =  $1,83041\text{e-}10\text{s}$

Paso Temporal =  $8,38725\text{e-}13\text{s}$

Tomamos Longitud PML  $L = 7$  celdas

Haciendo el cálculo de la atenuación en DB (2–27)

$$Atenuacion_{dB} = 20\text{Log}\left(\frac{E_{\text{Re flejado}} - E_{\text{Re ferencia}}}{E_{\text{Re ferencia}}}\right) \quad (2-27)$$

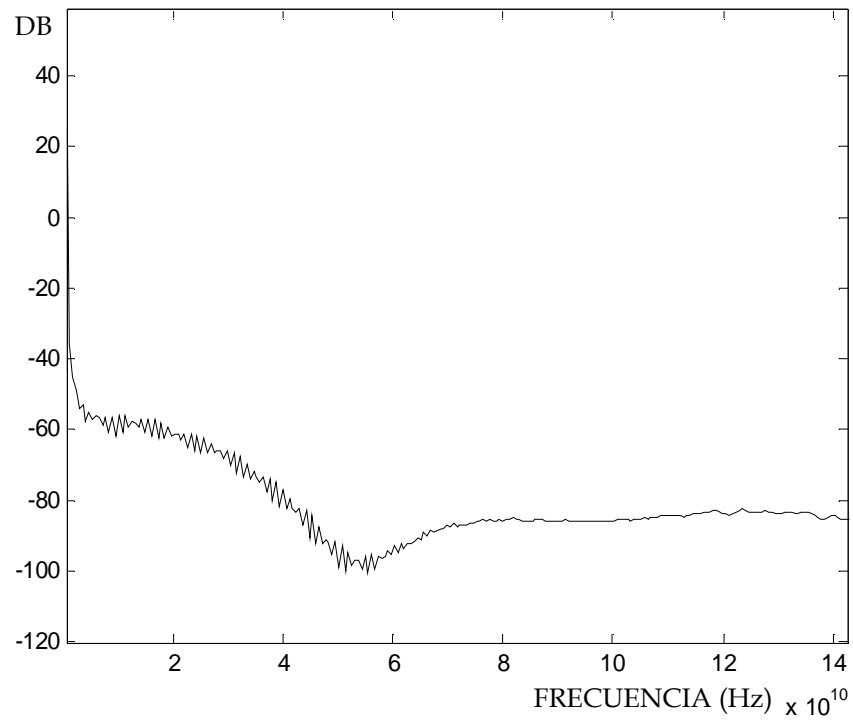


Figura 2–12 Coeficiente de Atenuación PML

Las fronteras absorbentes se implementaron con perfil parabólico en dos dimensiones [6]; la atenuación obtenida fue de -80dB con incidencia normal y 7 celdas de PML, suficiente para evitar problemas de distorsión de la señal por reflexiones indeseadas (Figura 2–13).



### 3. Características del Simulador

El primer simulador se implementó en el lenguaje de programación Turbo C++ utilizando el método FDTD-2D para simular el comportamiento electromagnético y obtener el valor de los campos con determinado número de iteraciones. Debido a que C++ carece de interfaz gráfica, se utiliza Matlab como herramienta graficadora. El algoritmo implementado en

Este simulador fue construido principalmente para comprobar el funcionamiento del método FDTD para simular microcavidades ópticas y se implementó en C++ debido que era un lenguaje ya conocido y muy utilizado para construir múltiples programas por su versatilidad (modos de programación) al momento de construirlos, siendo este lenguaje de muy fácil acceso en el mercado. El código es expuesto en el Anexo D, el archivo viene en el CD anexo.

El algoritmo se divide en dos partes fundamentales, la primera es la simulación de los campos electromagnéticos y la segunda es el cálculo de las potencias normalizadas. Se construyeron dos versiones, la primera consiste en que la simulación de los campos electromagnéticos y el cálculo de las potencias se hace directamente en el mismo código C++, calculando en cada iteración las potencias deseadas ofreciendo bajo costo en memoria sin embargo aumentaba el tiempo de simulación y no permitía observar lugares o cortes adicionales a los dispuestos con anterioridad obligados a ejecutar de nuevo el programa.

En la segunda, el cálculo de las potencias se hace utilizando Matlab, se almacena el valor de los campos eléctricos del plano, y se analiza posteriormente cada punto deseado sin estar obligados a analizarlos todos y sin necesidad de repetir la simulación para observarlos de nuevo. La doble ejecución sobre C++ para hacer este mismo proceso deterioraba excesivamente el computador. La segunda fue la que ofreció mayor comodidad en especial por el manejo gráfico de Matlab, el pequeño algoritmo adicional en Matlab está en el anexo D

Gracias a que se trabajó en 2D, no hubo la necesidad de utilizar procesadores en paralelo ni utilizar servidores especializados para correr el algoritmo. El código se compiló en un procesador Athlon K7 con un consumo máximo de memoria de 84 Mbytes, el tiempo de simulación variaba según la estructura, el mínimo llegó a ser 14,2 min. y el máximo 165 min.

Actualmente se propone la implementación de las estructuras en Fortran, a través de una interfaz gráfica que permita introducir fácilmente estas estructuras o cualquier otra. Fortran es un lenguaje de máquina más apropiado para este tipo de simulaciones por el buen manejo matricial, además posee buena interfaz gráfica; el método FDTD en este lenguaje presentó mejor desempeño (0.85% tiempo de simulación).

Luego de analizar el simulador, debemos analizar como debemos alimentar adecuadamente estos sistemas y como podemos tomar la información de forma adecuada.

La fuente de excitación se introduce como una fuente de corriente, adicionándola en las ecuaciones de Maxwell (3-1). Esta se coloca sobre el puerto A, por consiguiente la potencia encontrada en el puerto B será completamente potencia transmitida ( $S_{inB} = 0$ ).

$$\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{J}_c - \vec{J}_{fuente} \quad (3-1)$$

Luego que se discreticen las ecuaciones de Maxwell, la fuente se introduce como un pulso Gaussiano (3-2) de magnitud unitaria donde  $T_0$  determina el corrimiento temporal y el ancho de banda del pulso lo determina  $\sigma$ .

$$\vec{J}_{fuente} = \cos(2\pi f_{max} \Delta t) e^{-\left(\frac{\Delta t - t_0}{4\sigma_a}\right)} \quad (3-2)$$

Para obtener la simulación de cada estructura, estas se analizaron como sistemas resonantes de dos, tres o cuatro puertos (Figura 3-1); en cada puerto se observan los parámetros de repartición, explícitamente la potencia transmitida y potencia reflejada.

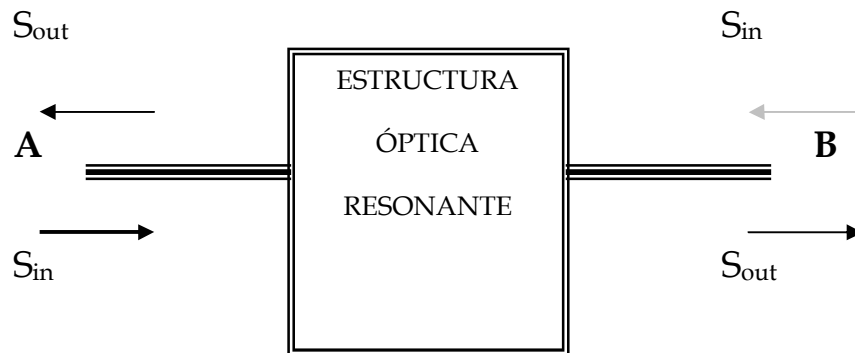


Figura 3-2 Modelamiento como sistema de dos puertos A y B

Por otro lado, al observar la potencia sobre el puerto A, encontramos que una parte correspondiente a la fuente de excitación y otra correspondiente a la potencia reflejada por la estructura óptica. La referencia se obtiene haciendo una simulación adicional para obtenerla con mayor facilidad y no tener la necesidad de utilizar una cavidad de mayor tamaño siendo este bastante costoso, esta simulación consiste en solo observar el desempeño de la fuente quitando la microcavidad.

$$\text{Reflexión} = \frac{S_{A\_OUT} - S_{A\_IN}}{S_{A\_IN}} \quad (3-3)$$

$$\text{Transmisión} = \frac{S_{B\_OUT}}{S_{A\_IN}} \quad (3-4)$$

Así, de esta forma podemos calcular la potencia de reflexión y transmisión normalizada para cada una de las estructuras a ópticas, siendo estos parámetros clave fundamental en el proceso de diseño y análisis de las microcavidades ópticas que se expone en el capítulo 5.

Para calcular la potencia transmitida  $S_T$  y potencia reflejada  $S_R$ , se hace un corte perpendicular a la guía de onda en el punto deseado a medir, tomando la idea de calcular la potencia total a través de una superficie (Figura 3–3).

$$\vec{S}_Y = \frac{1}{2} \iint_S \vec{E}_X \times \vec{H}_Z^* ds \quad (3-3)$$

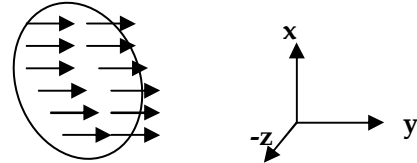


Figura 3–3 Flujo de Potencia a través de la superficie

Debido a que se trabaja en dos dimensiones, el cálculo se hace sobre la línea discretizada en celdas que representa la guía de onda. Además, debido a que el único campo que atraviesa esta línea de forma perpendicular es el campo  $E_y$ , el cual va en la misma dirección de propagación, por lo tanto la potencia en el punto se calcula en función de  $E_y$  sobre todas las celdas incluidas en la línea, es decir las celdas en  $x$  de la guía de onda para un  $y$  fijo (3–4)

$$\vec{S}_Y = \frac{1}{2} \int_x \frac{|\vec{E}_y|^2}{\eta_0} dx = \frac{1}{2} \sum_{\text{celdas } x} \frac{|\vec{E}_y|^2}{\eta} \quad (3-4)$$

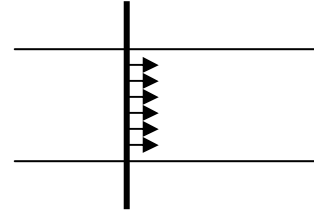


Figura 3–4 Flujo de Potencia discretizado

Si la potencia es normalizada y las constantes son las mismas debido a que siempre se trabaja sobre el mismo número de celdas por guía y el mismo dieléctrico, entonces los coeficientes de reflexión y transmisión se hayan como es indicado por Manolatu [7] y Hagness [8].

$$\vec{S}_R = \frac{\sum_{N=0}^{\text{Celdas}} \left( \left| DFT(E_{B\_OUT}) \right|^2 \right) - \sum_{N=0}^{\text{Celdas}} \left( \left| DFT(E_{A\_IN}) \right|^2 \right)}{\sum_{N=0}^{\text{Celdas}} \left( \left| DFT(E_{A\_IN}) \right|^2 \right)} \quad (3-5)$$

$$\vec{S}_T = \frac{\sum_{N=0}^{\text{Celdas}} \left( \left| DFT(E_{B\_OUT}) \right|^2 \right)}{\sum_{N=0}^{\text{Celdas}} \left( \left| DFT(E_{A\_IN}) \right|^2 \right)} \quad (3-6)$$

Se halla la distribución de los campos eléctricos que atraviesan el corte (campos en dirección de propagación) en el dominio del tiempo, se aplica la transformada de Fourier discreta (DFT) en cada celda del corte la potencia transmitida.

Y finalmente, la potencia total transmitida se toma como la sumatoria de cada celda en el rango de frecuencia de interés (Figura 3-4) (3-4), obteniendo la magnitud del espectro de frecuencias de cada corte deseado, y allí fácilmente se calcula los parámetros de transmisión y reflexión (3-5,6)

### 4. Simulaciones de Microcavidades Ópticas

Las microcavidades ópticas simuladas, se basan principalmente, en la propagación a través de una guía de onda dieléctrica de alto índice de constaste [8](Figura 4–1); con dieléctrico de  $n=3.2$  (permitividad  $\epsilon_r= 10.24$ ) y de ancho  $0.2 \mu\text{m}$ , rodeado de aire  $n=1$ .

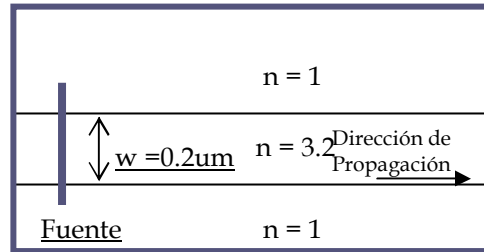


Figura 4–1 Guía de Onda Óptica

Esta guía de onda es Multi-modo, transmite modos pares e impares según la simetría de su polarización.

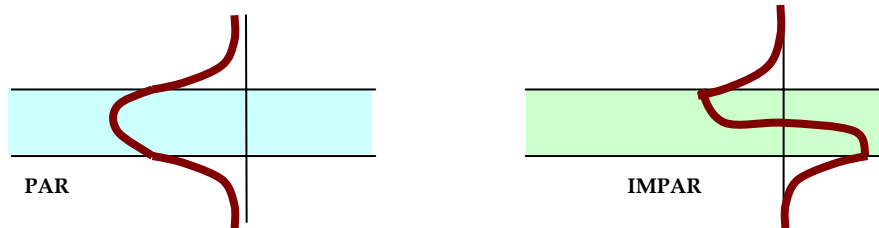


Figura 4–2 Modos de Polarización

Esta se determina a partir de un cálculo sencillo para la guía de onda dieléctrica (4–1,2)

Modos Pares:  $f_{co} = \frac{m}{2w\sqrt{\mu_d\epsilon_d - \mu_0\epsilon_0}} \quad m = 0,2,4,.. \tag{4-1}$

Modos Impares:  $f_{ce} = \frac{m}{2w\sqrt{\mu_d\epsilon_d - \mu_0\epsilon_0}} \quad m = 1,3,5,.. \tag{4-2}$

Tabla 1 Modos de la guía de  $0.2\mu\text{m}$

MODO	Tipo	Frecuencia Corte
TM <sub>0</sub>	Par	0 Hz
TM <sub>1</sub>	Impar	2.4656e14 Hz
TM <sub>2</sub>	Par	4.9313e14 Hz
TM <sub>3</sub>	Impar	7.3969e14 Hz
TM <sub>4</sub>	Par	9.8625e14 Hz

Sin embargo, para realizar una acertada validación y evitar distorsión por los modos superiores, se polariza el sistema de tal forma que sea un sistema mono-modo, dado que la frecuencia de corte del modo par  $TM_1$  es de 246.56 THz y también se incluye el modo impar  $TM_0$ , entonces la frecuencia de excitación del sistema debe estar por debajo de 246.56 THz, procurando excitar tan solo el modo fundamental  $TM_0$  (Figura 4–3).

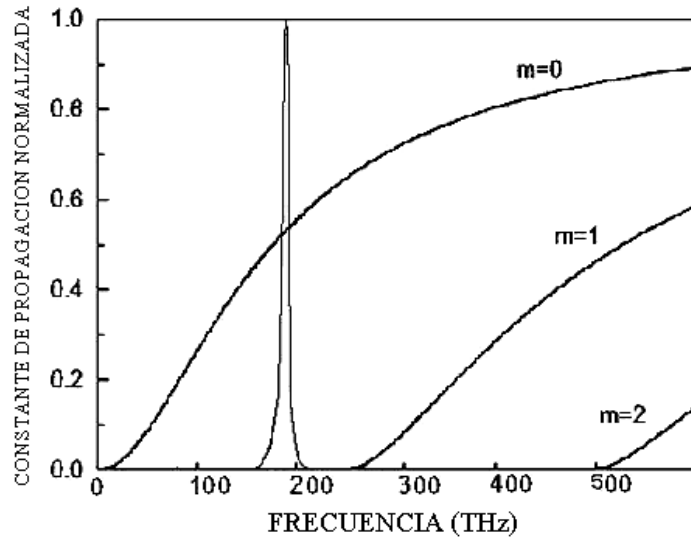


Figura 4–3 Pulso de excitación y los modos según la constante de propagación tomado de Taflove [5]

Con el propósito de excitar todas las estructuras entre las longitudes de onda 1480 nm y 1620 nm, se utilizó un pulso Gaussiano centrado en 190 THz (1550 nm) con ancho de banda de 40 THz, distribución impar de forma perpendicular a la guía de onda, el cual fue introducido como una fuente de densidad de corriente magnética (H/m).

Estos parámetros son utilizados como base de diseño y análisis como lo sugiere C. Manolatu [7]. A continuación se expone la implementación y análisis de diferentes microcavidades ópticas.

#### 4.1. Simulaciones de Guías de Onda

Cada estructura simulada se trató de tomar con la mayor precisión posible, especialmente al momento de su implementación, donde la falta de simetría producía pérdidas adicionales al sistema.

Los parámetros de repartición fueron sobrepuestos en la misma simulación con los resultados dados por Manolatu [7] y Hagness [8] para obtener una buena comparación entre los simuladores utilizados, basados todos en el método FDTD.

Las estructuras simuladas y el procedimiento de simulación se ciñen al indicado por Manolatu y finalmente Hagness, con motivo de comprobar ese trabajo y validar el simulador construido.

Primero se simuló la guía de onda curva  $90^\circ$ , siendo este uno de los casos más complicados por su desfase, posteriormente se implementó el resonador cuadrado como un sistema adicional para mejorar considerablemente el sistema, dado que no se obtuvieron los resultados esperados sobretodo en transmisión, se consideró la modificación propuesta por Manolatu [7], obteniendo un resonador con muy buenas cualidades. Se analizó entonces, el acople en T, con simetría a la guía de onda curva  $90^\circ$ , presentó regular desempeño, y se utilizó de nuevo el resonador implementado con anterioridad.

Luego de simular este resonador, se prosigue simulando el resonador tipo disco/aro, el cual actualmente es uno de los resonadores más utilizados en la implementación de microcavidades ópticas, esta simulación consiste en hallar el coeficiente de acople en el límite de acoplamiento.

#### 4.2. Guía de Onda Curva $90^\circ$

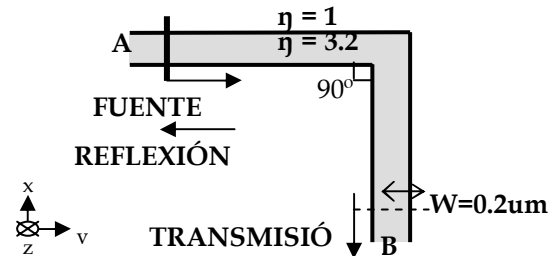
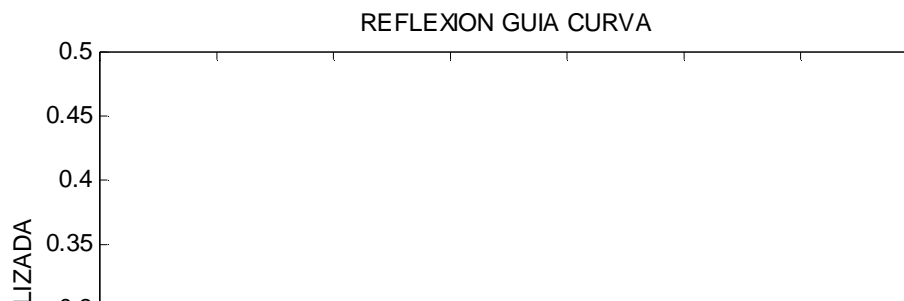


Figura 4–4 Guía de Onda Curva, observada como sistema de dos puertos donde se supone que no hay reflexión en el puerto B debido a que la fuente está en A

La Guía de onda curva  $90^\circ$  (Figura 4–4) es una estructura muy utilizada para interconexiones ópticas, siendo de gran importancia dado que comúnmente es necesario tener conectores curvos.

Sin embargo, cuando una guía de onda dieléctrica óptica sufre cualquier cambio abrupto en su dirección, causa un corrimiento de fase en los modos de propagación, propagando modos no guiados; y por lo tanto aumenta las pérdidas por radiación en la esquina donde se tiene la discontinuidad.

En la simulación se toma un sistema de  $3 \times 3 \text{ um}$  con un mallado espacial de  $23.25 \text{ nm} \times 23.25 \text{ nm}$ ; por lo tanto, si se aplica el criterio de estabilidad del método dado por el límite de Courant (3), se obtiene un paso temporal de  $0.054851 \text{ fs}$ .



(nm)

Figura 4–5 Potencia Reflejada Normalizada de la guía de onda curva 90° contra Longitud de Onda Comparación Resultados Simulaciones C. Manolatu [7]

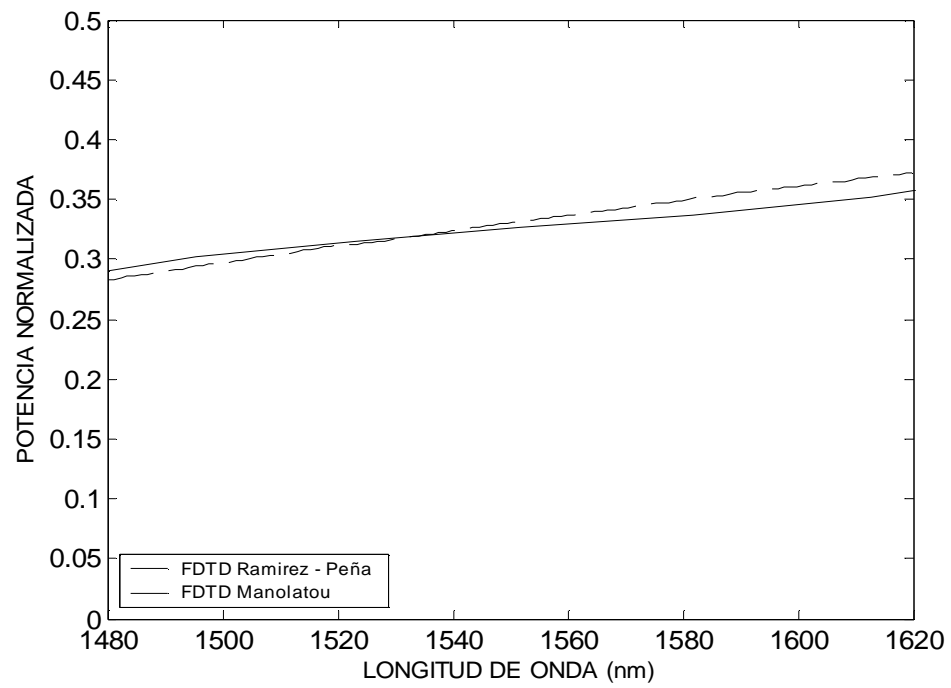


Figura 4–6 Potencia Transmitida Guía Curva 90°



Claramente, la reflexión es muy alta (Figura 4–5) y la transmisión (Figura 4–6) es bastante baja, causando la necesidad de buscar la forma de mejorar el sistema.

Para solucionar este problema, se han propuesto diferentes soluciones tanto para guías de onda poco ángulo de curvatura como para guías de onda con ángulos grandes ( $\geq 90^\circ$ ).

La solución más interesante, planteada por C Manolatu [7], sugiere la inclusión de un microresonador rectangular sin pérdidas (Figura 4–7 Guía de Onda Curva con Resonador cuadrado de lado  $A = 0.62 \mu\text{m}$ , observada como sistema de dos puertos), estos resonadores son muy utilizados para aumentar la ganancia, hacer filtraje y multiplexaciones de sistemas ópticos.

### 4.3. Guía de Onda Curva 90° con Resonador Cuadrado

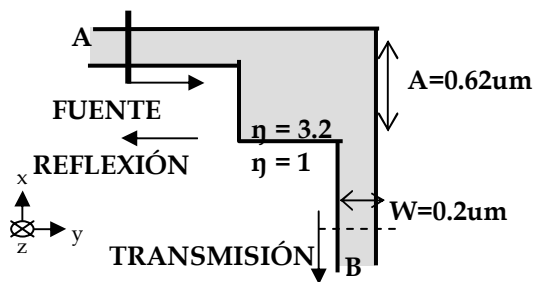


Figura 4–7 Guía de Onda Curva con Resonador cuadrado de lado  $A = 0.62 \mu\text{m}$ , observada como sistema de dos puertos

A medida que incrementamos el tamaño del resonador, van mejorando las características del sistema, sin embargo éste resonador causa corrimientos en la frecuencia.

Es necesario que la inclusión del resonador cuadrado no afecte considerablemente la longitud de onda de máxima transmisión, los modos de resonancia del resonador óptico deben estar cercanos, y para eso, el tamaño del resonador no debe ser muy grande.

A través de un proceso experimental observando los parámetros de repartición obtenidos con el simulador electromagnético Manolatu obtuvo la longitud  $A = 0.62 \mu\text{m}$ . Se utilizan los mismos parámetros de simulación que los utilizados en la guía sin resonador.

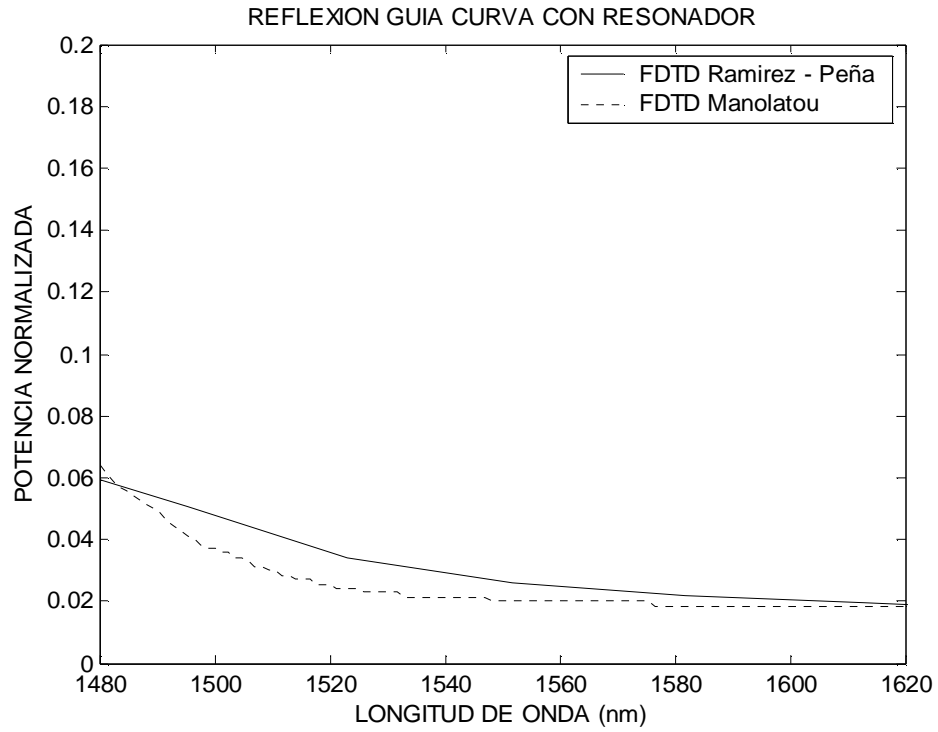


Figura 4–8 Potencia Reflejada de la guía de onda curva 90° con Resonador

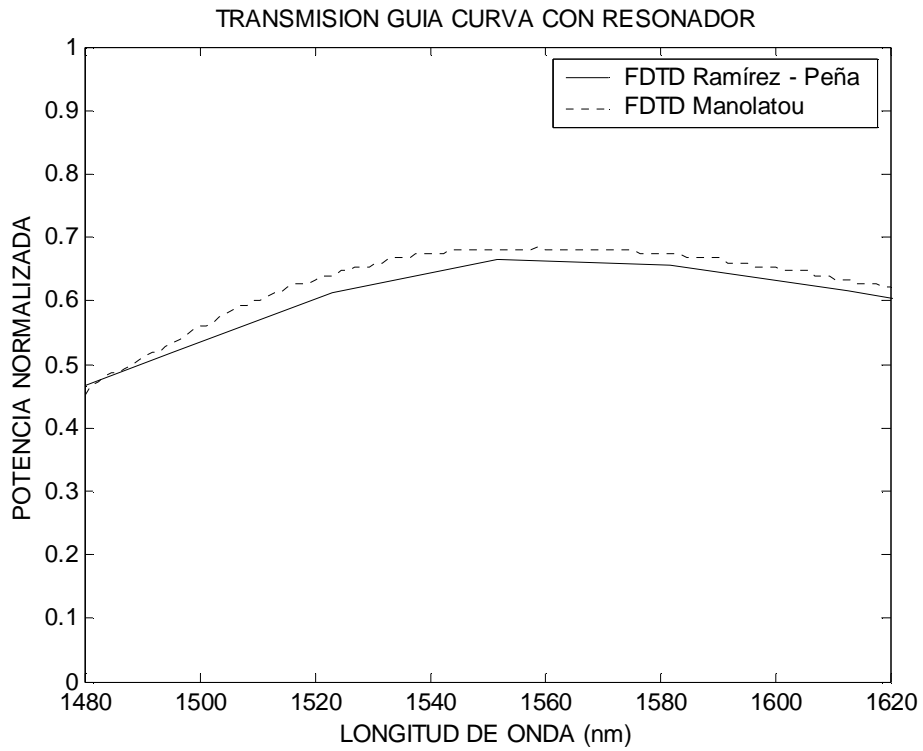


Figura 4–9 Potencia Transmitida de la guía de onda curva 90° con Resonador

Como se observa, se mejoró el desempeño del sistema notablemente, la reflexión está debajo de 0.06 (Figura 4–8) y la transmisión se duplicó (Figura 4–9 Potencia Transmitida de la guía de onda curva 90° con Resonador); sin embargo, esta última sigue siendo baja, por lo tanto es necesario aplicar otra mejora al sistema.

Es importante observar, aunque se insertó el resonador, si sumamos la potencia reflejada y la potencia transmitida no obtenemos la unidad, esto indica que aún el cambio de dirección sigue siendo muy abrupto y seguimos teniendo pérdidas por radiación de modos no guiados.

Además, es posible que el sistema no se esté comportando como un sistema ideal de dos puertos y tenga salida de potencia por otra parte, sin embargo éstas no son muy altas.

#### 4.4. Guía de Onda Cuerva 90° con Resonador Manolatu

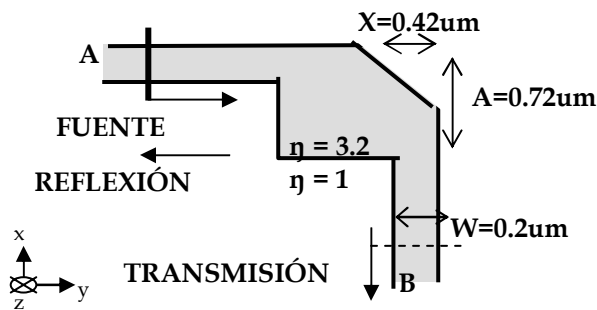


Figura 4–10 Resonador Manolatu: Microcavidad Óptica con alto desempeño

Claramente, el problema radica es en la esquina, por lo tanto se propone suavizar el cambio de dirección a través de un semi-giro circular, pero actualmente su fabricación es muy exigente, por consiguiente se realiza un corte en 45° (Figura 4–10) simétrico al resonador aproximando el sistema a la curva.

Este resonador es propuesto por Manolatu [7] y ofrece buenos resultados, tanto en transmisión como en reflexión. La mejor respuesta es obtenida con  $A=0.72 \mu\text{m}$  y  $X=0.42 \mu\text{m}$

Luego de simular la estructura con diferentes longitudes para el resonador y su corte diagonal, se deduce el tamaño del resonador A, determina la longitud de onda de máxima transmisión, y el tamaño del corte X establece el ancho de banda de la respuesta.

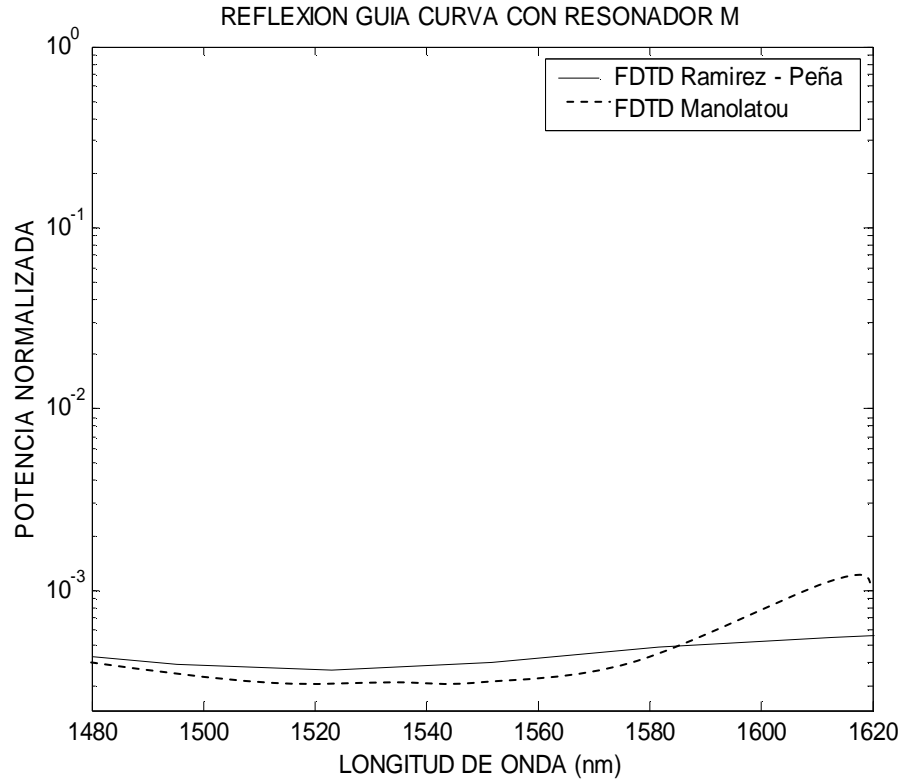


Figura 4–11 Potencia Reflejada de la guía de onda curva 90° con Resonador M Se utiliza escala logarítmica por el tamaño tan reducido

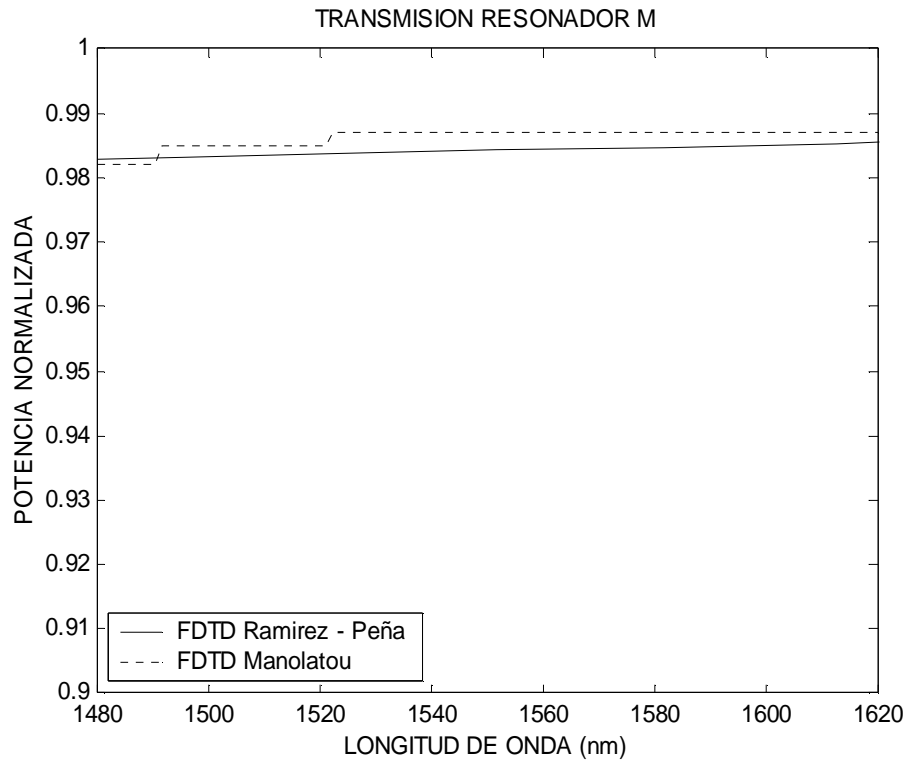


Figura 4–12 Potencia Transmitida de la guía de onda curva 90°

Se comprueba el excelente desempeño que ofrece la utilización de este micro-resonador, dado que se obtuvo una transmisión mayor que 0.98 (Figura 4–12) y reflexión menor a  $10^{-3}$  (Figura 4–11) en el rango de longitudes de onda deseado. Así mismo, se expone la gran utilidad de implementar el simulador electromagnético, vital en su proceso de diseño.

### 4.5. Acople T

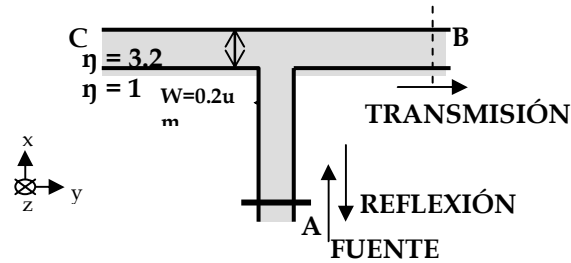


Figura 4–13 Acople T, con la fuente en el puerto A, observando tan solo el puerto B

De igual manera que la guía de onda curva, los acoples <T> (Figura 4–14) son muy utilizados en comunicaciones, principalmente para la distribución o combinación de potencia. Al igual que las guías de onda curvas, esta estructura presenta pérdidas de radiación, en especial si la alimentación proviene de la parte inferior donde se asemejaría a las microcavidades ya estudiadas

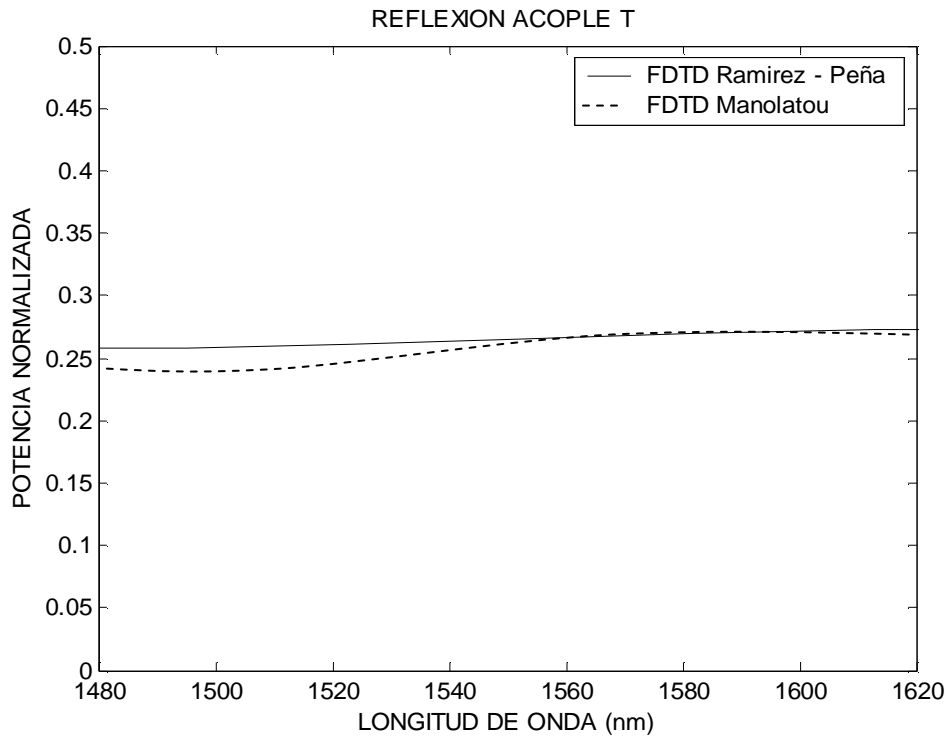


Figura 4–15 Potencia Reflejada del Acople T

En esta simulación se toman los mismos parámetros que las anteriores, con el propósito de conservar la similitud entre estas, sin embargo la estructura es más larga que las anteriores lo que lleva a duplicar el campo de simulación en dirección y, aumentando el costo computacional.

Debido a que el sistema tiene geometría perfecta, no existe diferencia entre el puerto C y el puerto B, y por lo tanto, solo se simula el puerto B para conocer la potencia transmitida.

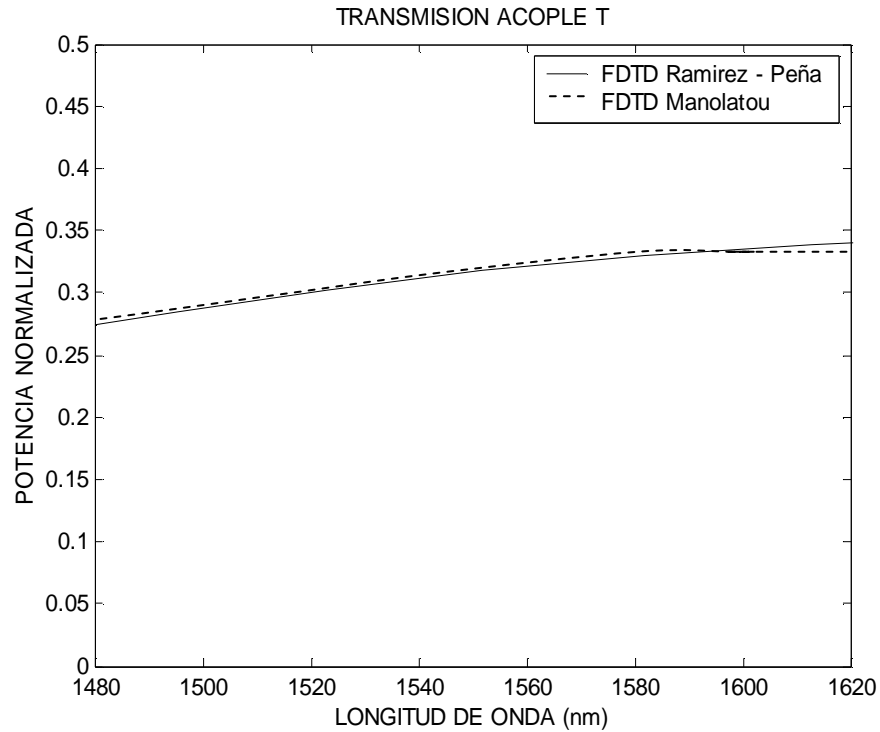


Figura 4–16 Potencia Transmitida del Acople T

Los resultados obtenidos son similares a la guía onda curva, la simetría hace la analogía entre estas estructuras; parte de la potencia perdida en la esquina de la guía de onda se distribuye hacia el otro puerto, y como son simétricos la potencia transmitida es la misma para ambos puertos (Figura 4–16). Sin embargo la inclusión del otro puerto, aumenta la reflexión en el puerto A (Figura 4–15).

#### 4.6. Acople T con Resonador Manolatos

En esta estructura, también se puede utilizar el resonador (Figura 4–17), expuesto con anterioridad, debido a su similitud con la guía de onda curva; se adoptan las dimensiones aconsejadas por C Manolatos [7].

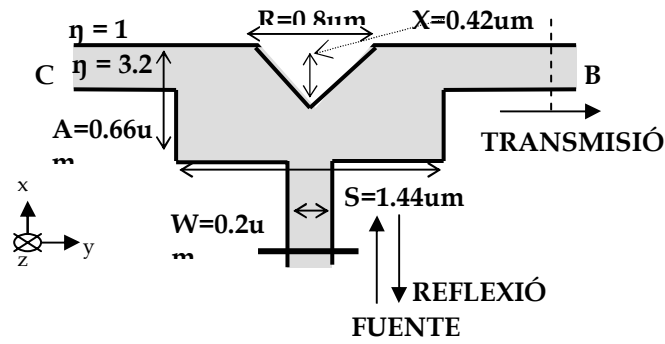


Figura 4–17 Acople T con resonador

Para el acople T, se hace necesario introducir otro resonador simétrico para el otro puerto, y se mantenga la propiedad de distribución de un acople en T

La inclusión de estos resonadores debe hacerse con cuidado, como se puede observar el resonador tiene que estar en el centro para que la potencia transmitida sea igual, si los resonador se corren hacia determinado puerto, un puerto comenzará a recibir más potencia que el otro y se perderá la capacidad de distribución perfecta.

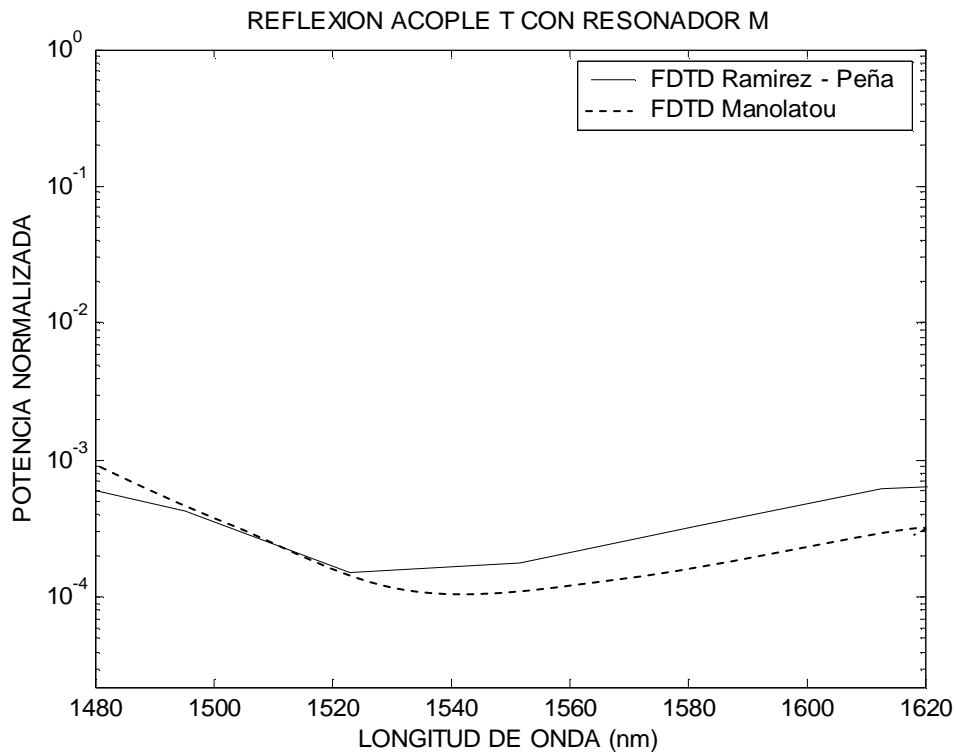


Figura 4–18 Potencia Reflejada del Acople T con resonador M

Es importante, considerar el hecho que el puerto A es aquel que distribuye la potencia hacia los otros puertos, o recibe la combinación de potencia si los otros puertos transmiten.

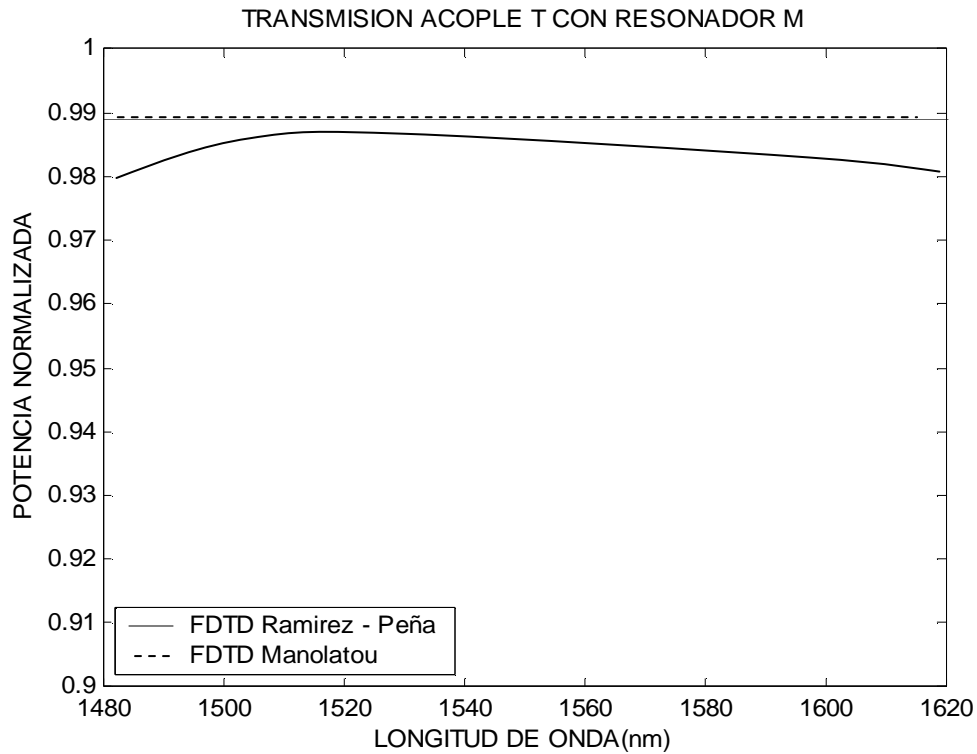


Figura 4–19 Potencia Transmitida del Acople T con resonador M

La reflexión obtenida es bastante baja y transmisión bastante alta, mostrando la funcionalidad del resonador Manolatos [7], el cual no es tan difícil de implementar como un semicírculo para la curvatura de una guía de onda.

Así, como este resonador se utilizó para mejorar el desempeño en guías de onda curvas 90° y acoples T, se podría pensar utilizar en muchas más estructuras donde lo único que se tiene que tomar en cuenta es conservar siempre la simetría

#### 4.7. Simulación Resonador Tipo Aro

El resonador tipo Disco/Aro [4][8] es una estructura diseñada especialmente para el filtraje o multiplexación. Este consiste en un aro o disco entre dos guías de onda a una distancia  $g$ , con un diámetro externo  $d$  y diámetro interno  $r$  (Figura 4–20); éstos parámetros determinan el acople que existen entre el resonador y las guías de onda, como hay simetría se tiene el mismo acople con el aro para cada guía de onda.



Su excitación se hace a través de la guía inferior (puerto A) y comúnmente la salida (filtrada) se toma sobre la guía superior (puerto C).

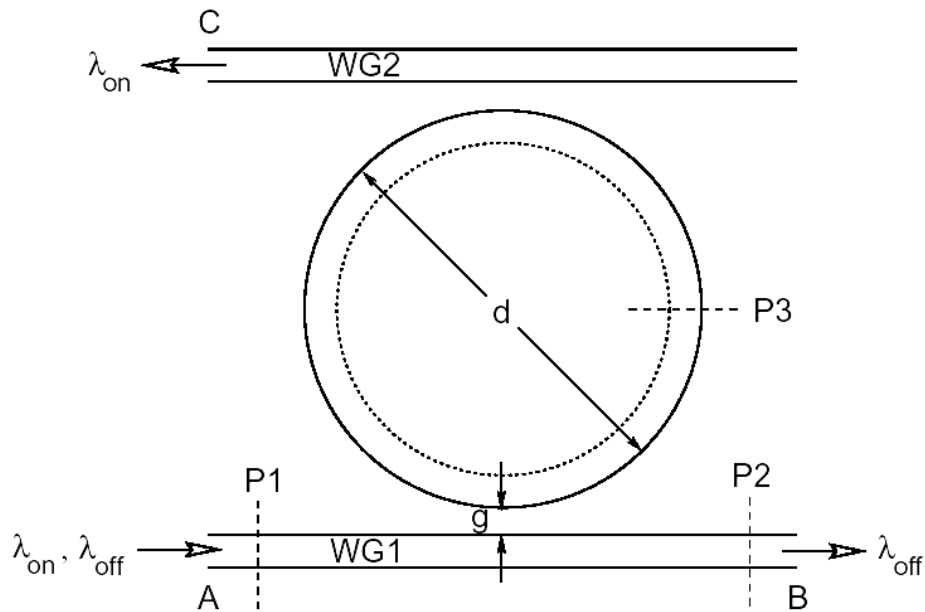


Figura 4–20 Resonador Disco/Aro Tomado de Hagness [8]

Por el hecho de tener una capa de aire entre las guías de onda y el resonador, el acople entre los dos no es muy alto, por lo tanto la distancia entre estos se convierte en un criterio fundamental para determinar el acople.

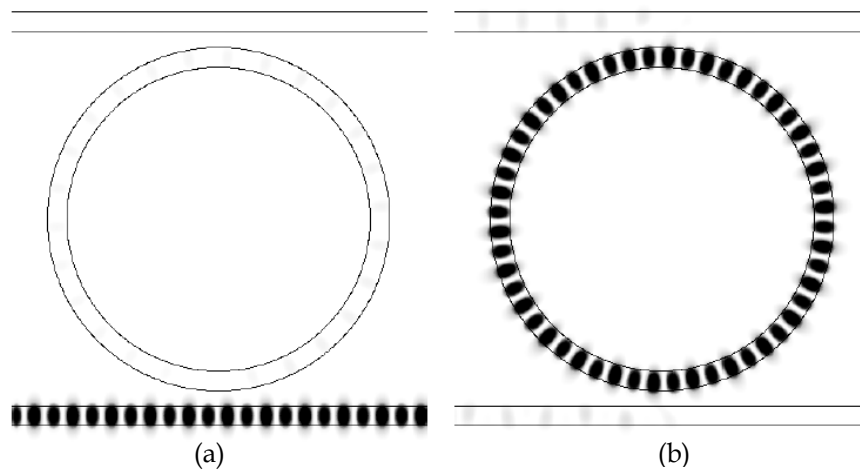


Figura 4–21 a) Transmisión por la guía inferior fuera de la resonancia del micro-aro. b) Transmisión en resonancia del tipo aro, hay recepción en la guía superior tomado de Hagness [8]

Se observa que la potencia de salida (puerto C) del sistema depende en forma directa de los modos de propagación del disco o aro resonante. Si la frecuencia de excitación desde el

puerto A esta en resonancia con el disco o aro, la señal se propaga a través del aro hasta que se atenúe, y de forma simétrica, parte de esta potencia acoplada es transmitida a la salida (guía superior) (Figura 4–21b).

Por otro lado, cuando no se esta en resonancia, el sistema funciona como si estuviese apagado (Figura 4–21a). Es conveniente, escoger el diametro interno  $r$ , de tal manera que se forme un aro con ancho similar al ancho de las dos guias de onda, con el fin de evitar distorsión debido acorriamientos al modo de propagación .

De igual forma que las estructuras simuladas con anterioridad, este resonador también está hecho con base en materiales de alto contraste ( $\eta_2=3.2$ ,  $\eta_1=1$ ), y el ancho de la guía de onda es de  $0.3\mu\text{m}$ . Como el parámetro que mas afecta el coeficiente de acople es la distancia entre aro y la guía ( $g$ ), tomamos el diámetro del disco constante  $5\mu\text{m}$  y hallamos el coeficiente de acople para diferentes valores de  $g$  entre  $0.19$  y  $0.26\mu\text{m}$  [9].

Para calcular el coeficiente de acople se toma la potencia acoplada (P3-Figura 4–20) sobre la potencia de entrada (4–3) (P1 Figura 4–22); en la simulación se hace énfasis en el modo el  $\text{TM}_1$  (200 THz) dado que en adelante este se propaga, disminuyendo el acople.

$$\text{Coef}_{-}\text{Acople} = \frac{S_{P1\_IN}}{S_{P3\_IN}} \quad (4-3)$$

Se utiliza un pulso centrado en 200 THz con un ancho de banda de 40 THz, un mallado espacial de  $20.77\text{ nm} \times 20.77\text{ nm}$ , discretización temporal de  $0.04901\text{ fs}$ , con un tamaño total de  $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ .

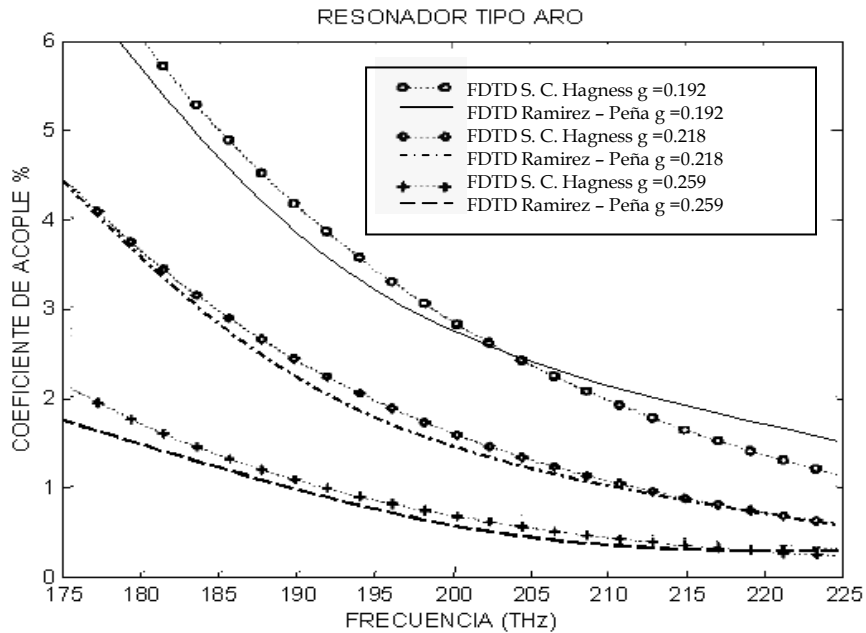


Figura 4–23 Coeficiente acople Aro comparado con Hagness [8]

Se halla entonces el coeficiente de acople porcentual calculado por el simulador electromagnético implementado, comparado con simulaciones por S C Hagness [9] con  $w=0.3\mu\text{m}$   $d=5\mu\text{m}$ .

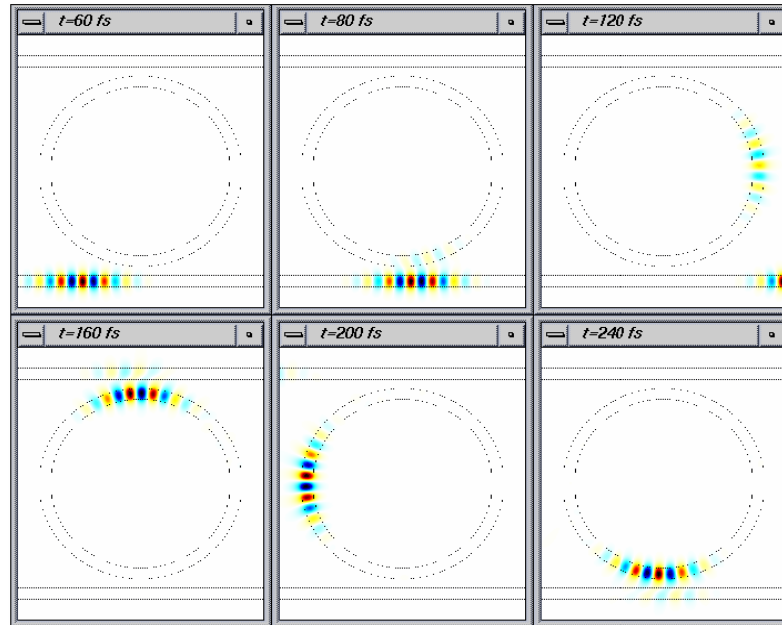


Figura 4–24 Acoplamiento en el tiempo tomado de Hagness [8]

Se observa por lo tanto, el fenómeno de acoplamiento (Figura 4–24), al aumentar la distancia entre el aro y la guía con una frecuencia fija, el nivel de acople disminuye, y si tomamos una distancia  $g$  constante, el nivel de acoplamiento es menor a mayores frecuencias.

Normalmente, la constante de acoplamiento debe estar entre 0.3 - 3%, para considerar que el sistema posee buena transmisión, el sistema está entre 0.6-2.75%. Como se puede observar se hace una buena validación del sistema planteado por S Hagness [9] utilizando FDTD-2D.

## 5. Conclusiones

Se desarrollo e implemento el simulador de microcavidades ópticas propuesto, basado en las diferencias finitas en el dominio del tiempo en 2D (FDTD-2D), simulador que se implemento en C++ con ayuda grafica de Matlab, con la implementación de este simulador se hizo un profundo análisis a las microcavidades ópticas de materiales de alto contraste, y además se observaron las falencias y bondades del método FDTD.

El error entre las respuestas dadas por C Manolatu [7] y las obtenidas, no supera el 5% en las simulaciones de guías de onda. Y el error con Hagness no supera el 6% en la simulación del resonador disco/aro. Por lo tanto, se hace evidente el buen desempeño del simulador electromagnético implementado.

La precisa geometría se convierte en el pilar fundamental de estas estructuras. Se hace necesario, ser muy cuidadoso al momento de implementar la estructura en el simulador. Para estas estructuras es un método costoso (tiempo de procesamiento, uso de memoria), pero tiene múltiples aplicaciones con muy buenos resultados.

Con este estudio, se comprobó el desempeño del resonador propuesto por C Manolatu [7], éste se halló mediante un análisis experimental por medio de los parámetros de repartición de cada estructura, se aplicó en guías de onda curva de 90° y acoples en <T>. Se analizó y se simuló el coeficiente de acople del resonador tipo disco/aro (0.6-2.75%).

El simulador implementado basado en el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD-2D), se convierte en una clara herramienta de análisis y diseño de microcavidades ópticas.

La estructura más importante en las microcavidades es la guía de onda óptica [4], es necesario realizar un análisis teórico previo antes de analizar otro tipo de estructuras (láser [5][9], PGBs [5][1], el resonador disco/aro [4][8], micro-postes[10],entre otras).

Se obtuvieron varias simulaciones de microcavidades ópticas usando FDTD, prácticas para su implementación y análisis. Simulaciones de gran importancia, debido a la poca exploración hecha en el campo y su alta expectativa en comunicaciones.

## **Agradecimientos**

Especial agradecimiento a todo el grupo de comunicaciones 2003-2 de la Universidad de los Andes por su constante apoyo y orientación.

## 6. Bibliografía

- [1] Mihail M. Sigalas . "Interconnects Photonic Crystals in Optical Communications" Agilent Technologies Optical Laboratories, Palo Alto, CA
- [2] Peter Modh "Grating based Lasers for photonic Integration and surface emission". Departament of Microelectronics, Photonics Laboratory Chalmers University of technology. Gotemburg Swede 2002
- [3] Marcel Dekker, New York, 1999. *Integrated Optical Circuits and Components: Design and Application*, ed. by E.J. Murphy
- [4] Susan Carol Hagness "FDTD Computational Electromagnetics Modeling of Microcavity Lasers and Resonant Optical Structures". Evanston Illinois June 1998 Northwestern University
- [5] Allen Taflove, Susan C. Hagnes. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*.
- [6] Sergio Aukusti Sario "FDTD Modelling for wireless communication antennas and materials". Griffith University September 2002
- [7] C. Manolatu. "High-Density Integrated Optics". *Journal of Lightwave Technology*, VOL. 17, NO. 9, SEPTEMBER 1999
- [8] S. C. Hagness "FDTD Microcavity Simulations: Design and Experimental Realization of Waveguide-Coupled Single-Mode Ring and Whispering-Gallery-Mode Disk Resonators". *JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY*, VOL. 15, NO. 11, NOV 1997
- [9] Han-Youl Ryu, Hong-Gyu Park, and Yong-Hee Lee . "Two-Dimensional Photonic Crystal Semiconductor Lasers: Computational Design, Fabrication, and Characterization" *IEEE JOURNAL OF SELECTED TOPICS IN QUANTUM ELECTRONICS*, VOL. 8, NO. 4, JULY/AUGUST 2002
- [10] Matthew Pelton, Jelena Vuckovic. "Three-Dimensionally Confined Modes in Micropost Microcavities: Quality Factors and Purcell Factors" *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS*, VOL. 38, NO. 2, FEBRUARY 2002

## ANEXO A

### Ecuaciones FDTD-3D para Materiales Homogéneos

Se considera la siguiente notación para facilitar el entendimiento de todas las ecuaciones de FDTD .

$$\begin{aligned}
 E_x(i + \frac{1}{2}, j, k) &= E_x(i, j, k) \\
 E_y(i, j + \frac{1}{2}, k) &= E_y(i, j, k) \\
 E_z(i, j, k + \frac{1}{2}) &= E_z(i, j, k) \\
 H_x(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) &= H_x(i, j, k) \\
 H_y(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) &= H_y(i, j, k) \\
 H_z(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k) &= H_z(i, j, k)
 \end{aligned}$$

La deducción de las ecuaciones de FDTD se expone en el capítulo 3.1, la fuente es introducida como una corriente eléctrica o magnética, y simplemente se agrega a la ecuación deseada.

#### Campo Eléctrico

$$\begin{aligned}
 E_x^{n+1}(i, j, k) &= E_x^n(i, j, k) + C_{Ex1} (H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i, j - 1, k)) + C_{Ex2} (H_y^n(i, j, k) - H_y^n(i, j, k - 1)) \\
 E_y^{n+1}(i, j, k) &= E_y^n(i, j, k) + C_{Ey1} (H_x^n(i, j, k) - H_x^n(i, j, k - 1)) + C_{Ey2} (H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i - 1, j, k)) \\
 E_z^{n+1}(i, j, k) &= E_z^n(i, j, k) + C_{Ez1} (H_y^n(i, j, k) - H_y^n(i - 1, j, k)) + C_{Ez2} (H_x^n(i, j, k) - H_x^n(i, j - 1, k))
 \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned}
 C_{Ex1} &= \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta y} & C_{Ex2} &= -\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta z} \\
 C_{Ey1} &= \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta z} & C_{Ey2} &= -\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta x} \\
 C_{Ez1} &= \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta x} & C_{Ez2} &= -\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta y}
 \end{aligned}$$

#### Campo magnético:

$$\begin{aligned}
 H_x^{n+1}(i, j, k) &= H_x^n(i, j, k) + C_{Hx1} (E_z^n(i, j + 1, k) - E_z^n(i, j, k)) + C_{Hx2} (E_y^n(i, j, k + 1) - E_y^n(i, j, k)) \\
 H_y^{n+1}(i, j, k) &= H_y^n(i, j, k) + C_{Hy1} (E_x^n(i, j, k + 1) - E_x^n(i, j, k)) + C_{Hy2} (E_z^n(i + 1, j, k) - E_z^n(i, j, k)) \\
 H_z^{n+1}(i, j, k) &= H_z^n(i, j, k) + C_{Hz1} (E_y^n(i + 1, j, k) - E_y^n(i, j, k)) + C_{Hz2} (E_x^n(i, j + 1, k) - E_x^n(i, j, k))
 \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned} C_{Hx1} &= -\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta y} & C_{Hx2} &= \frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta z} \\ C_{Hy1} &= -\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta z} & C_{Hy2} &= \frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta x} \\ C_{Hz1} &= -\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta x} & C_{Hz2} &= \frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta y} \end{aligned}$$

### Ecuaciones FDTD-3D para Materiales no Homogéneos

$$\begin{aligned} \bar{E}^{n+1} &= \bar{E}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} (\bar{\nabla} \times \bar{H}^n) - \sigma \bar{E}^{n+1/2} \\ \bar{H}^{n+1/2} &= \bar{H}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{u} (\bar{\nabla} \times \bar{E}^n) - \sigma' \bar{H}^n \end{aligned}$$

En este caso se incluyen las corrientes de conducción en las ecuaciones de Maxwell, y para discretizar esto la mejor forma es utilizar el promedio del campo

$$\sigma' \bar{H}^n = \sigma' \frac{(\bar{H}^{n+1/2} - \bar{H}^{n-1/2})}{2} \quad \sigma \bar{E}^{n+1/2} = \sigma \frac{(\bar{E}^{n+1} - \bar{E}^n)}{2}$$

Incluyendo este término se obtiene las ecuaciones FDTD no homogéneas

### Campo Eléctrico

$$\begin{aligned} E_x^{n+1}(i, j, k) &= C_{Ex0} E_x^n(i, j, k) + C_{Ex1} (H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i, j, k-1)) + C_{Ex2} (H_y^n(i, j, k) - H_y^n(i, j, k-1)) \\ E_y^{n+1}(i, j, k) &= C_{Ey0} E_y^n(i, j, k) + C_{Ey1} (H_x^n(i, j, k) - H_x^n(i, j, k-1)) + C_{Ey2} (H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i-1, j, k)) \\ E_z^{n+1}(i, j, k) &= C_{Ez0} E_z^n(i, j, k) + C_{Ez1} (H_y^n(i, j, k) - H_y^n(i-1, j, k)) + C_{Ez2} (H_x^n(i, j, k) - H_x^n(i, j-1, k)) \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned} C_{Ex0} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} & C_{Ex1} &= \frac{\left(\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta y}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} & C_{Ex2} &= -\frac{\left(\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta z}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} \\ C_{Ey0} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} & C_{Ey1} &= \frac{\left(\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta z}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} & C_{Ey2} &= -\frac{\left(\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta x}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} \\ C_{Ez0} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} & C_{Ez1} &= \frac{\left(\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta x}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} & C_{Ez2} &= -\frac{\left(\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k) \Delta y}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \epsilon_0 \epsilon_r(i, j, k)}\right)} \end{aligned}$$



## Campo Magnético

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1}(i, j, k) &= C_{Hx0} H_x^n(i, j, k) + C_{Hx1} (E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)) + C_{Hx2} (E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)) \\
H_y^{n+1}(i, j, k) &= C_{Hy0} H_y^n(i, j, k) + C_{Hy1} (E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)) + C_{Hy2} (E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)) \\
H_z^{n+1}(i, j, k) &= C_{Hz0} H_z^n(i, j, k) + C_{Hz1} (E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)) + C_{Hz2} (E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k))
\end{aligned}$$

Donde

$$\begin{aligned}
C_{Hx0} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} & C_{Hx1} &= -\frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)\Delta y}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} & C_{Hx2} &= \frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)\Delta z}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} \\
C_{Hy0} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} & C_{Hy1} &= -\frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)\Delta z}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} & C_{Hy2} &= \frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)\Delta x}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} \\
C_{Hz0} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} & C_{Hz1} &= -\frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)\Delta x}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)} & C_{Hz2} &= \frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)\Delta y}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0 u_r(i, j, k)}\right)}
\end{aligned}$$

## ANEXO B

### Ecuaciones FDTD-2D para Materiales Homogéneos

Campo Eléctrico

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = E_x^n(i, j, k) + C_{Ex1} \left( H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i, j-1, k) \right)$$

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = E_y^n(i, j, k) + C_{Ey2} \left( H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i-1, j, k) \right)$$

Donde

$$C_{Ex1} = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k) \Delta y}$$

$$C_{Ey2} = -\frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k) \Delta x}$$

Campo Magnético

$$H_z^{n+1}(i, j, k) = H_z^n(i, j, k) + C_{Hz1} \left( E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k) \right) + C_{Hz2} \left( E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k) \right)$$

Donde

$$C_{Hz1} = -\frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta x} \quad C_{Hz2} = \frac{\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k) \Delta y}$$

### Ecuaciones FDTD-2D para Materiales no Homogéneos

Se obtiene de la misma forma que FDTD-3D

Campo Eléctrico

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = C_{Ex0} E_x^n(i, j, k) + C_{Ex1} \left( H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i, j-1, k) \right)$$

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = C_{Ey0} E_y^n(i, j, k) + C_{Ey2} \left( H_z^n(i, j, k) - H_z^n(i-1, j, k) \right)$$

Donde

$$C_{Ex0} = \frac{\left( 1 - \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)} \right)}{\left( 1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)} \right)} \quad C_{Ex1} = \frac{\left( \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k) \Delta y} \right)}{\left( 1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2 \varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)} \right)}$$

$$C_{E_{y0}} = \frac{\left(1 - \frac{\sigma(i, j, k)\Delta t}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k)\Delta t}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(i, j, k)}\right)} \quad C_{E_{y2}} = -\frac{\left(\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\varepsilon_r(i, j, k)\Delta x}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma(i, j, k)\Delta t}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(i, j, k)}\right)}$$

Campo Magnético

$$H_z^{n+1}(i, j, k) = C_{Hz0}H_z^n(i, j, k) + C_{Hz1}\left(E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)\right) + C_{Hz2}\left(E_y^n(i, j+1, k) - E_y^n(i, j, k)\right)$$

Donde

$$C_{Hz0} = \frac{\left(1 - \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0u_r(i, j, k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0u_r(i, j, k)}\right)} \quad C_{Hz1} = -\frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0u_r(i, j, k)\Delta x}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0u_r(i, j, k)}\right)} \quad C_{Hz2} = \frac{\left(\frac{\Delta t}{u_0u_r(i, j, k)\Delta y}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma'(i, j, k)\Delta t}{2u_0u_r(i, j, k)}\right)}$$

## ANEXO C

### Ecuaciones FDTD-2D con PML

Para la formulación de PML, es necesario tomar  $H_z$  como la suma de una componente en  $x$  y otra en  $y$ .

$$H_z^n(i, j, k) = H_{zx}^n(i, j, k) + H_{zy}^n(i, j, k)$$

Insertando el perfil parabólico en el FDTD-2D se obtiene

Campo Eléctrico

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = C_{Ex0} E_x^n(i, j, k) + C_{Ex1} \left( (H_{zy}^n(i, j, k) - H_{zy}^n(i, j-1, k)) + (H_{zx}^n(i, j, k) - H_{zx}^n(i, j-1, k)) \right)$$

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = C_{Ey0} E_y^n(i, j, k) + C_{Ey2} \left( (H_{zy}^n(i, j, k) - H_{zy}^n(i-1, j, k)) + (H_{zx}^n(i, j, k) - H_{zx}^n(i-1, j, k)) \right)$$

Donde

$$C_{Ex0} = \exp\left(-\frac{\sigma_x(i, j, k)\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)}\right) \quad C_{Ex1} = \frac{1 - \exp\left(-\frac{\sigma_y(i, j, k)\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)}\right)}{\sigma_y(i, j, k)\Delta y}$$

$$C_{Ey0} = \exp\left(1 - \frac{\sigma_y(i, j, k)\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)}\right) \quad C_{Ey2} = -\frac{1 - \exp\left(-\frac{\sigma_x(i, j, k)\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)}\right)}{\sigma_x(i, j, k)\Delta x}$$

Tomando  $\hat{\sigma}_x = \frac{\sigma_{\max} x^3}{3\Delta x \delta^2}$   $\hat{\sigma}_y = \frac{\sigma_{\max} y^3}{3\Delta y \delta^2}$ , conductividades que se incrementan a medida que se aleja de la pared, e introduciendo por lo tanto en las ecuaciones de FDTD un perfil parabólico [6].

Es necesario además, hacer una rotación de constantes en el campo eléctrico para ajustar las dos componentes a las dos componentes magnéticas.

Campo Magnético

$$H_{zx}^{n+1}(i, j, k) = C_{H_{zx0}} H_z^n(i, j, k) + C_{H_{zx1}} (E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k))$$

$$H_{zy}^{n+1}(i, j, k) = C_{H_{zy0}} H_z^n(i, j, k) + C_{H_{zy1}} (E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k))$$

Donde

$$C_{H_{zx}0} = \exp\left(-\frac{\sigma'_x(i, j, k)\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)}\right) \quad C_{H_{zx}1} = -\frac{1 - \exp\left(-\frac{\sigma'_x(i, j, k)\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)}\right)}{\sigma'_x(i, j, k)\Delta t}$$

$$C_{H_{zy}0} = \exp\left(-\frac{\sigma'_y(i, j, k)\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)}\right) \quad C_{H_{zy}1} = -\frac{1 - \exp\left(-\frac{\sigma'_y(i, j, k)\Delta t}{u_0 u_r(i, j, k)}\right)}{\sigma'_y(i, j, k)\Delta t}$$

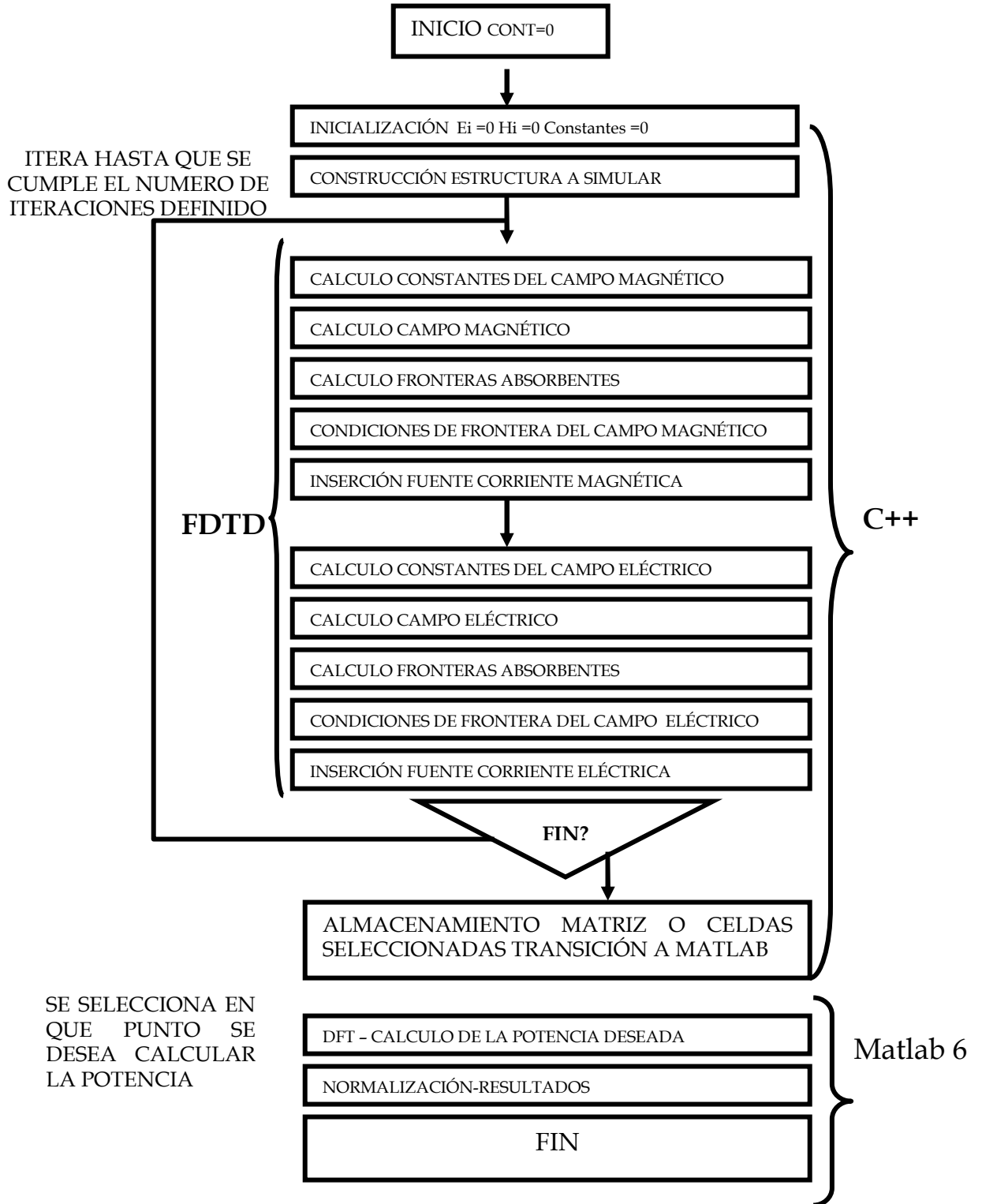
Y para que se obtenga perfecto acople es necesario

$$\frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)} = \frac{\sigma'_x}{u_0 u_r(i, j, k)}$$

$$\frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(i, j, k)} = \frac{\sigma'_y}{u_0 u_r(i, j, k)}$$

# ANEXO D

## Algoritmo



## Código

Se omiten las funciones de Almacenamiento en C++ al igual que las de lectura en Matlab, sin embargo estas van en el CD anexo. El ajuste de parámetros se hace sobre el mismo código debido a que el manejo de interfaces con el usuario ante simulaciones muy similares hace que el programa se torne muy tedioso de manejar debido a que comúnmente se varia tan solo un parámetro y se hace necesario repetir los otros, la inclusión de los parámetros se hace en la función *calculoParametros()* .

Para la ejecución del programa es necesario tener un compilador de C/C++ relativamente reciente, aconsejamos gracias ala experiencia en programación el uso de C++ Builder 5 o posteriores, también es necesario poseer el suficiente espacio en disco considerando el tamaño de la estructura simulada y el numero de iteraciones, en estructuras grandes puede llegar a consumir 5G en disco duro.

Este programa se proporciona con la debida autorización de la universidad, y su uso, es exclusivamente bajo su propia responsabilidad ante cualquier daño o perjuicio que este pueda ocasionar a su equipo. El programa se expone a continuación

```
#define M_PI 3.14159265358979323846

struct campos
{
    double Ex;      //Exy
    double Ey;      //Eyx
    double Uzx;
    double Uzy;

    unsigned short tipo; // creo que es un byte
};

struct complejos      /* complex pair */
{
    double r;          /* real part */
    double i;          /* imaginary part */
};

typedef struct campos Campos;
typedef Campos * CamposPtrPtr;

typedef struct complejos Complejo;
typedef Complejo * ComplejoPtr;

//-----
//          VARIABLES UTILIZADAS IMPORTANTES
//-----

double a=0,b=0;
double DeltaX=0,DeltaY=0;
double epsilon=8.85419*pow(10,-12),miu=1.2566*pow(10,-6);
double Wo=0,DeltaT=0,To=0,sigma=0;
double epsilonRAire=1,epsilonRDielectrico=10.24;
double pulsoGauss=0;
int longX=0,longY=0,Px=0,Py=0,Mx=0,Cx=0,Cz=0,CxE=0,CzE=0,CxF=0,CzF=0;
int tipoCampo=0,maxIteraciones=0;
int PosIx=0; //celda en x donde ubicamos el resonador
int PosIz=0; //celda en z donde ubicamos el resonador
int posFx=0; //celda en x donde ubicamos la fuente
int posFz=0; //celda en z donde ubicamos la fuente
double NCelWx=0,NCelWy=0; // numero de celdas que ocupa w
double NCelAx=0,NCelAy=0; // numero de celdas que ocupa A;
double NCelXx=0,NCelXy=0; // numero de celdas que ocupa X;
int longPML=0;

//-----
//          FUNCIONES
//-----

void inicializarMatriz(CamposPtrPtr *Actual);
void calculoParametros();
```

```

void actualizarCampoU(CamposPtrPtr *Actual);
void actualizarCampoE(CamposPtrPtr *Actual);
void calcularConstantes(int i,int j,double &CteCampoEx,double &CteCampoEy,double &CteCampoEsx,double
&CteCampoEsy,double &CteCampoUx,double &CteCampoUy,double &CteCampoUsx,double &CteCampoUy, double &Fuente,
CamposPtrPtr *Actual);
void cancelarCamposETangenciales(int i,int j,CamposPtrPtr *Actual);
void actualizarPulsoGauss(int n);

//-----
// MAIN
//-----
int main()
{
    int contaux=0,cont=1;
    CamposPtrPtr *Actual; // Matriz de Campos
    ComplejoPtr vec,vecDFT;
    calculoParametros(); // Actualiza Parametros
    //----- matriz dinámica -----//
    Actual=new CamposPtrPtr [longX];
    for(int i=0;i<longX;i++){
        Actual[i]=new Campos [longY];
    }
    //----- Configuración de la Estructura -----//

    inicializarMatriz(Actual); //Asigna cada una de las zonas del volumen computacional Deseado
    configuracion(Actual); //Almacena la configuración de la cavidad
    //----- CICLO PRINCIPAL -----//
    // calcular tiempo de ejecución
    time_t tiempoInicial,tiempoTotal,tiempoFinal;
    tiempoInicial=time(NULL);
    cout<<"Iteracion: "<<endl;

    for(cont=1,contaux=1;cont<=maxIteraciones;cont++,contaux++){ //CICLO PRINCIPAL

        actualizarPulsoGauss(cont); //ajuste fuente
        actualizarCampoE(Actual); //Actualizar Campo E incluyendo condiciones de frontera e inclusión fuente
        actualizarCampoU(Actual); Actualizar Campo H incluyendo condiciones de frontera e inclusión fuente

        //almacenarNivel(Actual,longX,longY,cont);
        // almacenarCeldaFDTD(Actual,Cx,Cz,04); FUNCIONES DE ALMACENAMIENTO

    }
    tiempoTotal=0;
    tiempoFinal=time(NULL);
    tiempoTotal=tiempoFinal-tiempoInicial;
    cout<<"\n\ntiempo en calcular los campos = "<<tiempoTotal<<" segundos";

    //----- borrar matriz dinamica -----//
    for(int I=0;I<longX;I++){
        {
            delete [] Actual[I];
        }
        delete [] Actual;
    }
    return 0;
}

//-----
// Calculo de Parametros de la Cavidad
//-----
void calculoParametros()
{
    double Celx=0,Cely=0,medF=0,anchoa=0,anchox=0,anchow=0,BW=0;
    float tamMem=0;

    epsilon=8.85419*pow(10,-12);
    miu=1.2566*pow(10,-6);
    epsilonRAire=1;
    epsilonRDielectrico=10.24; //
    longPML=6;
    Cely=Celx=20;
    maxIteraciones=5000;
    tipoCampo=2;

    //FREC EXITACION
    medF=1.9*pow(10,14);
    BW=0.2*pow(10,14);
    sigma=2/(M_PI*BW);
    To=3.03*sigma;
    Wo=2*M_PI*(medF);
    DeltaX= 1/sqrt(miu*epsilon*(epsilonRAire)*(epsilonRDielectrico)) * 1/((medF+BW/2)*Celx);
    DeltaY= 1/sqrt(miu*epsilon*(epsilonRAire)*(epsilonRDielectrico)) * 1/((medF+BW/2)*Cely);

    //FORMA DE LA ESTRUCTURA
    a=3*pow(10,-6);
    b=3*pow(10,-6);
    anchow=0.2*pow(10,-6);
    anchoa=0.72*pow(10,-6);

```



```

anchox=0.42*pow(10,-6);
Px= ceil(a/DeltaX);
Py= ceil(b/DeltaY);
DeltaX=(a/Px);
DeltaY=(b/Py);
PosIx=ceil(Px*1/2); //posición estructura
PosIz=ceil(Py*1/2);
// PosIx=20;
// PosIz=100;
NCelWx=ceil(anchox/DeltaX);
NCelWy=ceil(anchoy/DeltaY);
NCelAx=ceil(anchoa/DeltaX);
NCelAy=ceil(anchoa/DeltaY);
NCelXx=ceil(anchox/DeltaX);
NCelXy=ceil(anchoy/DeltaY);
longX=Px+longPML+3+longPML+3;
longY=Py+longPML+3+longPML+3;
DeltaT= sqrt(miu*epsilon);
DeltaT*=1/sqrt(pow(1/DeltaX,2)+pow(1/DeltaY,2));

//POS FUENTE - POS A SIMULAR
posFx=longPML+PosIx+ceil(NCelWx*1/2);
posFz=40;
Cx=posFx;
Cz=83;

cout<<"\nWo: "<<Wo;
cout<<"\nTo: "<<To;
cout<<"\nPosX: "<<posFx;
cout<<"\nPosY: "<<posFz;
cout<<"\nPosX: "<<PosIx;
cout<<"\nPosY: "<<PosIz;
cout<<"\nDeltaX: "<<DeltaX;
cout<<"\nDeltaY: "<<DeltaY;
cout<<"\nDeltaT: "<<DeltaT;
cout<<"\n W = "<<NCelWx<<" = "<<NCelWx*DeltaX*pow(10,6)<<" um";
cout<<"\n A = "<<NCelAx<<" = "<<NCelAx*DeltaX*pow(10,6)<<" um";
cout<<"\n X = "<<NCelXx<<" = "<<NCelXx*DeltaX*pow(10,6)<<" um";
cout<<"\n W = "<<NCelWy<<" = "<<NCelWy*DeltaY*pow(10,6)<<" um";
cout<<"\n A = "<<NCelAy<<" = "<<NCelAy*DeltaY*pow(10,6)<<" um";
cout<<"\n X = "<<NCelXy<<" = "<<NCelXy*DeltaY*pow(10,6)<<" um\n\n";
cout<<"\nNumero de Celdas Total";
cout<<"\nlongX="<<longX;
cout<<"\nlongY="<<longY<<endl;

//----- Calculando la Memoria Requerida -----//
tamMem=longX*longY*12*4*4;
tamMem+=longX*longY;
tamMem/=1000000;
cout<<"\nLa memoria requerida es "<< tamMem<<" MB de RAM"<<endl;
}

// -----
//AUCTUALIZAR CAMPO MAGNETICO
// -----
void actualizarCampoU(CamposPtrPtr *Actual)
{
    double CteCampoEx=0,CteCampoEy=0,CteCampoUx=0,CteCampoUy=0,CteCampoEsx=0,CteCampoEsy=0,CteCampoUsx=0,
           CteCampoUsy=0,Fuente=0;
    for(int i=1;i<longX-1;i++)
    {
        for(int j=1;j<longY-1;j++)
        {
            CteCampoEx=CteCampoEy=CteCampoUx=CteCampoUy=CteCampoEsx=CteCampoEsy=CteCampoUsx=CteCampoUsy=Fue
nte=0;

            calcularConstantes(i,j,CteCampoEx,CteCampoEy,CteCampoEsx,CteCampoEsy,CteCampoUx,CteCampoUy,CteC
ampoUsx,CteCampoUsy,Fuente,Actual);

            Actual[i][j].Uzx = CteCampoUsx*Actual[i][j].Uzx + CteCampoUx*( Actual[i][j].Ey-
Actual[i+1][j].Ey );

            Actual[i][j].Uzy = CteCampoUsy*Actual[i][j].Uzy - CteCampoUy*( Actual[i][j].Ex-
Actual[i][j+1].Ex );

            if(posFx==i){ //Inclusion de la FUENTE
                Actual[i][j].Uzx = Actual[i][j].Uzx + CteCampoUx*Fuente/2;
                Actual[i][j].Uzy = Actual[i][j].Uzy + CteCampoUy*Fuente/2;
            }
        }
    }
}

```

```

// -----
// ACTUALIZAR CAMPO ELECTRICO
// -----
void actualizarCampoE(CamposPtrPtr *Actual)
{
    double
    CteCampoEx=0,CteCampoEy=0,CteCampoUx=0,CteCampoUy=0,CteCampoEsx=0,CteCampoEsy=0,CteCampoUsx=0,CteCampoUsy=0,Fuente
    =0;
    for(int i=1;i<longX-1;i++)
    {
        for(int j=1;j<longY-1;j++)
        {
            CteCampoEx=CteCampoEy=CteCampoUx=CteCampoUy=CteCampoEsx=CteCampoEsy=CteCampoUsx=CteCampoUsy=Fue
            nte=0;

            calcularConstantes(i,j,CteCampoEx,CteCampoEy,CteCampoEsx,CteCampoEsy,CteCampoUx,CteCampoUy,CteC
            ampoUsx,CteCampoUsy,Fuente,Actual);

            Actual[i][j].Ex = CteCampoEsx*(Actual[i][j].Ex) + CteCampoEx*( Actual[i][j].Uzx-Actual[i][j-
            1].Uzx + Actual[i][j].Uzy-Actual[i][j-1].Uzy );

            Actual[i][j].Ey = CteCampoEsy*(Actual[i][j].Ey) - CteCampoEy*( Actual[i][j].Uzx-Actual[i-
            1][j].Uzx + Actual[i][j].Uzy-Actual[i-1][j].Uzy );

            cancelarCamposETangenciales(i,j,Actual);
        }
    }
}
// -----
// FUENTE DE ALIMENTACIÓN
// -----
void actualizarPulsoGauss(int n) //FUENTE
{
    pulsoGauss = cos(Wo*n*DeltaT)*exp(-pow(n*DeltaT-To,2)/(2*sigma*sigma));
}
// -----
// CALCULO DE LAS CONSTANTES DE CADA CELDA
// -----
void calcularConstantes(int i,int j,double &CteCampoEx,double &CteCampoEy,double &CteCampoEsx,double
&CteCampoEsy,double &CteCampoUx,double &CteCampoUy,double &CteCampoUsx,double &CteCampoUsy,double &Fuente,
CamposPtrPtr *Actual)
{
    double cteX1=0,cteX2=0,cteY1=0,cteY2=0,epsilonRX=0,epsilonRY=0;
    double pos_i=0,pos_j=0,sigmaExmax=0,sigmaEymax=0,sigmaEx=0,sigmaEy=0,sigmaUx=0,sigmaUy=0;

    // ----- Calculo Epsilon R -----
    if(Actual[i][j].tipo!=3 && Actual[i][j].tipo!=7 && Actual[i][j].tipo!=8 && Actual[i][j].tipo!=9){ //
        cteX1=cteY1=epsilonRAire;
    }else{
        cteX1=cteY1=epsilonRDielectrico;
    }

    if(Actual[i-1][j].tipo!=3 && Actual[i-1][j].tipo!=7 && Actual[i-1][j].tipo!=8 && Actual[i-1][j].tipo!=9){
//
        cteY2=epsilonRAire;
    }else{
        cteY2=epsilonRDielectrico;
    }

    if(Actual[i][j-1].tipo!=3 && Actual[i][j-1].tipo!=7 && Actual[i][j-1].tipo!=8 && Actual[i][j-1].tipo!=9){ //
        cteX2=epsilonRAire;
    }else{
        cteX2=epsilonRDielectrico;
    }

    epsilonRX=epsilon*((cteX1+cteX2)/2);
    epsilonRY=epsilon*((cteY1+cteY2)/2);

    // ----- Calculo de Sigmas PML -----
    sigmaUx=sigmaUy=sigmaEx=sigmaEy=0;
    CteCampoEsx=CteCampoEsy=CteCampoEx=CteCampoEy=0;
    CteCampoUsx=CteCampoUsy=CteCampoUx=CteCampoUy=0;
    Fuente=0;
    sigmaExmax=0.001*epsilonRX/epsilon;
}

```

```

sigmaEymax=0.001*epsilonRY/epsilon;

if(Actual[i][j].tipo==0 || Actual[i][j].tipo==9) //METAL
{
    if(longPML!=0)
    {
        sigmaEx=sigmaExmax*longPML/(3*DeltaX);
        sigmaUx=sigmaEx*miu/(epsilonRX);
        sigmaEy=sigmaEymax*longPML/(3*DeltaY);
        sigmaUy=sigmaEy*miu/(epsilonRY);

        CteCampoEsx = exp(-sigmaEy*DeltaT/epsilonRY);
        CteCampoEsy = exp(-sigmaEx*DeltaT/epsilonRX);
        CteCampoEx = (1 - exp(-sigmaEy*DeltaT/epsilonRY))/(sigmaEy*DeltaY);
        CteCampoEy = (1 - exp(-sigmaEx*DeltaT/epsilonRX))/(sigmaEx*DeltaX);

        CteCampoUsx = exp(-sigmaUx*DeltaT/miu);
        CteCampoUsy = exp(-sigmaUy*DeltaT/miu);
        CteCampoUx = (1 - exp(-sigmaUx*DeltaT/miu))/(sigmaUx*DeltaX);
        CteCampoUy = (1 - exp(-sigmaUy*DeltaT/miu))/(sigmaUy*DeltaY);
    }
    else
    {
        sigmaEx=0;
        sigmaUx=0;
        sigmaEy=0;
        sigmaUy=0;

        CteCampoEsx = 1;
        CteCampoEsy = 1;
        CteCampoEx = DeltaT/(epsilonRY*DeltaY);
        CteCampoEy = DeltaT/(epsilonRX*DeltaX); // En la ecuación principal viene el cambio Ex-y

        CteCampoUsx = 1;
        CteCampoUsy = 1;
        CteCampoUx = DeltaT/(miu*DeltaX);
        CteCampoUy = DeltaT/(miu*DeltaY);
    }
}
else if(Actual[i][j].tipo==4 || Actual[i][j].tipo==7) //PML Vertical
{
    if(longX/2>i)
    {
        pos_i=longPML+3-i;
    }
    else
    {
        pos_i=i-(longX-longPML-3)+2;
    }
    sigmaEx=sigmaExmax*pow(pos_i,3)/(3*DeltaX*longPML*longPML);
    sigmaUx=sigmaEx*miu/(epsilonRX);
    sigmaEy=0;
    sigmaUy=0;

    CteCampoEsx = 1;
    CteCampoEsy = exp(-sigmaEx*DeltaT/epsilonRX);
    CteCampoEx = DeltaT/(epsilonRY*DeltaY);
    CteCampoEy = (1 - exp(-sigmaEx*DeltaT/epsilonRX))/(sigmaEx*DeltaX);

    CteCampoUsx = exp(-sigmaUx*DeltaT/miu);
    CteCampoUsy = 1;
    CteCampoUx = (1 - exp(-sigmaUx*DeltaT/miu))/(sigmaUx*DeltaX);
    CteCampoUy = DeltaT/(miu*DeltaY);
}
else if(Actual[i][j].tipo==5 || Actual[i][j].tipo==8) //PML Horizontal
{
    if(longY/2>j)
    {
        pos_j=longPML+3-j;
    }
    else
    {
        pos_j=j-(longY-longPML-3)+2;
    }
    sigmaEx=0;
    sigmaUx=0;
    sigmaEy=sigmaEymax*pow(pos_j,3)/(3*DeltaY*longPML*longPML);
    sigmaUy=sigmaEy*miu/(epsilonRY);

    CteCampoEsx = exp(-sigmaEy*DeltaT/epsilonRY);
    CteCampoEsy = 1;
    CteCampoEx = (1 - exp(-sigmaEy*DeltaT/epsilonRY))/(sigmaEy*DeltaY);
    CteCampoEy = DeltaT/(epsilonRX*DeltaX);
}

```

```

CteCampoUsx = 1;
CteCampoUsy = exp(-sigmaUy*DeltaT/miu);
CteCampoUx = DeltaT / (miu*DeltaX);
CteCampoUy = (1 - exp(-sigmaUy*DeltaT/miu)) / (sigmaUy*DeltaY);
}
else if(Actual[i][j].tipo==6) //PML vertical y Horizontal
{
    if(longX/2>i)
    {
        pos_i=longPML+3-i;
    }
    else
    {
        pos_i=i-(longX-longPML-3)+2;
    }
    sigmaEx=sigmaExmax*pow(pos_i,3)/(3*DeltaX*longPML*longPML);
    sigmaUx=sigmaEx*miu/(epsilonRX);
    if(longY/2>j)
    {
        pos_j=longPML+3-j;
    }
    else
    {
        pos_j=j-(longY-longPML-3)+2;
    }
    sigmaEy=sigmaEymax*pow(pos_j,3)/(3*DeltaY*longPML*longPML);
    sigmaUy=sigmaEy*miu/(epsilonRY);

    CteCampoEsx = exp(-sigmaEy*DeltaT/epsilonRY);
    CteCampoEsy = exp(-sigmaEx*DeltaT/epsilonRX);
    CteCampoEx = (1 - exp(-sigmaEy*DeltaT/epsilonRY)) / (sigmaEy*DeltaY);
    CteCampoEy = (1 - exp(-sigmaEx*DeltaT/epsilonRX)) / (sigmaEx*DeltaX);

    CteCampoUsx = exp(-sigmaUx*DeltaT/miu);
    CteCampoUsy = exp(-sigmaUy*DeltaT/miu);
    CteCampoUx = (1 - exp(-sigmaUx*DeltaT/miu)) / (sigmaUx*DeltaX);
    CteCampoUy = (1 - exp(-sigmaUy*DeltaT/miu)) / (sigmaUy*DeltaY);
}
else //Sin PML
{
    sigmaEx=0;
    sigmaUx=0;
    sigmaEy=0;
    sigmaUy=0;

    CteCampoEsx = 1;
    CteCampoEsy = 1;
    CteCampoEx = DeltaT / (epsilonRY*DeltaY);
    CteCampoEy = DeltaT / (epsilonRX*DeltaX); // En la ecuación principal viene el cambio Ex-y

    CteCampoUsx = 1;
    CteCampoUsy = 1;
    CteCampoUx = DeltaT / (miu*DeltaX);
    CteCampoUy = DeltaT / (miu*DeltaY);
}

if(posFz==j && Actual[i][j].tipo==3){ //Distribución FUENTE
    Fuente=pulsoGauss;
}
else if(Actual[i][j].tipo==2){
    Fuente=pulsoGauss;
    if(i<posFx){
        Fuente*=exp(-M_PI*(posFx-i)/(NCelWx));
    }
    else{
        Fuente*=exp(M_PI*(posFx-i)/(NCelWx));
    }
}
else{
    Fuente=0;
}
}
//-----
// Forma de la Cavidad
//-----
void inicializarMatriz(CamposPtrPtr *Actual)
{
    double NCelXi,NCelXj,NC1Xi,NC1Xj,NC2Xi,NC2Xj;
    NCelXi=NCelXx;
    NCelXj=NCelXy;
    NC1Xi=NCelXx;
    NC1Xj=NCelXy;
    NC2Xi=NCelXx;
}

```

```

NC2Xj=NCelXy;
for(int i=0;i<longX;i++){
  for(int j=0;j<longY;j++){
    Actual[i][j].Ex=0;
    Actual[i][j].Ey=0;
    Actual[i][j].Uzx=0;
    Actual[i][j].Uzy=0;
    Actual[i][j].tipo=0; // por default
    if( i+1 > 3 && i+1<=longX-3 && j+1> 3 && j+1<=longY-3){

      if( i+1<=longPML+3 || i+1>longX-longPML-3 || j+1<=longPML+3 || j+1>longY-longPML-3 ){

        if(i+1<=longPML+3){

          Actual[i][j].tipo=4;
          if(j+1<=longPML+3 || j+1>longY-longPML-3){
            Actual[i][j].tipo=6;
          }
        }

        if(i+1>longX-longPML-3){

          Actual[i][j].tipo=4;
          if(j+1<=longPML+3 || j+1>longY-longPML-3){
            Actual[i][j].tipo=6;
          }
        }

        if(j+1<=longPML+3){

          Actual[i][j].tipo=5;
          if(i+1<=longPML+3 || i+1>longX-longPML-3){
            Actual[i][j].tipo=6;
          }
        }

        if(j+1>longY-longPML-3){

          Actual[i][j].tipo=5;
          if(i+1<=longPML+3 || i+1>longX-longPML-3){
            Actual[i][j].tipo=6;
          }
        }
      }
    }else{
      Actual[i][j].tipo=2; //Aire
    }
  }
}
//RESONADOR DISCO/ARO -----
//Guia de Onda superior
if(i+1 >= PosIx-ceil(NCelAx/2)-NCelWx-NCelXx && i+1 <= PosIx-ceil(NCelAx/2)-NCelXx){
  if(Actual[i][j].tipo==0){
    Actual[i][j].tipo=0;
  }else if(Actual[i][j].tipo<4){
    Actual[i][j].tipo=3; // Dielectrico
  }else{
    Actual[i][j].tipo=8;
  }
}
//Guia de Onda inferior
if(i+1 >= PosIx+ceil(NCelAx/2)+NCelXx && i+1 <= PosIx+ceil(NCelAx/2)+NCelWx+NCelXx){
  if(Actual[i][j].tipo==0){
    Actual[i][j].tipo=0;
  }else if(Actual[i][j].tipo<4){
    Actual[i][j].tipo=3; // Dielectrico
  }else{
    Actual[i][j].tipo=8;
  }
}
//Circulo
if(PosIx-(i+1)< ceil(NCelAx/2) && (i+1)-PosIx<ceil(NCelAx/2) && PosIz-(j+1)< ceil(NCelAx/2) &&
(j+1)-PosIz<ceil(NCelAx/2) && pow(PosIx-(i+1),2)+pow(PosIz-(j+1),2)<=pow(ceil(NCelAx/2),2)){
  if(Actual[i][j].tipo==0){
    Actual[i][j].tipo=0;
  }else if(Actual[i][j].tipo<4){
    Actual[i][j].tipo=3; // Dielectrico
  }
}
//Aro
if(PosIx-(i+1)< ceil(NCelAx/2)-(NCelWx+1) && (i+1)-PosIx<ceil(NCelAx/2)-(NCelWx+1) && PosIz-(j+1)<
ceil(NCelAx/2)-(NCelWx+1) && (j+1)-PosIz<ceil(NCelAx/2) && pow(PosIx-(i+1),2)+pow(PosIz-
(j+1),2)<=pow(ceil(NCelAx/2)-(NCelWx+1),2)){
  if(Actual[i][j].tipo==0){
    Actual[i][j].tipo=0;
  }else if(Actual[i][j].tipo<4){
    Actual[i][j].tipo=2; // Aro -Circulo Interno
  }
}
}

```



```

//-----
//  CONDICIONES DE FRONTERA
//-----
void cancelarCamposETangenciales(int i,int j,CamposPtrPtr *Actual)
{
    if(Actual[i][j].tipo==0 || Actual[i][j].tipo==9)//hay metal abajo
    {
        Actual[i][j].Ex=0;
        Actual[i][j].Ey=0;
    }
    if(Actual[i][j-1].tipo==0 || Actual[i][j-1].tipo==9)
    {
        Actual[i][j].Ex=0;
    }
    if(Actual[i-1][j].tipo==0 || Actual[i-1][j].tipo==9 )
    {
        Actual[i][j].Ey=0;
    }
}

Funciones en Matlab

//-----
//FUNCION QUE EXTRAER LOS CAMPOS DE LA MATRIZ
function M = SS(baseName, n_min, n_max,vectorposx,vectorposy,n_maxvec,dt)
%basename archivo base
%n_min numero de iteracion minimo
%n_max numero de iteracion maximo
%vectorposx posiciones x donde mirar potencia3
%vectorposy posiciones y donde mirar potencia
%n_maxvec delimita el vector de posiciones

k = n_min;
while k <= n_max
    sliceName = sprintf('%s%.4d.csv', baseName,i);
    file = fopen(sliceName, 'r');
    if file <= 0
        return
    end
    slice = load_matrix(sliceName);
    j=0
    while j<n_max
        Ez(k)=Ez(k)+abs(fft(slice(vectorposx(j),vectorposy(j))))^2;
        j=j+1
    end
    k = k + 1;
end

M=Ez;
//-----

//Calculo de Potencias
function dft(archivo,dt,archivo2,dt2,n_max)

file=fopen(archivo,'r');
if file <=0
    error('no se pudo abrir el archivo')
end

file2=fopen(archivo2,'r');
if file2 <=0
    error('no se pudo abrir el archivo')
end
i=1;
while i < n_max
    EzRef(i)=fscanf(file, '%f',1);
    EzR(i)=fscanf(file2, '%f',1);
    i=i+1
end
fclose(file)
%figure;
%PlotFourierTransform(EzRef, dt);
%figure;
%PlotFourierTransform(EzR, dt2);

j=1;
while j<max(size(dftR))
    Er(j)= (dftR(j)- dftRef(j))/dftRef(j) ;
    Et(j)= (dftR(j))/dftRef(j) ;
    j=j+1
end

figure;
PlotFT(Er,dt2);
figure;

```

```

PlotFT(Et,dt2);

//Funcion que grafica la transformada de Fourier vs. frecuencia y vs. Longitud de Onda
function PlotFT(DFT, dt)
% function PlotFourierTransform(DFT, dt)
% Will plot DFT with correct frequency axis scale.
% dt is the independent variable (i.e. time) step used to sample the
% data (the inverse of the sampling frequency).

Nsamples = max(size(DFT));
fmin = 1/(dt*Nsamples);
if round(Nsamples/2) == Nsamples/2
    scale = fmin*(-(Nsamples-2)/2:Nsamples/2);
else
    scale = fmin*(-(Nsamples-1)/2:(Nsamples-1)/2);
end

newscale= 3e8.*(scale.^(-1));
newscale=newscale.*1e9;
plot(newscale, abs(fftshift(DFT)));
axis([1480 1620 0 1]);
%figure;
%plot(scale, abs(fftshift(DFT)));

//-----
// FIN --- Alfredo Ramírez alfr-ram@uniandes.edu.co

```