

CONFIABILIDAD DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD
CONSIDERANDO DISEÑO DIRECTO POR DESPLAZAMIENTOS

PRESENTADO POR: ANDRÉS FELIPE ALONSO RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
BOGOTÁ
2006

CONFIABILIDAD DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD
CONSIDERANDO DISEÑO DIRECTO POR DESPLAZAMIENTOS

PRESENTADO POR: ANDRÉS FELIPE ALONSO RODRÍGUEZ

TESIS PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
MAGISTER EN INGENIERÍA CIVIL

Director
MAURICIO SANCHEZ – SILVA PhD

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
BOGOTÁ
2006

TABLA DE CONTENIDO

I.	INTRODUCCIÓN	
II.	OBJETIVO	
1.	CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA ESTRUCTURAL	
1.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO	1
1.2	PROPIEDADES DE LOS MATERIALES	2
1.2.1	Acero Estructural	2
1.2.2	Concreto Reforzado	3
1.3	RELACIÓN MOMENTO – CURVATURA	3
1.4	CAPACIDAD LOCAL DE DESPLAZAMIENTO	5
1.5	EFFECTO P-DELTA	7
1.6	FACTOR DE SOBRESISTENCIA	8
1.7	RESISTENCIA AL CORTE	8
1.8	VALORES OBJETIVOS	9
2.	GENERALIDADES DEL DISEÑO POR DESPLAZAMIENTOS	10
2.1	ESPECTRO DE CAPACIDAD (ATC 40)	12
2.2	ESTRUCTURA SUBSTITUTA (Shibata – Sozen)	17
2.3	METODOLOGÍA DE CALTRANS	19
2.4	CÓDIGO COLOMBIANO DE DISEÑO SÍSMICO DE PUENTES (CCDSP)	21
2.5	ESPECTROS DE DISEÑO	21
2.6	OBSERVACIONES FINALES	23
3.	ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD	
3.1	ECUACIONES DE ESTADO LÍMITE	24
3.2	AMENAZA SÍSMICA	24
3.3	VULNERABILIDAD	27
3.3.1	Probabilidad condicional de Falla	
3.3.2	Simulación de Montecarlo	27
3.3.3	Latin Hypercube	29
3.4	VARIABLES DE ANÁLISIS	31
3.5	ANÁLISIS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL DE FALLA	32
4.	RESULTADOS	

4.1	CARACTERIZACIÓN DEL MODELO ESTRUCTURAL	35
4.1.1	Periodo Natural de Vibración considerando Sección Agrietada	35
4.1.2	Corte Basal Resistente	36
4.1.3	Capacidad de Ductilidad al Desplazamiento	38
4.2	ACELERACIÓN PICO DEL TERRENO (PGA) DE DISEÑO	41
4.3	PROBABILIDAD DE FALLA	59
5.	CONCLUSIONES	64
6.	APÉNDICE	
6.1	Ejemplo de Diseño Metodologías Análizadas	
7.	BIBLIOGRAFÍA	

INTRODUCCIÓN

Aunque los antecedentes del diseño por desplazamientos pueden remontarse cerca de 1970's, (Shibata - Sozen 1976, Freeman 1975) sólo hasta años recientes, se ha considerado como una alternativa razonable a las metodologías de diseño tradicionales, basadas en fuerza.

Así mismo, se ha observado que las fallas estructurales en terremotos rara vez han sido atribuidas a una falta de resistencia (corte basal) Sozen (1996), lo cual justifica de manera más clara, el uso de una metodología que tenga en cuenta directamente el desplazamiento.

A partir de Sozen (1996) es posible establecer dos razones para explicar por qué no se ha presentado este cambio. La primera es la costumbre: La seguridad ante las cargas de gravedad es una cuestión de resistencia, de manera que se desea establecer un enfoque similar para las cargas sísmicas, aunque la relación entre los fenómenos sea tan disímil, como naranjas y manzanas Sozen (1996).

La segunda es el hecho que las metodologías de diseño por desplazamientos requieren que se suministre más información y en efecto implican más trabajo Sozen (1996) Sin embargo esta tendencia esta comenzando a ceder, al menos si se analiza el hecho que estas metodologías se están incorporando a los código de diseño (FEMA o EUROCODE) y en ciertos casos fundamentan las especificaciones (CALTRANS (2004), ATC 40)

Es inexacto establecer que en las especificaciones de diseño basadas en fuerza, no se considere el desplazamiento. FEMA, EROCODE8, NSR98, entre otros establecen límites para la deriva. La diferencia es que el desplazamiento no es el criterio central de falla.

OBJETIVO

El diseño directo por desplazamientos ha marcado una nueva tendencia en el diseño sísmo resistente. Varias especificaciones de diseño lo permiten (FEMA, EUROCODE) o se basan en metodologías derivadas de este (CALTRANS, ATC40). En este documento, tres métodos basados en diseño por desplazamientos, fueron seleccionados: método de la Estructura Substituta, la metodología de diseño propuesta por CALTRANS (2004) y el diseño por Espectro de Capacidad del ATC 40, para analizar el comportamiento de un sistema de un grado de libertad (SDOF). Luego los resultados se comparan con valores obtenidos empleando una metodología tradicional por fuerza según el Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes CCDSP. A partir de este estudio se procedió a desarrollar un análisis de confiabilidad para encontrar cuales son los parámetros más influyentes en el diseño, y así mismo, comparar las metodologías entre sí.

1. CARACTERIZACIÓN DEL MODELO ESTRUCTURAL:

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El sistema estructural, asociado al modelo analítico propuesto, es la pila de un viaducto, analizada en sentido longitudinal al tráfico, aunque es aplicable, bajo ciertas simplificaciones al sentido transversal. Se considera que la superestructura se apoya simplemente en esta, de manera que no se encuentra restringido al giro en su cabezal. El modelo es similar al planteado en Chopra (2001). Las especificaciones de diseño asociadas son las establecidas por los criterios de diseño Sísmico de CALTRANS (2004) (California Department of Transportation)

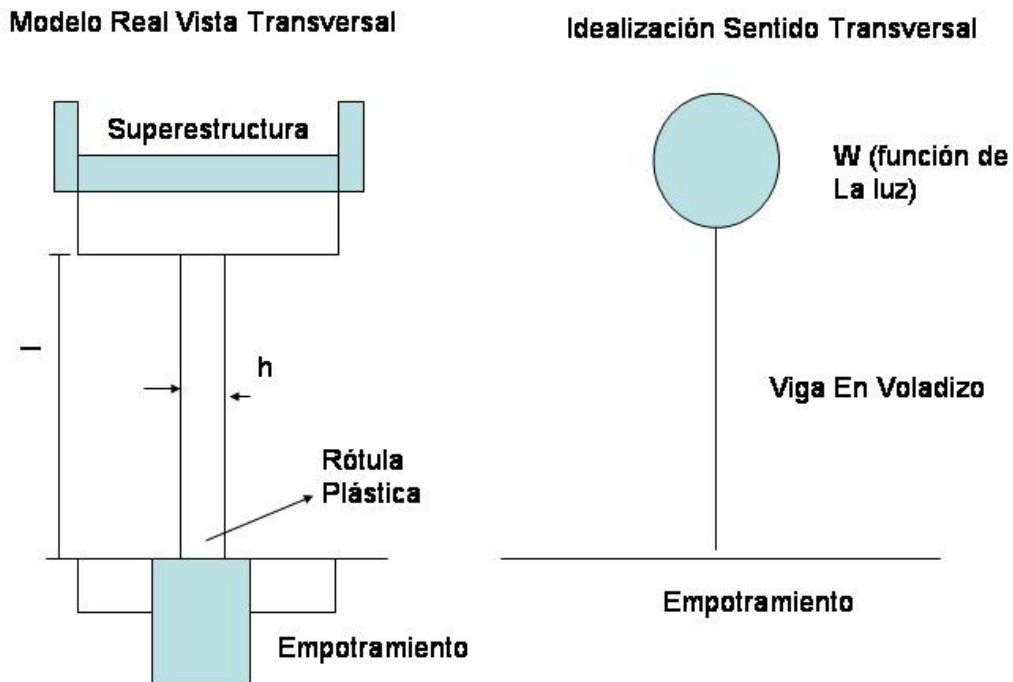


Figura 1: Modelo Analítico Considerado

Los criterios establecidos en CALTRANS (2004) abarcan una gran variedad de aspectos, desde especificaciones de materiales, hasta la definición de las relaciones carga – deformación a emplear en el análisis. Las recomendaciones más importantes se presentan a continuación.

2 .PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

2.1 Acero Estructural

El acero de refuerzo considerado es de la tipología A706 grado 60. La curva esfuerzo -- deformación para análisis de puentes, propuesta en CALTRANS (2004)

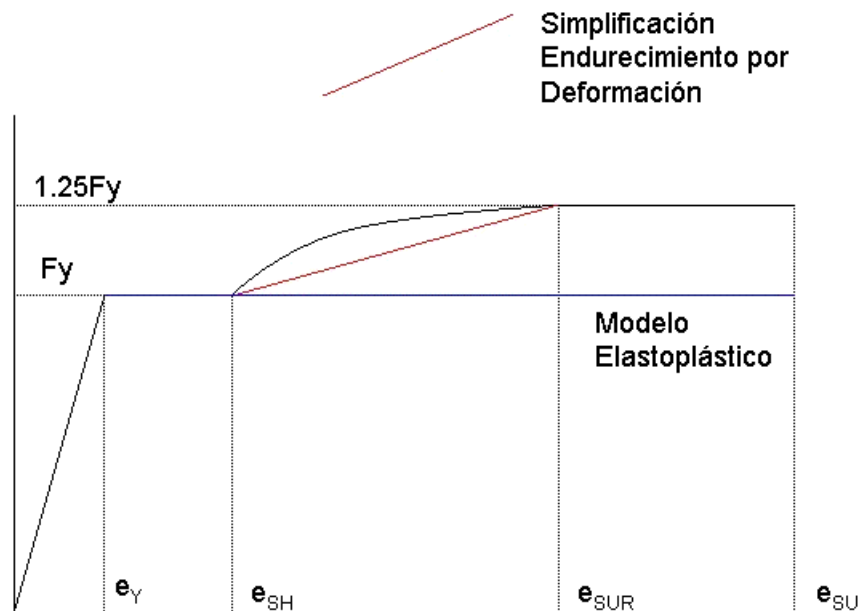


Figura2: Curva Esfuerzo Deformación Acero CALTRANS (2004)

Caracterizado por las siguientes propiedades:

$$e_y = \frac{f_y}{E_s}$$

$$e_{sh} = 0.01$$

$$e_{sur} = 0.075$$

$$e_{su} = 0.1$$

Donde Es el módulo de elasticidad del acero, equivalente a 200000 kN/mm^2

2.2 Concreto Reforzado

Es fundamental establecer una curva esfuerzo deformación representativa del concreto Confinado y No confinado. CALTRANS (2004) recomienda emplear el modelo de Mander; sin embargo, dadas las características de este trabajo; y las consideraciones adicionales que conlleva su aplicación lo hacen poco versátil. Considerando esta situación se consideró el modelo Simplificado de Kent -- Park.

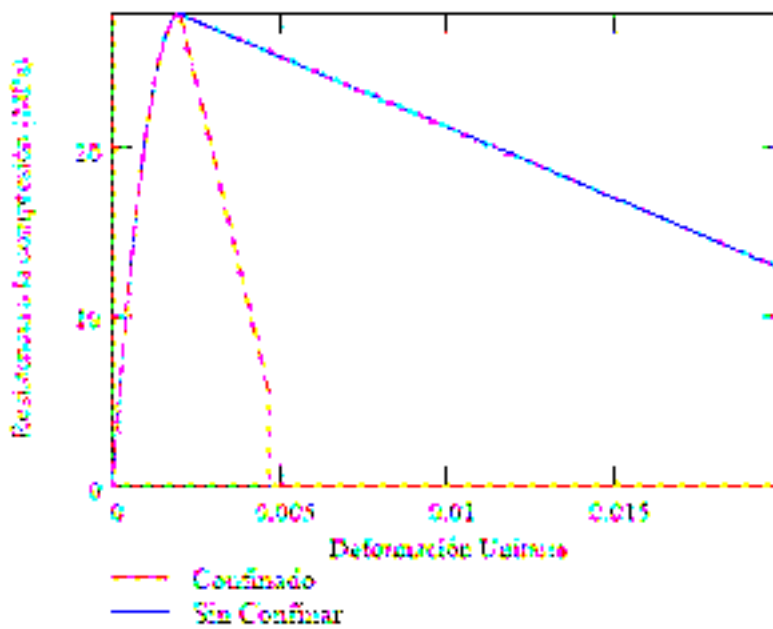


Figura 3: Curva Esfuerzo Deformación Concreto. (Condiciones de confinamiento $Z = 30$ estribos cada 10 cm. con una cuantía volumétrica del 0.4%)

3. RELACIÓN MOMENTO CURVATURA:

A partir de las propiedades del concreto y el acero relacionadas anteriormente, se procede a construir el diagrama Momento --Curvatura de la sección de la pila. CALTRANS (2004) propone un modelo Elastoplástico, considerando un valor medio de la energía de deformación. Dado que no se está analizando un caso en particular, se considera que el valor de fluencia puede establecerse equivalente al promedio del momento máximo, y el último.

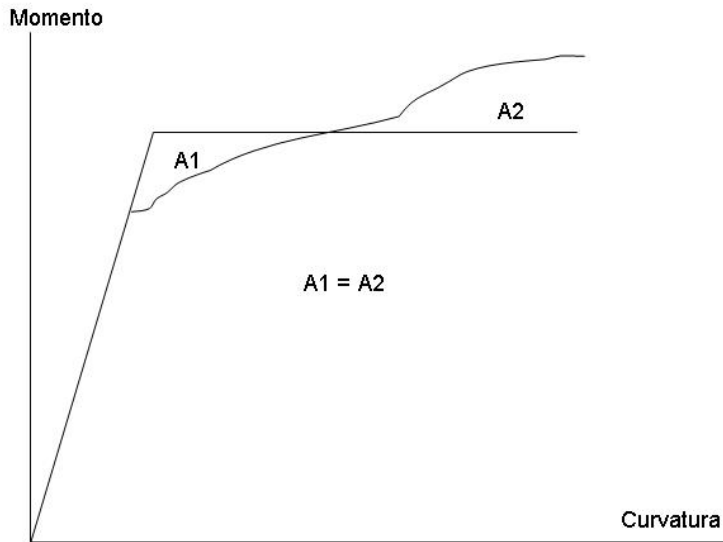


Figura 4: Simplificación Diagrama momento Curvatura Según CALTRANS (2004)

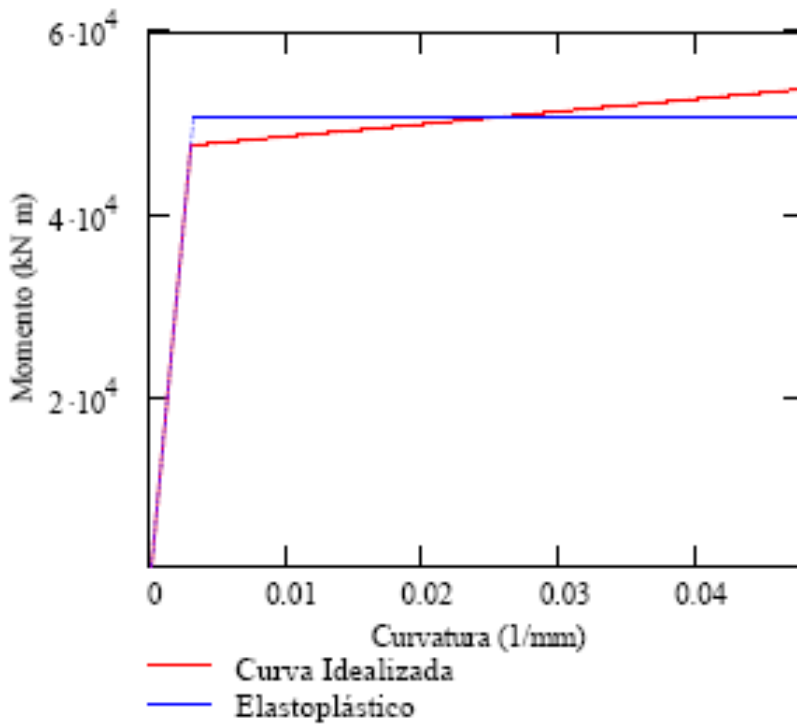


Figura 5: Curva Momento Curvatura Considerada en el presente estudio

Sin embargo, es posible que se presente cierta degradación de la resistencia, en la medida que la deformación se incremente FEMA(2000) y ATC (1996) sugieren que la deformación máxima permisible (desplazamiento, rotación o curvatura) debe limitarse de tal forma que

1.4 CAPACIDAD LOCAL DE DESPLAZAMIENTO

Una vez se encuentra el diagrama momento curvatura, es fundamental definir la relación carga-desplazamiento del sistema estructural. Ello se logra mediante la relación:

$$\phi = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (1)$$

Existe una en el lugar donde se sobrepasa el momento de fluencia. Se considera que la curvatura es uniforme en ese tramo, al cual se le denomina Rótula Plástica. La longitud de la rótula plástica generalmente se toma como un medio de la altura de la sección, o al menos de la distancia entre el refuerzo a tensión y la fibra superior. Sin embargo en el caso de puentes empotrados en su base CALTRANS (2004) propone la siguiente expresión

$$l_p = 0.08l + 0.022f_y \cdot d_{bl} \geq 0.044f_y \cdot d_{bl} \quad (2)$$

Donde l_p es la longitud de plastificación, l es la altura de la pila, f_y es la resistencia a la fluencia del acero longitudinal y d_{bl} es el diámetro de la barra en el mismo sentido (para este estudio se considero una varilla de 1")

Dado que la curvatura se asume constante a lo largo de la longitud de plastificación, es posible encontrar la rotación y el desplazamiento inelástico asociada a la curvatura definida en el diagrama M- ϕ .

$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y) \cdot l_p \quad (3)$$

$$\Delta_u = \theta_p \cdot (l - l_p)$$

Según el principio de St Venant, la rigidez del sistema (en el rango elástico) equivale a la relación entre Momento y Curvatura. Esta relación es lineal hasta el valor de fluencia. Por lo tanto el desplazamiento elástico del sistema (para el modelo estructural considerado, una viga en voladizo) es:

$$\Delta_e = 3 \cdot \frac{EI}{l^3} \quad (4)$$

$$EI = \frac{M_d}{\phi_y}$$

El desplazamiento último resistente es la suma del desplazamiento elástico e inelástico. La capacidad de ductilidad al desplazamiento es la relación entre este valor, y el desplazamiento elástico.

$$\Delta_u = \Delta_p + \Delta_y \quad (5)$$

$$\mu_c = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$$

Deben tenerse en cuenta dos aspectos en la definición de la capacidad del sistema estructural: FEMA() y ATC (1996) establecen que el análisis (el desplazamiento último) debe limitarse hasta un valor tal que se prevenga degradación sustancial de la resistencia. En pruebas sobre muros prefabricados, FEMA establece una degradación máxima del 20% del momento mayor registrado en el experimento. Adoptado este criterio y relacionándolo con el momento de fluencia (El momento máximo es 1.05 a 1.1 veces el momento de fluencia) equivale a establecer como umbral el 85% de este último.

Así mismo, debe verificarse si el elemento puede ser apto para control por desplazamiento o fuerza FEMA 273 (). Dado que la curva esqueleto es una envolvente, se establece que para considerar la capacidad de deformación de una sección específica, se debe tener por lo

menos una ductilidad superior a dos. En caso contrario el elemento será controlado por fuerza, razón por la cual se considerará que no tiene capacidad de ductilidad, y se evitará que responda más allá del límite elástico.

1.5 EFECTO DE P-DELTA

El efecto de la acción de la carga muerta de manera conjunta con los desplazamientos inducidos del sismo, genera un incremento del momento actuante que no se considera en el análisis inicial. Ello implica una disminución progresiva en la capacidad de la sección, debida a la deficiencia del modelo analítico empleado.. A esto se le denomina efecto P-Delta

Sin embargo el único método que permite establecer el efecto de P-Delta es un análisis no lineal en historia del tiempo. Sin embargo es factible obviar este análisis si se limita el momento adicional inducido, en relación a la capacidad nominal de la sección CALTRANS (2004). Este requisito se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$P_{dl} \cdot \Delta \leq 0.2 \cdot M_p \quad (6)$$

Donde P_{dl} es la fuerza de compresión debida únicamente a la carga muerta, Δ es el desplazamiento inducido por el sismo y M_p es el momento de plastificación

Es fundamental esclarecer que el efecto de P-Delta no es una deficiencia intrínseca de la estructura. Obedece a una falla del modelo analítico que se emplea para caracterizar el sistema, al establecer el equilibrio antes de la ocurrencia de la deformación. Sin embargo, en este estudio es una condición crítica, y el no cumplimiento de la ecuación (6) conllevará un estado de falla.

1.6 FACTOR DE SOBRESISTENCIA

Es factible que se presente endurecimiento por deformación de la sección, al incursionar en el rango inelástico. Por lo tanto debe suministrarse una resistencia al corte adicional para considerar este efecto. Un incremento del 20% es considerado razonable CALTRANS (2004). De esta forma se tiene:

$$M_o = 1.2M_p \quad (7)$$

M_o es el momento considerando Endurecimiento, M_p es el momento de plastificación. Esta sobre resistencia debe tenerse en cuenta para corte, y en el diseño de las uniones Viga Columna, y cualquier acción similar.

1.7 RESISTENCIA AL CORTE

La resistencia al corte de una sección es función de la carga axial actuante y la ductilidad demandada. Este hecho se refleja en las relaciones de resistencia al corte en las rótulas plásticas, especificadas por CALTRANS (2004).

$$V_c = v_c \cdot 0.8A_g$$

$$v_c = F_1 \cdot F_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{f_c} \leq 0.33 \sqrt{f_c} \quad (8)$$

$$F_1 = 0.025 \leq \frac{\rho_s \cdot f_{yf}}{12.5} + 0.305 - 0.083\mu < 0.25$$

$$F_2 = 1 + \frac{P}{13.8A_g} < 1.5$$

V_c = Corte Resistente Aportado por el Concreto., v_c esfuerzo de corte resistente, f_c es la resistencia a la compresión del concreto. ρ_s cuantía volumétrica de Acero. f_{yf} es la resistencia a la fluencia del acero de los estribos, μ es la ductilidad al desplazamiento

demandada, A_g es el área bruta de la sección y P es la carga axial. La resistencia al corte, aportada por los estribos tiene la misma forma que la fórmula tradicional para columnas:

$$V_s = n \cdot \frac{d}{s} \cdot A_{sf} \cdot f_{yf} \quad (9)$$

d = Altura al refuerzo longitudinal, s = separación de estribos A_{sf} el área transversal de los estribos y f_{yf} es la resistencia a la fluencia del acero de los estribos.

1.8 VALORES OBJETIVOS

CALTRANS (2004) propone los siguientes valores objetivos, a lograr en un diseño sísmico adecuado. (En la especificación son los requisitos mínimos establecidos, Aunque bajo supervisión es factible proveer capacidades menores).

- Oferta de ductilidad > 3
- Corte Basal Resistente $> 10\%$ de la carga muerta total

Para este requisito de Corte Basal Resistente se obtiene una deriva admisible del 2%:

$$\Delta < \frac{0.2 M_p}{P} = \frac{0.2 \cdot V_x \cdot l \cdot P}{P} \quad (6^a)$$

$$\Delta < 0.2 \cdot V_x \cdot l$$

$$\delta = \frac{\Delta}{l} = 0.2 \cdot V_x \quad (10)$$

δ es la deriva admisible y V_x es el corte basal resistente (fluencia) en porcentaje de la carga muerta. Para un valor de $V_x = 10\%$ el límite de deriva es equivalente al 2% de la altura de la pila.

2. GENERALIDADES DEL DISEÑO POR DESPLAZAMIENTOS

El objetivo fundamental del diseño por desplazamientos es estimar el desplazamiento que se presentará en una estructura en particular, y compararlo con un valor límite. En general es estimativo se hace a través del análisis de un sistema elástico equivalente, con un amortiguamiento y periodo natural de vibración asociados a la respuesta máxima.

La caracterización del sistema se hace mediante una curva “esqueleto”, asociada a la envolvente de los ciclos de histéresis que describe un sistema cuando se somete a una carga cíclica. Esta relación puede obtenerse aproximadamente, mediante un análisis de carga monotónica (Curva de Push-Over), siempre y cuando se limite la degradación de rigidez en relación al número de ciclos.

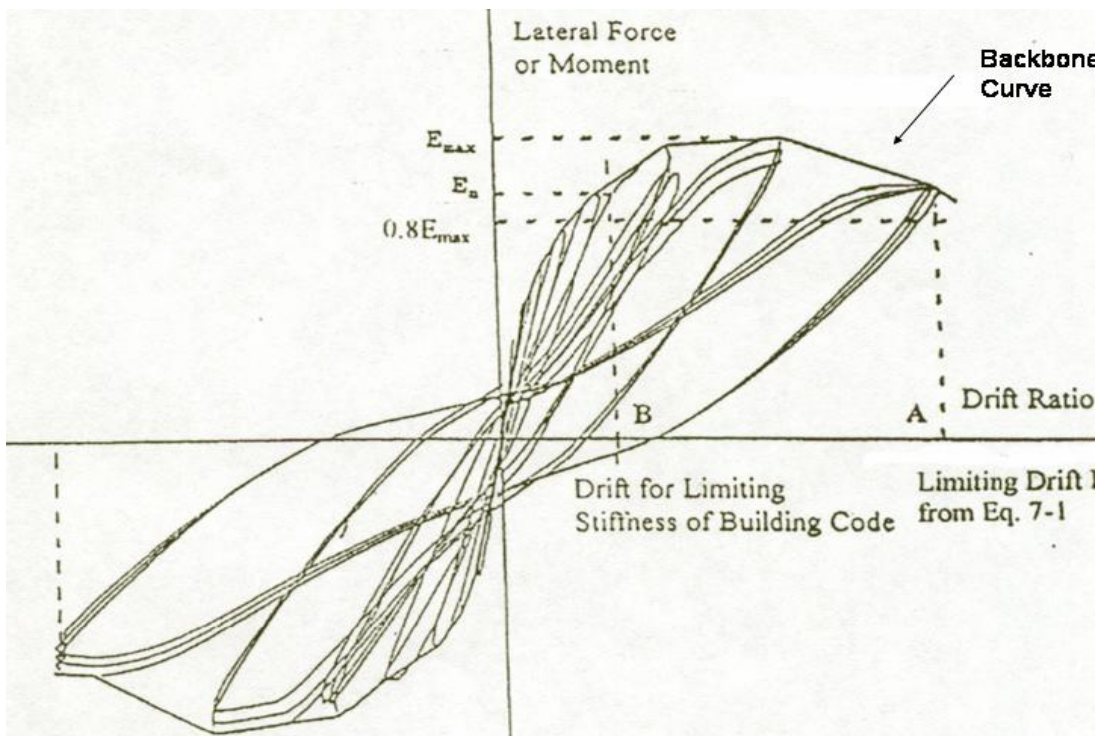


Figura 6: Curva Esqueleto y Ciclos de Histéresis FEMA 450

Para simplificar el análisis se considera un modelo bilinear. La rigidez se toma como el valor secante al máximo adoptado. El amortiguamiento se obtiene a partir de un análisis en el cual se compara la energía disipada por el sistema (el área encerrada por el ciclo de histéresis) con la energía que aporta la carga externa (Estructura Substituta), el valor

disipado por un sistema elástico de un amortiguamiento a encontrar (Espectro de capacidad ATC 40) u otro criterio similar.

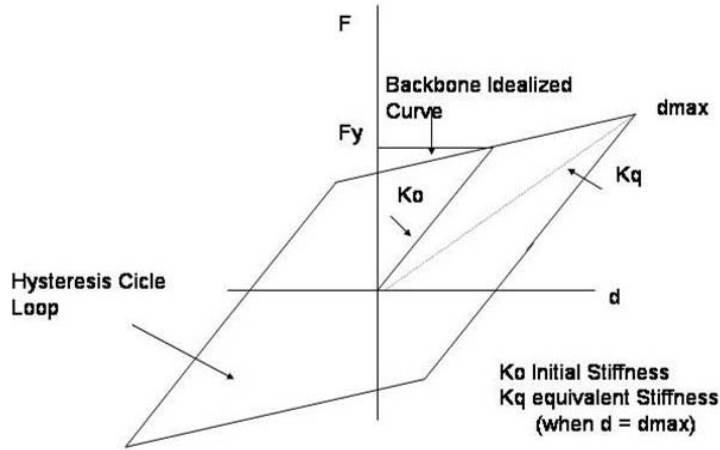


Figura 7: Idealización a partir de la curva esqueleto

En la medida que el sistema incursiona en el rango inelástico (incrementando la respuesta más allá del rango elástico) el periodo natural de vibración del sistema equivalente se incrementa, de manera conjunta al área del ciclo de histéresis idealizado, y consecuentemente el amortiguamiento). Debido a este efecto, la demanda de resistencia (en términos de aceleración por peso) disminuye. El análisis es iterativo, hasta que la reducción logre que la resistencia requerida sea equivalente al corte basal resistente.

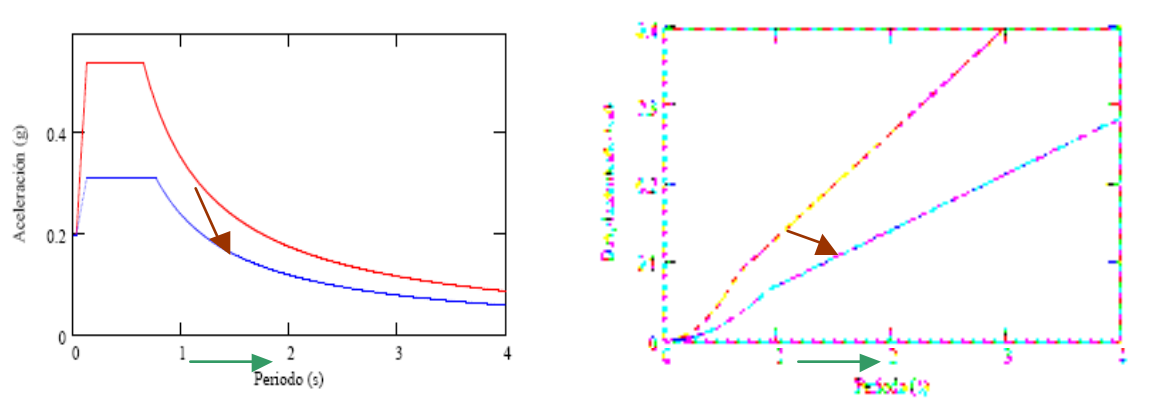


Figura 8: Reducción de la demanda Espectral

Sin embargo, al analizar el espectro de desplazamiento se observa un comportamiento distinto: aunque el incremento en el amortiguamiento implica una reducción del desplazamiento, el incremento en el periodo tiene el efecto opuesto. Este fenómeno será de gran importancia al explicar los valores de diseño obtenidos mediante el análisis de cada metodología, individualmente.

2.1 ESPECTRO DE CAPACIDAD (ATC 40)

El espectro de capacidad es la metodología central empleada en la metodología de evaluación y rehabilitación sísmica de edificios de concreto, propuesta por el ATC (Applied Technology Council) para la comisión de seguridad sísmica de California, en 1996.

Tan importante como el método en sí, son los valores recomendados de rotación, en la definición de curvas envolventes para vigas, nudos y columnas. El método del espectro de capacidad corresponde a un análisis analítico fundamentado en estos valores, encontrados mediante criterio de expertos y ensayos de laboratorio.

El periodo natural de vibración asociado a un valor estimado de desplazamiento puede obtenerse mediante la definición de rigidez. La rigidez equivalente es el cociente de este desplazamiento, y la fuerza aplicada para obtenerlo, En un modelo elastoplástico esta carga es equivalente al valor de fluencia.

$$K_{eq} = \frac{F_y}{u_m}$$

Es factible relacionar el desplazamiento esperado, y el desplazamiento de fluencia del sistema mediante la ductilidad de desplazamiento demandada (μ) que se define como el cociente de estos dos valores.

$$u_m = \mu \cdot u_y$$

Por lo tanto es factible definir la rigidez asociada al desplazamiento esperado:

$$k_q = \frac{k_e \cdot u_y}{\mu \cdot u_y} = \frac{k_e}{\mu}$$

Finalmente, dado que el modelo equivalente es elástico, es posible encontrar su periodo natural de vibración

$$T_q = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_e}} \cdot \sqrt{\mu}$$

Finalmente se obtiene:

$$T_q = T_n \cdot \sqrt{\mu} \tag{11}$$

Esta relación también es válida para la metodología de la Estructura Substituta

El amortiguamiento del sistema equivalente resulta de un proceso analítico. Considérese la respuesta de un sistema sometido a una oscilación armónica. La energía disipada por ese sistema en un ciclo es:

$$u := A \cdot \sin(\Omega \cdot t + \phi)$$

$$E_d = \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} F_D \, du = C \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \frac{d}{dt} u \, dt$$

$$E_d = C \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} (A \cdot \cos(\Omega \cdot t + \phi) \cdot \Omega)^2 \, dt$$

$$E_d = C \cdot \Omega \cdot A^2 \cdot \pi$$

Reemplazando el valor del coeficiente de amortiguamiento C en términos del coeficiente de amortiguamiento crítico se obtiene:

$$E_d = 2 \cdot \xi \cdot \pi \cdot m \cdot \omega \cdot \Omega \cdot A$$

La energía elástica almacenada en el sistema al final del ciclo es equivalente al producto de la rigidez por el desplazamiento máximo (A) al cuadrado:

$$E_o = k \cdot \frac{A^2}{2} = \omega^2 \cdot m \cdot \frac{A^2}{2}$$

Lo que equivale a:

$$\omega \cdot m \cdot A^2 = \frac{2 \cdot E_o}{\omega}$$

Reemplazando en la expresión para la energía Disipada E_d :

$$E_d = 4 \cdot \pi \cdot \xi \cdot \frac{\pi}{\omega} \cdot E_o$$

Despejando el coeficiente de amortiguamiento crítico se obtiene:

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{E_d}{E_o} \cdot \frac{\omega}{\Omega}$$

Si se considera resonancia (periodo natural de vibración equivale al periodo de la forzante) se obtiene la siguiente relación:

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{E_d}{E_o} \quad (12)$$

Donde E_d es el área del ciclo de histéresis idealizado E_o es la energía elástica y ξ representa el amortiguamiento adicional por el comportamiento más allá de fluencia. .

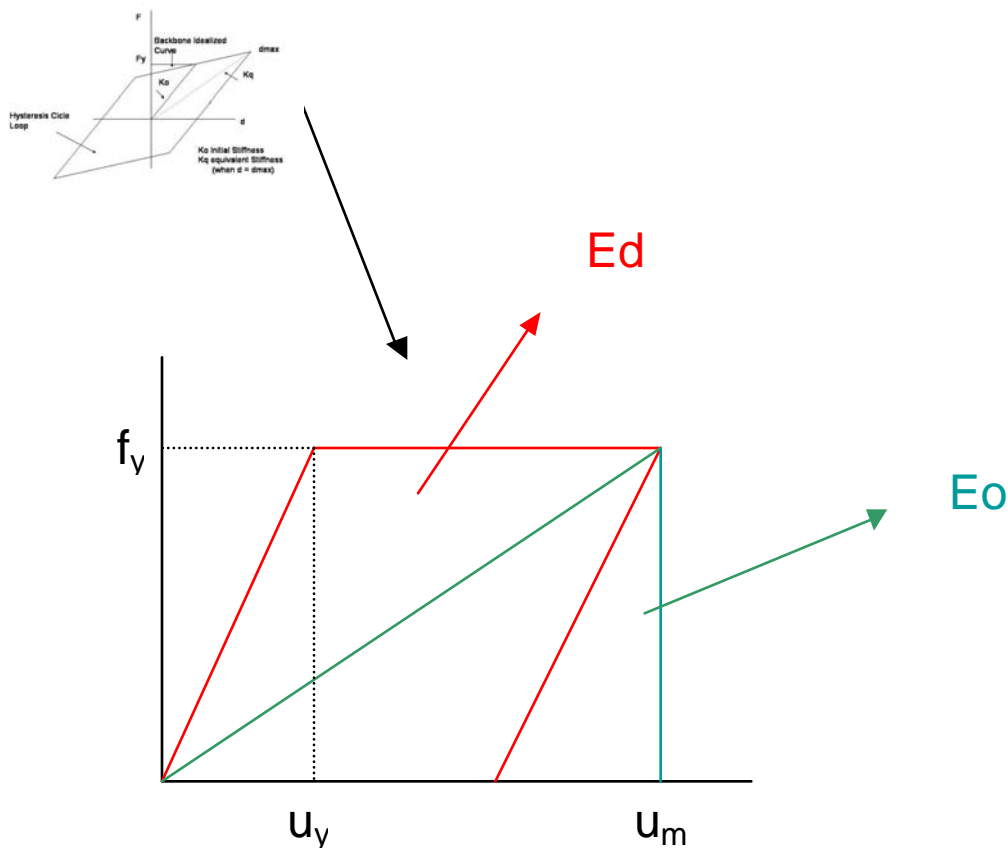


Figura 9: Relación de Áreas de Energía Disipada y Energía Elástica

A partir de la figura 4 es posible deducir las siguientes relaciones para la energía disipada y la energía elástica:

$$E_d = 4 f_y \cdot (u_m - u_y)$$

$$E_o = 4 f_y \cdot u_m$$

Si se considera la definición de demanda de ductilidad y se reemplaza en la expresión definida para el amortiguamiento adicional debido al comportamiento inelástico:

$$\xi = \frac{8}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu}$$

Finalmente hay que sumar el amortiguamiento elástico inherente al sistema (generalmente el 5%) para obtener el amortiguamiento del sistema equivalente.

$$\xi_q(\%) = 5 + 63.5 \frac{\mu - 1}{\mu} \quad (13)$$

Adicionalmente, se han especificado límites al amortiguamiento y a la reducción de los valores espectrales. Si el valor del amortiguamiento equivalente supera el 16.5% se debe emplear el siguiente factor de corrección ATC (1996) (Factor del amortiguamiento):

$$F\beta = 1.13 - 0.51 \cdot \frac{\mu - 1}{\mu} \quad (14)$$

La reducción de las coordenadas espectrales se establece según la relación entre amortiguamiento y valores espectrales de Newmark y Hall. García (1998). La máxima reducción en las ordenas espectrales es del 30% en la zona de Aceleración y 50% en la zona de velocidad constante. Este requisito equivale a establecer un máximo del 42 y el 37.5% para el amortiguamiento equivalente. Las expresiones que definen la reducción en los valores espectrales son las siguientes ATC (1996):

$$SR_A = \frac{3.21 - 0.62 \ln(\xi_q)}{2.12} \quad (15)$$

$$SR_V = \frac{2.31 - 0.41 \ln(\xi_q)}{1.65}$$

El factor SR_A los valores del espectro en la zona de aceleración constante, y los de SR_V en la zona de velocidad constante.

2.2 ESTRUCTURA SUBSTITUTA

La primera observación que debe elaborarse acerca de la metodología de la estructura substituta es la definición del factor de daño μ el cual es diferente a la ductilidad. El factor de daño es el número por el cual hay que dividir la rigidez de la sección (EI) para alcanzar un valor último (generalmente rotación).

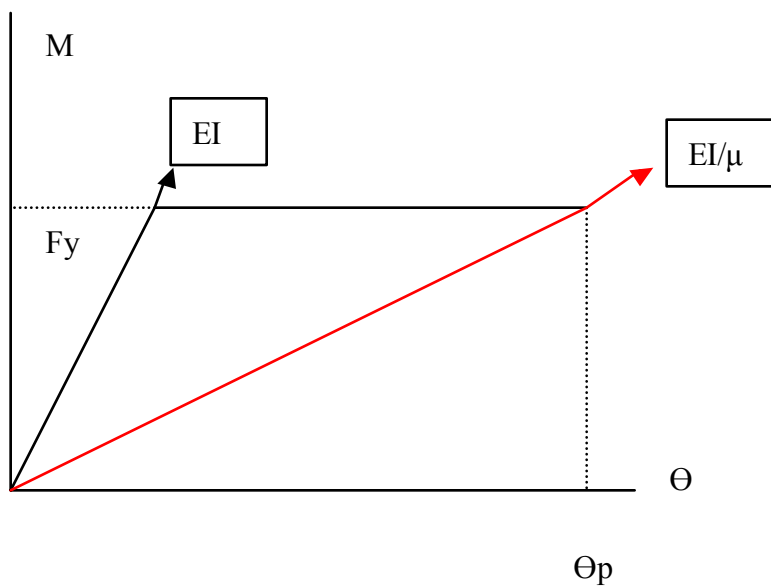


Figura 10. Definición del Factor de daño.

Dado que la rigidez del sistema equivalente equivale a la rigidez elástica (considerando sección agrietada) dividida por el factor de daño, el periodo natural de vibración puede

expresarse según la ecuación (1). Para el caso elastoplástico, el factor de daño, y la ductilidad al desplazamiento demandada son iguales. Shibata & Sozen (1976).

La diferencia substancial entre el Espectro de Capacidad, y la estructura Substituta, radica en el tratamiento del amortiguamiento. Para una oscilación armónica, se puede mostrar que la energía disipada equivale al trabajo de la forzante. Si se extiende esta consideración al análisis en general, se puede obtener una expresión para evaluar el amortiguamiento equivalente Gulkan & Sozen (1973):

$$\xi_s \cdot 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \int_0^T \left(\frac{d}{dt} u \right)^2 dt = -m \cdot \int_0^T \frac{d^2}{dt^2} u_g \cdot \frac{d}{dt} u dt$$

Durante el estudio adelantado por Gulkan y Sozen en 1973 se sometieron varios pórticos de prueba a acelerogramas reales y varias excitaciones armónicas. En cada prueba se estimó el amortiguamiento mediante la expresión mencionada anteriormente. Se encontraron los siguientes resultados:

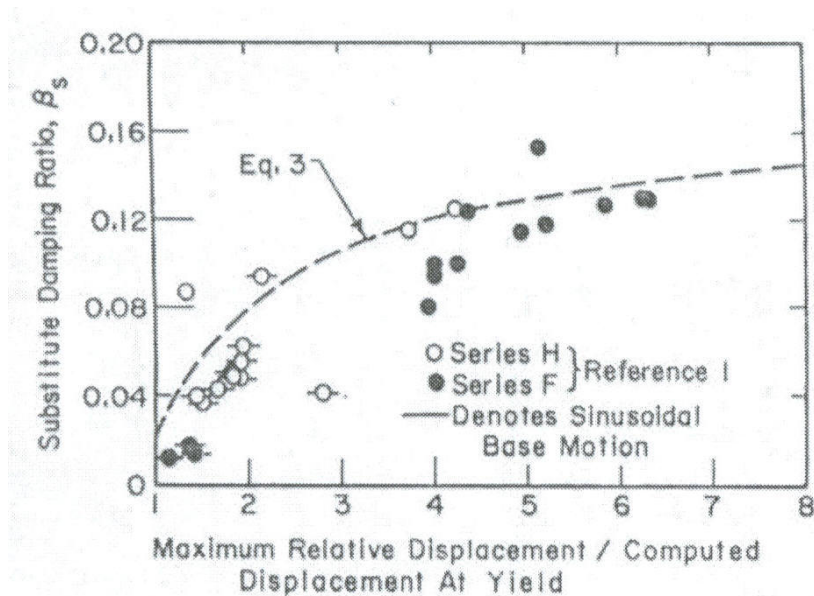


Figura 11. Amortiguamiento equivalente. Gulkan & Sozen (1976).

A partir de la regresión elaborada con los resultados de las pruebas sobre marcos, fue posible establecer la siguiente expresión para el amortiguamiento equivalente Gulkan & Sozen (1973), Shibata & Sozen

$$\xi_q = 0.02 + 0.2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) \quad (16)$$

También se una expresión para encontrar la reducción en los valores espectrales a partir del amortiguamiento equivalente Shibata & Sozen (1976)

$$S_r = \frac{6}{8 + 100 \cdot \xi_q} \quad (17)$$

2.3 METODOLOGÍA DE CALTRANS

La metodología de CALTRANS es por desplazamientos, dado que esta cantidad es el valor primordial en el diseño. Sin embargo, en este análisis se considera que la respuesta elástica del sistema siempre es superior a la inelástica, de manera que es posible estimar el desplazamiento sin recurrir a un modelo equivalente. Esta hipótesis es cierta siempre y cuando se cumpla la hipótesis de Shimasaki Shimazaki & Sozen (1984), y se considere un coeficiente de amortiguamiento del 2% del crítico.

$$\frac{S_y}{S_e} + \frac{T_n}{T_g} \geq 1 \quad (18)$$

S_y = Corte basal resistente (Fluencia) en % de la gravedad

S_e = Demanda de aceleración si el sistema permaneciera elástico

T_n = Periodo natural de vibración considerando sección agrietada

T_g = Periodo característico del suelo (en roca T_g se puede considerar 0.6 Shimazaki & Sozen 1976)

El periodo característico del suelo es aquel valor para el cual se tiene el pico en un espectro de energía relativa, (en términos de velocidad equivalente, por ejemplo).

A pesar de las restricciones mencionadas anteriormente, generalmente se extiende esta simplificación para valores de amortiguamiento del 5% del crítico, el cual es el estándar en las metodologías tradicionales de diseño.

CALTRANS suministra directamente en sus especificaciones sísmicas CALTRANS (2004) los espectros de respuesta para el 5% de amortiguamiento de acuerdo a las condiciones locales de California, según el tipo de suelo y la magnitud del evento sísmico de diseño (Curvas ARS).

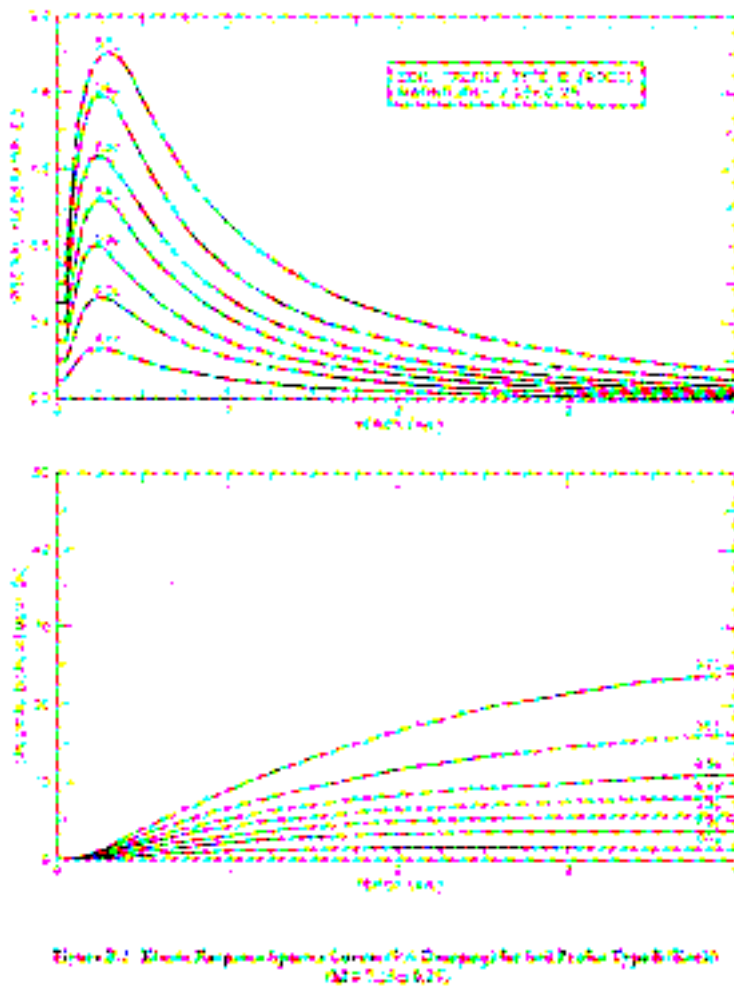


Figura 12. Espectros de diseño de aceleración y desplazamiento de CALTRANS. Magnitud 7.5 y en Roca. CALTRANS (2004).

2.4 CÓDIGO COLOMBIANO DE DISEÑO SÍSMICO DE PUENTES CCDSP 95

El Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes CCDSP es una metodología tradicional por fuerza. A partir de unas condiciones geométricas, se obtiene el periodo de vibración de la estructura, sin considerar agrietamiento. Una vez se conoce este factor, se procede a encontrar la demanda de aceleración en un espectro en porcentaje de la gravedad. El corte basal resistente, equivale al producto de esta cantidad por el peso del edificio dividida por un factor de reducción R debido a la respuesta inelástica. Para columnas individuales este toma un valor de 3. Una vez se conoce este parámetro, la cuantía de refuerzo se ajusta para alcanzarlo.

El CCDSP no incluye un límite a la deriva, a diferencia de la mayoría de metodología de diseño sísmico tradicionales (de hecho, el desplazamiento es un factor actor adicional en las metodologías tradicionales de diseño sísmico por fuerzas, que buscan establecer el corte basal resistente aunque normalmente es la deriva (desplazamiento diferencial entre niveles) el parámetro más determinante en diseño) lo cual tendrá repercusiones serias, que se expondrán más adelante.

Para garantizar la disipación de energía, el CCDSP establece una separación de estribos de confinamiento igual a 100 mm. Debido a lo anterior este valor se tomará constante en este estudio.

2.5 ESPECTROS DE DISEÑO

Aunque el propósito de los autores puede no ser definir un espectro propio para emplear en su metodología, proponen una forma espectral definida. Este el es caso de Shibata y Sozen al presentar la estructura substituta. En este caso la respuesta elástica se define para un coeficiente de amortiguamiento del 2% del crítico, y el factor de reducción se aplica a esta relación.

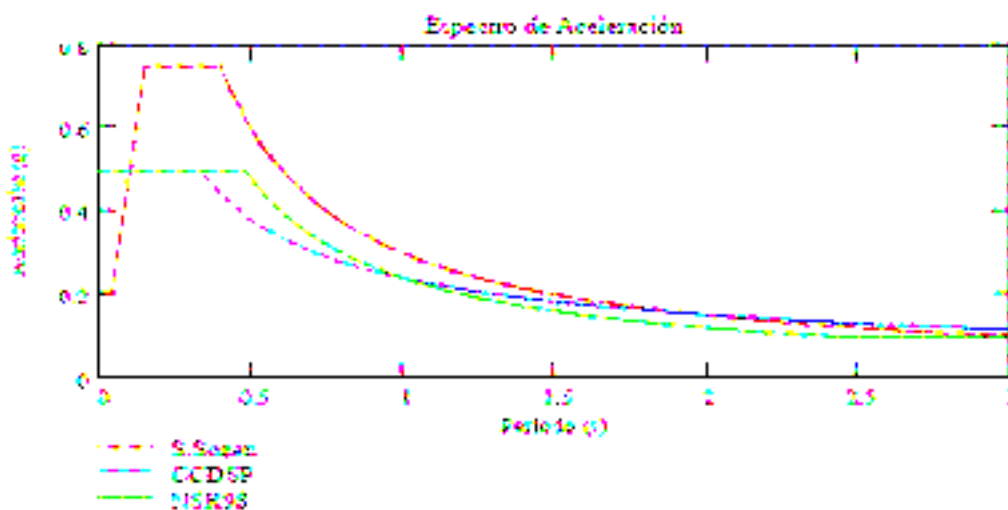
La metodología del ATC 40 no está relacionada con un espectro de respuesta en particular. En el presente análisis se consideró el espectro de la Norma Sismorresistente Colombiana NSR 98. El CCDSP especifica su propia forma espectral.

Según lo observado en el título anterior, la metodología de CALTRANS especifica formas espectrales propias aplicables únicamente a CALIFORNIA. Debido a lo anterior, para los análisis que involucraron esta metodología se empleó el espectro de respuesta definido en la NSR 98.

Dado que los análisis se desarrollan sobre modelos elásticos (los sistemas sustitutos siguen esta característica) es posible obtener los espectros de desplazamiento asociados a las formas de diseño definidas en términos de aceleración:

$$S_d = \frac{T^2}{4 \cdot \pi} \cdot S_a \quad (19)$$

Donde S_d es el valor espectral elástico de desplazamiento, T es el periodo y S_a es la respuesta elástica de aceleración. Deben emplearse unidades consistentes (por ejemplo, desplazamiento en metros, aceleración en metros sobre segundo cuadrado y periodo en segundos)



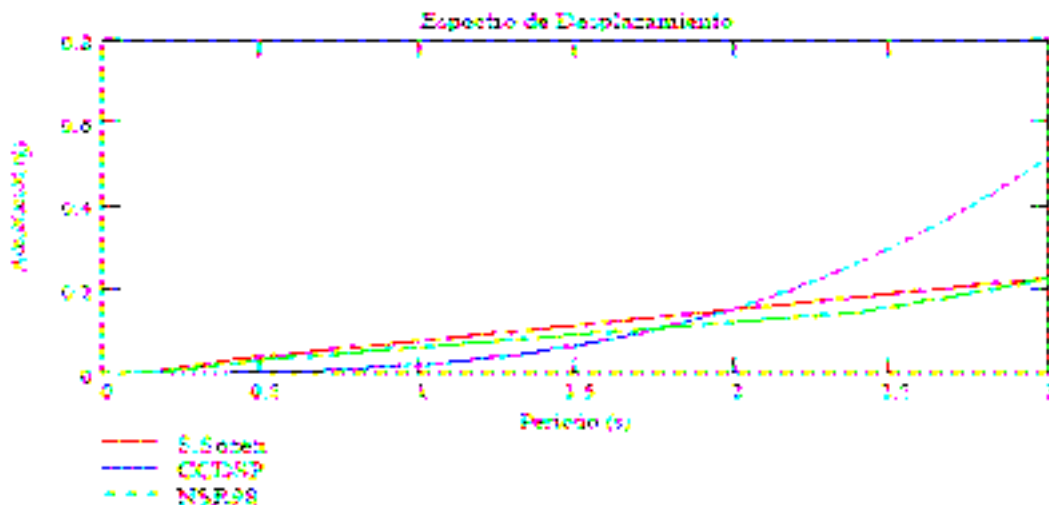


Figura 13 Espectros de Aceleración y Desplazamiento considerados en este estudio. Aceleración Pico Efectiva y/o PGA del Terreno = 0.2g.

Los espectros de Respuesta son variables aleatorias, por lo tanto son sujetos a variabilidad. Sin embargo, dado que en este estudio se desea evaluar las metodologías de diseño, se fijaron en los valores establecidos por las especificaciones.

Otro aspecto importante en la formulación de los espectros de respuesta es la Aceleración Pico Efectiva. En las especificaciones de diseño los espectros de respuesta se suavizan para obtener resultados más acordes con la teoría aceptada. Por lo tanto la aceleración de referencia de diseño (Aceleración Pico Efectiva) puede ser menor a la máxima aceleración registrada en el acelerograma (Peak Ground Acceleration PGA). Dado el carácter de este estudio se consideró PGA. Sin embargo al establecer especificaciones de diseño particulares, este proceso de homogenización (Suavizamiento) de las respuestas espectrales obtenidas de los acelerogramas locales debe realizarse.

2.5.1 OBSERVACIONES FINALES

Debe tenerse en cuenta que los métodos de desplazamientos están basados en una aproximación, simple de la realidad, tal que según Gulkan es equivalente a “lograr la cuadratura del círculo” Gulkan & Sozen (1976). Por lo tanto las respuestas son estimadas, y no pueden considerarse como valores exactos.

3. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

3.1 ECUACIONES DE ESTADO LÍMITE

El criterio fundamental de comparación es el desplazamiento, aunque se debe verificar que la resistencia al corte sea suficiente, ya sea para soportar la fuerza de fluencia, incluyendo el valor de sobrerresistencia, o en su defecto la demanda elástica, si la capacidad es suficiente, para prevenir la incursión en el rango inelástico.

$$\Delta_d \leq \Delta_u \quad (20)$$

Donde Δ_d es la demanda de desplazamiento, y Δ_u es el menor entre el desplazamiento admisible por P-delta y la capacidad última de desplazamiento del sistema. En resistencia al corte se requiere:

$$V_d \leq V_s + V_c \quad (21)$$

V_d es el corte demandado, el menor entre 1.2 veces el momento de plastificación dividido por la altura, o el cortante demandado elásticamente, si la capacidad del sistema es tal que no se sobrepasa la resistencia a la fluencia.

3.2 AMENAZA SÍSMICA

La amenaza sísmica se caracterizó mediante una distribución de valor extremo tipo III según Sánchez-Silva – Arroyo, asociada a una tasa de ocurrencia de 2.9 eventos sísmicos por año (134 terremotos significativos en 46 años, a una distancia y profundidad inferiores a 200 Km.). Las magnitudes máxima y mínima consideradas fueron 4.0 y 7.5 en la escala de Richter.

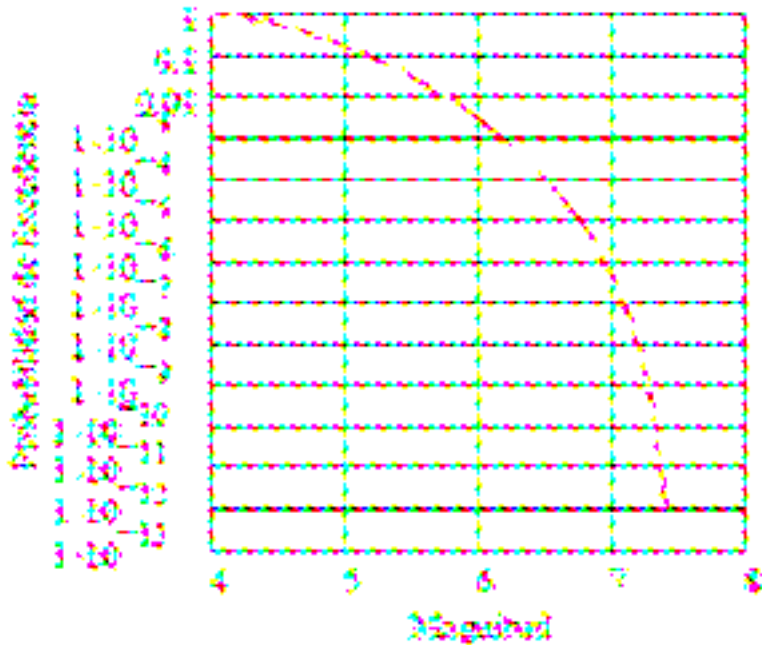


Figura 1. Probabilidad de excedencia de Magnitud, Modelo de Sismicidad adoptado. Sánchez – Silva & Arroyo

Dado el carácter general de este estudio y su enfoque hacia la evaluación de metodologías de diseño, razón por la cual no se hace referencia a un sistema de fallas específico, se consideró una fuente circular de 200 Km. de radio, cuyo centro coincide con la zona de análisis. La función de distribución asociada a esta geometría es:

$$f_r(r) = 2r/R \quad R = 200 \text{ km} \quad (22)$$

La ecuación de atenuación, que describe la variación de la aceleración pico del Terreno (PGA) en función de la distancia a la falla, corresponde a una expresión elaborada por Boore, Joyner y Fummal para California Idriss (2004). La PGA se caracteriza como una variable Log-Normal cuyo valor medio está dado por la relación:

$$\text{PGA}(r, m) := \exp \left[b_1 + b_2 \cdot (m - 6) + b_3 \cdot (m - 6)^2 + b_5 \cdot \ln(\sqrt{r^2 + h^2}) + b_v \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_A} \right) \right]$$

$b_1 = -0.242$, $b_2 = 0.527$, $b_3 = 0$, $b_5 = -0.778$, $b_v = -0.371$, $V_a = 1396$ h = 5.57 y el error estándar (σ_s) es 0.520. Si se considera el error estándar, es factible despejar λ y encontrar la probabilidad de excedencia de la aceleración, dado una magnitud y una distancia Ambraseys 2001.

$$P\left[\frac{(\text{PGA} > A_a)}{r, s}\right] := \Phi(\lambda)$$

$$\lambda(a, m, r) := \frac{\left[\ln(a) - b_1 - b_2(m-6) - b_3(m-6)^2 - b_5 \ln\left(\sqrt{r^2 + h^2}\right) - b_v \ln\left(\frac{V_s}{V_A}\right) \right]}{\sigma_s}$$

finalmente es factible encontrar la amenaza sísmica (1- probabilidad de excedencia de un valor de PGA establecido) mediante la convolución de las funciones de distribución condicionales de la aceleración, la distancia a la falla y el desplazamiento.

$$F_{\text{PGA}}(a) := \int_4^{7.5} \int_0^{200} \Phi(\lambda(a, m, r)) \cdot f_R(r) \cdot f_m(m) \, dr \, dm \quad (23)$$

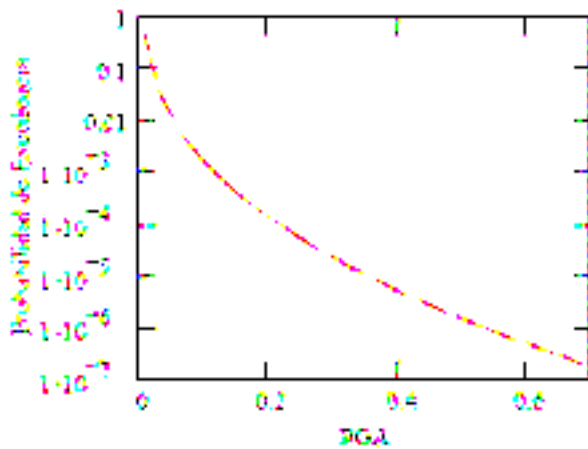


Figura 2. Probabilidad de excedencia de aceleración ($1 - F_{\text{PGA}}(a)$)

3.3 VULNERABILIDAD

3.3.1 Probabilidad condicional de falla.

Una vez definida la amenaza sísmica, es factible encontrar la probabilidad de falla mediante la definición de probabilidad condicional, De manera que es más efectivo establecer la probabilidad de falla condicional para una aceleración (rango de aceleración) y multiplicarla por la ocurrencia de esta:

$$p_f = \sum P_f(i / a_i) P(a_i) \forall a_i$$

La probabilidad de falla condicional puede establecerse mediante una técnica de simulación o análisis de confiabilidad. Dado que no es factible lograr una formulación completamente explícita de las ecuaciones de estado límite dada la complejidad del problema, lo más adecuado es optar por la primera alternativa. Considerando lo anterior, se optó por una simulación de Montecarlo, asociada a la técnica de muestreo de Latin Hypercube.

3.3.2 Simulación de Montecarlo.

La simulación de Montecarlo es una metodología sencilla para estimar probabilidades de falla, dada una función de estado límite. En términos generales, se generan una cantidad considerable de casos de manera que la probabilidad de falla se obtiene como la razón entre el número de casos en los cuales se presentó la falla, y el número total de simulaciones.

En términos específicos el procedimiento involucra los siguientes pasos:

- Generar valores aleatorios de las variables que caracterizan el modelo estructural
- Definir para cada grupo de variables simuladas, si se presenta la falla del sistema
- La probabilidad de falla se puede estimar mediante la siguiente relación:

$$P_f = \frac{\sum I}{N} \quad (24)$$

$$I := \begin{cases} 1 = \text{falla} \\ 0 = \text{No falla} \end{cases}$$

La probabilidad de falla es un estimativo del valor real. Este estimativo se acercará al valor verdadero en la medida que se incremente el número de simulaciones. Para establecer el valor óptimo, el mejor procedimiento es elaborar una gráfica que relaciones la varianza y el valor esperado de I (probabilidad de falla). El Número de simulaciones debe extenderse hasta que estos valores se estabilicen alrededor de una cantidad fija. Si se conoce de antemano el orden de magnitud de la probabilidad de falla es factible estimar el número de simulaciones requeridas mediante la siguiente expresión: Sánchez-Silva (2005)

$$N = \frac{1 - p_v}{V_{pf}^2 \cdot p_v} \quad (25)$$

N = Número de Simulaciones, p_v orden de magnitud de la probabilidad de falla, y

V_{pf} = Coeficiente de variación deseado.

Ejemplo: Estimar el número de Simulaciones requerido si se desea analizar una situación donde la probabilidad de falla es del orden de 10^{-4} y se desea un coeficiente de variación del 5%.

$$p_v = 10^{-4}, V_{pf} = 5\%$$

$$N := \frac{1 - 10^{-4}}{0.05 \cdot 10^{-4}}$$

$N > 200.000$ simulaciones.

Para probabilidades de falla bajas, el número de simulaciones crece vertiginosamente. Por lo tanto se han desarrollado técnicas de muestreo, que permiten lograr resultados comparables empleando un número menor de simulaciones.

3.3.3 Latin Hypercube

El Latin Hypercube es una técnica de muestreo que permite limitar el dominio de los valores aleatorios que toman las variables aleatorias involucradas en la definición del problema.

El dominio de cada una de las variables aleatorias se divide en intervalos, preferiblemente, tratando que la probabilidad de ocurrencia es cada uno de ellos sea la misma. Finalmente se toma un valor representativo del intervalo, y este es la cantidad con la que se desarrolla la simulación.

En el presente estudio se dividió el dominio de la funciones de distribución de las variables aleatorias seleccionadas en 100 categorías. Los extremos de cada categoría se establecieron evaluando la función de distribución acumulada considerando valores de probabilidad de excedencia de 0, 10%, 20% y así sucesivamente hasta 100%. La probabilidad de pertenencia a un intervalo es por lo tanto 10%.

El valor representativo de cada intervalo es aquel para el cual la función inversa de distribución equivale al promedio de la probabilidad de que el valor sea menor a sus extremos es decir, para el intervalo i el valor representativo es la función inversa para la probabilidad $(2i-1)/200$ probabilidad equivalente a la mitad de los extremos.

Finalmente se procede a realizar el análisis, garantizando que cada categoría sea considerada sólo una vez. De esta forma se pueden hacer tantas simulaciones como número de categorías definidas. En caso de requerir un mayor número de ensayos, el proceso se repite y se contabiliza. La probabilidad de falla se calcula siguiendo la ecuación (4). Para encontrar estimar el número de simulaciones requerido, se puede analizar la convergencia.

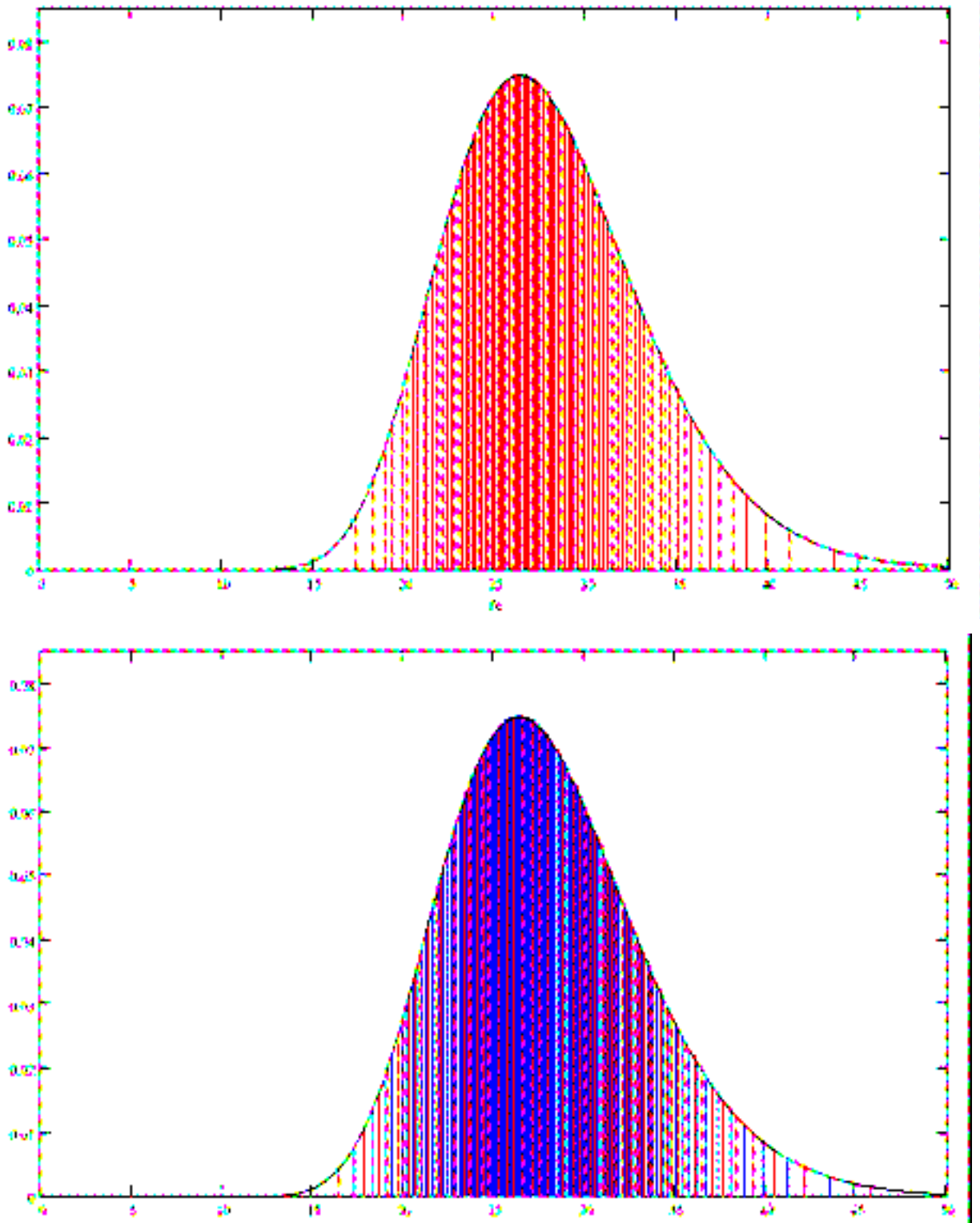


Figura 3: Discretización del Dominio. Resistencia a la compresión del concreto. Media = 28 N/mm², coeficiente de variación 10%. Los valores rojos representan los límites de las categorías. Los azules, los valores representativos de estas.

En la gráfica se observa la discretización del dominio de la resistencia a la compresión del concreto f'_c . Nótese como se ajusta el tamaño del intervalo para mantener una probabilidad de ocurrencia uniforme. Así mismo se como el valor representativo se asocia al punto donde se divide en dos partes iguales el área bajo la función de densidad, entre cada categoría.

3.4 VARIABLES DE ANÁLISIS

Las variables consideradas en el presente análisis son las siguientes:

Determinísticas exógenas:

- Altura (6m, 9m, 12m)
- Carga Axial (relación carga y resistencia nominal)

Deterministas intrínsecas:

- Sección (relación carga y resistencia nominal)
- Cuantía de Acero (1%– 6%)

Constantes:

- Separación de Estribos (100 mm) Según CCDSP 95
- Estribos internos (separación > 17 mm)

VARIABLES ALEATORIAS

- Resistencia a la compresión del concreto (Lognormal $\mu = 28 \text{ N/mm}^2$ y $V = 20\%$ Ellingwood (1984))
- Resistencia a la fluencia del Acero Lognormal $\mu = 28 \text{ N/mm}^2$ y $V = 10\%$ Ellingwood (1984))

3.5 ANÁLISIS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL DE FALLA

Para estimar la probabilidad de falla anual, es fundamental estimar la probabilidad que se viole alguno de los estados límites, dada la ocurrencia de una aceleración, o un intervalo de esta. Para lograr este objetivo se utilizó una simulación de Montecarlo, sujeta a un método de muestreo, Latin Hypercube.

Se generaron 1000 simulaciones de los valores característicos de la sección (periodo natural, corte basal resistente y desplazamiento último) considerando la función de distribución de la resistencia a la compresión del concreto, y el valor de fluencia del acero de refuerzo.

Una vez se caracterizó cada sistema generado, se procedió a estimar la demanda de desplazamiento (o en su defecto fuerza para la metodología del CCDSF) asociado a cada caso, para aceleraciones superiores al 1% de la gravedad, considerando los métodos de diseño investigados. Finalmente, se comparó la demanda y la capacidad, verificando los dos estados límites, el de desplazamiento y el de corte.

El límite inferior del 1% se estableció a partir de la relación entre intensidad y PGA definida por Murphy y O'Brien ATC (1985). Se encontró que para un valor de Aceleración del 1% de la gravedad, la intensidad modificada de Mercalli es III:

“Sentido en interiores, vibración rápida similar al paso de camiones ligeros en la cercanía. Al inicio no se reconoce como terremoto. En varios casos se estima la duración. Los objetos colgantes pueden balancearse ligeramente, el movimiento se puede apreciar en los pisos altos. Los carros estacionados pueden moverse ligeramente” ATC (1985) Word & Newman (1931).

A partir de esta descripción se considera razonable que toda edificación por defecto debe sobrepasar este valor (en resistencia a carga lateral) como mínimo. Adicionalmente, este nivel de aceleración tiene una probabilidad de excedencia anual superior al 40%.

El número de simulaciones requerido se analizó considerando la convergencia de la probabilidad de falla. Para una sección de 1200 x 1200, con carga de 7500 kN y cuantía del 3% se encontraron los siguientes resultados:

N Simulaciones	P. Falla	Variación
200	4.91E-07	
400	4.93E-07	0.43
600	4.83E-07	-1.97
1000	4.88E-07	1.06
1500	4.82E-07	-1.29

Tabla 1: Convergencia de las simulaciones Shibata Sozen

N Simulaciones	P. Falla	Variación
200	8.897E-8	
400	8.989E-8	1.03%
600	8.981E-8	-0.08%
1000	9.011E-8	0.33%
1500	9.010E-8	0%

Tabla 2: Convergencia de las simulaciones ATC 40

N Simulaciones	P. Falla	Variación
200	3.732E-6	
400	3.712E-6	-0.5%
600	3.897E-6	5%
1000	3.846E-6	1.3%
1500	3.818E-6	-0.93%

Tabla 2: Convergencia de las simulaciones CALTRANS

Es fundamental notar que la variabilidad no supera el 5% a pesar del bajo valor de probabilidad (de orden de 10^{-7} a partir del cual el riesgo es imperceptible (Sánchez-Silva (2005))) Por lo que es factible considerar un valor de 1000 simulaciones.

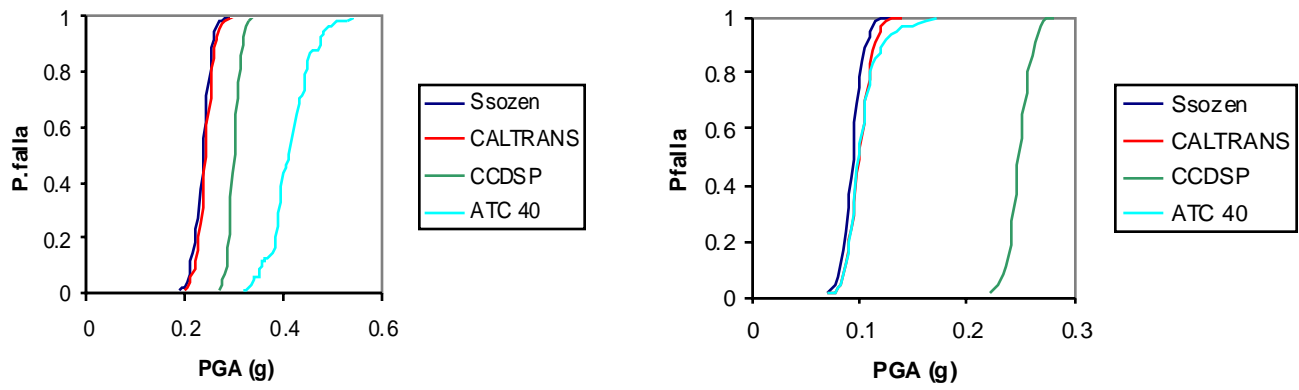


Figura 4 Probabilidad de falla condicional. Sección de 1000x1000 y 1200 x 1200 mm. Respectivamente ($P = 7500$ kN, $\rho=1\%$.)

4. RESULTADOS

4.1 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA ESTRUCTURAL

4.1.1 Período natural de vibración considerando Inercia Agrietada

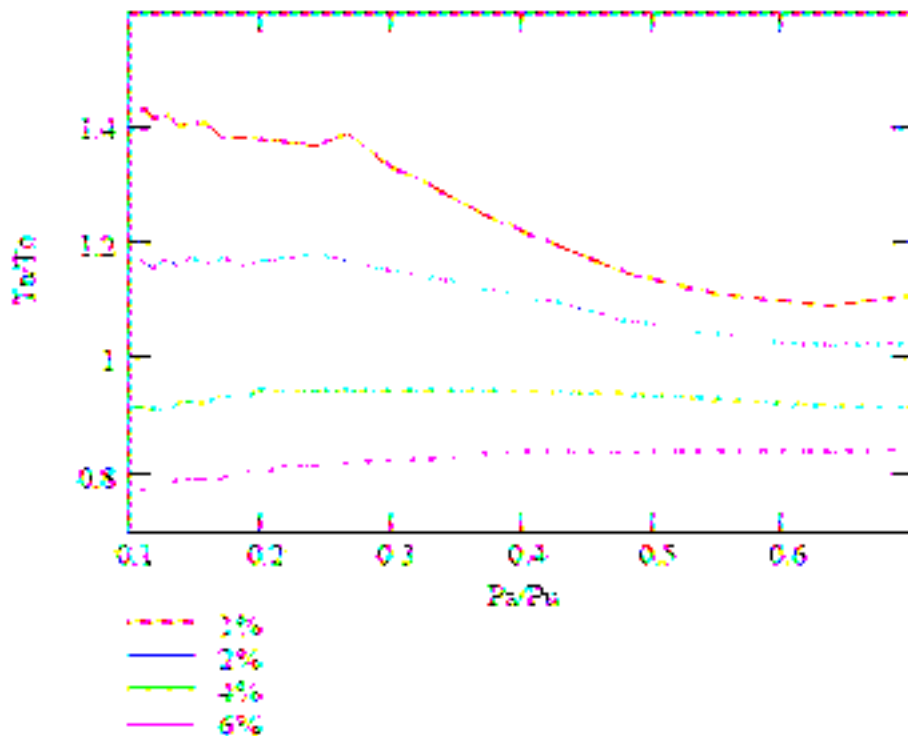
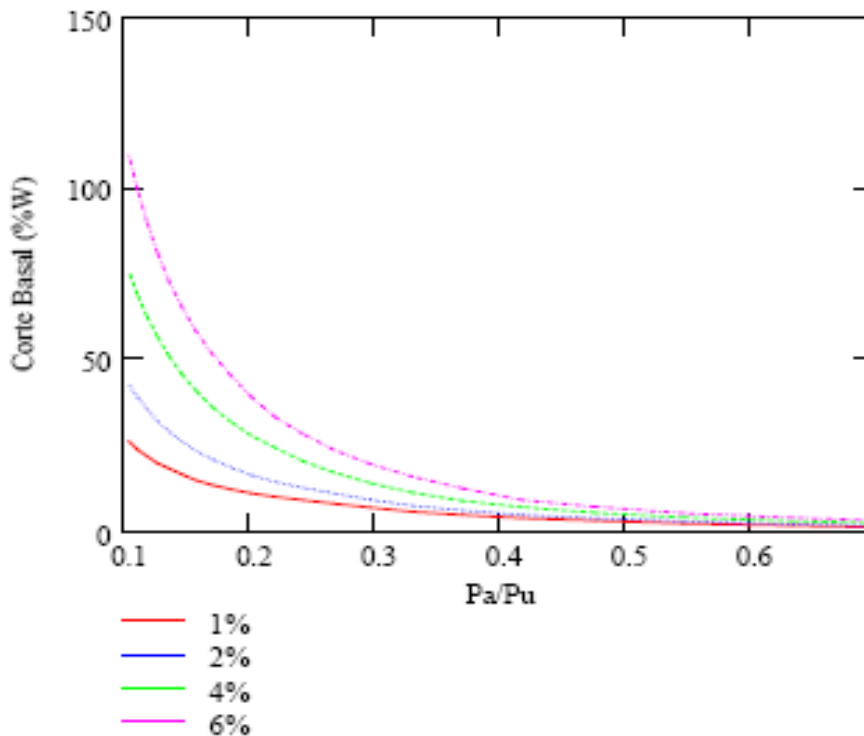
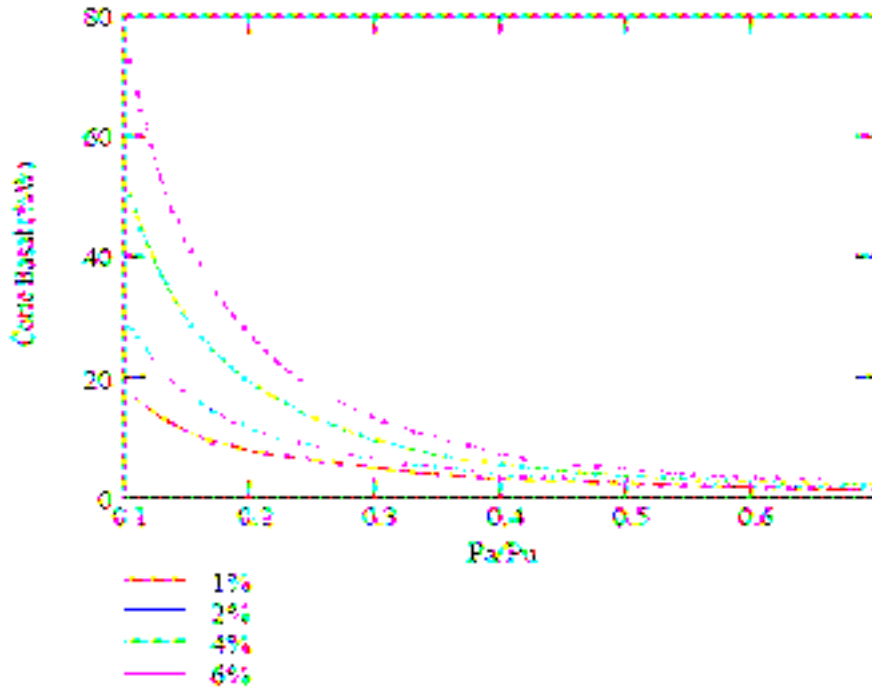


Figura 1: Relación entre el período Natural de vibración (considerando sección agrietada) T_n , y el período sin considerar sección agrietada T_o ; en términos de la razón entre carga axial actuante (P_a) y la resistencia nominal de la sección $P_u = A_g \cdot f_c$

Es factible estimar de manera conservadora el período de vibración natural (considerando sección agrietada) como 1.44 veces el período calculado considerando la sección completa, para cuantías bajas. Esta relación es sugerida por Shimazaki Shimazaki & Sozen, para edificios, y es equivalente a la relación empírica de tomar el período natural de vibración equivalente al número de pisos dividido entre 10. Para cuantías adicionales, se puede considerar que la variación la relación entre los períodos de vibración (considerando inercia completa y sección agrietada) es uniforme variando entre 0.8 para cuantías cercanas al 6%

y 1.44. Esta relación es independiente de la altura de la viga (dado que se establece el coeficiente entre valores de periodo relacionados con la rigidez de la sección

4.1.2 Corte Basal Resistente (Valor de fluencia)



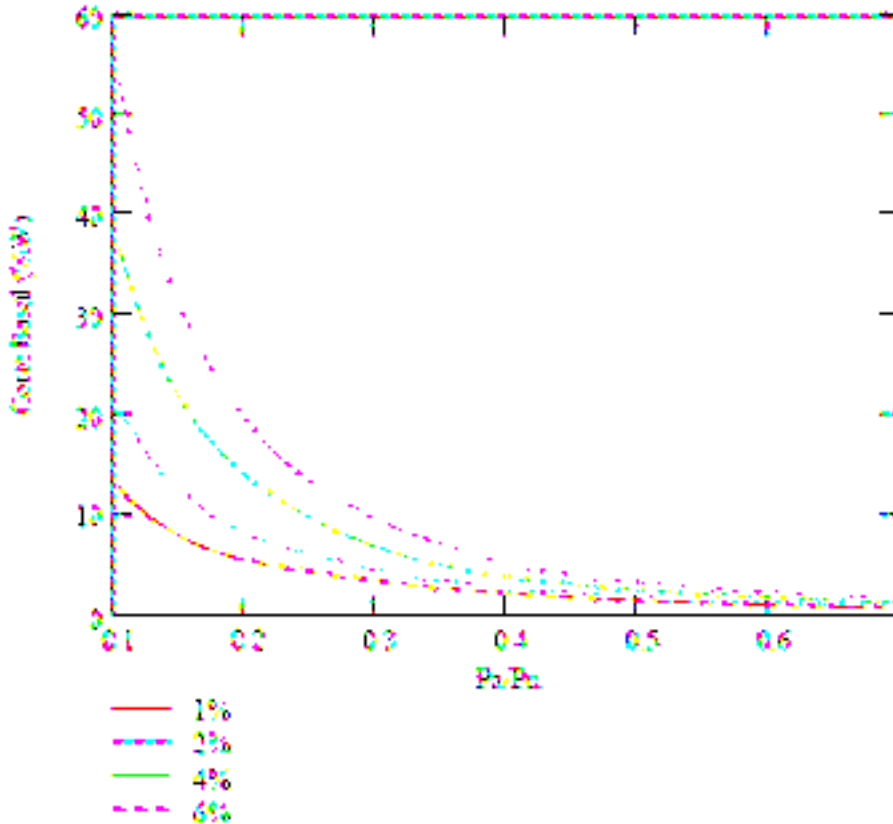
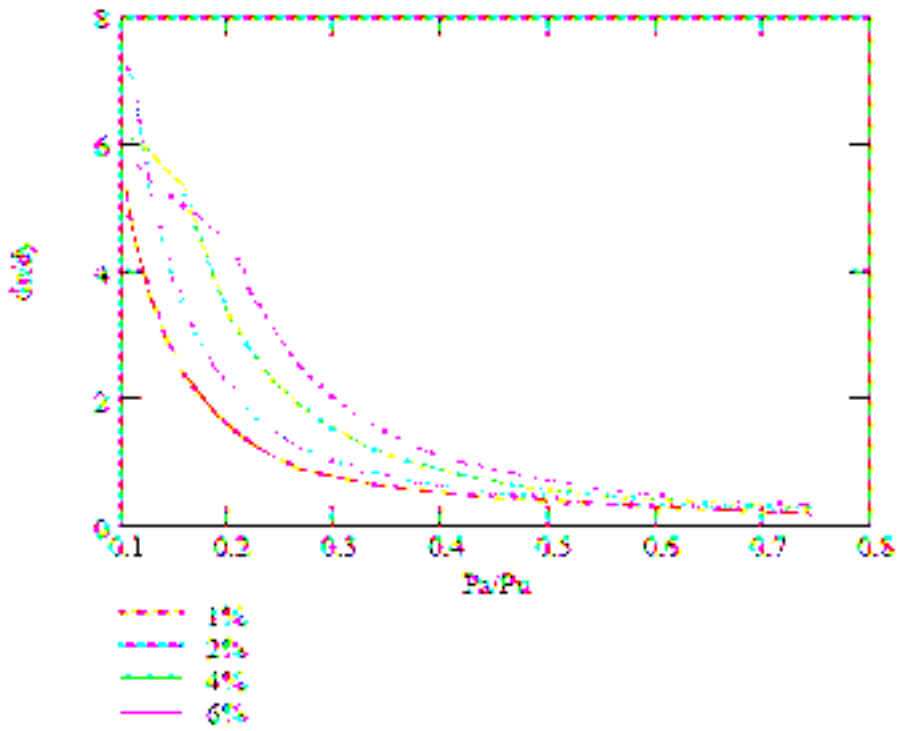
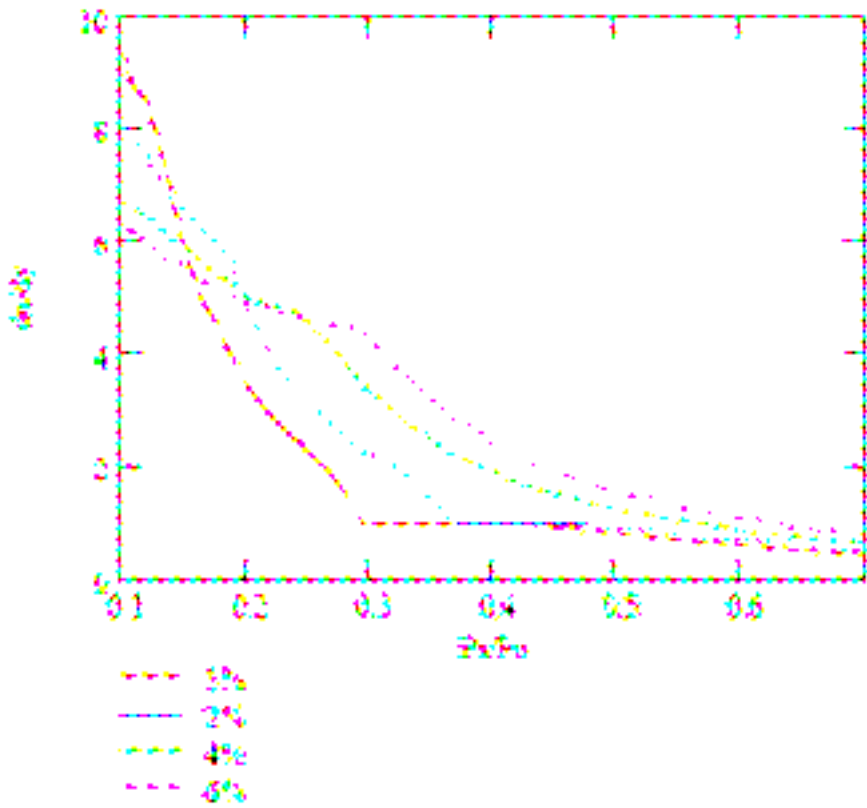


Figura 2. Corte Basal Resistente. Altura de la pila de 9, 6 y 12 metros respectivamente.

El corte basal es equivalente al momento nominal resistente dividido por la altura de la columna. Dado que el sistema es una viga en voladizo. Se observa una disminución sensible en la capacidad en la medida que la capacidad se reduce. El efecto de la cuantía de acero es notorio; reflejándose en una relación directa. Por ejemplo, multiplicar por 6 la cuantía de acero, permite alcanzar un incremento de 4 a seis veces en el corte basal resistente.

En este estudio no se establecen relaciones matemáticas entre el corte basal resistente y la relación de carga actuante y resistencia nominal, dado que los diagramas de interacción de la ACI permiten obtener el momento resistente nominal Nilson (1997) a partir de una carga actuante directamente. (En general estos diagramas se definen en términos del esfuerzo medio actuante y la excentricidad en términos de una de las dimensiones de la sección sugerida)

4.1.3 CAPACIDAD DE DUCTILIDAD AL DESPLAZAMIENTO



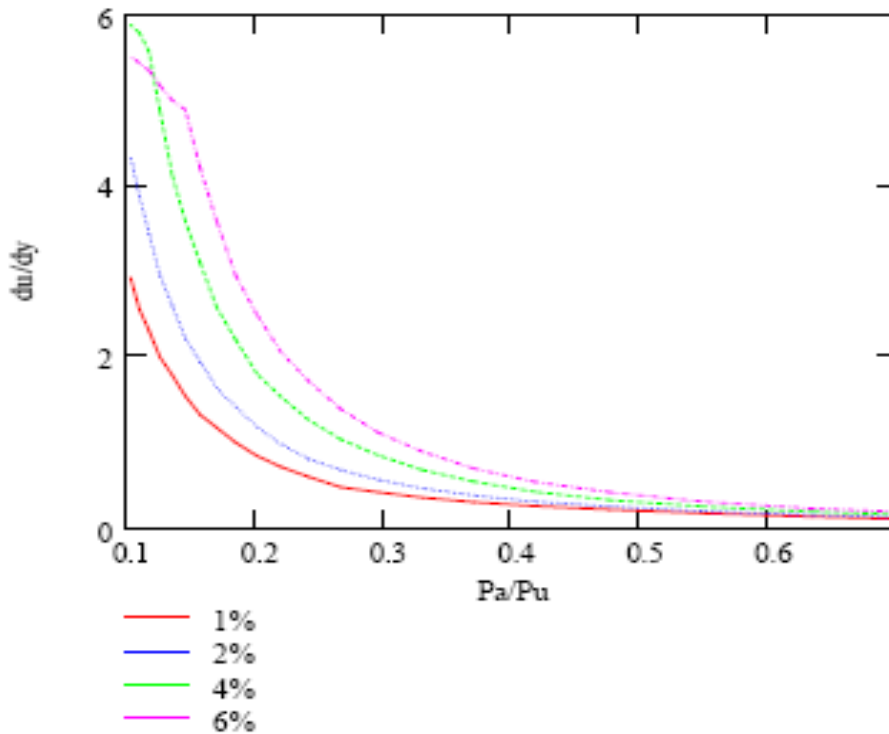


Figura 3. Capacidad de ductilidad (du/dy) considerando efecto de P-Delta y desplazamiento último. Altura de la pila de 6, 9 y 12 m

La capacidad al desplazamiento se relaciona directamente con el momento resistente debido al requisito de P-delta, lo cual se refleja en el incremento de capacidad con la disminución de la altura. Sin embargo para relaciones de carga axial y resistencia nominal bajas, se presenta un cambio abrupto, esto se debe a que finalmente el desplazamiento último se impone ante el criterio de P-delta como valor crítico. Este efecto se observa claramente en las siguientes gráficas:

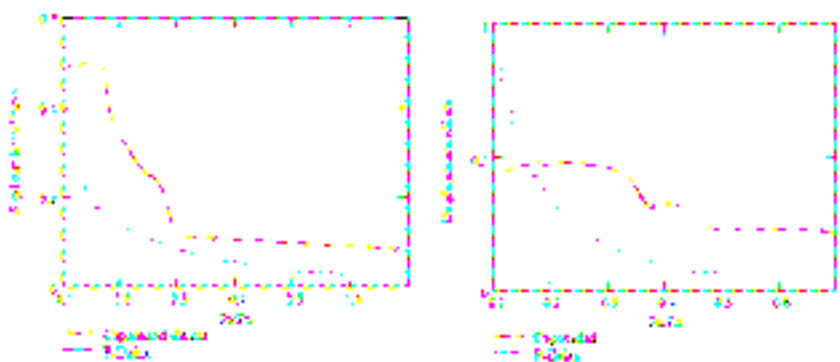


Figura 10. Desplazamiento último. Longitud de pila = 9m Cuantía de Acero 1 y 6% respectivamente.

Al analizar el desplazamiento último se observa claramente como el criterio de P – delta es generalmente, decisivo. Sin embargo para cuantías bajas, y relaciones de carga actuante y resistencia nominal alta, debido al alto momento resistente, el desplazamiento asociado a P-delta excede el desplazamiento último. De esta forma se explica el cambio abrupto en la capacidad de ductilidad para secciones generosas.

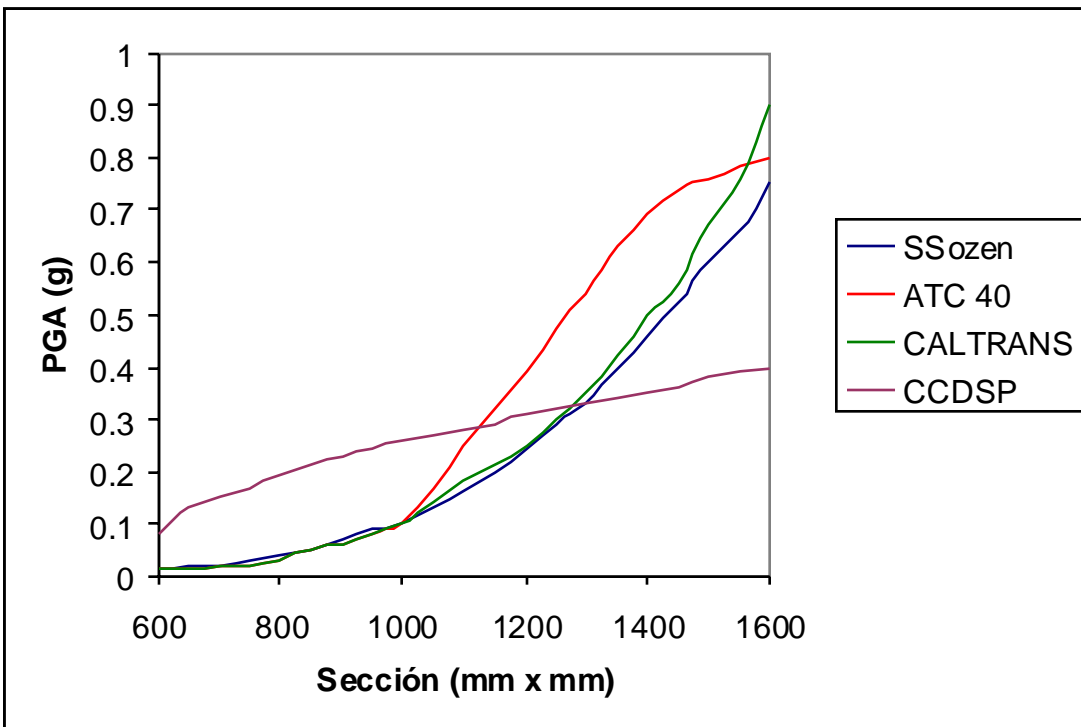
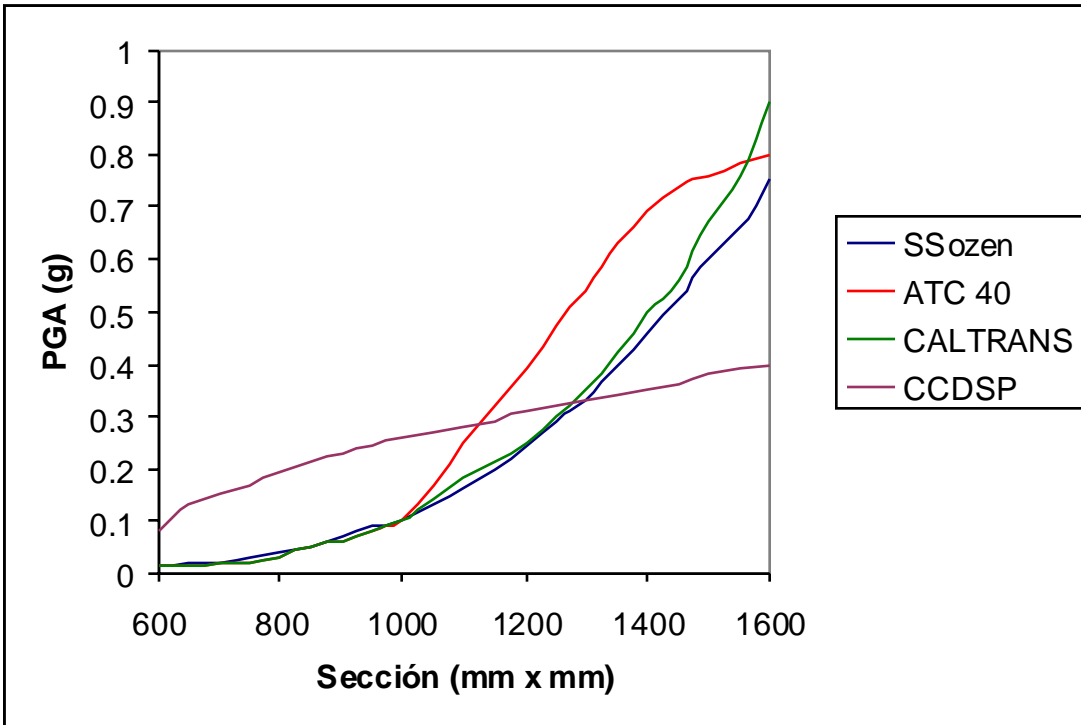
Así mismo, es interesante notar como el desplazamiento último alcanza un límite que es insensible a la relación de carga y la cuantía de acero. El incremento en la capacidad para relaciones de carga actuante y resistencia nominal bajas se debe a la mayor rigidez de la sección, lo cual implica un desplazamiento de fluencia menor.

Es fundamental analizar el efecto de la sección y la cuantía de acero. Es fundamental mantener relaciones bajas de carga actuante (masa) y sección suministrada (resistencia nominal). De esta forma se aporta una rigidez suficiente, lo cual implica un periodo bajo de vibración. Si se observa el espectro de desplazamiento, esto conlleva una baja demanda de desplazamiento.

Un incremento de la cuantía de acero se refleja principalmente en un mayor momento nominal resistente, lo cual afecta el corte basal resistente y secuentemente incrementa el desplazamiento admisible por P-delta. El desplazamiento último del sistema varía marginalmente, principalmente, debido a la mayor rigidez.

Aunque es factible incrementar la rigidez del sistema más allá del valor asociado a la sección completa, se requiere una gran cantidad de acero para lograrlo. Es factible alcanzar una resistencia 1.25 veces superior, pero debe suministrarse una cuantía del 6% del área bruta. Multiplicar la cuantía por 6 permite alcanzar un incremento de 175% ene. Periodo dada una sección fija. Lo cual es ineficiente, en especial si se considera que la variación de esta cantidad varía con el cuadrado de la sección (columna cuadrada).

1. ACELERACIÓN PICO DEL TERRENO (PGA) DE DISEÑO



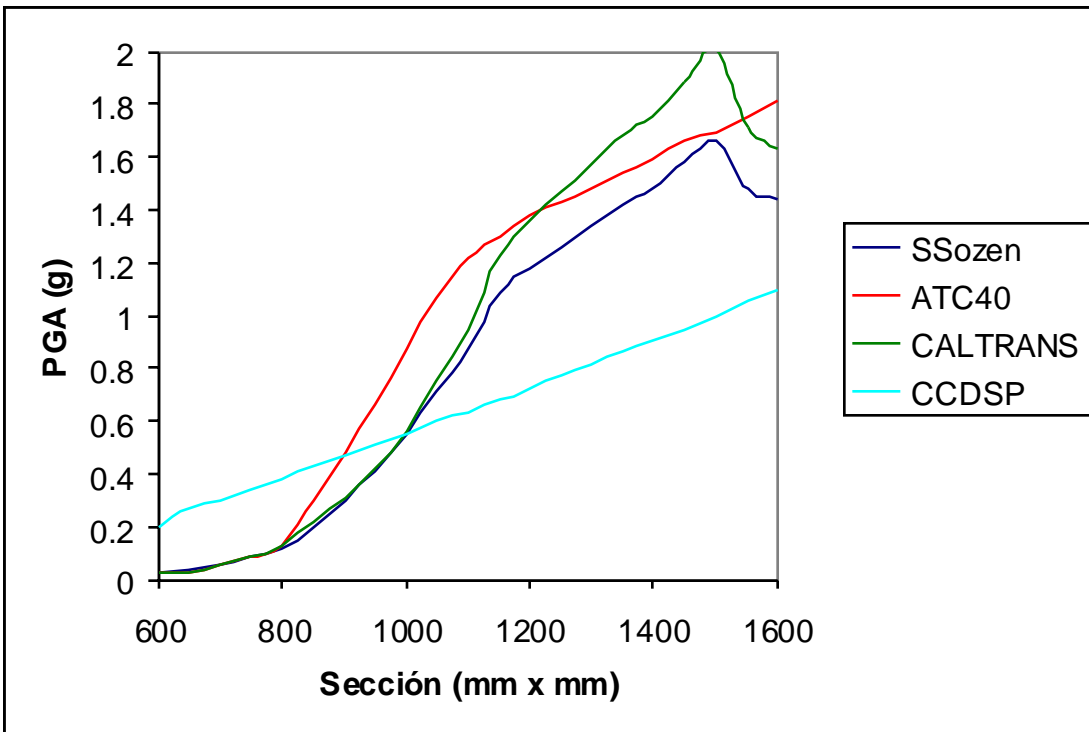
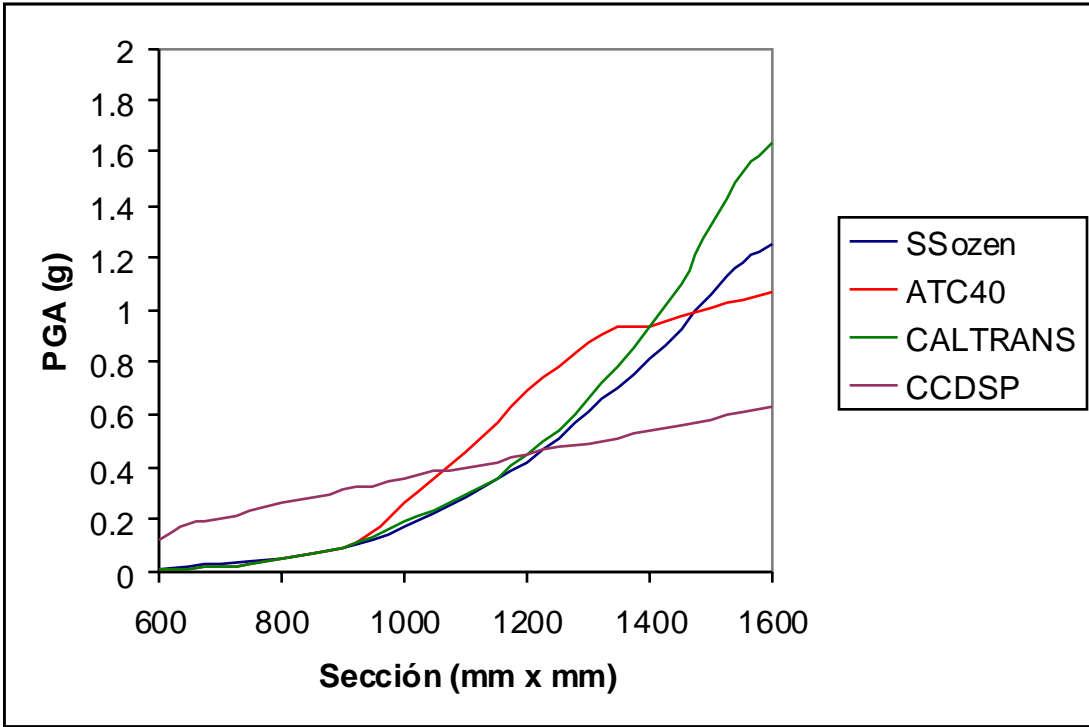
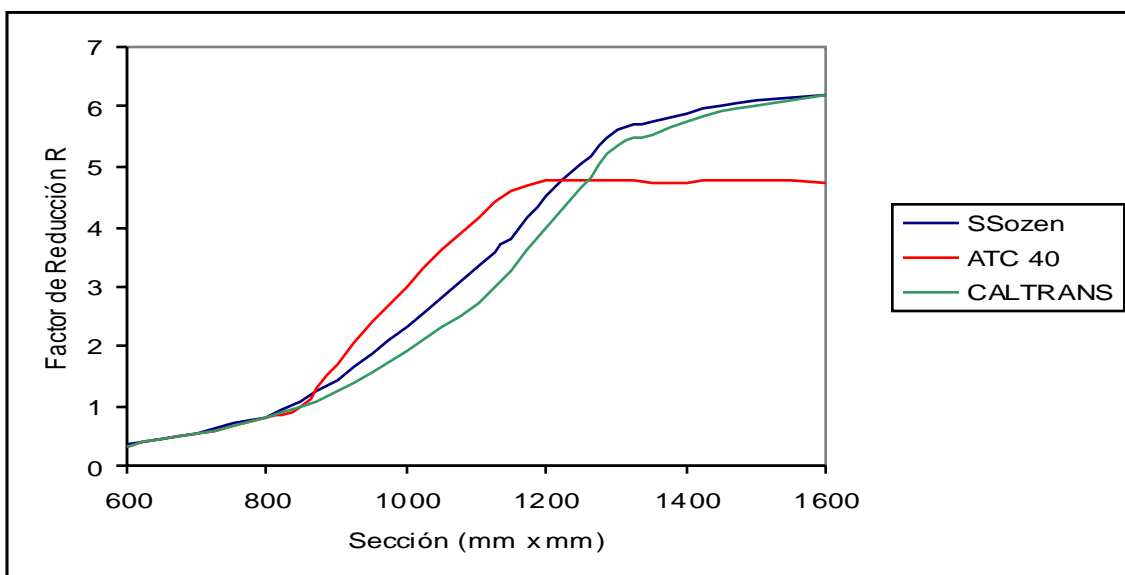
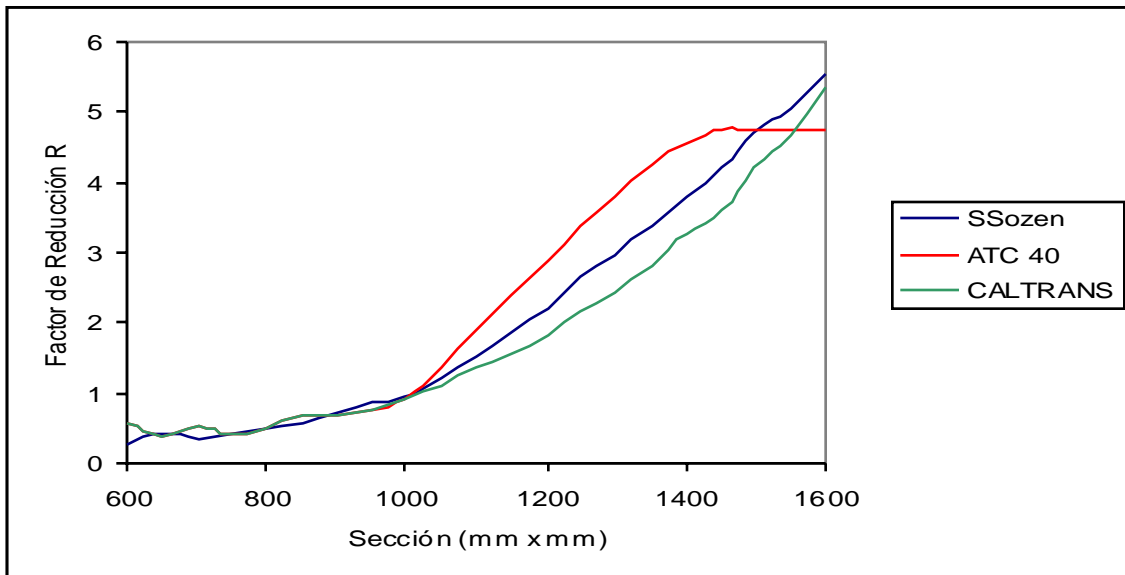


Figura 7: Aceleración de diseño en término de la sección. P = 7500 kN Altura de la pila = 9 m. Cuantía del 1, 2%, 4% y 6% respectivamente.

A partir de la gráfica se podría inferir que la metodología del ATC 40 (1996) arroja valores de diseño mayores, en comparación a CALTRANS (2004) y el Método de la estructura Substituta Shibata & Sozen (1976). Sin embargo, se debe considerar que el análisis se desarrolla a partir de espectros de diseño distintos. Por lo tanto, se puede lograr una mejor comparación al observar el factor de reducción R , equivalente al cociente de la demanda elástica sobre el corte basal resistente. Por lo tanto es una medida efectiva de la eficiencia de cada uno de los métodos.



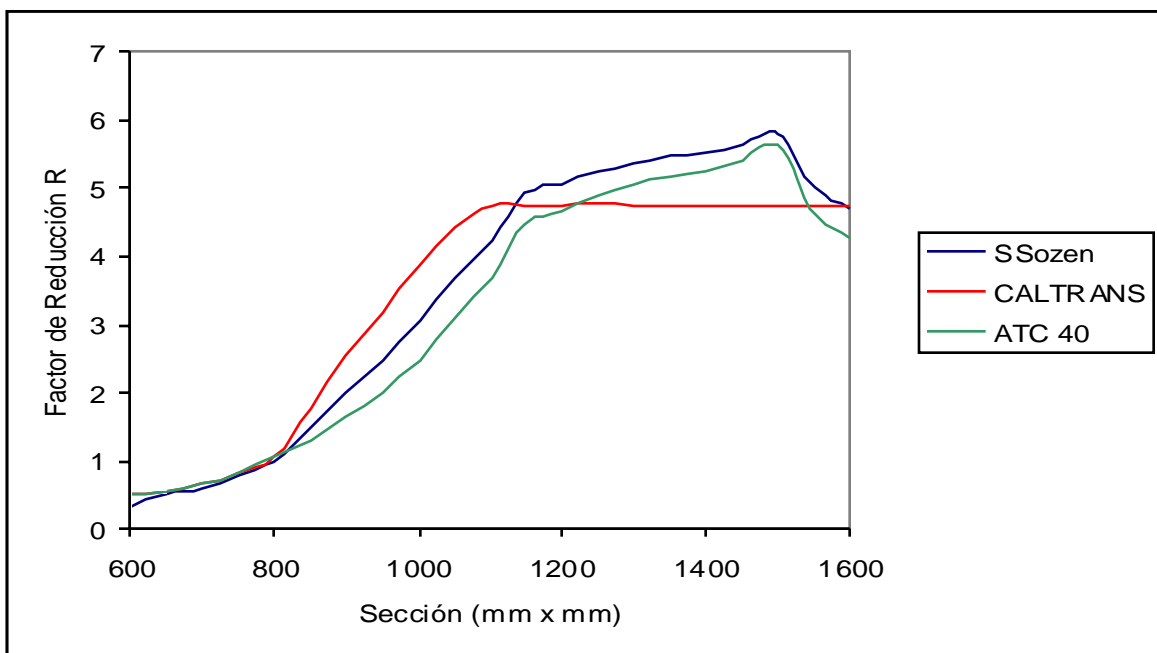
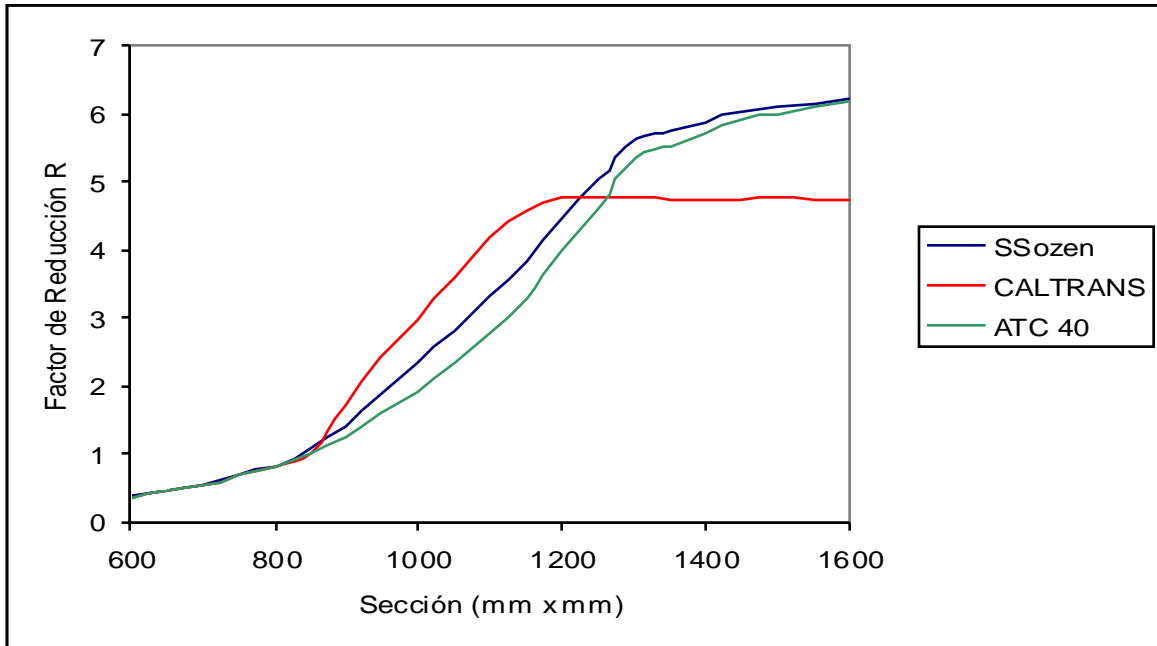


Figura 8: Factor R. P Carga axial) = 7500 kN, Altura de la pila 9 m Cuantía del 1, 2%, 4% y 6% respectivamente

Debe hacerse una precisión acerca del factor “R” En la definición clásica, la demanda elástica debe obtenerse considerando el periodo efectivo del sistema, asociado a la sección agrietada. Sin embargo el factor R que se incluye en los códigos se obtiene a partir del periodo considerando la sección sin agrietamiento (R'), por ejemplo el R de 3 establecido

en el CCDSP y no puede ser directamente comparado con los coeficientes de reducción obtenidos para los otros métodos.

Considérese que la respuesta del sistema se presenta en la zona de velocidad constante, lo cual es razonable para un puente dado su alto periodo de vibración (superior a 0.8 s). Así mismo, si se adopta la hipótesis de Shimazaki, es posible tomar el periodo natural de vibración como 1.44 veces el valor que se obtendría considerando la sección completa, es factible encontrar un estimativo conservador del factor R considerando la sección agrietada.

El factor R_e se define de la siguiente forma (A partir del periodo considerando la sección completa)

$$R_e = \frac{S_a(T_o)}{V_x} \quad V_x = \frac{S_a(T_o)}{R_e}$$

Dado que el análisis se restringe a la zona de velocidad constante, se tiene:

$$S_a(T) = \frac{k}{T}$$

Dado que se conoce el cortante basal, es posible estimar la demanda de aceleración asociado al periodo considerando sección agrietada y de esta forma hallar el factor R real:

$$R = \frac{S_a(T_n)}{V_x} = \frac{\frac{k}{T_n}}{\frac{k}{T_o \cdot R_e}}$$

$$R = R_e \cdot \frac{T_o}{T_n}$$

(26)

Si se considera la hipótesis de Shimazaki se obtiene que el R real asociado a un valor de R_e de tres es 2.1 conservador, si se analiza los valores reportados en la gráfica cuando hay en efecto respuesta inelástica. Si la relación de periodos es 1.2, el R real adopta un valor de 2.5.

Estos análisis permiten formular algunas conclusiones. El problema del diseño sísmico es de rigidez. Si no se ofrece una sección insuficiente no se obtendrá un desempeño adecuado. En el rango de velocidades constantes, la demanda de desplazamiento varía linealmente con el periodo.

La ductilidad depende claramente de la relación de carga (Carga actuante sobre $f'_c A_g$) Si el esfuerzo medio en la sección es muy alto se observara que la oferta de ductilidad del sistema es baja. La cuantía puede tener un efecto indirecto, pero lo más aconsejable es ofrecer secciones suficientemente amplias para soportar la carga axial.

Es factible observar que la metodología según CALTRANS (2004) ofrece los resultados más conservadores, en general. Si se cumple la relación establecida por Shibata, el desplazamiento elástico es un límite superior para esta cantidad, razón que explica porque se presenta esta tendencia.

La diferencia esencial entre el método de la estructura substituta (además de la definición del factor de daño) es la manera como se establece el amortiguamiento del sistema elástico equivalente. El ATC 40 (1996) hace una aproximación a un sistema bilinear según un análisis matemático, lo cual arroja un valor generoso para esta cantidad.

En cambio, las relaciones especificadas en el método de la estructura substituta obedecen a experimentos sobre marcos Gulkan (1974) lo cual las hace más cercanas a la realidad. Ello se refleja en el comportamiento del factor de reducción, en especial si se compara con los valores obtenidos para CALTRANS.

¿Sin embargo, son estas características intrínsecas a las metodologías? Considérese el caso de las metodologías de diseño del Espectro de Capacidad del ATC 40 y el método de la estructura substituta.

Primero se observará la variación del periodo de vibración del sistema equivalente, en relación a la demanda de ductilidad. Esta relación es la misma para ambas metodologías, debido a que el análisis se desarrolla sobre un modelo elastoplástico.

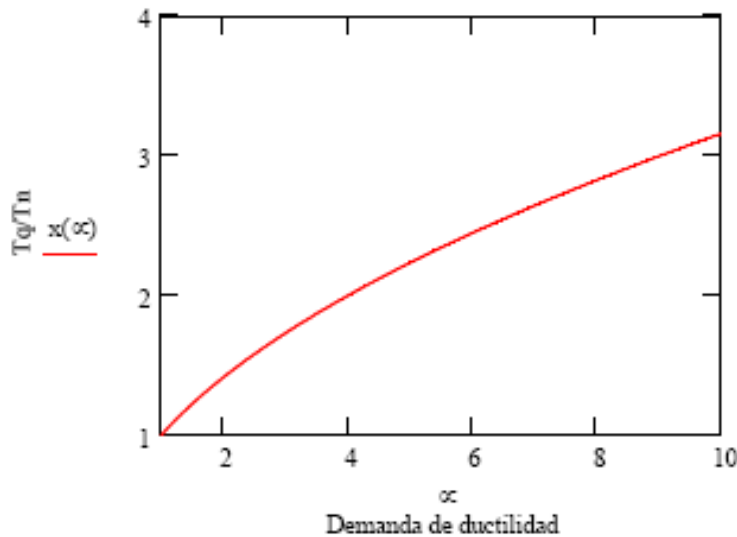


Figura 9: Variación del periodo en términos de la demanda de ductilidad. Eq 1, Métodos de diseño.

La variación no es muy pronunciada. Sin embargo nótese que el espectro de desplazamiento varía linealmente con el periodo, razón por la cual el desplazamiento demandado se incrementa al disminuir la rigidez del sistema, debido a la incursión en el rango inelástico, a pesar de la reducción aparente en la demanda de aceleración.

La reducción de la demanda sobre el sistema se logra mediante un incremento del amortiguamiento del sistema equivalente. Y consecuentemente, una reducción en las ordenadas espectrales asociado a esta cantidad. La metodología del ATC 40 establece límite para ambos valores. Para el primero establece un valor de corrección si el amortiguamiento del sistema equivalente sobrepasa el 16% ($F\beta$).

La reducción máxima permitida en los valores espectrales es hasta el 50% en la zona de velocidad y el 30% en la zona de aceleración. Estos límites equivalen a tomar un amortiguamiento máximo del 37.5% para el primer caso y el 42% en el segundo.

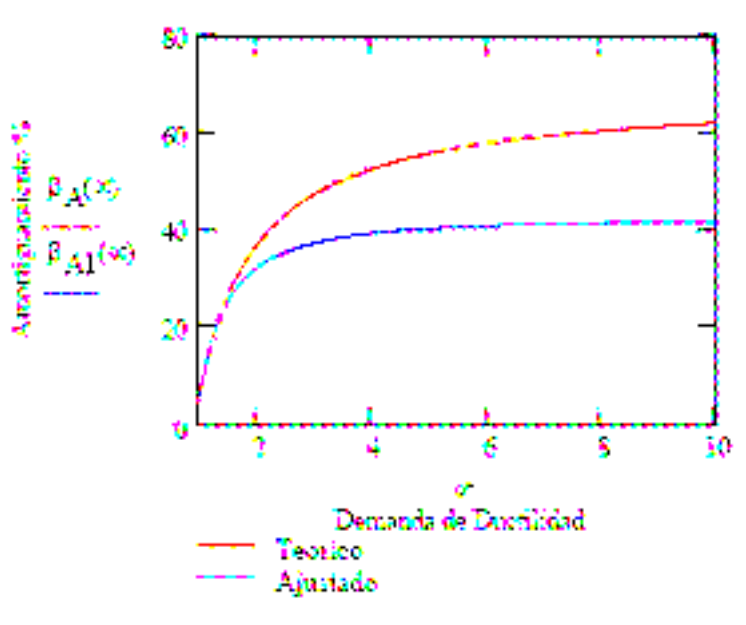


Figura 10 Efecto del Factor de Corrección del Amortiguamiento.

El efecto del factor $F\beta$ es sensible. Disminuye el amortiguamiento en un 30%, en términos generales. Obsérvese como se logran valores de amortiguamiento superiores al 37.5% para una demanda de ductilidad superior a 3. Este es el máximo valor admisible.

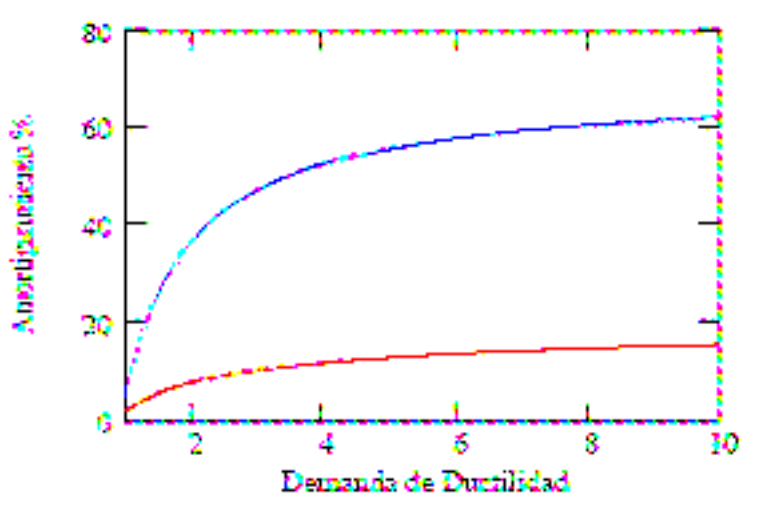


Figura 11: Valores de Amortiguamiento según demanda de ductilidad ATC 40 sin restricciones y Shibata Sozen.

A pesar de la sensible diferencia en la estimación del amortiguamiento, debe considerarse que las expresiones para obtener la reducción en las ordenadas espectrales son distintas para las dos metodologías.

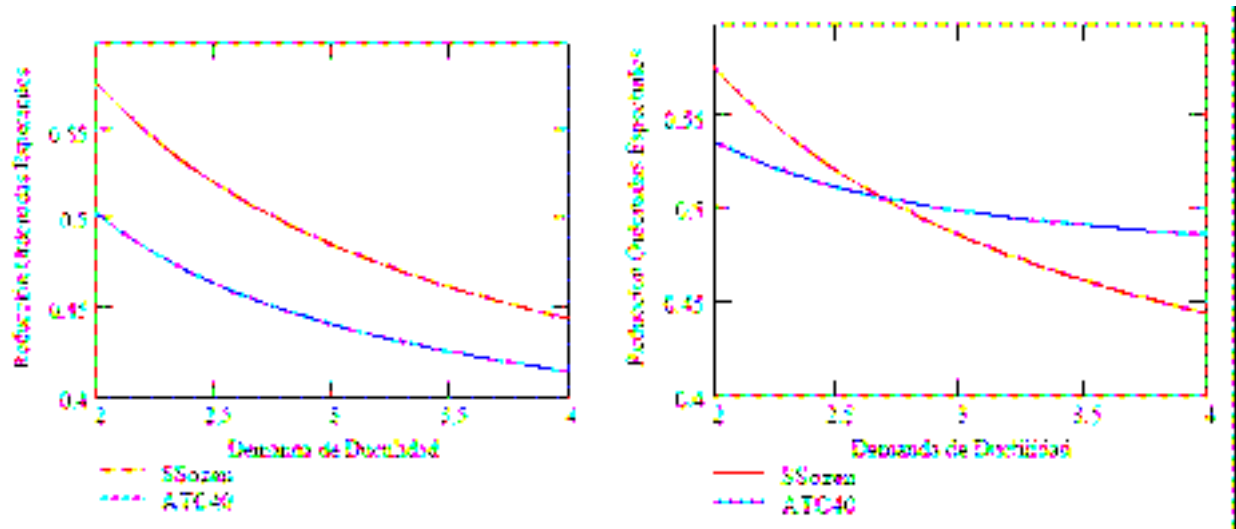
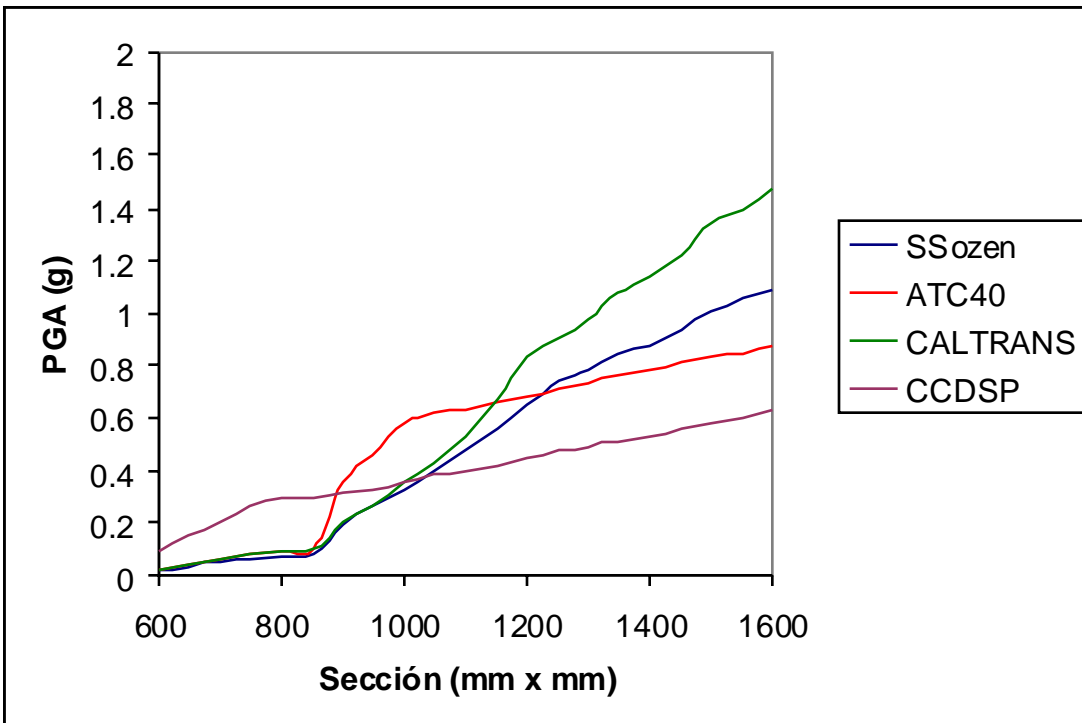
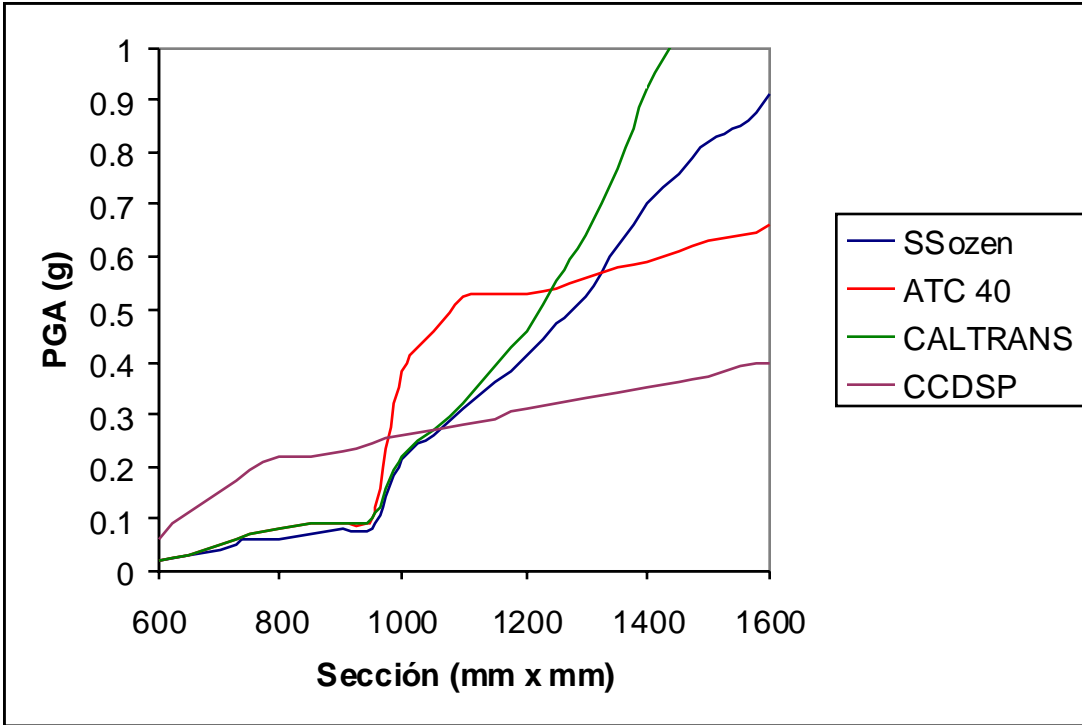


Figura 12. Reducción en ordenadas espectrales. Izquierda, Método del espectro de capacidad del ATC 40 sin restricciones. Derecha. Método del espectro de capacidad incluyendo las restricciones del Capítulo 8 del ATC 40 ATC 1996.

Las restricciones impuestas en el ATC 40 obedecen a un buen criterio. Limitan exitosamente notorios excesos. Sin embargo, en el rango de aplicabilidad (demanda de ductilidad inferior a 3) la metodología de Shibata Sozen permite una menor reducción en las ordenadas espectrales (En la gráfica se grafica el porcentaje hasta el cual se reduce el espectro) que el espectro de capacidad. Razón por la cual ofrece resultados más conservadores.

La metodología de CALTRANS hace los estimativos mas conservadores, para una altura de 9 metros, según el análisis que se hace a partir del valor de R estimado. El incremento en la aclaración de diseño para relaciones bajas de Carga Axial y Resistencia Nominal, obedece a la forma del espectro de respuesta. El espectro de diseño en la metodología de la estructura substituta está asociado a un amortiguamiento del 2% del crítico. El espectro de diseño de la NSR 98 al 5%. A continuación se presentarán las gráficas asociadas a otras alturas de pila (6 y 12 metros)



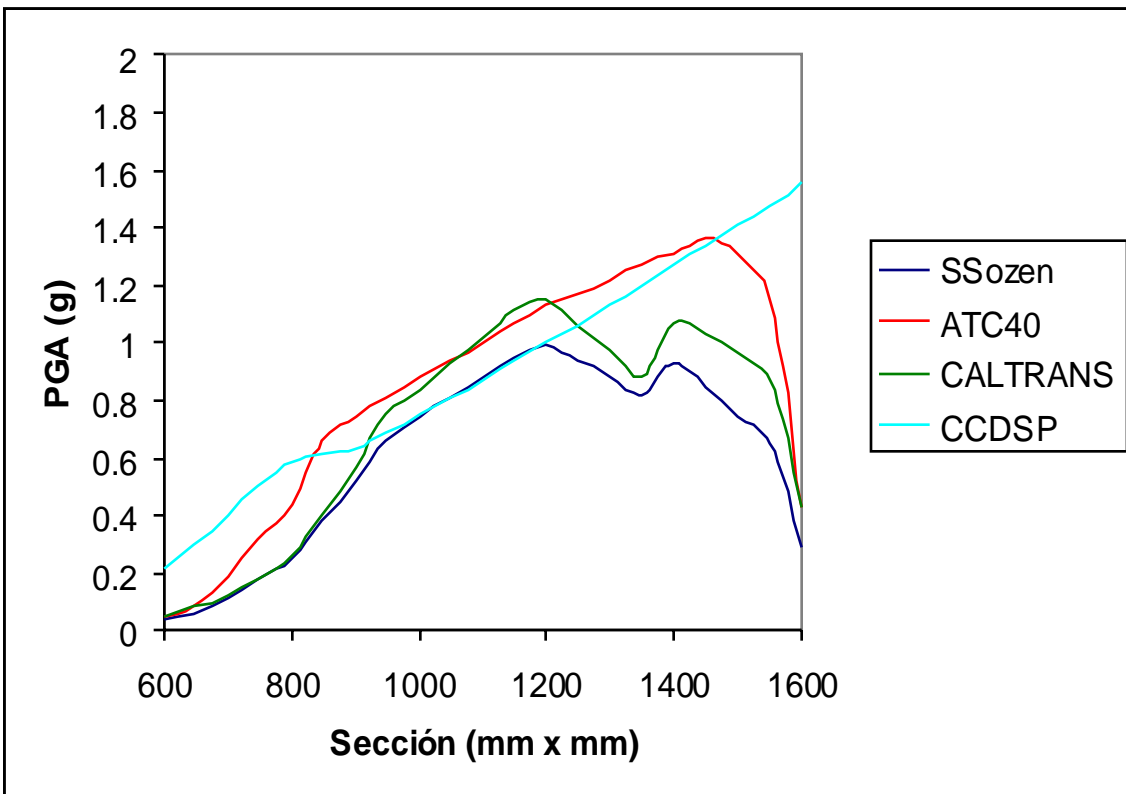
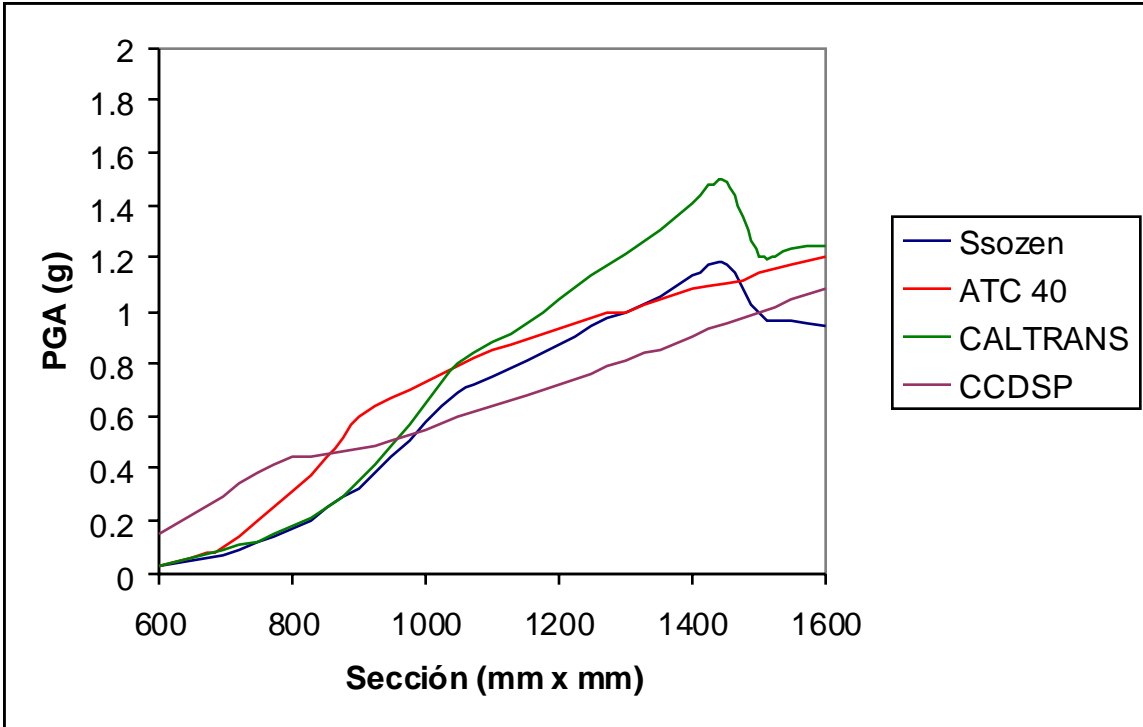
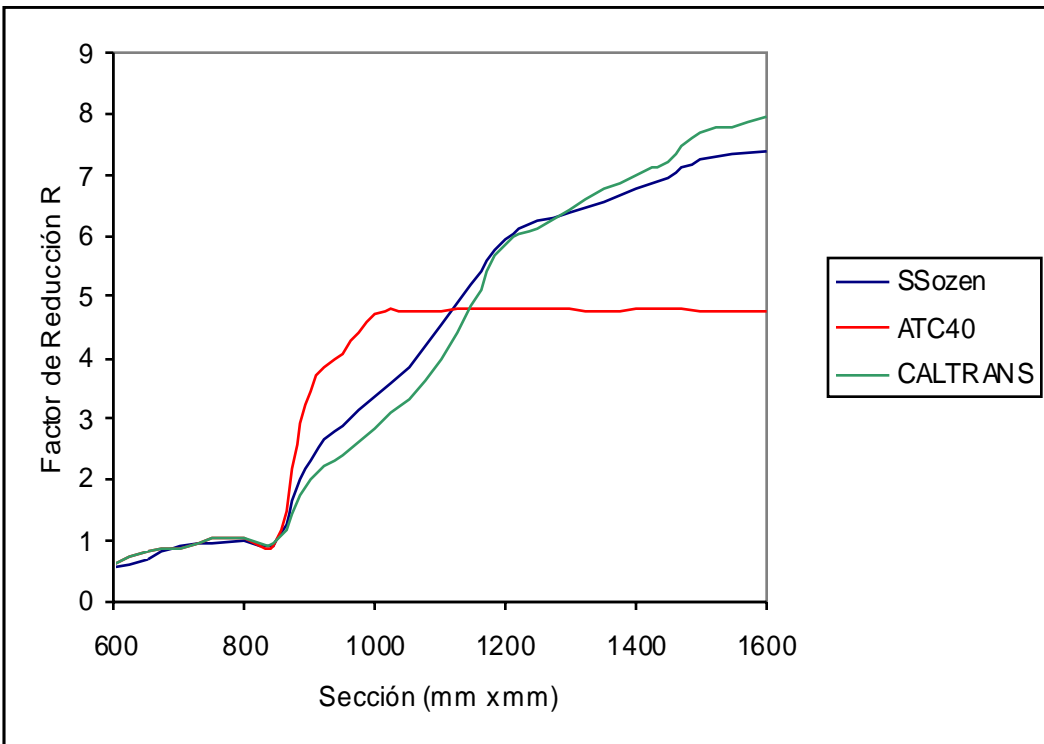
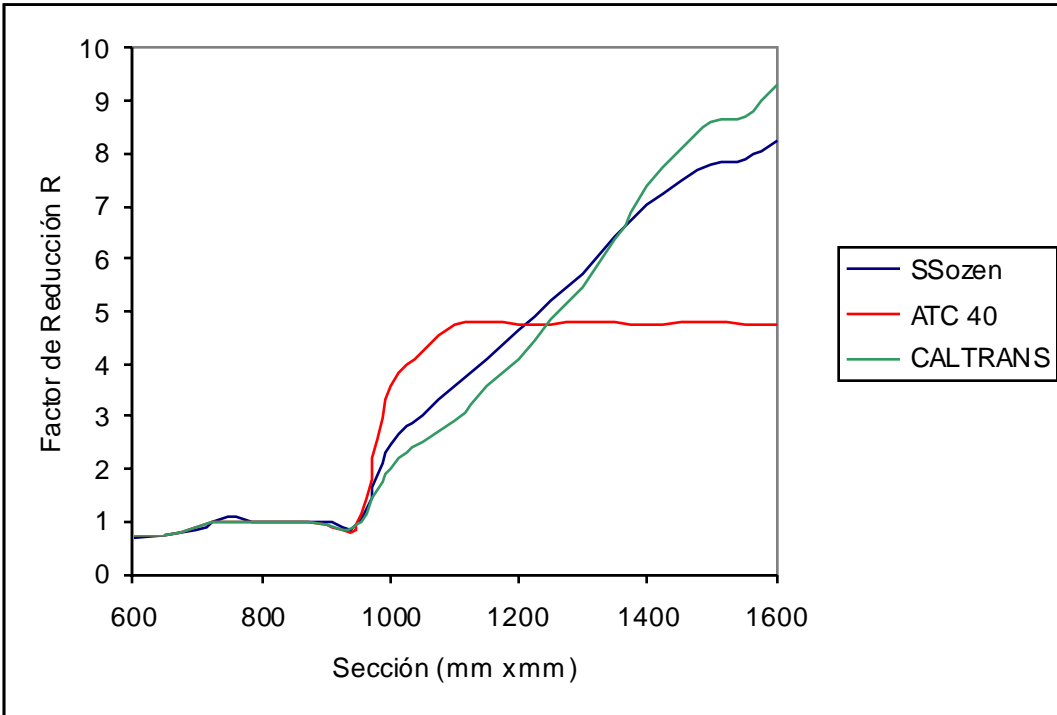


Figura 13: Aceleración de diseño en término de la sección. P = 7500 kN Altura de la pila = 6 m. Cuantía del 1, 2%, 4% y 6% respectivamente.



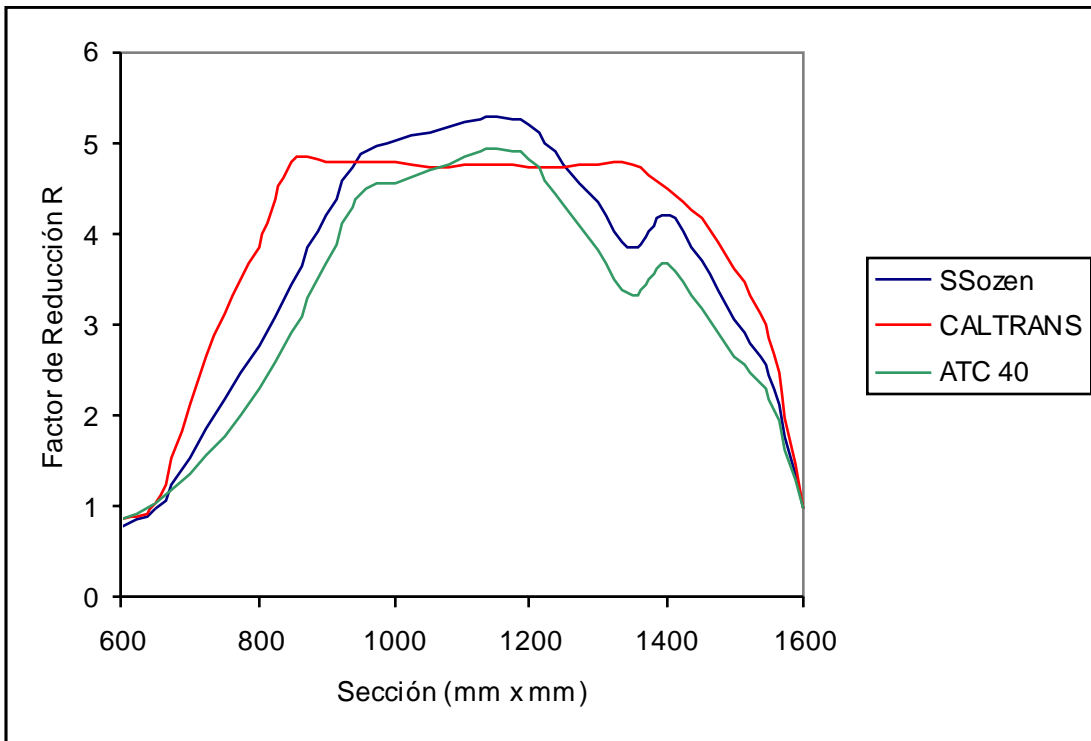
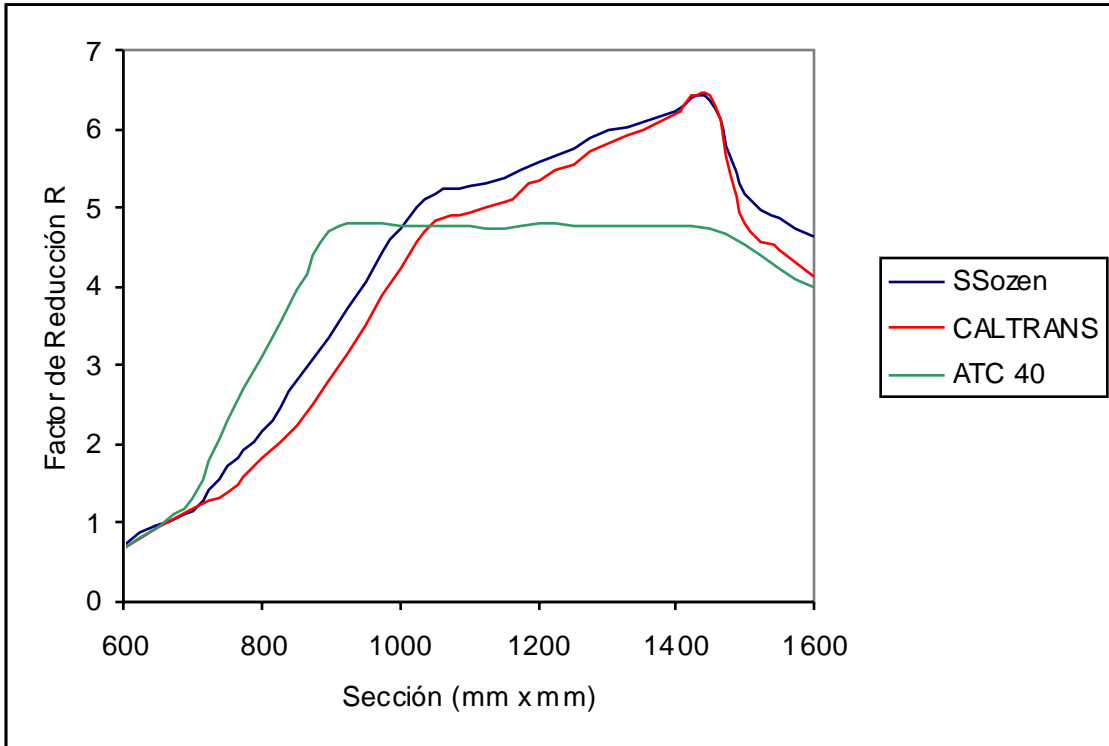


Figura 14: Factor R. P Carga axial = 7500 kN, Altura de la pila 6 m Cuantía del 1, 2%, 4% y 6% respectivamente

Al considerar una menor altura se observan dos fenómenos, un incremento en la importancia del corte, debido al incremento en la demanda de ductilidad, hecho que reduce la oferta de resistencia al corte. Incluso, el momento de plastificación de las secciones más amplias, se hace tan grande que la sección falla elásticamente por corte. (Este es el caso de la cuantía del 6%)

Similarmente, se observa como el factor R asociado a la metodología de CALTRANS supera al valor definido por la metodología de la estructura substituta. Ello se debe al incremento en rigidez, el cual acerca el periodo de la estructura al periodo característico del suelo, violando la hipótesis de Shimazaki (o al menos acercándose al valor crítico de 1, gracias al incremento en la resistencia).

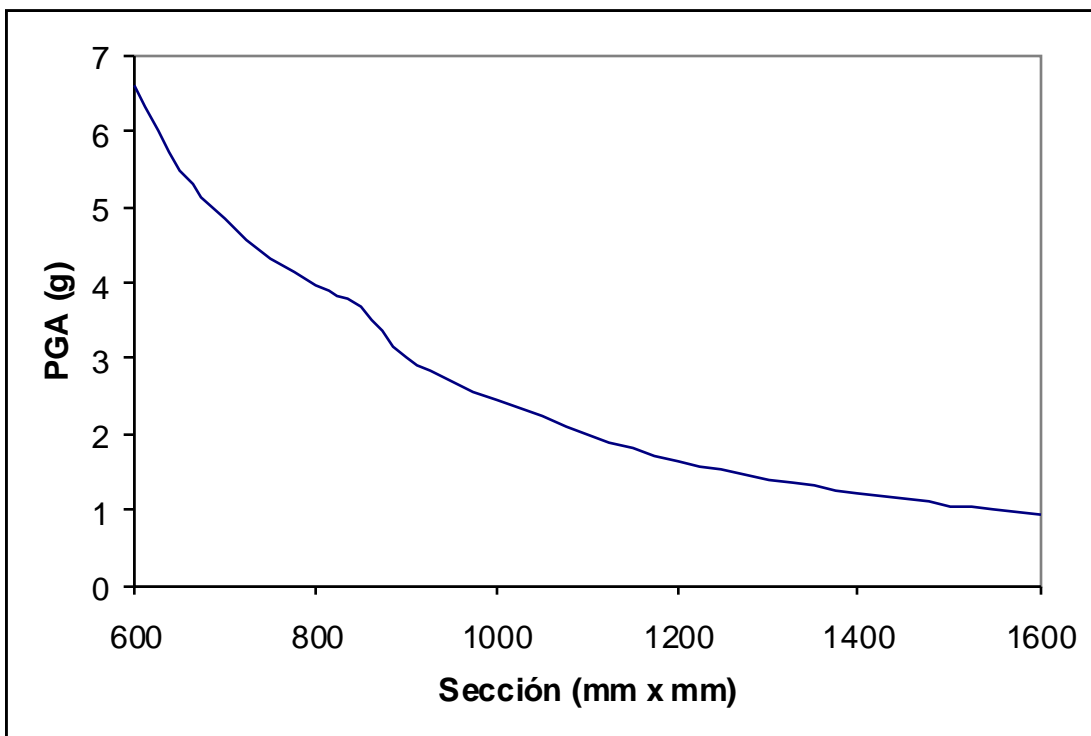
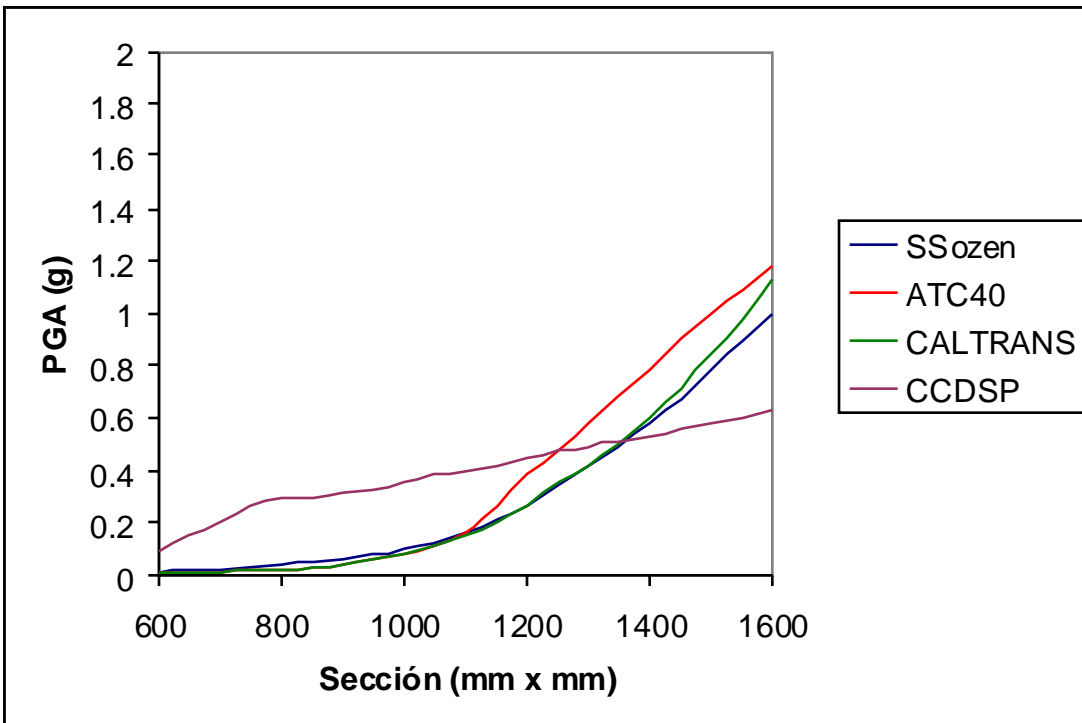
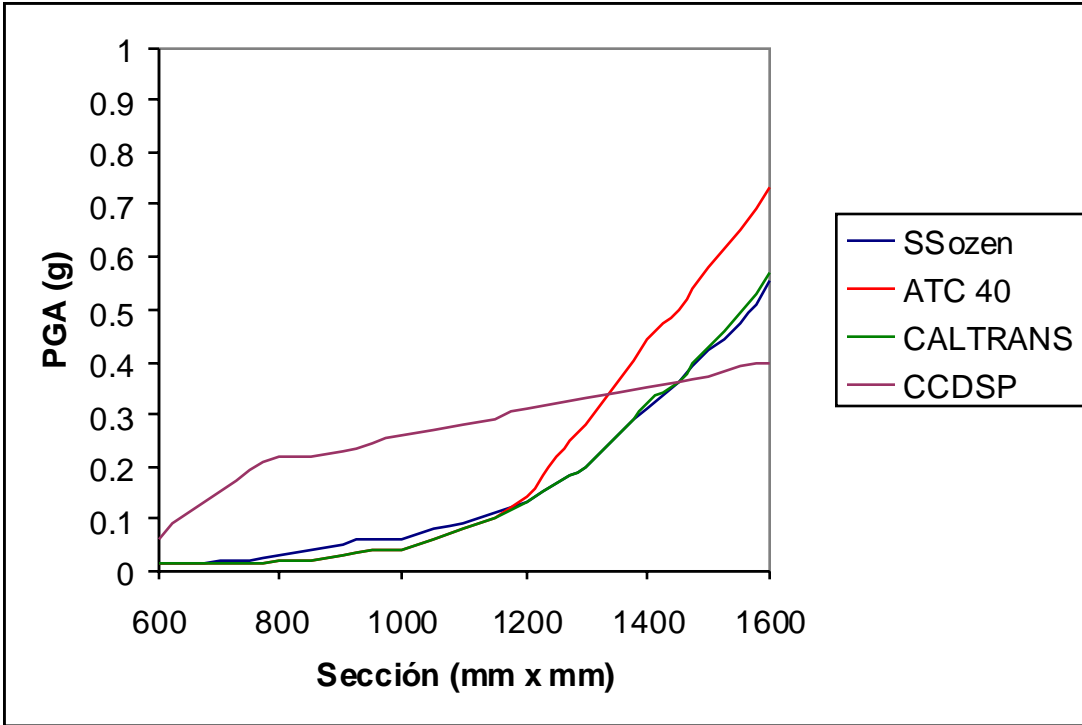


Figura 15. Relación de Shimazaki Aproximada. Nótese que cuando disminuye debajo de 1.5, el R asociado a la metodología de CALTRANS, supera al de la estructura substituta.

Antes de continuar es importante hacer esta aclaración. Los valores de R menores a 1 corresponden a casos en los cuales el sistema falla sin incursionar en el rango inelástico. Finalmente se mostrará las relaciones de diseño para una altura de pila de 12 metros.



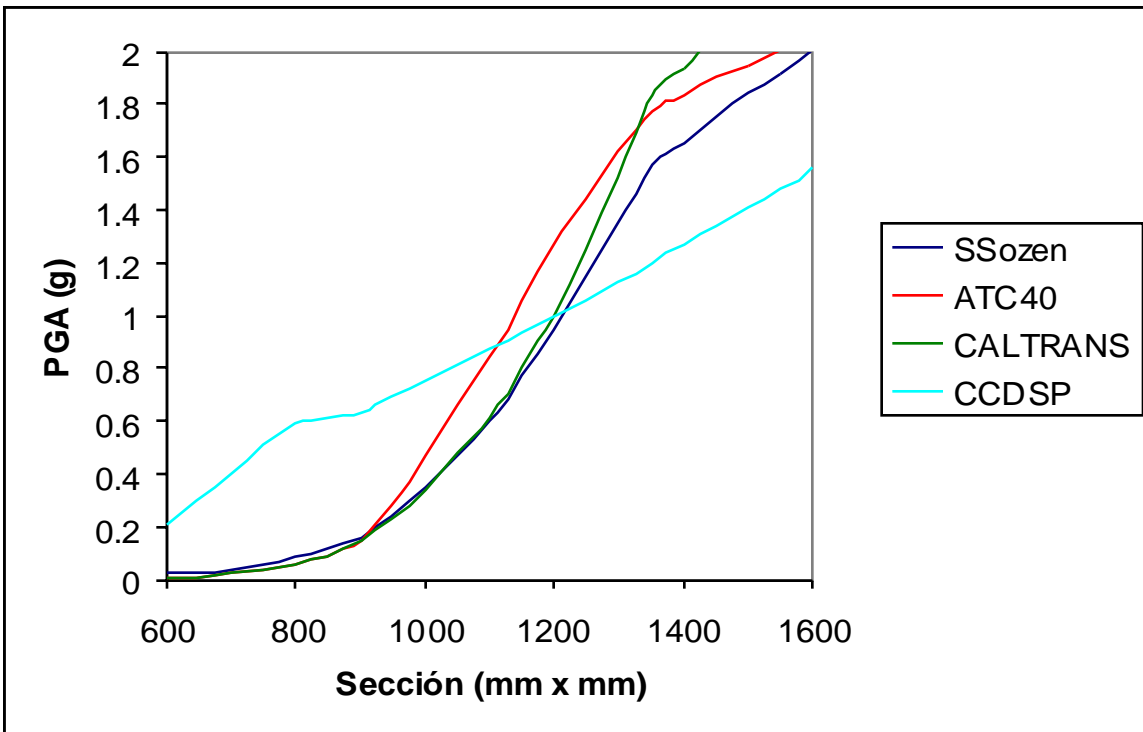
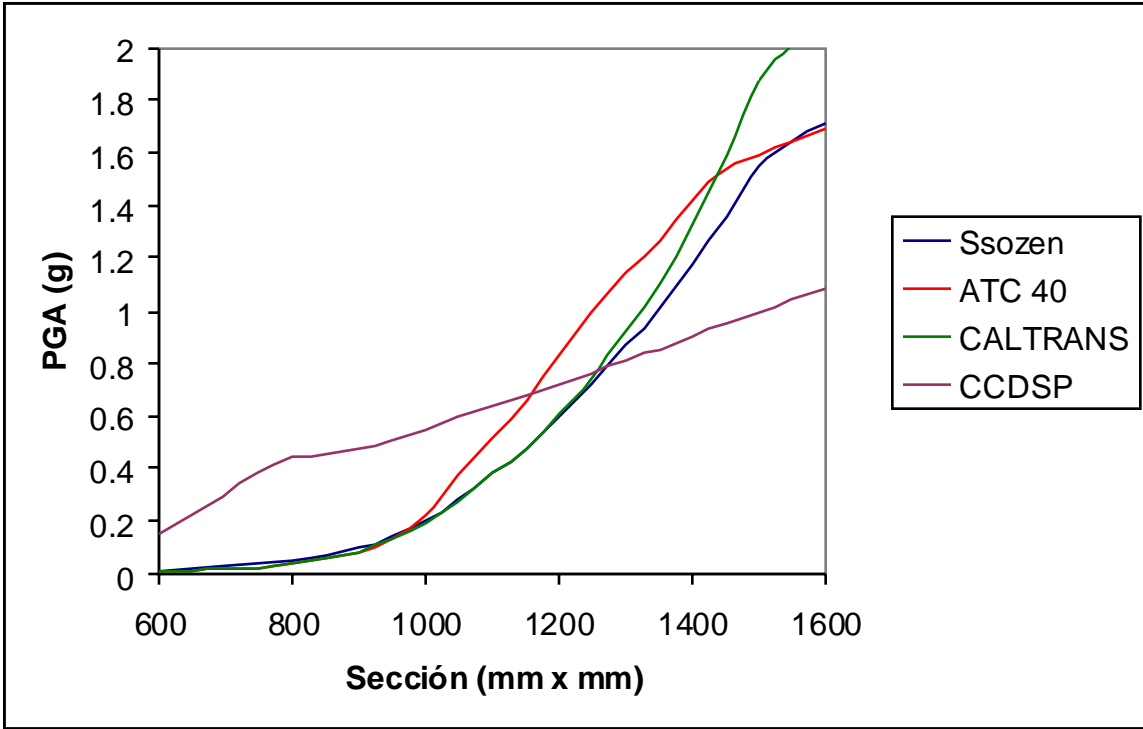
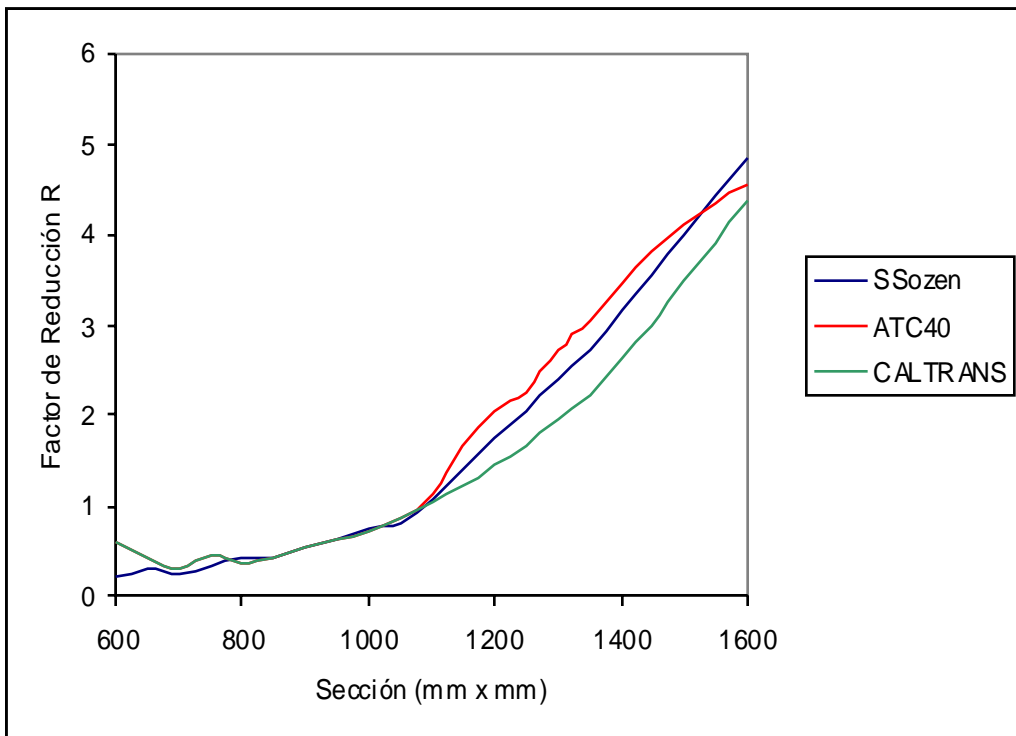
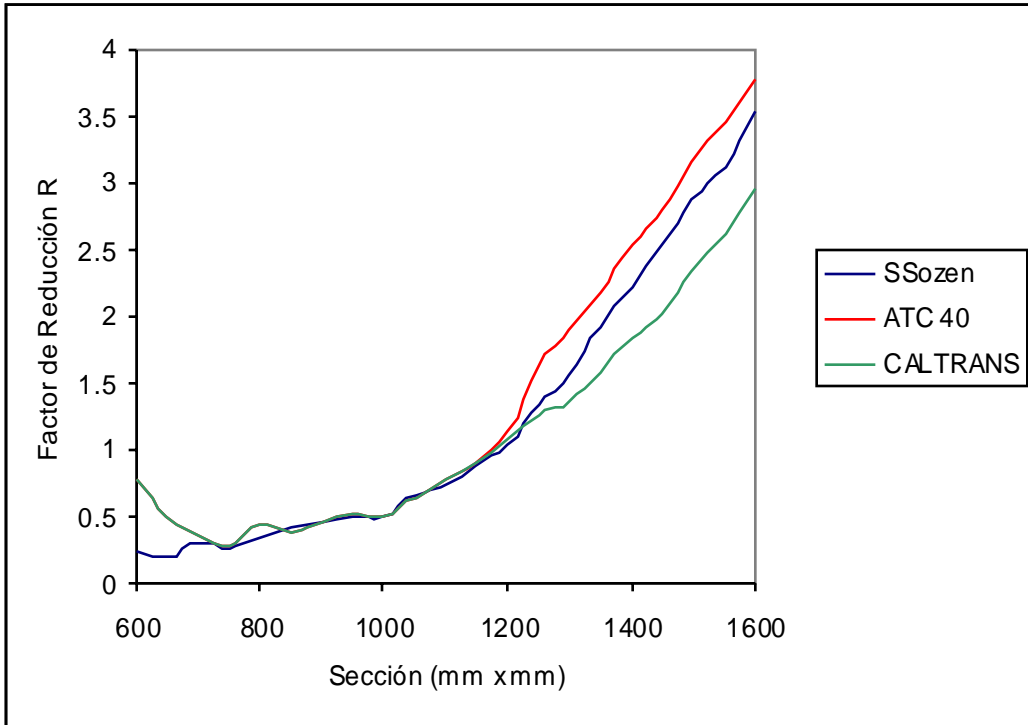


Figura 15: Aceleración de diseño en término de la sección. P = 7500 kN Altura de la pila = 12 m. Cuantía del 1, 2%, 4% y 6% respectivamente.



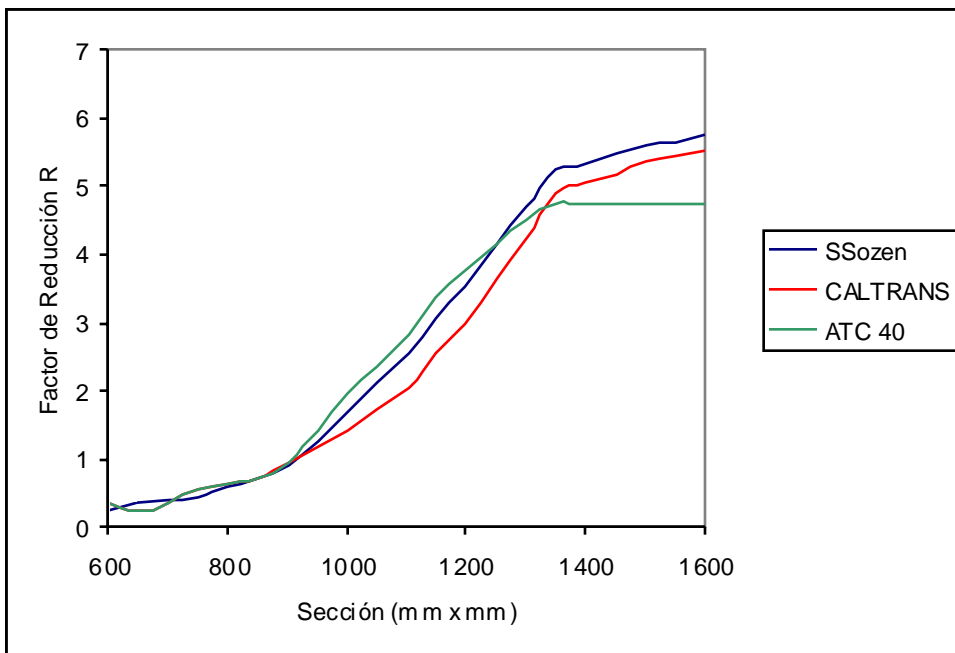
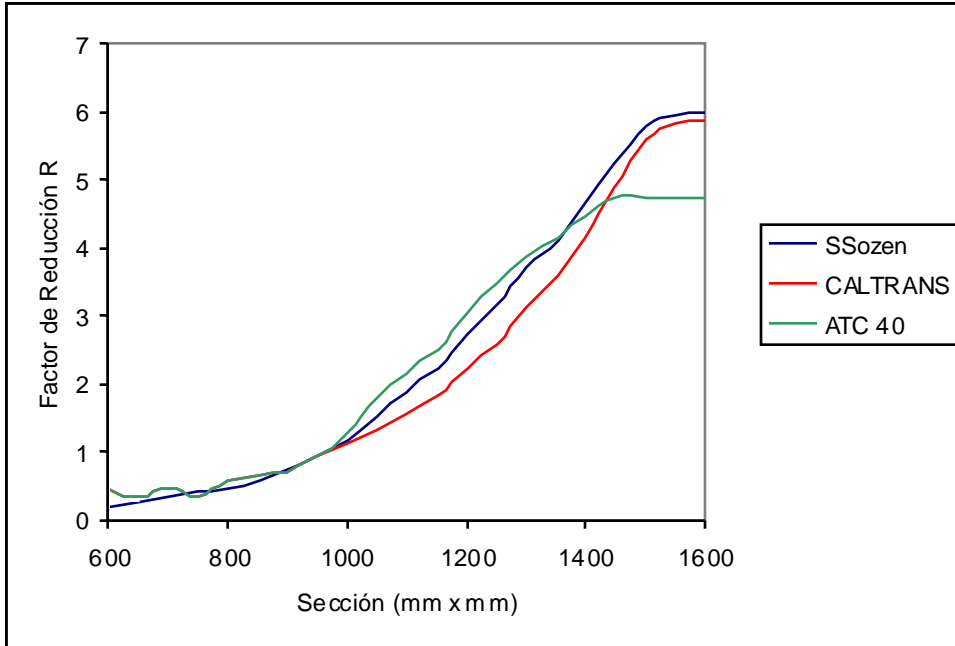


Figura 16: Factor R. P Carga axial = 7500 kN, Altura de la pila 6 m Cuantía del 1, 2%, 4% y 6% respectivamente

Para la altura de 12 metros se observan las mismas tendencias que las presentes para la altura de 9 metros. Hay una reducción en la aceleración de diseño debido a la mayor flexibilidad.

Respecto a la utilidad de incrementar la cuantía de acero, o la sección, considérese una sección de 1000 x 1000 mm. Su aceleración de diseño para una cuantía del 1%, y 2% es de 10%, y 19% de la gravedad, respectivamente. Es un incremento del 100%, pero se puede obtener un resultado, incluso superior con una sección de 1150 x 1150 y 1% de cuantía (incremento del 32% en el área de concreto y acero contra un incremento del 100% en el área de acero). El resultado es similar al considerar una sección mayor.

Si el análisis se hace para 1200 x 1200 la PGA de diseño es de 0.25 y 0.45g. Si la sección se incrementa de 1200 x 1200 a 1400 x 1400 se alcanza una resistencia de 0.5g (incremento del área de concreto y acero del 36% contra la cuantía de acero). La solución más adecuada debe hallarse mediante un análisis de costo beneficio.

4.3 PROBABILIDAD DE FALLA

Se encontró que es posible ajustar la probabilidad de falla, considerando un coeficiente r^2 superior a 0.999 mediante una relación de la forma:

$$P_f(x) = \exp(a - b/x) \quad (26)$$

Donde x es la relación entre la carga actuante y el valor medio de la resistencia nominal de la sección. Para diversas condiciones de geometría (Altura de la pila) y cuantías de acero del 1 y 2%, se relacionan los siguientes coeficientes:

Método Diseño	Coeficiente	
	a	B
E. Substituta	3.358855	2.3942355
CALTRANS	1.711019	1.6719816
ATC 40	2.0452769	1.784418
CCDSP	5.0059595	5.03873

Método Diseño	Coeficiente	
	a	B
E. Substituta	4.23311123	3.4086702
CALTRANS	4.1637687	3.196546
ATC 40	4.1619251	3.1570946
CCDSP	5.94605	6.2409951

Tabla 3: Parámetros función de ajuste de probabilidad de falla (Cuantía del 1 y 2% de acero y $h = 9$ m)

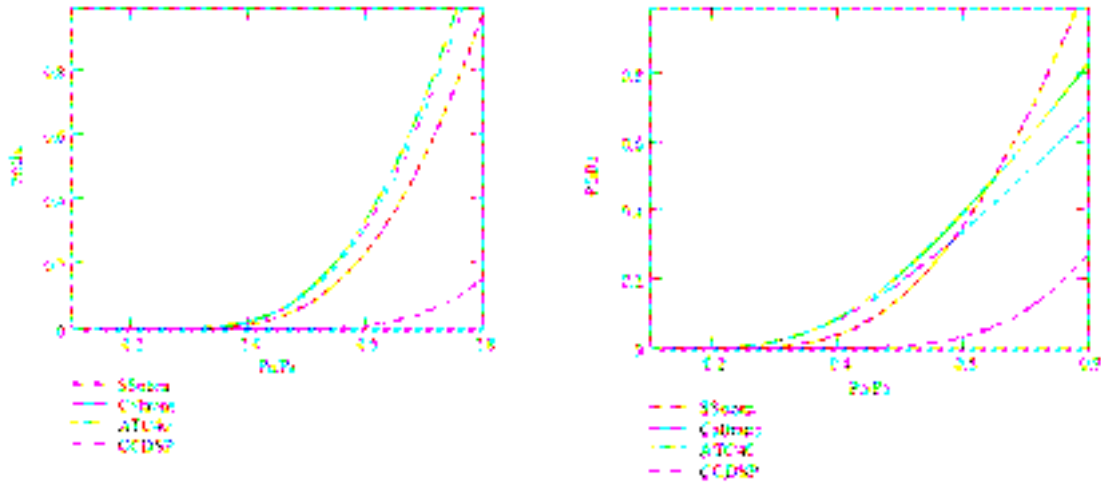


Figura 17. Probabilidad de falla. $h=9$, $\rho=1$ y 2% respectivamente.

Se observa claramente el incremento de la probabilidad de falla a partir de una relación de carga actuante y carga nominal resistente del 40%; este valor es crítico en las especificaciones del ATC 40(1996) y FEMA se considera que la capacidad de rotación de estas secciones es mínima. Aunque las relaciones obtenidas permiten estimar la probabilidad de falla, no facilitan un análisis comparativo de las metodologías de diseño. Una opción más clara se puede obtener mediante el factor de corrección de la probabilidad de falla propuesto por Wen (2000).

Este factor se define como la razón de la probabilidad de falla considerando y sin considerar la variabilidad en el modelo (en este caso la resistencia del acero y el concreto). Para este análisis, se puede definir como el cociente de la probabilidad de falla y la probabilidad de excedencia de la aceleración de diseño.

Pu/Pa	MÉTODO DE DISEÑO			
	Ssozen	Caltrans	ATC40	CCDSP
0.74	2.2	1.40	1.69	60.24
0.42	3.7	3.65	4.00	1.00
0.27	1.2	1.00	1.23	1.29
0.19	1.2	1.15	1.70	1.25
0.14	1.4	1.20	1.52	1.14
0.10	1.4	1.08	1.34	1.18

Pu/Pa	Ssozen	Método de Diseño		
		Caltrans	ATC40	CCDSP
0.74	3.6	3.87	3.97	71.77
0.42	1.6	1.56	1.62	1.45
0.27	3.5	2.77	1.00	1.25
0.19	1.5	2.57	1.30	1.23
0.14	1.3	1.62	1.29	1.20
0.10	1.3	1.67	1.34	1.22

Pu/Pa	E.substituta	Métodos de Diseño		
		CALTRANS	ATC 40	CCDSP
0.74	2.0	1.4	1.7	51.5
0.42	2.4	2.2	2.4	1.5
0.27	1.5	1.0	1.2	1.3
0.19	1.5	1.0	1.3	1.2
0.14	1.4	1.3	1.3	1.1
0.10	1.3	1.3	1.2	1.1

Pu/Pa	E.substituta	Métodos de Diseño		
		CALTRANS	ATC 40	CCDSP
0.74	1.70	2.11	2.22	86.00
0.42	1.67	2.58	2.83	1.50
0.27	1.54	1.37	2.22	1.28
0.19	1.27	1.37	1.49	1.26
0.14	1.30	1.27	1.21	1.24
0.10	1.43	2.19	1.36	1.17

MÉTODO DE DISEÑO				
Pu/Pa	Ssozen	Caltrans	ATC40	CCDSP
0.74	2.2	1.40	1.69	60.24
0.42	3.7	3.65	4.00	0.81
0.27	1.2	1.00	1.23	1.29
0.19	1.2	1.15	1.70	1.25
0.14	1.4	1.20	1.52	1.14
0.10	1.4	1.08	1.34	1.18

Pu/Pa	Ssozen	Método de Diseño		
		Caltrans	ATC40	CCDSP
0.74	2.2	1.41	1.69	39.02
0.42	3.2	2.63	2.82	1.48
0.27	1.6	1.22	1.61	1.12
0.19	1.4	1.33	1.71	1.14
0.14	1.3	1.08	1.25	1.16
0.10	1.3	1.16	1.28	1.22

Tabla 4. Factor de Corrección de probabilidad de falla.
h = 6m, 9m y 12m y $\rho = 1\%$ y 2% respectivamente

Es factible encontrar dos conclusiones al comparar los valores del factor de corrección. La variabilidad de la respuesta es muy alta para valores de relaciones de carga actuante y carga nominal resistente media, superiores a 0.4, para todos los métodos. Aunque es muy notable la variabilidad para el CCDSP (1995). Esto se debe a que existe un criterio de falla obvio. La carga actuante no puede ser superior a la resistencia nominal de la sección, aunque el valor obtenido mediante el análisis sísmico sea válido.

No es factible establecer que un método presente una variabilidad mayor a otro (salvo el CCDSP (1995) dado que la demanda es fija, y en la evaluación del modelo estructural no se incluye el desplazamiento) observándose valores entre 1.56 y 1.20. Acorde con lo observado por Wen (2000)

Si se desarrolla un análisis más detallado es factible encontrar las características que hacen particular a cada metodología. Para una cuantía del 1% la metodología de CALTRANS presenta la menor variabilidad. Pero para el 2% se observa un incremento notable.

Aunque la demanda se obtenga elásticamente, lo cual disminuye la incertidumbre, es preciso notar que el espectro de desplazamiento elástico no es uniforme, para periodos altos, la relación periodo desplazamiento es parabólica, y para periodos en el rango de velocidad es lineal. Ello explica el incremento en la variabilidad al disminuir la relación de carga (lo cual implica un incremento en el periodo).

La metodología de la estructura substituta y el método establecido en el ATC 40 (1996) son comparables. Sin embargo nótese que los valores de variabilidad para el primero son estables. La razón es que en la metodología del ATC 40 (1996) se establecen valores máximos de disipación de energía, lo cual conlleva una mayor variabilidad, en cambio en la estructura substituta los valores de reducción espectral son uniformes.

Similarmente, se observa que las características individuales de cada metodología se reflejan en los coeficientes de variación. Por ejemplo, para una altura de 6m el método de CALTRANS (2004) presenta coeficientes de corrección sensiblemente mayores a los de los otros métodos (y esta tendencia es más marcada para una cuantía de acero del 2%) esto se debe a la alta sensibilidad del método al periodo natural de vibración.

Así mismo, la susceptibilidad de la metodología del ATC 40 (1996) a la variación de las propiedades de los materiales es la más alta. Se explica debido a los límites establecidos en la reducción de la demanda, los cuales presentan una discontinuidad en la función de estado límite.

Es posible observar un incremento de la variabilidad con la sección y la resistencia (la variabilidad se incrementa en la medida que se reduce la altura o aumenta la cuantía). Es importante destacar el caso de la altura equivalente a 6 metros. La discontinuidad en la ductilidad al desplazamiento genera una gran variabilidad para una relación de carga cercana al 30%.

El factor de corrección se puede estimar entre 1.3 y 1.6 siempre y cuando se limiten las relaciones altas de carga actuante y carga nominal resistente. Esto es acorde con las variabilidades del 40 y el 60% en la resistencia de edificios de concreto reportadas por Wen (2004).

5. CONCLUSIONES

La conclusión más clara del presente análisis es la importancia de la rigidez en el diseño sísmico, de hecho es el parámetro crítico. Ello se debe a la forma del espectro de desplazamiento, en el cual la demanda varía linealmente con el periodo de vibración, al menos en el rango de velocidad uniforme. Por lo tanto, dado un problema específico, debe proveerse una sección suficiente, de manera que se limite el desplazamiento. Lo recomendable es considerar valores inferiores al 30% para la relación de carga axial y resistencia nominal (producto del área bruta de la sección y la resistencia nominal del concreto). La resistencia tiene un papel secundario (asociada a la cuantía de acero principalmente). Aunque un cortante basal resistente alto permite un límite más alto para el desplazamiento de p-delta es mucho más efectivo incrementar la rigidez del sistema, para limitar la deriva que se presentará en el evento sísmico.

Cada metodología analizada presenta características propias, las cuales deben considerarse durante su implementación. Se encontró que la metodología del espectro de capacidad del ATC 40 arroja resultados menos conservadores que los procedimientos de la estructura substituta y CALTRANS. Ello se debe a que hace un estimativo superior de la capacidad de disipación de energía del sistema estructural, dado su enfoque puramente analítico. Sin embargo, debe considerarse que está enmarcada en una serie de recomendaciones acerca de la capacidad de los sistemas estructurales, razón por la cual su uso es razonable, siempre y cuando se consideren las recomendaciones de FEMA y el ATC 40 (1996).

La metodología de la estructura substituta es más consistente, en la medida que la formulación de la expresión mediante la cual se estima la disipación de energía involucra resultados de ensayos sobre marcos de prueba. Gulkan(1974) y no solamente en un análisis analítico como el espectro de capacidad del ATC 40 (1996).

El método de diseño de CALTRANS (2004) se fundamenta en la premisa que el desplazamiento inelástico de un sistema es igual o inferior al desplazamiento que este tendría, si permaneciera en el rango elástico. Esta aseveración es cierta si se cumple la

relación de Shimazaki. Si el periodo natural de vibración del sistema es similar al periodo característico del suelo (que es similar más no igual al periodo de esquina del espectro de diseño), el desplazamiento inelástico es superior al elástico. Por lo tanto para periodos de vibración altos, el método de CALTRANS (2004) establece resultados menos conservadores, tal como se observó a lo largo de este estudio. Sin embargo, los puentes no son estructuras rígidas (periodos de vibración del orden de un segundo o más) razón por la cual este método es aplicable.

La mayor deficiencia se observa en el método del Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes CCDSP (1995). Al hacer únicamente énfasis en la resistencia, y al no involucrar límites de deriva, valida secciones con rigidez baja, susceptibles a altos desplazamientos. Es recomendable incluir un límite a la deriva. Un estimativo conservador permite considerar un valor del 2% a partir de los valores objetivo de CALTRANS (2004) (ductilidad al desplazamiento superior a tres, corte basal resistente superior al 10%).

Se desarrolló un análisis probabilístico para analizar la variabilidad de la respuesta de cada método. En general los valores reflejan las características intrínsecas de cada procedimiento. Sin embargo, se encontró que la relación entre la probabilidad de falla considerando y sin considerar la variabilidad de la resistencia de los materiales, se encuentra entre 1 y 1.6 siempre y cuando se limite la carga en términos de la resistencia nominal de la sección, lo cual constituye otra razón para mantener la relación entre carga actuante y resistencia nominal ($f_c \cdot A_g$) baja. Adoptar un valor cercano a 1.4 es razonable para análisis generales, lo cual está de acuerdo a lo propuesto por Wen (2004).

Finalmente, se estableció que la relación entre el periodo natural de un sistema, considerando sección agrietada, y el valor obtenido al analizar la sección sin agrietamiento oscila entre 1 y 1.4 para cuantías bajas (del orden del 1%). Por lo tanto, la estimación de Shimazaki & Sozen (1976) de establecer el periodo natural como 1.44 veces el periodo elástico es aplicable.

BIBLIOGRAFÍA

- Albanesi T, Nuti C, Vanzi I. 2001. A simplified Procedure to Assess the Seismic Response of Nonlinear Structures. *Earthquake Spectra*, 16 (4) 715-735.
- Ambraseys NN, Simpson KA, Bommer JJ. 1996. Prediction of Horizontal Response Spectra In Europe. *Earthquake Engineering and structural Dynamics*. 25 37-400.
- ATC 40. Applied Technology Council ATC 1996. Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings ATC 40. Report No SSC 96-01 prepared for the Seismic Safety Commission, State of California, Redwood City, CA
- California Department of Transportation CALTRANS. 2004. Seismic Design Criteria V 1.3
- CCDSP. Ministerio de Transporte, República de Colombia. Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes. Bogotá, Colombia.
- Chopra, Anil K. Goel Rakesh K. Direct Displacement – Based Design.: Use of Inelastic Vs Elastic Design Spectra. *Earthquake Spectra* 17 1 43-68
- Ellingwood B, Mc Gregor JG, Galambos TV, Cornell A. 1982. Probability Based Load Criteria, Load Factors and Combinations. *Journal of Structural Division*. ASCE. 108 std 978-997.
- FEMA 356. American Society of Civil Engineers ASCE. 2000. Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings. Prepared for the Federal Emergency Management Agency. Washington DC.
- FEMA 450. Building Seismic Safety Council 2003. National Earthquake Hazard Reduction Program NEHRP recommended Provisions For Seismic Regulations For New Buildings and Other Structures. Prepared for the Federal Emergency Management Agency Washington DC.
- Idriss IM, Archuleta Ralph J. Evaluation of Seismic Hazards. Prepared for Division of Dam Safety and Inspections Office of Hydropower Licensing. Federal Energy Regulatory Commission. Washington DC.
- Kent DC, Park R. 1971. “Flexural Members With Confined Concrete ASCE Journal Vol 97 ST7.
- NSR 98. Asociación de Ingeniería Sísmica AIS. 1998. Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sísmica Resistente. Bogotá, Colombia.
- Sanchez – Silva M, Arrollo O. Comparing Target Spectral Design Acceleration Values by Using Different Acceptability Criteria. *Structural Safety*, 27 73-91
- Shibata Akenori, Sozen Mete A. 1976 Substituta-Structure Method For Seismic Design in R/C. *Journal of the Structural Division SCE 11824 St1*.
- Shimazaki K, Sozen MA. 1984. Seismic Drift of Reinforced Concrete Structures. UDC 624.920.427: 534014
- Sozen Mete A. Drift Driven Design For Earthquake Resistance of Reinforced Concrete, 1996. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN
- Wen, YK. 2000. Reliability and Performance Based Design. 8th ASCE Special Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. PMC2000 YKW.