



CEDE

**DOCUMENTO CEDE 2003-17
ISSN 1657-7191 (Edición Electrónica)
AGOSTO DE 2003**

GARANTÍA DE PENSIÓN MÍNIMA EN COLOMBIA: EL EFECTO DE LA VOLATILIDAD DEL RETORNO DE LA CUENTA DE AHORRO INDIVIDUAL¹

CARLOS FERNANDO SILVA PEÑA

Resumen

La ley 100 de 1993 modificó el Sistema General de Pensiones en Colombia. El Régimen de Ahorro Individual (RAI), uno de los dos regímenes que se implementaron, tiene entre sus componentes sociales a la Garantía de Pensión Mínima (GPM). Esta garantiza a los afiliados al RAI que, independiente del valor que logren acumular en sus cuentas de ahorro individual, van a obtener una pensión de por lo menos un salario mínimo mensual, luego de haber cumplido los requisitos de edad y semanas de cotización. El propósito de este trabajo es estimar el subsidio implícito de la GPM por medio de una aproximación de opciones financieras, de forma que se vea la necesidad de incluir explícitamente en el cálculo a la volatilidad del retorno de la cuenta del RAI. El riesgo asociado con la variabilidad del retorno del fondo del afiliado, se captura suponiendo que su valor sigue un proceso de difusión y, en segundo lugar, mostrando la correspondencia entre la GPM y una opción financiera *put*. Los resultados justifican la inclusión del riesgo asociado con la volatilidad del retorno de la cuenta, al incrementar el subsidio en 0.13% del PIB para el escenario base. Esto implica una subestimación por parte de los cálculos realizados anteriormente para la GPM en Colombia.

Palabras Claves: Garantía de pensión mínima, pasivos contingentes, régimen de ahorro individual, valoración de contingencias, derivados financieros.

Clasificación JEL: C15, G13, G23, H55

¹ Artículo realizado como tesis para optar por el título de Maestría en Economía de la Universidad de los Andes. El trabajo fue asesorado por Fernando Jaramillo, a quién se le agradece por su colaboración, comentarios y tiempo. También quiero dar gracias a Viswanathan Arunachalam, Tomás Rodríguez y a Camilo Domínguez por sus comentarios y ayuda en la consecución de la información.

Abstract

The law 100 of 1993 modified the General Pension System in Colombia. The Regime of Individual Savings (RAI), one of the two regimes that were implemented, has the Minimum Pension Guarantee (GPM) within its social components. This guarantees the affiliates of the RAI that, independent of the value that they manage to accumulate in their individual accounts, they are going to obtain a pension of at least a minimum wage, after completing the requirements of age and weeks of contributions. The purpose of this article is to estimate the implicit subsidy of the GPM by using an option-based approach, in order to see the necessity of including explicitly in the calculation the volatility of the return of the account of the RAI. The risk associated with the variability of the return in the account of the affiliate, its capture by assuming that its value follows a diffusion process, and by showing the correspondence between the GPM and a put option. The results justify the inclusion of the risk associated with the volatility of the return of the account, by increasing the subsidy in 0.13% of the GDP for the basic scenario. This implies an underestimation made in the previous calculations for the GPM in Colombia.

Key Words: Minimum Pension Guarantee, Contingent Liabilities, Regime of Individual Savings, Valuation of Contingencies, Financial Derivatives

JEL Classification: C15, G13, G23, H55

1. Introducción

Colombia con la ley 100 de 1993, adoptó un sistema general de pensiones compuesto por dos regímenes solidarios excluyentes pero que coexisten. El Instituto de Seguros Sociales (ISS), es el encargado de manejar el Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida, mientras las Administradoras de Fondos de Pensiones Privadas (AFP's) controlan el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad (RAI).

El RAI incluye dos componentes sociales provistos por el Estado. Uno consiste en una garantía de rentabilidad mínima de los recursos de los fondos, que en primera instancia es provista por las AFP's y en última instancia por el Estado². El otro componente social es la Garantía de Pensión Mínima (GPM), que corresponde a la diferencia entre el monto que el afiliado acumuló en su cuenta de capitalización individual al final de su vida laboral y el capital necesario para asegurar una pensión mínima vitalicia de 1 salario mínimo mensual, 14 veces al año. Para que el afiliado tenga derecho a esa garantía, debe cumplir con los requisitos de edad (62 años hombres – 57 años mujeres) y de antigüedad (1150 semanas cotizadas antes del 1 de enero de 2009, fecha a partir de la cual cada año se incrementa en 25 semanas hasta completar 1325 semanas de cotización en el 2015) según el artículo 14 de la ley 797 de 2003³.

² Para un análisis de la garantía de rentabilidad mínima de las AFP's en Colombia refiérase a Klaus P. Fischer. A Discrete Model of Pension Fund Guarantees in Colombia: Pricing and market effects. 1998.

³ También conocida como Reforma Pensional

La GPM es para el Estado un pasivo contingente⁴, ya que es una obligación que depende de sí el afiliado acumuló en su cuenta individual un monto suficiente para financiar por lo menos una pensión mínima vitalicia o no; este evento sólo puede determinarse con certeza en el futuro, específicamente en el momento de retiro de cada afiliado. Este pasivo está directamente ligado con el valor que alcance la cuenta de ahorro individual del afiliado, monto que depende de variables como las tasas de interés, la tasa de contribución, el salario, los costos administrativos y la antigüedad en el sistema del afiliado, entre otras.

Es importante para el Estado identificar los determinantes de la GPM, conocer los riesgos implícitos del RAI y tener estimaciones de esta garantía. Lo anterior permite conocer la verdadera dimensión del subsidio que le está ofreciendo a los afiliados del RAI, analizar la sensibilidad de la GPM ante la inestabilidad de diferentes variables macroeconómicas, tener reservas para cobijar la garantía y poseer criterios para reformar el sistema de ser necesario.

Lo primero que el trabajo pretende hacer es identificar las variables relevantes para la determinación de la GPM en el caso colombiano. Con estas variables definidas, se realiza una cuantificación del pasivo contingente implícito en la GPM, mediante la metodología de análisis de *Contingent Claim*, en conjunto con simulación estocástica y el análisis de diferentes escenarios, siguiendo el marco teórico que utilizó Zurita (1994) para el cálculo de la GPM en Chile. Esta metodología permite valorar la GPM como una opción *put*, identificando al valor de la cuenta individual como el activo subyacente y estimándola con simulaciones de Monte Carlo. Igualmente, esta aproximación permite ver si la inestabilidad de las

⁴ Los Pasivos Contingentes son obligaciones que están determinadas por la ocurrencia, o no, de uno o varios eventos futuros. Polackova (1998).

variables macroeconómicas relevantes, medidas a través de mayores desviaciones estándar de las mismas, tiene efectos negativos sobre el costo fiscal del Estado referente a la GPM.

En Colombia no se ha utilizado la metodología de *Contingent Claim* para la estimación de la GPM, que tiene la ventaja de poder simular mejor los riesgos a los que se enfrentan los afiliados al RAI, como riesgos de tasa de interés, rentabilidad de los activos del fondo y desempleo, entre otros.

El trabajo consta de seis secciones, la primera de las cuales es esta introducción. En la segunda se discuten la literatura internacional y nacional más relevante acerca de los pasivos contingentes, con énfasis en el cálculo de la GPM. La tercera sección muestra la metodología que se sigue en el trabajo. Las secciones cuarta y quinta discuten respectivamente la estimación de los parámetros y los resultados. Finalmente, en la sexta sección se presentan las conclusiones y algunas recomendaciones.

2. Antecedentes

Los gobiernos enfrentan crecientes riesgos fiscales e incertidumbres. Polackova (1998) señala que una de las causas de este hecho tiene que ver con el cambio de rol del Estado, que pasó de financiar y proveer directamente los servicios a garantizar que el sector privado cumpla con metas particulares. La GPM es clasificada por Polackova (1998) como un pasivo contingente explícito; contingente porque depende de sí el valor al final de la vida laboral (en el futuro) en la cuenta individual puede financiar una pensión mínima vitalicia, o no, y; explícito porque el gobierno está obligado por ley a garantizar una pensión mínima

a los afiliados. Los gobiernos que quieran evitar el peligro de inestabilidad fiscal repentina y lograr objetivos de política de largo plazo deben tener un buen conocimiento de sus pasivos, tanto directos como contingentes y deben tener los mecanismos para manejarlos apropiadamente. El autor sugiere que la contabilidad pública tenga en cuenta los pasivos contingentes y que se generen los incentivos adecuados para que los gobiernos no abusen de los pasivos contingentes por medio de asistencia y hasta coerción internacional si es necesario.

Los afiliados a sistemas de contribución definida como el RAI enfrentan diversos riesgos. Blake et al. (2001) señalan que los afiliados a estos regímenes deben enfrentar las fluctuaciones de los mercados financieros, teniendo la posibilidad de que su respectivo fondo pueda sufrir fuertes variaciones a la baja. Igualmente, enfrentan el riesgo de bajas contribuciones en su cuenta individual, por concepto de temporadas de desempleo, bajos salarios o simplemente porque la tasa de cotización es demasiado baja. Al momento del retiro, el afiliado se enfrenta al riesgo de tasa de interés ya que, si las tasas son bajas, su renta vitalicia se ve reducida permanentemente. Otros riesgos que Blake et al. (2001) resaltan incluyen el de inflación, si la anualidad vitalicia no es indexada, y el de cambios desfavorables en la legislación.

Todos los anteriores riesgos que hacen parte del proceso de acumulación, es decir, que se enfrentan antes del retiro, tienen un efecto directo sobre el valor de la cuenta de capitalización individual y en consecuencia sobre la GPM. Blake et al. (2001) realizan un diseño de plan pensional estocástico, comparando los beneficios alcanzados por la cuenta de capitalización individual frente a los de un plan de beneficios definidos. Incluyen como factores de riesgo los retornos a los activos, las tasas de interés, los salarios y el desempleo. Concluyen que

regímenes como el RAI pueden resultar extremadamente riesgosos, relativo a los beneficios de un plan de beneficios definidos. Igualmente señalan que la estrategia de portafolio es altamente determinante del resultado del fondo, encontrando que la mejor estrategia requiere una alta inversión en activos de renta variable, ya que una estrategia conservadora hace necesarios niveles de contribución más altos.

Un enfoque más directo a la estimación de la GPM se encuentra en Zurita (1994) y Pennacchi (1997) para Chile, los cuales usaron una metodología basada en opciones financieras que utilizan la evidente correspondencia de la GPM con una opción *put*. Zurita (1994) tan sólo tiene en cuenta como variable estocástica en su modelación el retorno de los activos del fondo pensional. Encuentra que la GPM equivale al 3% del PIB chileno, resultado mucho mayor que los encontrados en otros trabajos con modelos que usaban variables determinísticas. Pennacchi (1997) utiliza la misma aproximación que Zurita (1994), pero incluye un número de extensiones. Además de permitir que los retornos de las pensiones sean estocásticos, también admite que el salario real de los trabajadores y la tasa de interés real sean determinados por procesos aleatorios. Igualmente tiene un componente que lo hace aún más realista: analiza las diferentes alternativas de plan de retiro que el afiliado tiene a la hora de su jubilación (opciones como la de una pensión vitalicia, retiro programado o retiro programado con pensión vitalicia).

Feldstein y Ranguelova (2000) sugirieron una forma de dar una GPM a los afiliados, sin que ésta sea suministrada por el Estado. Argumentan que un nuevo derivado financiero ofrecido por el mercado puede ofrecer el mismo nivel de beneficios que se ofrece con las actuales reglas del sistema de seguridad social estadounidense.

Al igual que Zurita (1994) y Pennacchi (1997), Feldstein y Ranguelova (2000) miran la garantía de un nivel mínimo de pensión para el afiliado como una opción *put*. Sin embargo, en este caso, la garantía está determinada por los beneficios del sistema actual y no por el salario, como ocurre en los casos de Colombia y Chile. Otra diferencia, es que el *put* no lo provee el Estado sin cargo al afiliado, sino que suponen que el mercado le da la oportunidad al afiliado de financiarse él mismo la garantía e incluso le da la oportunidad de escoger su nivel de garantía preferido. El afiliado paga la compra de la opción *put* por medio de la venta de una opción *call*, operación que se denomina un *collar*. Se asegura de no tener una pensión muy mala, con la contraprestación que no puede acceder a una pensión muy buena tampoco, ya que los dos extremos los asimila el mercado. Los autores son conscientes que hay todavía muchas dificultades para que este tipo de derivados financieros sean desarrollados por el mercado. Es el caso del riesgo moral que se presenta porque el esfuerzo del afiliado tiene efecto sobre su salario, así como la necesidad de generar todo un marco institucional para regular a las firmas privadas que ofrezcan el *collar*, entre otras.

Schreiber (2001) calcula la GPM para Chile utilizando una metodología de simulación estocástica. Sin embargo no comparte la metodología usada por Pennacchi (1997) y Zurita (1994) en cuanto al uso de la valoración de opciones. Explica que el método de valoración de opciones utiliza supuestos muy fuertes para el contexto de las pensiones, como el de no-arbitraje (mercados completos) y el de mercados suficientemente líquidos para los activos. Schreiber (2001) utiliza como variables estocásticas los salarios y el precio de los activos, agregándolo para todos los afiliados. Otra diferencia es que adicionalmente proporciona un estimativo para valorar los bonos de reconocimiento, que fueron dados a quienes contribuyeron al sistema pensional anterior (régimen de prima media). Aunque los

resultados no son directamente comparables con los de Zurita (1994), Schreiber (2001) encuentra que los del primero son razonables. Igualmente, concluye que la transferencia de riesgo de los individuos al Estado es considerable por medio de la GPM y, por ende, sugiere considerar estos efectos inciertos de manera más explícita, en futuros presupuestos gubernamentales.

El gobierno colombiano no ha sido indiferente a los pasivos contingentes. El Congreso de la República con la ley 448 de 1998 reglamentó que la Nación, las Entidades Territoriales y las Entidades Descentralizadas de cualquier orden deben incluir, en sus presupuestos de servicio de deuda, las apropiaciones necesarias para cubrir las posibles pérdidas de las obligaciones contingentes a su cargo. Igualmente se crea un Fondo de Contingencias de las Entidades Estatales y se dictamina que el Gobierno Nacional debe reglamentar la metodología sobre los términos para la inclusión de estas obligaciones en los presupuestos de las entidades. Echeverry (1999) explica que el Departamento Nacional de Planeación realizó una estimación del balance del sector público en Colombia, con base en una iniciativa del Banco Mundial. Utiliza para evaluar la situación fiscal del Estado una metodología de stocks, a diferencia del acostumbrado método de flujos, por lo cual se tuvieron en cuenta tanto los pasivos como los activos contingentes, de forma que se tiene una perspectiva de largo plazo. Encuentra que el pasivo contingente más significativo en 1997 es el pensional, aproximadamente 142% del PIB, representando el 80% del total de la suma de los pasivos explícitos, implícitos y contingentes del Estado. Por su parte Clavijo (2002), encuentra que para 2001 los pasivos contingentes pensionales son del orden de 206% del PIB, representando un 76% de los pasivos totales. Los dos autores concuerdan en que es necesario tener una buena estimación de los pasivos contingentes de forma

que se pueda hacer énfasis en las reformas y para saber el esfuerzo fiscal requerido para que la deuda total no tome un curso explosivo o insostenible.

Acosta y Ayala (2001) dan un diagnóstico y alternativas de solución de la situación pensional, de los alcances de la reforma pensional de 1993 y de los costos fiscales en Colombia. Critican el diseño de la GPM en el sentido que el nivel más bajo de pensión no debería estar sujeto a la máxima variación entre el salario mínimo y el Índice de Precios al Consumidor (IPC) ya que: i) el salario mínimo es un parámetro que se escoge ya sea por consenso político o por decreto, lo que implica una alta discrecionalidad en cuanto a las actualizaciones de las pensiones, incrementando el riesgo para las aseguradoras y aumentando potencialmente la GPM en términos reales; ii) El nivel de las pensiones mínimas es de 50% con respecto al salario medio de los afiliados, porcentaje que para los autores, es muy alto al compararlo con otros países de Latinoamérica. Para solucionar estos problemas de diseño, Acosta y Ayala (2001) sugieren desatar la fijación de pensiones de la de salarios mínimos, teniendo en cuenta sólo el salario mínimo del año de pensión y actualizándolo a partir de ese momento con la variación anual del IPC. También recomiendan graduar la pensión mínima de vejez y la GPM de acuerdo con el número de semanas cotizadas, para que el subsidio tenga mayor cobertura y se dirija a quienes más lo necesitan. En otro trabajo, Acosta y Ayala (2002) resaltan los mismos problemas de diseño de la GPM, haciendo énfasis en la gradualidad de la GPM con respecto a las semanas cotizadas, para aumentar el margen de acción de la garantía.

La documentación específica sobre la cuantificación de la GPM de los afiliados a los fondos de pensiones privados en Colombia es muy reducida. Hoyos (2001) hace un análisis del costo fiscal y sensibilidad de la GPM que ofrece el Estado

colombiano. El modelo que el autor aplica utiliza una separación por cohortes según edad y nivel de salarios, suponiendo que la actual distribución salarial de la población permanece invariante en el tiempo para cada edad. Hoyos (2001) tomó la distribución salarial de los afiliados actuales y utilizó la Encuesta Nacional de Hogares para eliminar los saltos discretos y el comportamiento errático en las edades altas, que se presenta debido a lo nuevo del RAI en Colombia. El modelo incorpora de manera determinística las tasas de cotización, densidad de cotización⁵, interés y la de descuento. El autor realizó un análisis de sensibilidad de la GPM con respecto a la tasa de interés e igualmente consideró escenarios de reforma, donde se aumentaba el tiempo de cotización y la tasa de contribución. Hoyos (2001) encuentra para su escenario básico que el costo fiscal de la GPM es de 6.67% del PIB, cifra que no es tan elevada como los costos estimados para los otros componentes del Sistema General de Pensiones. Es de resaltar que la GPM es muy sensible a la tasa de interés que se suponga: con una reducción de dos puntos porcentuales en la tasa de interés se aumenta el costo del subsidio en casi el 40%. Hoyos (2001) es consciente que su estimación está subestimada porque no tuvo en cuenta a los afiliados inactivos y por ende sugiere que se deben elevar los requisitos para acceder a la GPM.

Parra (2001), realizó un estudio para Asofondos⁶ en donde se estimó la GPM que el Estado da a los afiliados a las AFP's. El modelo utilizado para la estimación de la GPM en este estudio, si bien es más completo que el de Hoyos (2001), al utilizar menos supuestos simplificadores, usa la misma metodología. Parra (2001) realiza una simulación de forma individual de las cuentas de los afiliados, tomando la información directamente de la reportada por las AFP's a Asofondos. Incluye

⁵ Densidad de Cotización = (Tiempo Cotizado) / (Tiempo Afiliado)

⁶ Asociación de Fondos de Pensiones Privados

tanto a los afiliados activos como a los inactivos y utiliza un modelo que se realizó en el mismo estudio para simular los balances financieros de las AFP's y para estimar los nuevos afiliados al RAI. Al igual que Hoyos (2001) utiliza una distribución salarial invariante en el tiempo para cada edad y adicionándole procedencia⁷ y rango de salarios. El escenario básico que supone Parra (2001) incluye las edades de jubilación vigentes antes de la ley 797 de 2003; asume una tasa de rendimiento del fondo de 6%; tasa de descuento de 4%; una densidad de cotización de 70% para los afiliados activos y 40% para los inactivos; una tasa de cotización de 10%. Bajo estos supuestos, encuentra que la GPM es de 7.1% del PIB para los afiliados actuales, mientras que incluyendo a los nuevos el subsidio es de 12.12% del PIB. La primera cifra es muy parecida a la encontrada por Hoyos (2001), dado que Parra (2001) encuentra que los afiliados inactivos no afectan significativamente el costo del subsidio. Al analizar las sensibilidades a la tasa de interés se encuentra que también hay una variación muy parecida entre los dos trabajos. La alta sensibilidad a la tasa de interés justifica que se realice un modelo en donde la variación de la tasa de retorno del fondo sea tomada en cuenta explícitamente.

3. El Modelo

El modelo teórico que se usa en este trabajo para el cálculo de la GPM tiene en cuenta un modelo financiero de tiempo continuo, donde se supone que hay una tasa de interés de libre riesgo que es instantánea y constante. Al llegar a su fecha de jubilación, todos los afiliados al RAI tienen como única alternativa comprar con los fondos acumulados en su cuenta individual una renta vitalicia a una aseguradora, dejando de lado las opciones de retiro programado y retiro

⁷ Si es un afiliado nuevo, proviene de otra AFP, a una Caja ó del ISS

programado con renta vitalicia diferida. El Gobierno no es responsable de las pensiones por invalidez o muerte.

Se asume que los trabajadores tienen una senda salarial que se distribuye de acuerdo con la actual distribución según edades y salarios. Es decir, se supone que no hay incertidumbre en el modelo en cuanto a cuál va a ser el salario de cotización según la edad, género del afiliado y sabiendo su salario inicial. Se asume una densidad de cotización constante para todos los afiliados.

La única fuente de incertidumbre viene del riesgo asociado con el retorno de la cuenta de capitalización individual, la cual en este caso será modelada por medio del siguiente proceso de difusión:

$$dA = [\alpha A + \eta(t)]dt + A \sigma dz \quad (1)$$

Donde:

A es el fondo del trabajador (la cuenta de capitalización individual)

α es la tasa de interés instantánea esperada del retorno del activo pensional existente. Igualmente es la tasa de libre riesgo.

η es la tasa de contribución instantánea por unidad de tiempo del trabajador a su cuenta de capitalización individual.

σ es la desviación estándar por unidad de tiempo del retorno del activo pensional

dZ es un incremento de un proceso Gauss-Wiener

La ecuación (1) muestra cómo se comporta a través del tiempo el fondo pensional, y se deriva de uno de los modelos más aceptados en la literatura financiera para

describir y proyectar el comportamiento de acciones, monedas, productos básicos e índices⁸. La única diferencia es que la cuenta de ahorro individual no sólo se incrementa por una tendencia (los retornos de los fondos pasados), sino también por los aportes de los trabajadores. El proceso Gauss-Wiener y σ representan los componentes estocásticos alrededor de la rentabilidad de la cuenta del RAI.

La contribución a la cuenta de ahorro individual por parte del trabajador queda determinada por la siguiente ecuación:

$$\eta(t) = \tau * w(t) * \gamma \quad (2)$$

Donde:

τ es la tasa de cotización

$w(t)$ es el salario en el periodo t

γ es la densidad de cotización

Los fondos requeridos M para garantizar una pensión mínima son:

$$M = m / \delta$$

Donde:

m = valor de la pensión mínima

δ = la tasa de pagos ofrecidos por la aseguradora

Sí $\delta A(T) < m$, la cuenta de capitalización individual no alcanzó a acumular los fondos suficientes para la compra de una renta mínima vitalicia. La GPM es la diferencia entre $A(T)$ y M .

⁸ Para una profundización en este tipo de modelos refiérase a Wilmott Paul. *Paul Wilmott Introduces Quantitative Finance*. 2001.

Sí $\delta A(T) \geq m$, la cuenta de capitalización individual le asegura al pensionado una renta vitalicia superior a la mínima establecida, por lo que la GPM es igual a cero.

La similitud entre la GPM y una opción *put* es muy clara. El activo subyacente es el fondo de pensión (A), el precio de ejercicio es el costo de comprar una renta mínima vitalicia (M). EL subsidio implícito por parte del gobierno está determinado por el valor de la prima de la opción.

Con el fin de llevar a cabo la valoración de la GPM, es posible utilizar el procedimiento de valoración europea diseñado por Cox y Ross (1979). El método se denomina valoración neutral al riesgo y parte de la observación que hicieron sus creadores de la ecuación de Black & Scholes (1973) para valorar opciones europeas. La ecuación (incluyendo sus límites y condiciones finales) como tal en ningún momento utiliza las preferencias de riesgo de los inversionistas. Los parámetros que incluye la formula son: valor actual y volatilidad del activo subyacente, precio de ejercicio y la tasa de libre riesgo, siendo todos los parámetros independientes del riesgo.

Cox y Ross (1979) argumentan que si el activo subyacente se comporta de acuerdo con movimiento aleatorio, para que no se presenten oportunidades de arbitraje el valor de la opción debe ser el que arroja la valoración por medio de la ecuación de Black & Scholes (1973). Dado que esta ecuación no incluye el valor esperado del retorno del activo subyacente (la única medida de la preferencia de riesgo del inversionista), si se cumplen todos los supuestos económicos básicos del modelo de valoración de Black & Scholes (1973), los precios que da la formula siguen siendo válidos. Por esta razón Cox y Ross (1979) concluyen que se puede suponer un mundo con agentes neutrales al riesgo sin afectar los resultados de la

valoración de la opción. En este mundo el valor esperado de todos los papeles financieros es igual a la tasa de interés de libre riesgo.

Bajo la metodología de valoración neutra al riesgo el valor del *put* se determina por:

$$P(A,t) = e^{-\alpha(T-t)} \hat{E}[\text{Max}(M - A(T), 0)] \quad (3)$$

Donde el gorro sobre el operador del valor esperado denota que la distribución de probabilidad usada en el cálculo de dicho valor esperado no es la distribución real. Por lo contrario, es la distribución que existiría en un mundo donde todos los inversionistas son neutrales al riesgo. Por esta razón, α es la tasa libre de riesgo al igual que la tasa de retorno esperada instantánea en el activo existente por unidad de tiempo.

Para llegar a una solución por medios computacionales es necesario tomar la ecuación (3) de forma discreta, tal que:

$$\Delta A = [\alpha A + \eta(t)]\Delta t + A\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad (4)$$

Donde ΔA es el cambio en el valor del fondo pensional, entre un intervalo Δt . ε es una variable aleatoria con una distribución normal estándar.

De acuerdo con la metodología de simulaciones de Monte-Carlo, se estima varias veces el valor de la cuenta de ahorro individual a la fecha de pensión del afiliado, $A(T)$, y se le resta al valor de una renta vitalicia mínima, M . Los valores negativos se vuelven cero, dado que en este caso el gobierno no da ningún subsidio, y el

valor de la GPM es igual al valor de la prima de la opción *put* como se puede observar en la ecuación (5):

$$\hat{P} = e^{-r(T-t)} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Max(M - A_i(T), 0)] \quad (5)$$

donde:

$A_i(T)$ = Al valor a la fecha de pensión de la simulación i ($i=1,2,\dots,n$).

Para realizar intervalos de confianza sobre la estimación de la GPM y saber un número adecuado para la cantidad de simulaciones, es necesario tener en cuenta un estimador insesgado de la desviación estándar de las estimaciones de la GPM hechas a través de las simulaciones de Monte Carlo, determinado por la ecuación (6):

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e^{-\alpha(T-t)} Max[M - A_i(T), 0] - P)^2 \quad (6)$$

Para valores grandes de n , se puede aproximar a $(n-1)$ por n , para que la distribución en (7) converja con incrementos en n a una distribución normal estándar.

$$\frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \quad (7)$$

De esta forma, asumiendo un nivel de confianza de 95% se generan los intervalos de confianza para la GPM que se ven en (8):

$$P - 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}} < P < P + 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

El valor inicial del fondo pensional de cada cohorte estará determinado por sus características. Si el grupo es compuesto por afiliados nuevos, $A(0) = 0$. Mientras que si ya han cotizado al RAI, dado que no fue posible acceder a esta información, este valor se estima a partir de la solución de la ecuación diferencial (9). Por otro lado si la cohorte tiene la característica de haber cotizado en el régimen de prima media, en la fecha de pensión se le adiciona el valor del Bono Pensional al monto final que logró acumular en la cuenta de ahorro individual.

$$A'(t) = \alpha A(t) + \eta \quad (9)$$

La anterior ecuación diferencial para un valor inicial de $A(0) = 0$, tiene la siguiente solución:

$$A(t) = \frac{\eta}{\alpha} [e^{\alpha t} - 1] \quad (10)$$

4. Estimación de los Parámetros

La tasa de retorno de la cuenta de ahorro individual (r)⁹ que se toma para el escenario básico, es consistente con la que asumieron Parra (2001) y Hoyos (2001), de 6%. Se realizaron sensibilidades con tasas de 4% y 8%.

La simulación del cambio salarial a través del tiempo se basa en la actual distribución por edades. Se utilizan las mismas sendas salariales que usaron Parra (2001) y Hoyos (2001) en sus cálculos¹⁰. Estas sendas se construyen a partir de la información de Asofondos y perfeccionadas mediante el uso de la Encuesta Nacional de Hogares. Se asume que hay diferentes cohortes, una para cada percentil de ingresos. La línea sólida de la figura 1 representa el corte para el percentil 50, cuya senda salarial está representada en la figura 2, al igual que las de los percentiles 10, 20, 30, 40 y 60.

En cada simulación de Monte Carlo se tiene en cuenta la senda salarial que le corresponde a la cohorte. De esta forma el salario varía de una forma conocida, y le da un rasgo de mayor realismo a asumir los salarios constantes como lo hizo Zurita (1994).

⁹ Teniendo en cuenta que las simulaciones se hicieron a partir de intervalos mensuales la tasa de interés de libre riesgo es $\alpha = 12 * [(1 + r)^{(1/12)} - 1]$, r es una tasa efectiva anual real.

¹⁰ Las sendas salariales fueron suministradas por el Departamento Nacional de Planeación.

Figura 1. Distribución de los hombres según edad

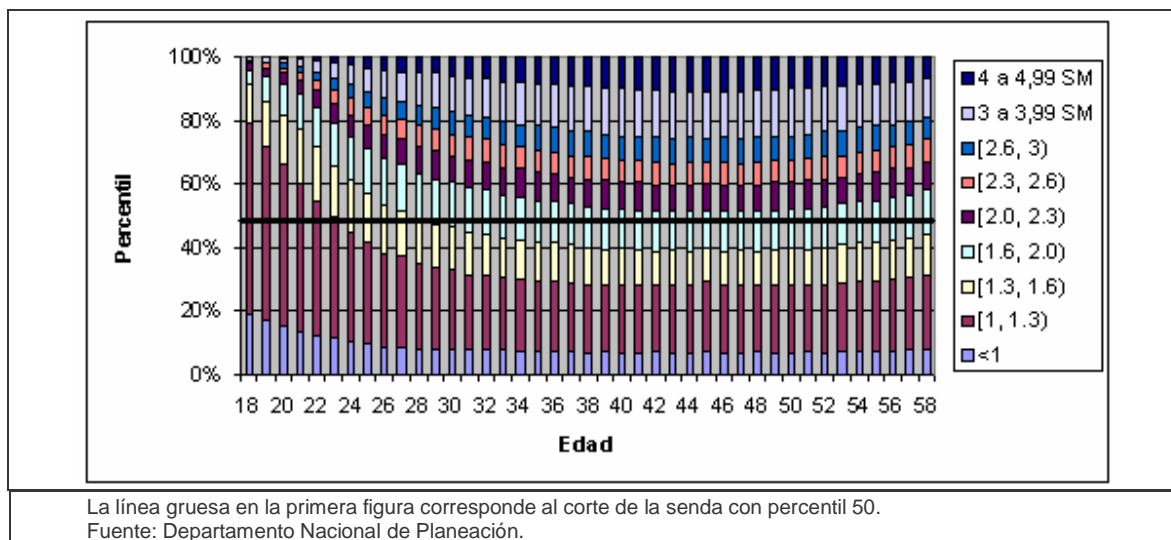
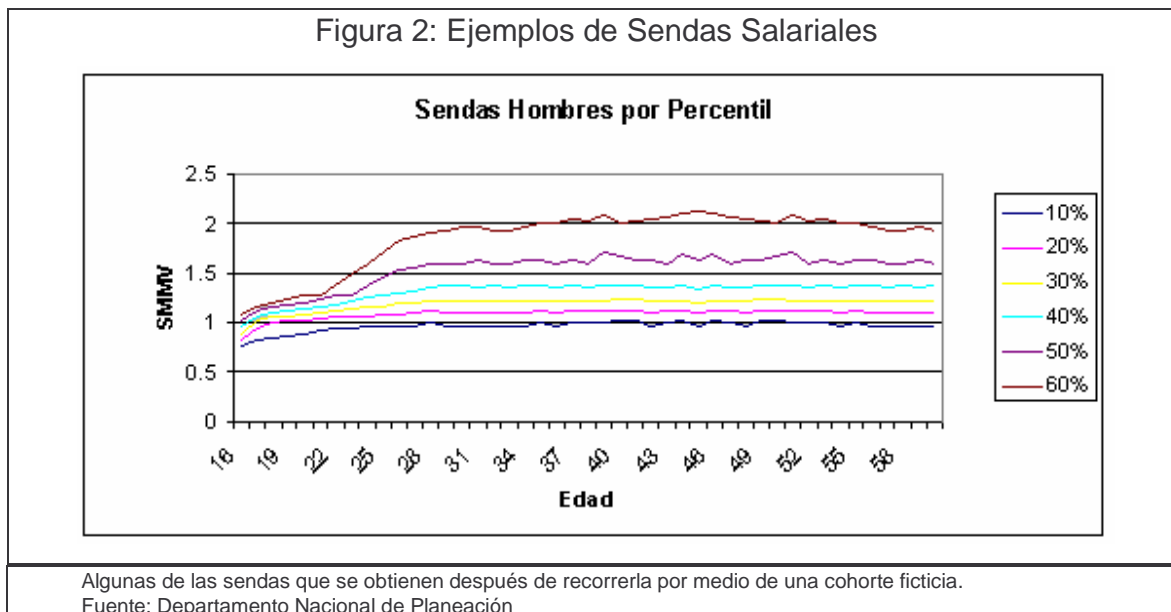
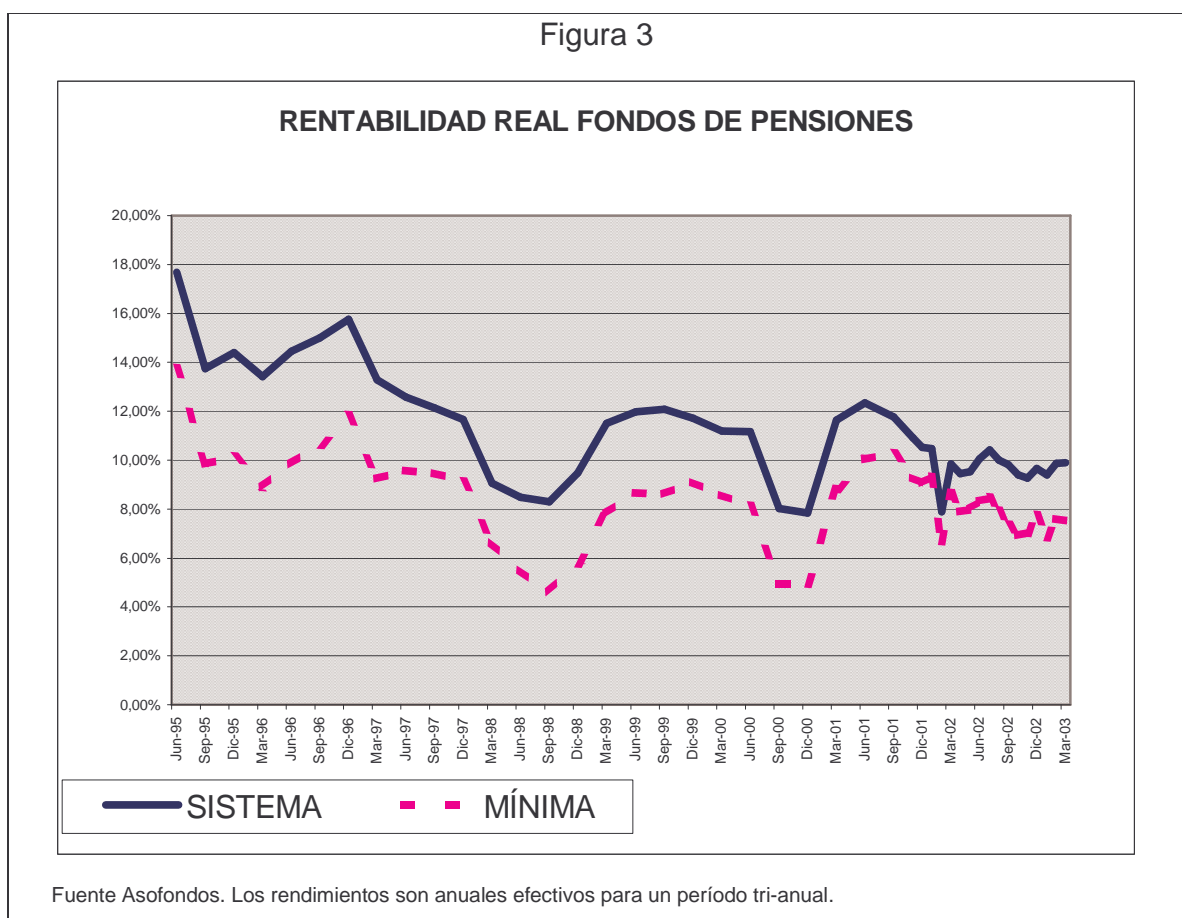


Figura 2: Ejemplos de Sendas Salariales



La volatilidad de la rentabilidad del fondo σ se calcula por medio de datos históricos que las AFP'S le reportan a Asofondos y a la Superintendencia Bancaria. Se encuentra al tomar la desviación estándar de los retornos que se presentan en la figura 3. El valor anualizado de la desviación estándar fue de 4,72%.



En el modelo se utilizan valores de volatilidad de la rentabilidad del fondo (σ), iguales a 0%, 6% y de 9%, de forma que se pueda realizar un análisis de

sensibilidad con esta variable y que se pueda evaluar el costo de la incertidumbre de la tasa de interés sobre la GPM.

La tasa de contribución τ , toma en el modelo los valores determinados bajo las leyes 100 de 1993 y 797 de 2003. Los valores de τ que están determinados por estas leyes se pueden visualizar en la tabla 1.

TABLA 1

VALOR DE τ	INTERVALO DE TIEMPO
10.0%	Antes de 2005
10.5%	2005 – 2006
11.0%	2006 – 2008
12.0%	2008 en adelante

Valores determinados por legislación.

El incremento de la tasa de contribución τ en el 2008 está sujeto a que el Producto Interno Bruto tenga un crecimiento promedio durante los dos años anteriores del 4%. Por simplicidad se asume que estas condiciones se cumplen y que efectivamente se da el aumento de la tasa en ese año específico. También se realizan cálculos de la GPM con un valor de τ igual a 10%, para poder ver los efectos, en este aspecto, de la ley 797 de 2003.

Para el escenario básico, la densidad de cotización γ se asume constante e igual a 0.7. Se realizan diferentes escenarios, considerando adicionalmente valores de 0.5, 0.6 y 0.8, de forma que se tenga una magnitud del efecto de este parámetro sobre la GPM. Estos valores se toman dado que para valores inferiores a 0.5 los afiliados no cumplirían con los requisitos de semanas cotizadas, mientras que

valores cercanos a uno no tienen en cuenta los diferentes factores por los cuales los trabajadores no cotizan a sus cuentas de ahorro individual. Adicionalmente este rango concuerda con los valores usados por Parra (2001) y Hoyos (2001).

El valor de la renta vitalicia (M) se toma a partir de los cálculos de una aseguradora. Estos se hacen con base a una estructura familiar de un hombre de 62 años y una mujer de 57 años. No se asumen hijos porque el efecto de incluirlos es poco significativo. El cálculo tiene en cuenta una tasa de interés consistente con la utilizada en el modelo.

TABLA 2 – Valor De Las Rentas Vitalicias

Tasa de Interés	Hombre	Mujer	Valor Renta Vitalicia
4%	62	57	\$ 74.717.768
6%	62	57	\$ 59.772.691
8%	62	57	\$ 50.021.117

Fuente Seguros Bolívar. Cifras en pesos de 2003. Salario mínimo de \$332,000 pesos.

Los valores iniciales de la cuenta de ahorro individual para cada cohorte se calcularon a partir de la ecuación (10). Hay que tener en cuenta que como el RAI sólo lleva operando desde 1994, ningún afiliado podrá tener más de 10 años de afiliación. La tabla 3 muestra los resultados para este parámetro, para los afiliados que han estado vinculados al RAI toda su vida laboral.

TABLA 3 – Valor Esperado Actual Del Fondo - Vinculación Inicial

Ingreso SM	=1	>1 <=2 SM	>2 <=3 SM	>3 <=4 SM	>4 SM
AÑOS/ $\eta=W*\gamma*\tau$	$\eta=\$278.880$	$\eta=\$418.320$	$\eta=\$697.200$	$\eta=\$976.080$	$\eta=\$1'885,228$
5	\$ 1.626.144	\$ 2.439.216	\$ 4.065.359	\$ 5.691.503	\$ 10.992.732
10	\$ 3.821.208	\$ 5.731.812	\$ 9.533.020	\$ 13.374.229	\$ 25.831.367

Cálculos del autor. Cifras en pesos de 2003. Salario mínimo de \$332,000.

El valor estimado actual de la cuenta del RAI para los afiliados trasladados, se puede ver en la tabla 4. Este parámetro se construye con la misma metodología que para los afiliados de vinculación inicial, con la diferencia que se realiza una ponderación según la distribución en el tiempo de los traslados del ISS y de las Cajas¹¹.

TABLA 4 - Valor Esperado Actual Del Fondo - Traslados Hombres y Mujeres

Edad/Ingreso	=1	>1 <=2 SM	>2 <=3 SM	>3 <=4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 287.416	\$ 431.124	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$551.114	\$826.671	\$85.519	\$119.726	\$4.439
30 - 34	\$2'334.245	\$3'501.368	\$5'835.613	\$8'169.858	\$4'283.957
35 - 39	\$2'334.245	\$3'501.368	\$5'835.613	\$8'169.858	\$15'779.498
40 - 62	\$2'334.245	\$3'501.368	\$5'835.613	\$8'169.858	\$15'779.498

Cálculos del autor. Cifras en pesos de 2003. Salario mínimo de \$332,000.

Los bonos pensionales se calculan a la fecha de pensión para cada cohorte siguiendo la reglamentación vigente, que está compuesta por los decretos 1748 de 1995, 1474 de 1997 y 1513 de 1998. Se usan las sendas salariales y una densidad de cotización de 0,7¹² para describir los recursos aportados a los otros regímenes pensionales. Para la fecha de traslado se toma la distribución de

¹¹ Esta distribución se encuentra a partir de la información trimestral de Asofondos.

¹² Al realizar las sensibilidades de densidad de cotización, se calculan nuevamente los bonos pensionales teniendo en cuenta el valor correspondiente para ese parámetro.

transferencia por año, a partir de la información trimestral de Asofondos. Con esta distribución, se logra realizar una ponderación entre los valores de los bonos pensionales según los posibles años de traslado. De acuerdo con la información de la Encuesta Nacional de Hogares, se asume que las cohortes con ingresos iguales a 1 SM¹³ y entre 1 y 2 SM, empiezan su vida laboral a los 18 años, mientras que las que están en el rango 2 y 3 SM comienzan a los 19 años y las restantes a los 20 años. Las tablas 4 y 5 muestran los valores de los bonos pensionales a 2003 para hombres y mujeres respectivamente.

TABLA 4 – Valores Bonos Pensionales Hombres

Edad/Ingreso	=1	>1 <=2 SM	>2 <=3 SM	>3 <=4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$402.875	\$468.242	\$446.370	\$290.309	\$511.666
30 - 34	\$4'497.358	\$4'674.986	\$4'776.818	\$4'433.487	\$7'047,657
35 - 39	\$7'158.815	\$8'357,718	\$10'207.457	\$11'579.142	\$22'021,227
40 - 62	\$17'201.619	\$23'786.503	\$38'683.591	\$52'746.393	\$112'928,338

Cálculos del autor. Cifras en millones de pesos de 2003.

TABLA 5 – Valores Bonos Pensionales Mujeres

Edad/Ingreso	=1	>1 <=2 SM	>2 <=3 SM	>3 <=4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$402.875	\$452.049	\$398.276	\$248.357	\$402.348
30 - 34	\$5'489.769	\$5'944.359	\$6'270.961	\$6'005.599	\$9'818.717
35 - 39	\$8'776.351	\$11'285.866	\$15'390.202	\$17'978.834	\$34'259.773
40 - 62	\$18'091.756	\$26'300.060	\$44'083.017	\$60'453.615	\$122'581.327

Cálculos del autor. Cifras en millones de pesos de 2003.

¹³ Salarios Mínimos.

Las cohortes tanto de hombres como de mujeres entre 15 y 24 años, tienen un bono pensional equivalente a cero. Esto se debe a que para hacerse acreedor de esta compensación es necesario haber cotizado al Régimen de Prima Media por lo menos 150 semanas, requisito que no cumplen estas cohortes.

Los valores de los bonos pensionales para las cohortes entre 25 y 34 años se calculan por medio de la modalidad 1 de la reglamentación vigente, dado que su primera vinculación laboral fue después del 30 de junio de 1992. Adicionalmente estos valores son en principio contra intuitivos, en el sentido que el valor para cohortes con ingresos bajos en algunos casos es superior al de cohortes con ingresos mayores. Esto se explica por la diferencia en la edad de afiliación al sistema pensional, que hace que las cohortes con ingresos más bajos logren un mayor tiempo de vinculación y que esto no sea compensado por los mayores ingresos de los otros grupos, en respuesta a lo joven del grupo en cuestión.

Para las cohortes restantes, la valoración de los bonos pensionales se hace por medio de la modalidad 2, ya que hicieron sus primeras cotizaciones antes del 1° de julio de 1992.

El número de afiliados que cumplen los requisitos de cada cohorte se calcula a partir de la información de la Superintendencia Bancaria y de la Encuesta Nacional de Hogares. Se supone una distribución uniforme para encontrar los afiliados activos de cada cohorte, dado que sólo es público el dato del número total de afiliados activos. Las tablas 6 y 7 muestran los afiliados actuales activos al RAI que son de vinculación inicial y trasladados respectivamente.

TABLA 6 - Número Inicial de Afiliados Activos – Vinculación Inicial

	<=1		>1 <=2		>2 <=3		>3 <=4		>4		
EDADES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
15 - 24	110118	107254	63844	47961	8087	7402	1273	1559	1641	1819	350959
25 - 29	71210	76655	106371	59742	15236	14010	4838	4044	8326	7566	367998
30 - 34	50767	49705	84974	44078	14557	10282	4878	4365	11710	8343	283660
35 - 39	30002	28882	55474	28997	12200	7338	3342	2797	11435	6866	187333
40 - 62	31408	25861	58845	20485	10870	5623	5139	2634	17684	6595	185145
TOTAL	293506	288357	369508	201264	60951	44655	19469	15400	50795	31189	1375094

Cálculos del autor a partir de información de la Superintendencia Bancaria y la Encuesta Nacional de Hogares.

TABLA 7 – Número Inicial de Afiliados Activos - Traslados

	<=1		>1 <=2		>2 <=3		>3 <=4		>4		
EDADES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
15 - 24	9835	9466	5702	4233	741	671	117	141	151	165	31222
25 - 29	23327	25111	34845	19571	4991	4590	1585	1325	2727	2478	120550
30 - 34	38202	37403	63943	33169	10954	7737	3671	3284	8812	6278	213453
35 - 39	35802	34465	66198	34603	14559	8756	3987	3338	13645	8194	223546
40 - 62	47212	38799	88455	30733	16667	8600	7879	4028	27237	10127	279738
TOTAL	154379	145244	259143	122308	47912	30354	17239	12117	52572	27243	868510

Cálculos del autor a partir de información de la Superintendencia Bancaria y la Encuesta Nacional de Hogares.

La población final que se utiliza para encontrar el valor final de la GPM, se encuentra al multiplicar el número de afiliados de cada una de las cohortes por la probabilidad de llegar a la edad de pensión en condiciones físicas. Esta probabilidad se encuentra a partir de las tablas de mortalidad y de invalidez para rentistas, las cuales dependen de la edad y género de la cohorte.

Las simulaciones de Monte Carlo se hacen a partir de cohortes, las cuales se definen según las siguientes características de los afiliados: género, edad, procedencia y nivel de salario.

Los intervalos de confianza determinados por la ecuación (8) dependen negativamente del número de simulaciones (n), por lo cual se escoge un valor grande. Adicionalmente para reducir la desviación estándar por un factor de 10 es necesario multiplicar el número de simulaciones por 100. Por esta razón para este trabajo n es igual a 5000.

Para el agente representativo de cada cohorte se realizan 5000 simulaciones de su vida laboral. En cada una de las simulaciones se lleva a cabo el cálculo de la GPM, hallando el valor promedio para cada cohorte. El costo total por concepto de la GPM para el Estado, para cada cohorte, se encuentra al multiplicar el promedio por el número de afiliados de la determinada cohorte. La GPM total es la sumatoria de los subsidios de las cohortes.

5. Resultados

Las tablas 1, 2 y 3 del anexo A, muestran el valor de la GPM para los individuos representativos de cada cohorte utilizando los supuestos del escenario básico y con sigmas de 0%, 6% y 9% respectivamente. Para el escenario base, una volatilidad de 6% y un grado de confianza del 95%, la GPM totaliza $2,96\% \pm 0,2\%$ del PIB.

Al comparar las tablas del anexo A se corrobora la hipótesis de la tesis en el sentido que es importante tener en cuenta explícitamente la volatilidad del retorno del RAI. Es claro que entre mayor es el subsidio, mayor es el valor de la GPM para la gran mayoría de las cohortes. Esto hace que aumente el número de cohortes que son propensas a ser subsidiadas por el Gobierno Nacional. El hecho que haya cohortes que presentan un pequeño descenso en la GPM con incrementos en la

volatilidad, se debe a que estas cohortes son excesivamente propensas a ser subsidiadas, por lo que el efecto de la volatilidad no es estadísticamente significativo ya que, el subsidio nunca es cero.

Adicionalmente, los resultados del anexo A, muestran varias regularidades. Una de ellas es que como es de esperarse las cohortes con menores ingresos son las más propensas a adquirir el subsidio. Las mujeres tienen un mayor valor de GPM, dado que tienen una edad de pensión mayor, factor que hace que tengan un menor tiempo de cotización y de capitalización de la cuenta de ahorro individual. Para los afiliados que sólo han estado vinculados al RAI, se encuentra que entre más jóvenes entren al sistema, es más probable que el Gobierno Nacional no tenga que subsidiarlos por medio de la GPM ya que logran un mayor tiempo de cotización y capitalización.

Los afiliados que son trasladados tienen un valor de GPM más bajos que los miembros que se vincularon al RAI desde el inicio de sus vidas laborales, gracias a que el costo fiscal en gran parte lo absorbe el valor del bono pensional que se le entrega al individuo en la fecha de pensión. A pesar de haber tenido mayor tiempo de cotización en el RAI, las cohortes de edades entre 25 y 29 son más propensas a adquirir el subsidio que las de edades entre 30 y 37, ya que tienen otra modalidad de cálculo del bono pensional que lo hace sustancialmente inferior.

La tabla 8 muestra los valores de la GPM más agregados. Estos resultados confirman una vez más la importancia de incluir explícitamente la volatilidad del retorno de la cuenta de ahorro individual, en el cálculo de este pasivo contingente. Al modificar el valor de sigma de 0% a 6%, la GPM tiene un incremento de 4,77%, mientras que el efecto de un cambio de 0% a 9% es de 10,33%. Esto implica

incrementos en el subsidio de \$281,753 millones de pesos y \$610,045 millones de pesos respectivamente.

TABLA 8 – TOTALES GPM

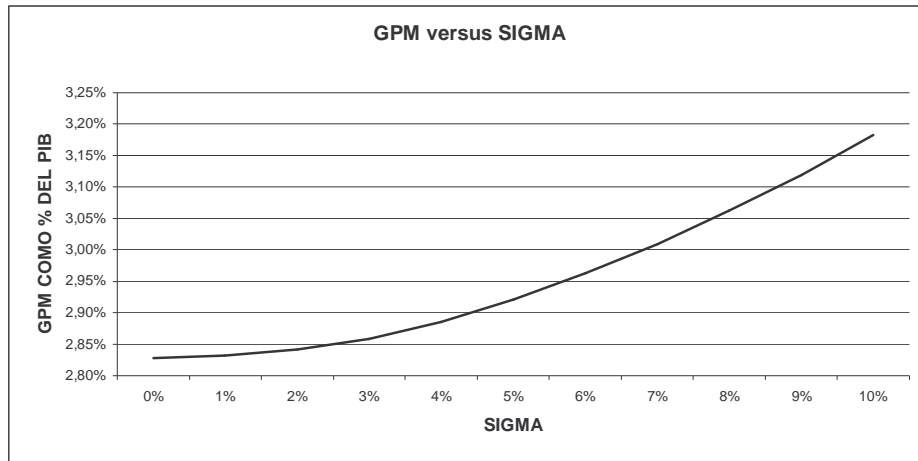
SIGMA	GPM HOMBRES	GPM MUJERES	GPM TRASLADADOS	GPM VINCULACIÓN INICIAL	TOTAL GPM	TOTAL GPM % PIB	Δ POR VOLATILIDAD
0%	\$ 2.440.414	\$ 3.466.146	\$ 1.093.579	\$ 4.812.981	\$ 5.906.560	2,83%	
6%	\$ 2.631.288	\$ 3.557.025	\$ 1.165.025	\$ 5.023.289	\$ 6.188.313	2,96%	4,77%
9%	\$ 2.835.115	\$ 3.681.491	\$ 1.257.913	\$ 5.258.692	\$ 6.516.605	3,12%	10,33%

Cálculos del autor. Cifras en millones de pesos de 2003.

Las regularidades que se identificaron a partir de los resultados del anexo A, concuerdan con los resultados de la tabla 8. Para el escenario básico las mujeres representan un costo fiscal 35,18% mayor que los hombres, debido a la menor exigencia de edad de pensión y a la mayor probabilidad que tienen de llegar en condiciones físicas a esa fecha. Los afiliados de vinculación inicial tienen una GPM 125,86% mayor que los trasladados, para el escenario básico, por causa de los bonos pensionales.

El efecto de sigma sobre la GPM se ve claramente en la figura 4. Es claro que hay una relación exponencial entre la magnitud de la volatilidad y el tamaño del subsidio. Esta relación justifica nuevamente la inclusión explícita del parámetro en el cálculo de la GPM.

Figura 4.



Sensibilidad de GPM a cambios de sigma en el escenario básico.

También se realizan sensibilidades con respecto a la tasa de interés, para valores de 4% y 8%. Se encuentra que el modelo es altamente sensible al valor de tasa de interés que se designe. En la tabla 9 se puede ver que la GPM se incrementa en 336,9%, cuando se reduce la tasa de interés de 6% a 4%. Por otro lado, cuando la tasa de interés pasa de 6% a 8% la GPM se reduce en 62.8%.

Otro resultado que se puede observar de la tabla 9, es que el efecto de la inclusión de la volatilidad del retorno de la cuenta del RAI se hace menor en los casos en los que la tasa de interés es más baja. Esto ocurre en el caso en el que la tasa de interés es de 4%, ya que independiente del valor de sigma, la mayoría de las cohortes resultan adquiriendo el subsidio, por lo que los extremos que da la volatilidad se cancelan entre sí. En los casos en que la tasa de interés es igual a 6% y 8%, la volatilidad es más revelante porque la mayoría de las cohortes quedan más cerca del límite entre adquirir o no el subsidio. La figura 5 muestra el

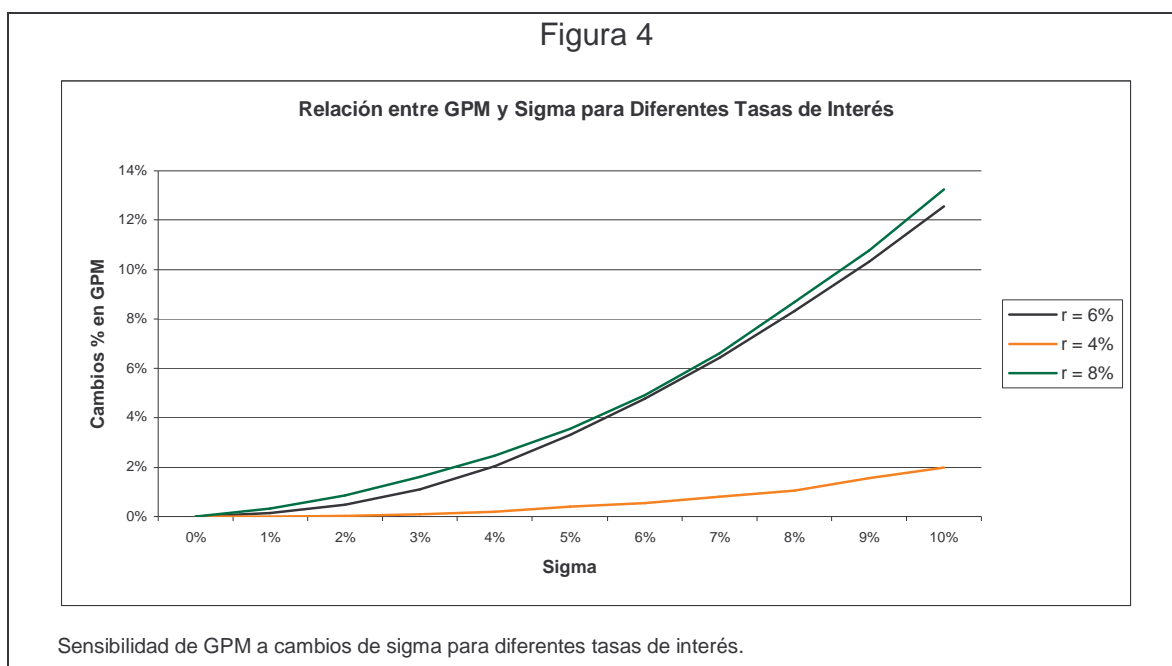
cambio de la GPM con respecto a diferentes valores de volatilidad y de tasa de interés.

TABLA 9 – SENSIBILIDAD DE LA GPM A SIGMA Y R

SUPUESTOS	TOTAL GPM	TOTAL GPM COMO % DEL PIB	Incremento de GPM por volatilidad	Variación por cambios en R
r = 6 - sigma = 0	\$ 5.906.560	2,83%	0	
r = 6 - sigma = 6	\$ 6.188.313	2,96%	4,77%	
r = 6 - sigma = 9	\$ 6.516.605	3,12%	10,33%	
r = 4 - sigma = 0	\$ 20.736.842	9,93%		251,1%
r = 4 - sigma = 6	\$ 20.852.966	9,98%	0,56%	237,0%
r = 4 - sigma = 9	\$ 21.060.198	10,08%	1,56%	223,2%
r = 8 - sigma = 0	\$ 2.192.541	1,05%		-62,9%
r = 8 - sigma = 6	\$ 2.300.552	1,10%	4,93%	-62,8%
r = 8 - sigma = 9	\$ 2.428.591	1,16%	10,77%	-62,7%

Cálculos del autor. Cifras en millones de pesos de 2003.

Figura 4



Adicional a las sensibilidades con respecto a la tasa de interés, se pueden ver en la tabla 1 del anexo B, los resultados de escenarios con diferentes tasas de cotización y con la legislación previa a la ley 797 de 2003. Se encuentra que modificando el escenario básico con tasas de densidad de 50%, 60% y de 80%, la GPM cambia en 53.80%, 23.29% y -17.01% respectivamente. El cambio legislativo por su parte implica que la GPM se redujo en 8.49%.

6. Conclusiones y Recomendaciones

En este documento se propone una metodología alternativa al cálculo de la GPM para el caso colombiano. Se muestra la similitud de este subsidio con una opción *put* europea, y se utiliza una valoración neutral al riesgo para calcular su valor actual, recurriendo a la técnica de simulaciones de Monte Carlo. Todo con el fin de incluir explícitamente uno de los riesgos que asume el Gobierno Nacional, al brindarle esta cobertura a los afiliados a las AFP's, que es el de la volatilidad del retorno de la cuenta de ahorro individual.

Los resultados justifican la inclusión de la volatilidad del retorno de la cuenta del RAI. La GPM aumenta en montos de \$281,753 millones de pesos y \$610,045 millones de pesos, con incrementos en la volatilidad de 0% a 6% y 9% respectivamente. En ese mismo orden, estos valores representan incrementos del subsidio en 0.13% y 0.29% del PIB.

Es importante resaltar que uno de los parámetros a los que es más sensible la GPM es a la tasa de interés. Por esta razón el Gobierno debería realizar políticas que promuevan una mayor rentabilidad de las cuentas de ahorro individual. Políticas como admitir un mayor rango de inversiones a las AFP's en el exterior,

pueden permitir que se tenga una mayor rentabilidad en el largo plazo, ayudando a diversificar el riesgo y por ende no necesariamente se aumenta la volatilidad sobre la tendencia de crecimiento de la cuenta del RAI. La metodología utilizada en este trabajo puede servir para identificar herramientas en la regulación de las AFP's y en la evaluación de sus inversiones.

El enfoque para el cálculo de la GPM que usa este trabajo también abre nuevas alternativas de política. Al ver a este subsidio como un derivado financiero, se puede pensar en formas de eliminar su característica de contingente, de forma que el Gobierno Nacional sólo tuviera que comprar una prima para realizar la cobertura a los afiliados. Otra opción de política que abre esta aproximación es la de hacer la cobertura por medio del mismo mercado, es decir, por intermedio de los collares que señalan Feldstein y Ranguelova (2000). Estas alternativas están a la espera de un mayor desarrollo de los mercados de derivados y de la solución de los problemas de riesgo moral que se puedan presentar.

El cálculo de la GPM que se presenta en este documento se puede mejorar de varias formas. Una de ellas es usando la información individual, tanto de las cuentas de ahorro individual como de los bonos pensionales, de forma que se eliminen todas las aproximaciones que se realizan y se haga más exacta la medición. Igualmente se puede mejorar al incluir parámetros más realistas, como el hecho de incluir una tasa de densidad que dependa de las características de los individuos, que sea estocástica o por lo menos no uniforme en el tiempo ni entre agentes. También se podría pensar en no sólo analizar la rentabilidad agregada de la cuenta individual del RAI, sino mirarla a partir de sus componentes como lo son inversiones en el exterior, deuda pública, instituciones financieras, etc.

Los resultados de este trabajo deben verse como una ilustración del método del cálculo de la GPM y no como una medición específica de este pasivo contingente. Esto se debe principalmente a que el trabajo no usa la información individual de las cuentas del RAI ni la de los bonos pensionales por su carácter de confidenciales, lo que genera un incremento en el número de supuestos y por ende una menor exactitud en las cifras. Por esta razón no son comparables los resultados encontrados en este trabajo con los cálculos realizados por otros autores en Colombia, quienes usaron la información individual, otra metodología y estaban regidos bajo otra legislación.

En definitiva los resultados de este trabajo justifican recomendarle al Gobierno Nacional, que no siga ignorando el riesgo fiscal que implica la volatilidad de la cuenta de ahorro individual en lo referente a la GPM. Y en consecuencia se debería cuantificar este pasivo contingente con una metodología que tenga en cuenta explícitamente este factor de incertidumbre.

BIBLIOGRAFÍA

- Acosta Olga Lucía, Ayala Ulpiano. 2001. Reformas Pensionales y Costos Fiscales en Colombia. Serie Financiamiento del Desarrollo. CEPAL. N° 116.
- Acosta Olga Lucía, Ayala Ulpiano. 2002. Políticas para Promover una Ampliación de la Cobertura del Sistema de Pensiones en Colombia. Serie Financiamiento del Desarrollo. CEPAL. N° 118.
- Black Fischer, Scholes Myron. 1973. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". The Journal of Political Economy. Volume 81, Issue 3.
- Blake David, Cairns Andrew y Kevin Dowd. 2001. "Pensionmetrics: Stochastic Pension Plan Design and Value-At-Risk During the Accumulation Phase," THE PENSION INSTITUTE Discussion Paper PI-0102.
- Clavijo Sergio. 2002. "Deuda Pública Cierta y Contingente: El Caso de Colombia". Borradores de Economía. BANCO DE LA REPÚBLICA.
- Cox J.C., Ross S.A. 1976. "The valuation of options for alternative stochastic processes", Journal of Financial Economics, 3, 45-66.
- Echeverry Juan Carlos. 1999. "Los Pasivos Contingentes en el Marco de la Sostenibilidad Fiscal" DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACIÓN.
- Feldstein Martín y Ranguelova Elena. 2000. "Accumulated Pension Collars: A Market Approach to Reducing the Risk of Investment-Based Social Security Reform," NBER Working Paper No.7861.
- Hoyos, Carlos. 2001. "Análisis del Costo Fiscal y Sensibilidad de la Garantía Estatal de Pensión Mínima". Proyecto de Modernización Administración Financiera del Sector Público MAFSP.
- Parra, Juan Carlos. 2001. " SIMCRAI: Modelo de Simulación para Colombia de Régimen de Ahorro Individual". FEDESARROLLO para ASOFONDOS.

- Pennacchi, George. 1997. "The Value of Guarantees on Pension Fund Returns". Working Paper, UNIVERSITY OF ILLINOIS.
- Pennacchi, George. 1998. "Government Guarantees on Pension Fund Returns". Working Paper, UNIVERSITY OF ILLINOIS.
- Polackova, Hana. 1998. "Government Contingent Liabilities: A Hidden Risk to Fiscal Stability. WORLD BANK.
- Schreiber, Sven. 2001. "Estimating the Cost of the Minimum Pension Guarantee in Chile". UNIVERSITY OF BERLIN.
- Zurita, Salvador. 1994. Minimum Pension Insurance in the Chilean Pension System. UNIVERSIDAD DE CHILE.

ANEXO A

TABLA 1 – GPM DEL INDIVIDUO REPRESENTATIVO DE CADA COHORTE¹⁴.

Tasa de interés de 6% y volatilidad de 0%

a. Hombres Vinculación Inicial

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 123.513	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$ 1.351.781	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
30 - 34	\$ 2.039.110	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 5.896.410	\$ 2.231.484	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 62	\$ 25.140.178	\$ 22.321.787	\$ 14.719.333	\$ 5.300.040	\$ 0

b. Hombres Traslados

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$ 2.224.984	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
30 - 34	\$ 456.252	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 1.907.350	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 62	\$ 9.007.431	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0

c. Mujeres Vinculación Inicial

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 2.040.464	\$ 310.166	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$ 4.234.174	\$ 1.695.559	\$ 0	\$ 0	\$ 0
30 - 34	\$ 5.896.410	\$ 2.560.171	\$ 0	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 11.058.358	\$ 7.978.634	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 57	\$ 31.731.329	\$ 29.270.429	\$ 22.798.267	\$ 16.066.283	\$ 0

d. Mujeres Trasladas

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 1.711.988	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$ 4.960.384	\$ 2.436.160	\$ 0	\$ 0	\$ 0
30 - 34	\$ 2.036.637	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 3.230.232	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 57	\$ 10.738.124	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0

¹⁴ Cálculos del autor. Cifras en pesos de 2003

TABLA 2 – GPM DEL INDIVIDUO REPRESENTATIVO DE CADA COHORTE¹⁵.

Tasa de interés de 6% y volatilidad de 6%

a. Hombres Vinculación Inicial

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 636.343	\$ 128.410	\$ 269	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$ 1.610.721	\$ 370.143	\$ 1.208	\$ 0	\$ 0
30 - 34	\$ 2.309.468	\$ 499.112	\$ 2.190	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 5.923.291	\$ 2.684.738	\$ 54.414	\$ 0	\$ 0
40 - 62	\$ 25.164.005	\$ 22.318.343	\$ 14.776.505	\$ 5.533.270	\$ 6.551

b. Hombres Traslados

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 505.988	\$ 111.155	\$ 1.157	\$ 0	\$ 0
25 - 29	\$ 2.299.617	\$ 731.179	\$ 14.620	\$ 404	\$ 0
30 - 34	\$ 977.797	\$ 73.637	\$ 0	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 2.053.561	\$ 92.147	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 62	\$ 8.995.909	\$ 121.535	\$ 0	\$ 0	\$ 0

c. Mujeres Vinculación Inicial

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 2.084.227	\$ 871.684	\$ 18.230	\$ 352	\$ 0
25 - 29	\$ 4.242.278	\$ 2.042.839	\$ 59.427	\$ 149	\$ 0
30 - 34	\$ 5.926.145	\$ 2.899.186	\$ 103.240	\$ 895	\$ 0
35 - 39	\$ 11.041.534	\$ 7.998.265	\$ 1.505.753	\$ 67.290	\$ 0
40 - 57	\$ 31.714.894	\$ 29.298.003	\$ 22.747.507	\$ 16.098.367	\$ 621.999

d. Mujeres Trasladas

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 1.806.164	\$ 585.151	\$ 19.108	\$ 460	\$ 0
25 - 29	\$ 4.950.688	\$ 2.563.883	\$ 297.594	\$ 9.333	\$ 0
30 - 34	\$ 2.177.866	\$ 228.459	\$ 55	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 3.264.905	\$ 38.868	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 57	\$ 10.719.755	\$ 3.806	\$ 0	\$ 0	\$ 0

¹⁵ Cálculos del autor. Cifras en pesos de 2003

TABLA 3 – GPM DEL INDIVIDUO REPRESENTATIVO DE CADA COHORTE¹⁶.

Tasa de interés de 6% y volatilidad de 9%

a. Hombres Vinculación Inicial

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 933.862	\$ 364.720	\$ 21.732	\$ 930	\$ 0
25 - 29	\$ 1.960.518	\$ 729.705	\$ 38.115	\$ 2.286	\$ 0
30 - 34	\$ 2.707.033	\$ 1.019.378	\$ 49.315	\$ 1.538	\$ 0
35 - 39	\$ 6.019.011	\$ 3.250.379	\$ 314.646	\$ 11.393	\$ 0
40 - 62	\$ 25.125.176	\$ 22.300.168	\$ 14.721.969	\$ 6.133.352	\$ 93.933

b. Hombres Traslados

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 813.760	\$ 330.153	\$ 23.824	\$ 1.146	\$ 0
25 - 29	\$ 2.491.391	\$ 1.115.575	\$ 136.581	\$ 7.348	\$ 0
30 - 34	\$ 1.320.408	\$ 270.891	\$ 1.693	\$ 0	\$ 0
35 - 39	\$ 2.277.186	\$ 292.800	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 62	\$ 9.036.047	\$ 315.982	\$ 0	\$ 0	\$ 0

c. Mujeres Vinculación Inicial

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 2.256.712	\$ 1.193.812	\$ 127.910	\$ 12.602	\$ 0
25 - 29	\$ 4.324.635	\$ 2.387.239	\$ 305.235	\$ 26.779	\$ 0
30 - 34	\$ 6.066.250	\$ 3.384.134	\$ 455.988	\$ 44.769	\$ 0
35 - 39	\$ 11.075.836	\$ 8.010.466	\$ 2.289.264	\$ 373.699	\$ 1
40 - 57	\$ 31.727.474	\$ 29.220.207	\$ 22.791.753	\$ 16.095.130	\$ 1.498.604

d. Mujeres Trasladas

Edad/ Ingreso	= 1 SM	>1<= 2 SM	>2<=3 SM	>3<= 4 SM	>4 SM
15 - 24	\$ 2.060.314	\$ 956.414	\$ 135.461	\$ 13.588	\$ 0
25 - 29	\$ 4.998.239	\$ 2.819.986	\$ 700.274	\$ 98.811	\$ 103
30 - 34	\$ 2.380.593	\$ 536.976	\$ 6.811	\$ 17	\$ 0
35 - 39	\$ 3.320.878	\$ 185.100	\$ 0	\$ 0	\$ 0
40 - 57	\$ 10.730.385	\$ 37.935	\$ 0	\$ 0	\$ 0

¹⁶ Cálculos del autor. Cifras en pesos de 2003

ANEXO B

TABLA 1 – GPM CON CAMBIOS EN TASA DE INTERÉS, SIGMA, DENSIDAD DE COTIZACIÓN Y LEGISLACIÓN

SUPUESTOS	TOTAL GPM HOMBRES	TOTAL GPM MUJERES	TOTAL GPM TRASLADADOS	TOTAL GPM VINCULACIÓN INICIAL	TOTAL GPM	TOTAL GPM COMO % DEL PIB	Δ por volatilidad	Δ por legislación / densidad
r = 6 - sigma =0	\$ 2.440.414	\$ 3.466.146	\$ 1.093.579	\$ 4.812.981	\$ 5.906.560	2,83%		
r = 6 - sigma =1	\$ 2.447.232	\$ 3.467.703	\$ 1.096.512	\$ 4.818.422	\$ 5.914.935	2,83%	0,14%	
r = 6 - sigma =2	\$ 2.461.284	\$ 3.474.148	\$ 1.102.517	\$ 4.832.915	\$ 5.935.432	2,84%	0,49%	
r = 6 - sigma =3	\$ 2.487.037	\$ 3.485.038	\$ 1.110.244	\$ 4.861.831	\$ 5.972.076	2,86%	1,11%	
r = 6 - sigma =4	\$ 2.523.591	\$ 3.503.235	\$ 1.123.347	\$ 4.903.480	\$ 6.026.827	2,89%	2,04%	
r = 6 - sigma =5	\$ 2.571.958	\$ 3.529.084	\$ 1.139.879	\$ 4.961.163	\$ 6.101.042	2,92%	3,29%	
r = 6 - sigma =6	\$ 2.631.288	\$ 3.557.025	\$ 1.165.025	\$ 5.023.289	\$ 6.188.313	2,96%	4,77%	
r = 6 - sigma =7	\$ 2.692.042	\$ 3.594.962	\$ 1.191.265	\$ 5.095.739	\$ 6.287.004	3,01%	6,44%	
r = 6 - sigma =8	\$ 2.757.784	\$ 3.639.793	\$ 1.223.045	\$ 5.174.532	\$ 6.397.577	3,06%	8,31%	
r = 6 - sigma =9	\$ 2.835.115	\$ 3.681.491	\$ 1.257.913	\$ 5.258.692	\$ 6.516.605	3,12%	10,33%	
r = 6 - sigma =10	\$ 2.904.932	\$ 3.743.002	\$ 1.292.609	\$ 5.355.325	\$ 6.647.933	3,18%	12,55%	
r =4 - sigma = 0	\$ 9.689.024	\$ 11.047.818	\$ 5.867.003	\$ 14.869.840	\$ 20.736.842	9,93%		
r =4 - sigma = 1	\$ 9.689.101	\$ 11.048.916	\$ 5.867.340	\$ 14.870.678	\$ 20.738.018	9,93%	0,01%	
r =4 - sigma = 2	\$ 9.693.640	\$ 11.049.127	\$ 5.866.765	\$ 14.876.002	\$ 20.742.767	9,93%	0,03%	
r =4 - sigma = 3	\$ 9.707.669	\$ 11.049.585	\$ 5.868.165	\$ 14.889.089	\$ 20.757.254	9,94%	0,10%	
r =4 - sigma = 4	\$ 9.719.511	\$ 11.059.625	\$ 5.870.556	\$ 14.908.580	\$ 20.779.136	9,95%	0,20%	
r =4 - sigma = 5	\$ 9.747.415	\$ 11.070.661	\$ 5.883.955	\$ 14.934.121	\$ 20.818.076	9,97%	0,39%	
r =4 - sigma = 6	\$ 9.770.379	\$ 11.082.587	\$ 5.878.956	\$ 14.974.010	\$ 20.852.966	9,98%	0,56%	
r =4 - sigma = 7	\$ 9.801.035	\$ 11.103.622	\$ 5.901.989	\$ 15.002.668	\$ 20.904.657	10,01%	0,81%	
r =4 - sigma = 8	\$ 9.844.526	\$ 11.113.674	\$ 5.909.220	\$ 15.048.980	\$ 20.958.200	10,03%	1,07%	
r =4 - sigma = 9	\$ 9.927.279	\$ 11.132.918	\$ 5.939.893	\$ 15.120.305	\$ 21.060.198	10,08%	1,56%	
r =4 - sigma = 10	\$ 9.979.904	\$ 11.171.488	\$ 5.961.514	\$ 15.189.879	\$ 21.151.393	10,13%	2,00%	
r =8 - sigma =0	\$ 1.032.293	\$ 1.160.248	\$ 216.581	\$ 1.975.959	\$ 2.192.541	1,05%		
r =8 - sigma =1	\$ 1.034.809	\$ 1.164.921	\$ 216.567	\$ 1.983.164	\$ 2.199.730	1,05%	0,33%	
r =8 - sigma =2	\$ 1.036.427	\$ 1.174.856	\$ 216.986	\$ 1.994.297	\$ 2.211.282	1,06%	0,85%	
r =8 - sigma =3	\$ 1.039.279	\$ 1.188.413	\$ 218.435	\$ 2.009.256	\$ 2.227.691	1,07%	1,60%	
r =8 - sigma =4	\$ 1.041.844	\$ 1.204.744	\$ 220.190	\$ 2.026.398	\$ 2.246.588	1,08%	2,47%	
r =8 - sigma =5	\$ 1.047.985	\$ 1.222.735	\$ 222.863	\$ 2.047.857	\$ 2.270.720	1,09%	3,57%	
r =8 - sigma =6	\$ 1.054.246	\$ 1.246.306	\$ 227.815	\$ 2.072.737	\$ 2.300.552	1,10%	4,93%	
r =8 - sigma =7	\$ 1.063.581	\$ 1.273.634	\$ 233.724	\$ 2.103.491	\$ 2.337.215	1,12%	6,60%	
r =8 - sigma =8	\$ 1.077.987	\$ 1.305.033	\$ 240.339	\$ 2.142.681	\$ 2.383.020	1,14%	8,69%	
r =8 - sigma =9	\$ 1.094.098	\$ 1.334.494	\$ 248.004	\$ 2.180.588	\$ 2.428.591	1,16%	10,77%	
r =8 - sigma =10	\$ 1.111.999	\$ 1.370.827	\$ 259.810	\$ 2.223.016	\$ 2.482.826	1,19%	13,24%	

r =6 - sigma 0 sin RP	\$ 2.686.126	\$ 3.806.318	\$ 1.237.186	\$ 5.255.258	\$ 6.492.444	3,11%		9,92%
r =6 - sigma 6 sin RP	\$ 2.884.085	\$ 3.878.195	\$ 1.315.307	\$ 5.446.973	\$ 6.762.279	3,54%	13,76%	9,27%
r =6 - sigma 9 sin RP	\$ 3.088.909	\$ 3.992.235	\$ 1.410.924	\$ 5.670.219	\$ 7.081.143	3,39%	9,07%	8,66%
r =6 - sigma 0 densidad = 0,8	\$ 2.028.904	\$ 2.872.750	\$ 800.378	\$ 4.101.276	\$ 4.901.654	2,35%		-17,01%
r =6 - sigma 6 densidad = 0,8	\$ 2.212.761	\$ 3.018.203	\$ 860.932	\$ 4.370.033	\$ 5.230.964	2,50%	6,72%	-15,47%
r =6 - sigma 9 densidad = 0,8	\$ 2.393.067	\$ 3.170.437	\$ 933.139	\$ 4.630.364	\$ 5.563.503	2,66%	13,50%	-14,63%
r =6 - sigma 0 densidad = 0,6	\$ 3.076.140	\$ 4.266.305	\$ 1.738.168	\$ 5.604.277	\$ 7.342.445	3,51%		24,31%
r =6 - sigma 6 densidad = 0,6	\$ 3.290.500	\$ 4.338.975	\$ 1.829.752	\$ 5.799.723	\$ 7.629.475	3,65%	3,91%	23,29%
r =6 - sigma 9 densidad = 0,6	\$ 3.484.901	\$ 4.437.102	\$ 1.914.831	\$ 6.007.172	\$ 7.922.003	3,79%	7,89%	21,57%
r =6 - sigma 0 densidad = 0,5	\$ 4.116.170	\$ 5.241.026	\$ 2.733.446	\$ 6.623.751	\$ 9.357.197	4,48%		58,42%
r =6 - sigma 6 densidad = 0,5	\$ 4.242.124	\$ 5.275.660	\$ 2.769.737	\$ 6.748.048	\$ 9.517.785	4,56%	1,72%	53,80%
r =6 - sigma 9 densidad = 0,5	\$ 4.381.633	\$ 5.338.723	\$ 2.824.494	\$ 6.895.863	\$ 9.720.356	4,65%	3,88%	49,16%

Cálculos del autor. Cifras en millones de pesos de 2003. "Sin RP" = Sin Reforma Pensional (ley 797 de 2003)