

# **EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS SOLARES**

**J. M. S. Rodríguez**

Departamento de Física  
Universidad de los Andes  
e-mail: [marodrig@uniandes.edu.co](mailto:marodrig@uniandes.edu.co)

30 de noviembre de 2005

# EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO EN LA OSCILACION DE NEUTRINOS SOLARES

*Trabajo presentado para optar al título magister en ciencias física*

**J. M. S. Rodríguez**

Departamento de Física

Universidad de los Andes

e-mail: marodrig@uniandes.edu.co

Dirigido por:

**Dr. Marek Nowakowski**

**Dr. Juan Carlos Sanabria**

Departamento de Física

Universidad de los Andes.

## Resumen

Se presenta brevemente los conocimientos básicos para la comprensión de la explicación al déficit de neutrinos solares en términos de la oscilación de los estados de sabor y algunas propiedades del sol relacionadas con dicha oscilación.

Se dan los resultados obtenidos del cálculo para la oscilación de neutrinos, inicialmente buscando resonancias tipo MSW debidas a la densidad de electrones de la corona solar (desde al superficie del sol hasta la tierra) y posteriormente usando el hecho que los neutrinos pueden interactuar electromagnéticamente por medio del momento magnético ( $\mu$ ) que produce un cambio de sabor, se utiliza un campo magnético realista para la zona convectiva proveniente de un modelo del dínamo que reproduce el ciclo solar y  $\mu = 10^{-11}\mu_B$ , con  $\mu_B$  el magnetón de Bohr.

Para calcular dicha oscilación se usaron como parámetros de los neutrinos (ángulo de mezcla  $\theta$  y diferencia de masas  $\Delta$ ) los actualmente permitidos en la literatura (LMA-Large Mixin Angle, SMA-Small Mixin Angle, LOW-low  $\Delta$ , RSFP- Resonant Spin Flavor Precession y NRSFP Non Resonat Spin Flavor Precession).

Se comenta como la corona solar no afecta el sabor de los neutrinos y como las diferentes parametrizaciones del ángulo de mezcla y la diferencia de masa producen una probabilidad de supervivencia ( $P_{ee}$ ) que, para LMA y SMA no se ve afectada por el campo magnético, por lo que el flujo no cambiaría durante el ciclo solar, para los RSFP y NRSFP una variación muy pronunciada que indicaría cambios grandes en el flujo durante el ciclo solar y finalmente para neutrinos LOW  $P_{ee}$  presentan variaciones debidas al campo magnetico, siempre por debajo de la probabilidad para el caso sin campo magético y siempre con valores consistentes con los resultados experimentales.

# Índice general

<b>1. FÍSICA DE NEUTRINOS</b>	<b>1</b>
1.1. Breve Reseña histórica . . . . .	1
1.2. Experimentos . . . . .	4
1.2.1. Experimentos Radioquímicos . . . . .	6
1.2.2. Experimentos de Tiempo Real . . . . .	10
1.3. Teoría de la Oscilación de Neutrinos . . . . .	14
1.3.1. Oscilación en el Vacío . . . . .	14
1.3.2. Oscilación en la Materia: efecto MSW . . . . .	18
1.3.3. Efectos Electromagnéticos . . . . .	21
<b>2. EL SOL</b>	<b>25</b>
2.1. Generalidades . . . . .	26
2.1.1. Modelo Solar Estandar . . . . .	28
2.1.2. MagnetoHidroDinámica (MHD) . . . . .	34
2.1.3. Heliosismología . . . . .	35
2.2. Campo Magnético . . . . .	37
<b>3. CÁLCULOS</b>	<b>45</b>
3.1. Efectos de la corona solar . . . . .	46
3.1.1. Ecuación diferencial de tercer orden . . . . .	46
3.1.2. Resultados . . . . .	49

3.2. Efectos del campo magnético . . . . .	49
3.2.1. Ecuación matricial . . . . .	50
3.2.2. Resultados . . . . .	51
3.2.3. LMA y SMA . . . . .	52
3.2.4. NRSFP y RSFP . . . . .	56
3.2.5. LOW . . . . .	62
<b>4. Conclusiones</b>	<b>65</b>
<b>A. Fase global</b>	<b>67</b>

# Introducción

En el año 2002 el premio Nobel de Física fue otorgado a Raymond Davis Jr. (USA) y Masatishi Koshihara (Japón) en reconocimiento al descubrimiento y estudio del déficit en el flujo de neutrinos electrónicos provenientes del sol, conocido como “el problema de los neutrinos solares”. Actualmente se considera que la solución a este problema proviene de la oscilación de neutrinos masivos en la materia.

El presente trabajo de grado se realizó con el ánimo de mejorar los conocimientos acerca de como se explica el déficit de neutrinos solares y que influencia tiene el campo magnético solar y la materia presente en la corona solar.

En este trabajo se calculó el efecto de la corona solar y el efecto del campo magnético presente en la zona convectiva del sol sobre la oscilación de neutrinos, con la intención de explorar posibles efectos sobre los flujos de neutrinos solares detectados en la tierra.

En el primer capítulo se presentan todos los aspectos relacionados con surgimiento del déficit de neutrinos solares y su explicación. Se hace una ronda histórica por algunas etapas prominentes de la física de neutrinos luego se recorren los diferentes experimentos y sus resultados, que finalmente han llegado a mostrar que los neutrinos electrónicos cambian de sabor antes de ser detectados en la tierra. Se concluye el capítulo con una reseña de la teoría de la oscilación de neutrinos en la materia que logra dar explicación al cambio

de sabor de los neutrinos solares incluyendo el acoplamiento del campo magnético solar con el momento magnetico del neutrino.

En el segundo capítulo se da una muestra de algunas partes de la física del interior del sol, por ejemplo los modelos solares estandar, la magnetohidrodinámica solar y la heliosismología. Se culmina con una presentación del campo magnético que se usó en este trabajo y que fue cedido por D. Nandy [1, 2] quien trabaja en modelos de dínamo para explicar el ciclo de la actividad solar de 22 años.

Finalmente en el tercer capítulo se presentan los cálculos de cambio de sabor debido al salto de espín en los neutrinos y se presentan los resultados mas relevantes. Estos resultados muestran que el efecto del acople entre el campo magnético y el momento dipolar magnético del neutrino solo es notorio si los neutrinos poseen parámetros correspondientes a lo que en la literatura se denomina la región LOW.

# Capítulo 1

## FÍSICA DE NEUTRINOS

### 1.1. Breve Reseña histórica

En 1929 Wolfrang Pauli postula la existencia de una partícula neutra que debería salvaguardar el principio de conservación de la energía en el decaimiento beta ( $\beta$ ) [3]. En esta fecha se puede considerar el nacimiento de los neutrinos a pesar que en un principio se les denominara neutrones.

Los neutrinos fueron bautizados por Enrico Fermi en 1932 para distinguirlos de los neutrones que Chadwick había descubierto. El mismo Fermi en 1934 desarrolla un modelo que describe el proceso del decaimiento  $\beta$  conocido como "the four Fermi interaction" éste es un proceso de interacción puntual entre 4 partículas, que explicaba procesos como:

$$n \rightarrow p + e + \nu_e \quad (1.1)$$

Usando las ideas de electrodinámica cuántica, que se habían desarrollado recientemente, Fermi propone la interacción entre dos corrientes, una nucleónica formada por el neutrón y el protón, y otra leptónica formada por el electrón y el neutrino. Los resultados exitosos de esta teoría le dieron mucho peso a la idea de la existencia del neutrino.

Pero faltaron 22 años para que Frederick Reins y Clyde Cowan detectaran al neutrino



[4]. Ellos usaban un material rico en protones que reaccionan con los neutrinos electrónicos producidos en un reactor nuclear. De la reacción con los protones se produce un neutrón y un positron. Detectando al neutrón y al positron Reins y Cowan mostraron la existencia del neutrino asociado al electrón ( $\nu_e$ ).

El los años 30 se detectó al muon, el segundo sabor leptónico, y con el se plantea la existencia del neutrino muónico ( $\nu_\mu$ ). Más adelante se encontró al taon que junto con el neutrino taonico ( $\nu_\tau$ ) completan la familia de los leptones.

De otro lado la física nuclear con los trabajos de Hans Bethe en 1939 [5], entre otros, revelaba como se genera la energía en el interior de las estrellas como por ejemplo el sol. Por medio de la fusión de los elementos que lo componen, éste irradia energía en todas direcciones. Estas reacciones nucleares ocurren de diferentes maneras, formando ciclos y cadenas, cuyo principal producto son fotones y neutrinos electrónicos. Una consecuencia de todo esto es que el sol, como las demás estrellas son grandes fuentes de neutrinos.

A mediados de los años 60 Raymond Davis Jr diseña el primer experimento de neutrinos solares, este es llevado a cabo en la mina de Homestake en Dakota del sur [6]. En el se planteó medir el flujo de neutrinos solares en la tierra por medio la reacción en la que el Cloro se convierte en Argon.

Los resultados del experimento de Davis son comparados con el flujo de neutrinos calculado a partir del modelo solar estandar (SSM de la sigla en ingles), que John Bahcall desarrolla con este propósito [7]. Con éste experimento surge un problema, pues la razón entre los neutrinos detectados y los esperados, de acuerdo con los modelos solares, es muy baja. A éste déficit en el número de neutrinos detectados se le conoce como *“el problema*

de los neutrinos solares”. La solución a este problema tardará casi cuatro décadas en obtenerse, a pesar de que la idea esencial fue planteada por Bruno Pontecorvo dos años después de su surgimiento [8].

Para encontrar la solución, de un lado se busca mejorar al SSM usando toda la información disponible [9], pero no se consigue explicar el déficit y en 1997 por métodos de heliosismología, se comprueba que la velocidad del sonido al interior del sol, es la predicha por el SSM con una precisión del 0.01 % [8].

De otro lado surgen nuevos experimentos para detectar los neutrinos solares: Kamiokande, SAGE, GALLEX, son algunos de ellos, sin embargo los datos mantienen el déficit de neutrinos detectados. El detector de Kamiokande fue el primero de ellos, en este experimento con un tanque de 3000 toneladas de agua se plantea medir ondas de choque de luz (radiación de Cherenkov) producidas por electrones dispersados a altas energías por los neutrinos de más de  $6\text{MeV}$ , este detector es sensible a todos los sabores de neutrinos sin embargo para los muónicos su sensibilidad es mucho menor que para los electrónicos [10]. Los resultados de Kamiokande mostraron un déficit menor que el de Homestake.

Como ya se mencionó, en 1969 Pontecorvo había planteado una propiedad cuántica de los neutrinos en la cual pueden oscilar entre sus diferentes presentaciones [8] explicando de esa forma el déficit de neutrinos electrónicos. La idea de Pontecorvo fué que al igual que los kaones  $K$  se transforman en antikaones  $\bar{K}$  los neutrinos electrónicos se pueden transformar en neutrinos muónicos. Sin embargo esto solo es posible si los neutrinos son masivos. Como se verá más adelante la oscilación de neutrinos en el vacío tal como la plantea Pontecorvo no es suficiente para explicar el déficit.

Para explicar el déficit se debe tener en cuenta la interacción de estos neutrinos masivos con la materia, ya que los neutrinos en el viaje del sol a la tierra deben atravesar al sol por lo que interactúan con toda la materia allí contenida. Esta novedosa idea y el efecto que produce sobre la oscilación de neutrinos permite explicar de manera natural el déficit. A este efecto se le conoce como MSW ( por Mikeyev, Smirnov y Wolfstein). A la luz de esta teoría de oscilación de neutrinos solo queda por determinar algunos parámetros propios de los neutrinos (diferencia de masas entre los sabores y un parámetro de mezcla)

Tal como advierten Bahcall y Bethe [11] el modelo electrodébil propone a los neutrinos como partículas sin masa y por lo tanto en dirección opuesta a la explicación del déficit de neutrinos solares en términos de la oscilación de estados de sabor propuesta por Pontecorvo.

Una forma de dirimir ésta diferencia sería medir con precisión el flujo de neutrinos de todo tipo de sabor, si la suma de flujos corresponde al valor que el SSM predice entonces hay que reformular el modelo electrodébil. En julio de 2002 el experimento Sudbury Neutrino Observatory (SNO), ubicado en Canada arroja resultados del flujo total de neutrinos y este concuerda con el flujo del SSM [12].

## 1.2. Experimentos

En la sección anterior se mencionaron algunos experimentos planteados para la detección de neutrinos, esto debido a la importancia que tuvieron en la definición de la física de neutrinos, sin embargo no son todos los que se han hecho o planteado, en esta sección se revisa con más detalle cuales son los diferentes experimentos que se han hecho para concluir el caracter oscilatorio de los neutrinos y se profundiza en el funcionamiento de

algunos de ellos.

En general en la física de neutrinos se pueden clasificar los experimentos en dos clases los cinemáticos y los determinantes [13]. En los primeros por medio de la medición de los parámetros de la cinemática de una reacción conocida (decaimientos  $\beta$ , del  $\pi$  o del  $\tau$ ) se han puesto límites a la masa del neutrino (para una revisión sobre estos experimentos ver la sección C 1 en Kuo-Pantaleone [14] y las referencias allí contenidas).

Dentro del segundo tipo de experimentos se encuentran los experimentos de neutrinos solares, sin embargo otros experimentos pueden ser determinantes para dilucidar la naturaleza de los neutrinos como por ejemplo los dedicados a observar el doble decaimiento  $\beta$  sin neutrino, pues la observación de éste nos reportaría que los neutrinos tienen naturaleza tipo Majorana. También se encuentran los experimentos de neutrinos producidos en la tierra por los reactores nucleares los cuales ayudan a determinar con precisión los parámetros de la oscilación de neutrinos.

Los experimentos de neutrinos solares han determinado que los estados que se detectan de los neutrinos varían mientras estos se propagan, atravesando todo lo que encuentran en el camino, hasta el detector. Siendo esta una evidencia de su carácter masivo.

Se pueden dividir los experimentos de neutrinos solares en dos tipos, de acuerdo con el principio de detección, detectores radioquímicos y detectores de Cherenkov o de tiempo real [13]. Como se verá más adelante ambos comparten características como su ubicación, cientos de metros bajo tierra, sus dimensiones gigantescas y largos tiempos de corridas de toma de datos. De otro lado sus diferencias han permitido entender cada vez con más precisión la naturaleza de los neutrinos.

### 1.2.1. Experimentos Radioquímicos

Estos experimentos utilizan el decaimiento  $\beta$  para detectar el flujo de neutrinos. En estos se dispone de una gran cantidad de material que contenga átomos ricos en neutrones. Un átomo de este elemento ( ${}^A_Z X$ ) al interactuar con un neutrino se transforma en un átomo del elemento ( ${}^A_{Z+1} X$ ) más un electrón, después de algún tiempo se puede medir la cantidad del segundo material que se ha producido y de esa forma conociendo la sección eficaz de la reacción se tiene una medición de los eventos y por lo tanto del flujo. Dentro de este tipo de experimentos se encuentran

- **Homestake** Ubicado en la mina de oro Homestake en Lead, Dakota del sur, se encuentra a  $1478m$  de profundidad. Es el primer experimento de neutrinos solares y usa la reacción :



para la que se necesitan neutrinos de más de  $0,814eV$ . Cuenta con un tanque de acero de  $6,1m$  de diametro y  $14,6m$  de longitud que contiene  $615\text{ tons}$  de  $C_2Cl_4$  (tetracloretieno) [10]

Los resultados arrojados por Homestake ente 1970 y 1995 se pueden observar en la figura 1.1, la sigla SNU es de unidad de neutrino solar esta equivale a una reacción por cada  $10^{36}$  átomos del material que sirve de blanco. El resultado acumulativo incluyendo errores sistemáticos y estadísticos es de

$$\langle \phi \rangle_{Cl}^{exp} = 2,56 \pm 0,23 \text{ SNU} \quad [15] \quad (1.3)$$

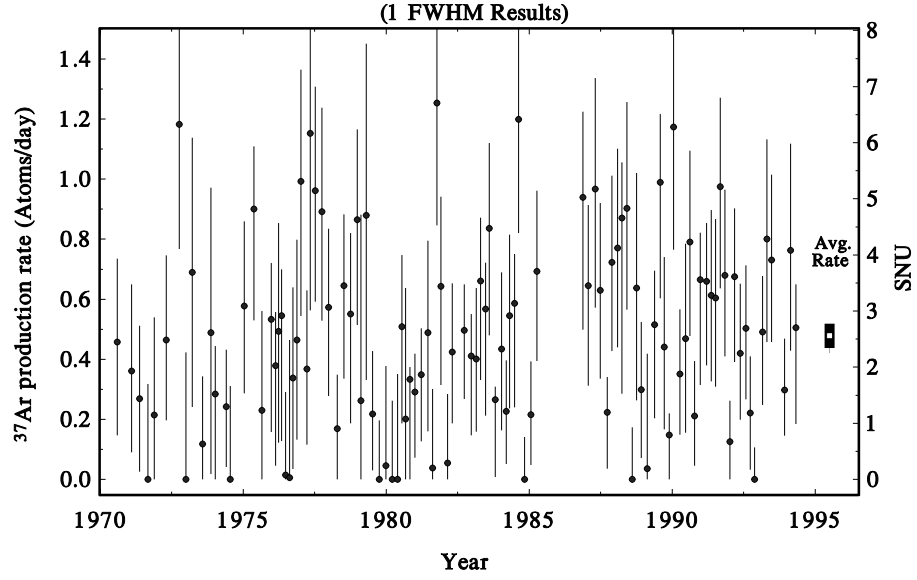


Figura 1.1: 108 mediciones hechas con el detector de Homestake las barras de error son estadísticas solamente. SNU viene de “*Solar Neutrino Unit*” que equivale a una reacción por cada  $10^{36}$  átomos blanco ( $^{37}\text{Cl}$ ). Tomado de [10].

el estimado teórico para éste experimento del SSM es de

$$\langle \phi \rangle_{\text{Cl}}^{\text{SSM}} = 7,6^{+1,3}_{-1,1} \text{ SNU}, \quad [16, 17] \quad (1.4)$$

esto es aproximadamente un 34 % de los neutrinos esperados era detectado.

- **SAGE**(*SovietRuSsian-American Galium Experiment*) Se encuentra en el Caucaso en el valle Baksan. Utiliza la reacción:



Esta reacción tiene una energía umbral de  $0,233\text{MeV}$  que es suficientemente baja para detectar prácticamente todo el espectro energético de neutrinos solares. Todos los experimentos que utilizan Galio como blanco se basan en esta esta misma reacción.

En SAGE se ha utilizado una cantidad variable de galio metálico, siempre mayor a  $50\text{ tons}$  a una profundidad de  $2000\text{ m}$  este experimento se llevó a cabo por un periodo de 11 años tiempo que esta relacionado con el ciclo solar. En la figura 1.2 se observan las diferentes mediciones, los resultados acumulativos de este experimento son:

$$\langle \phi \rangle_{\text{Ga}}^{\text{SAGE}} = 70,8_{-6,1}^{+6,5} \text{ SNU} \quad [18] \quad (1.6)$$

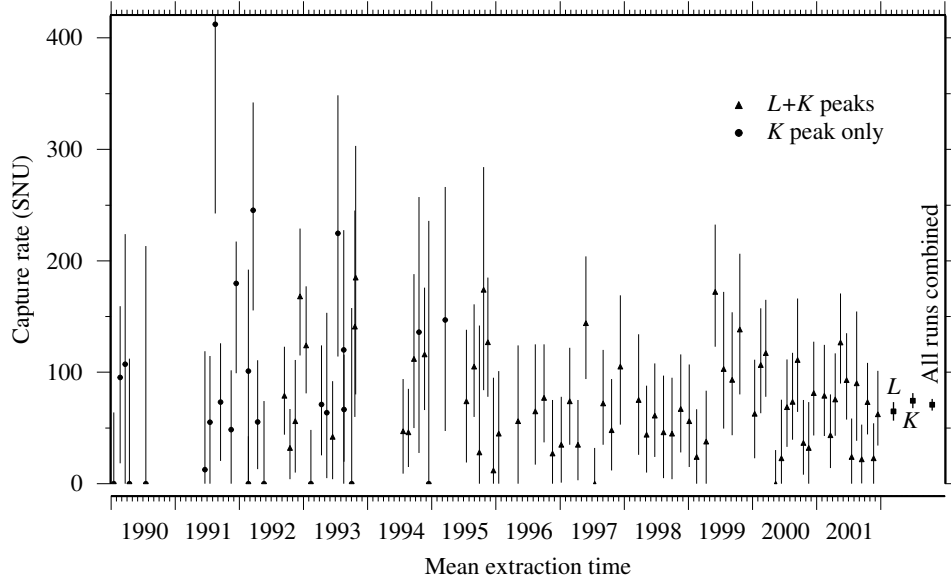


Figura 1.2: 92 datos tomados con el detector de SAGE entre 1990 y 2001, los errores son estadísticos. Las letra  $L$  y  $K$  se refieren a la capa de energía de la que son expulsados electrones de Auger cuando el germanio decae capturando un electrón. Tomado de [18].

- GALLEX Y GNO** Gallium Neutrino Observatory es el sucesor de GALLIUM EXPERIMENT. En éste experimento se tiene un detector que consta de 101 *tons* de una solución de cloruro de galio y ácido clorhídrico ( $GaCl_3 - HCl$ ) ubicadas en el laboratorio bajo tierra del Gran Sasso, Italia que provee un blindaje de 3300 *m.w.e.* (*m.w.e.* del inglés equivalente en metros de agua)[10].

Los resultados para las diferentes etapas de éste detector se pueden ver en la figura 1.3

Los resultados para los experimentos de Galio combinando los resultados de cada experimento y el estimado del SSM son:

$$\text{SAGE} + \text{GALLEX} + \text{GNO} \implies \langle \phi \rangle_{Ga}^{exp} = 72,4 \pm 4,7 \text{ SNU} \quad (1.7)$$



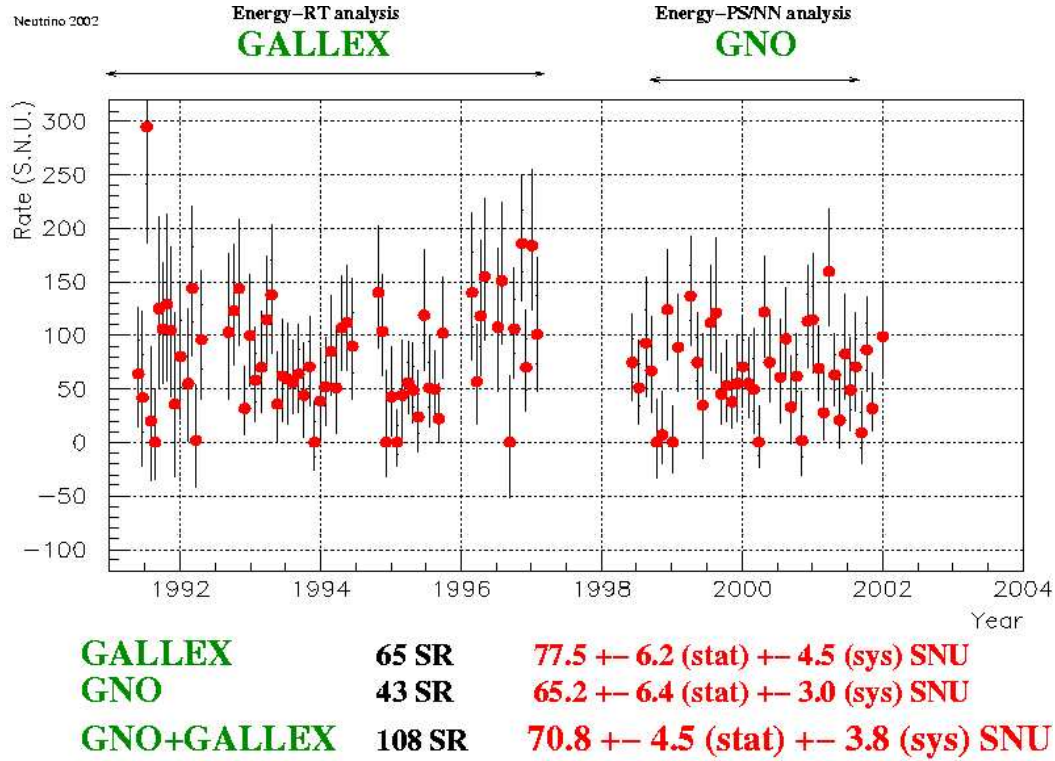


Figura 1.3: SR se refiere a corridas solares (solar runs) se puede ver que los resultados son practicamente iguales a los de SAGE. Tomado de [19].

$$\text{SSM} \implies \langle \phi \rangle_{Ga}^{SSM} = 128_{-7}^{+9} \text{ SNU} \quad [16, 17] \quad (1.8)$$

Los resultados de todos los experimentos radioquimicos muestran un déficit muy grande ( 65% para Homestake y cerca del 50% para los experimentos de galio) hay que notar que estos detectores solo están en capacidad de detectar neutrinos electrónicos.

### 1.2.2. Experimentos de Tiempo Real

Los detectores de tiempo real usan la radiación de Cherenkov que dejan las partículas al moverse más rápido que la luz en un determinado medio. Al chocar los neutrinos con las partículas que hay en el medio, expulsa por diferentes procesos, electrones alta-

mente relativistas que producen la radiación de Cherenkov, esta luz es recogida en tubos fotomultiplicadores (PMT) que convierten la señal luminosa en un pulso eléctrico permitiendo que se registre en cada evento el instante en el que ocurre y la energía, el flujo de neutrinos en estos detectores se puede entonces medir incluyendo unidades de tiempo ( $eventos/cm^2s^{-1}$ ), pero requieren neutrinos de alta energía. Los experimentos que ya se han mencionado y usan este tipo de detectores son:

- **Kamiokande y Super-Kamiokande** Ubicado en la mina Kamioka 200Km al oeste de Tokio a 1000m de profundidad. En Kamiokande se usaban 3000 tons de agua y 948 PMTs, que detectaban electrones provenientes de la dispersión elástica electrón neutrino.

$$\nu + e^- \rightarrow \nu + e^- \quad (1.9)$$

por lo que era sensible a todos los sabores de neutrinos ( $\nu_e, \nu_\mu$  y  $\nu_\tau$ ) pero la sección eficaz para los muónicos con respecto a la de los electrónicos es  $\sigma(\nu_e) \simeq 6\sigma(\nu_{\mu,\tau})$  [20, 21]. La energía umbral para que un neutrino sea detectado es de 6,75 MeV. Los resultados del flujo de neutrinos en Kamiokande son:

$$\Phi_{\nu_e}^{Kam} = 2,82_{-0,24}^{+0,25} \pm 0,27 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 2,82 \pm 0,37 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [22] \quad (1.10)$$

Que muestra el déficit respecto a el SSM cuya predicción para esta reacción es:

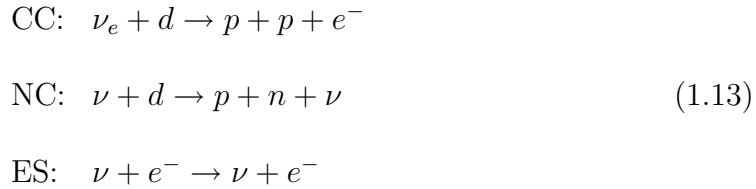
$$\Phi_{\nu_e}^{8B} = 5,05_{-0,81}^{+1,01} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [16, 17] \quad (1.11)$$

Super-Kamiokande reemplazó a Kamiokande en 1995 el principio de detección es el mismo, se aumentaron las dimensiones a 50Ktons de agua y 11146 PMTs especialmente diseñados para este experimento, la energía umbral bajo a 4,75MeV, el flujo de neutrinos electrónicos según Super-Kamiokande es

$$\Phi_{\nu_e}^{SK} = 2,348 \pm 0,025_{-0,061}^{+0,071} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 2,348_{-0,066}^{+0,075} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [23] \quad (1.12)$$

Como se puede ver el déficit aumenta respecto a Kamiokande pero la precisión es mucho mayor. En éste experimento se obtuvieron datos del espectro de energía, de la distribución de los neutrinos según el ángulo del zénit solar y evidencia de una variación anual en el flujo ver ([24]).

- **SNO** El Sudbury Neutrino Observatory se encuentra a 2073 *m* bajo tierra en la mina Creighton en Sudbury, Ontario, Canada cuenta con un depósito de 1*Kton* de agua pesada y 9456 PMTs. En este experimento se pueden distinguir tres reacciones diferente CC corriente cargada, NC corriente neutra y ES dispersión elástica



Cada una de éstas reacciones tiene características distintas.

$$\begin{aligned}
 \text{CC umbral: } & E_u^{\text{SNO}}(\text{CC}) \simeq 8,2 \text{ MeV} \\
 \text{NC umbral: } & E_u^{\text{SNO}}(\text{NC}) \simeq 2,2 \text{ MeV} \\
 \text{ES umbral: } & E_u^{\text{SNO}}(\text{ES}) \simeq 7,0 \text{ MeV}
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Por lo que cada reacción tiene un flujo distinto.

$$\Phi_{\text{CC}}^{\text{SNO}} = 1,76_{-0,05}^{+0,06} \pm 0,09 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 1,76_{-0,10}^{+0,11} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [12] \tag{1.15}$$

$$\Phi_{\text{NC}}^{\text{SNO}} = 5,09_{-0,43}^{+0,44} \pm 0,46 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 5,09_{-0,61}^{+0,64} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [12] \tag{1.16}$$

$$\Phi_{\text{ES}}^{\text{SNO}} = 2,39_{-0,23}^{+0,24} \pm 0,12 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 2,39_{-0,26}^{+0,27} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [12] \tag{1.17}$$

Estos se combinan ver figura 1.4 para arrojar un resultado de flujo por sabor:

$$\Phi_{\nu_e}^{\text{SNO}} = 1,76 \pm 0,05 \pm 0,09 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 1,76 \pm 0,10 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [12] \quad (1.18)$$

$$\Phi_{\nu_{\mu,\tau}}^{\text{SNO}} = 3,41 \pm 0,45^{+0,48}_{-0,45} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 3,41^{+0,66}_{-0,64} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [12]$$

Los resultados de SNO dan una evidencia clara de transiciones  $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau}$  ver figura 1.4. Estos resultados refuerzan la idea de la oscilación de neutrinos. [12, 10]

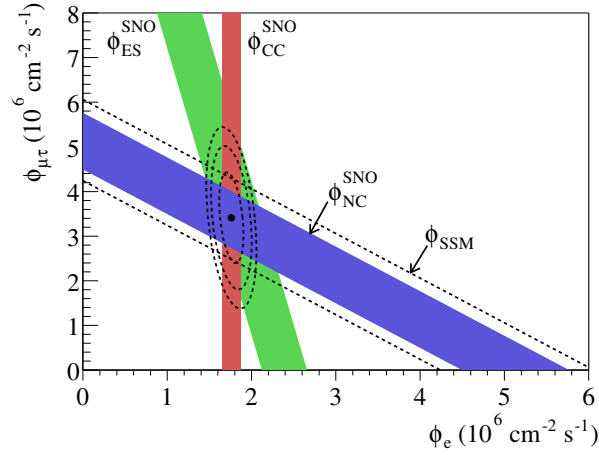


Figura 1.4: Flujo de  $\nu_{\mu}$  y  $\nu_{\tau}$  vs flujo de  $\nu_e$  deducidos a partir de las tres reacciones de los neutrinos en SNO. Las líneas punteadas diagonales muestran la predicción del SSM [16]  $\phi_e \equiv \Phi_{\nu_e}$  y  $\phi_{\mu\tau} \equiv \Phi_{\nu_{\mu,\tau}}$ . Figura tomada de [12].

### 1.3. Teoría de la Oscilación de Neutrinos

La teoría de la oscilación de neutrinos ha sido ampliamente estudiada en diferentes referencias [3, 25, 14, 26, 10] por lo que no se entrará en gran detalle al desarrollarla ni tampoco se presentará en forma completa. En este trabajo se exploran los efectos del campo magnético sobre la oscilación de neutrinos, se trabaja con el sistema de dos niveles de sabor para los neutrinos ( $\nu_e$  y  $\nu_\mu$ ) para oscilaciones en el vacío y en la materia y estos dos sabores y sus antipartículas para el caso en el que puede producirse un salto de espín debido a la interacción magnética. No se considera el tercer sabor leptónico ( $\nu_\tau$ ) dado que estos acoples son muy débiles y no justifican un tratamiento con tres niveles.

La oscilación se basa en que los estados de sabor que detectamos conforman una base para el espacio de Hilbert que describe a los neutrinos, diferente a la base en la que los neutrinos se propagan, la base en la que los neutrinos se propagan es la base de masa. Debido a que al viajar los neutrinos se encuentran en estados que son una mezcla de los estados de sabor, la probabilidad de que un neutrino electrónico creado en el sol continúe en el mismo sabor oscilará a medida que este se propague.

En adelante se representará por  $\langle x|\nu_{(m)}\rangle$  y  $\langle x|\nu_{(s)}\rangle$  las funciones de onda de la base de masa y sabor respectivamente.

#### 1.3.1. Oscilación en el Vacío

Los neutrinos por ser partículas de espín 1/2 se propagan obedeciendo la ecuación de Dirac. Asumiendo el sistema de unidades donde  $\hbar = c = 1$ .

$$(i \not{\partial} - \mathbf{m})\langle x|\nu_{(m)}\rangle = 0 \quad (1.19)$$

Donde  $\langle x|\nu_{(m)}\rangle$  es el multiespinor de los estados de masa en los que se propaga el neutrino. Esta ecuación se puede escribir en forma menos compacta, sin usar la notación de slash (/) ni las matrices  $\gamma$ :

$$-i\frac{\partial}{\partial t}\langle x|\nu_{(m)}\rangle = \frac{1}{i}\left[\hat{\alpha}_i\frac{\partial}{\partial x^i} + \beta\mathbf{m}\right]\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.20)$$

Aquí se puede ver que  $\langle x|\nu_{(m)}\rangle$  es función de la posición el tiempo y el espín. Para los neutrinos el grado de libertad del espín se caracteriza por la quiralidad (derecha o izquierda), de la que solo se toma en cuenta la izquierda pues solo se han detectado neutrinos de este tipo [25] con lo que los vectores  $\langle x|\nu_{(m)}\rangle$  se reducen a dos estados posibles con masas  $m_1$  y  $m_2$ .

De otro lado, cada componente independientemente cumple la ecuación de Klein-Gordon, para respetar la relación de momento energía  $E^2 = p^2 + m^2$  y como no se tiene en cuenta el espín los dos estados arriba mencionados cumplen la ecuación:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\langle x|\nu_{(m)}\rangle = [\nabla^2 - \mathbf{m}^2]\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.21)$$

Si decimos que el estado del neutrino se propaga en la dirección de  $x$  entonces la parte espacial se reduce a  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ , y se asume que el momento es igual para cada estado, así  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  es proporcional a la matriz identidad, por lo que 1.21 es equivalente a:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\langle x|\nu_{(m)}\rangle = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathbf{1} - \mathbf{m}^2\right]\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.22)$$

Ahora  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  se puede sacar como una fase global (ver apéndice A), por lo tanto la ecuación 1.22 se escribe:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\langle x|\nu_{(m)}\rangle = -\mathbf{m}^2\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.23)$$

Esta ecuación tendrá dos soluciones posibles dependiendo del sentido en el que se propague el neutrino.

Si separamos la dependencia en el tiempo sacando la solución para dirección contraria a la propagación

$$\langle x|\nu_{(m)}\rangle = e^{-iEt}\langle x|\nu_{(m)}\rangle; \quad (1.24)$$

$$\approx e^{-ipt}\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.25)$$

donde se ha usado  $E \approx p$  y  $p$  define la dirección de propagación.

Reemplazando esta parametrización en 1.23 se obtiene

$$ip\frac{\partial}{\partial t}\langle x|\nu_{(m)}\rangle \approx -\mathbf{m}^2\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.26)$$

ésta última ecuación describe la propagación de los estados de masa de los neutrinos en el vacío. Como se puede ver es una ecuación tipo “Schrödinger”.

La oscilación se basa en que los estados que detectamos  $|\nu_{(s)}\rangle$ , estados de sabor, son una mezcla de los estados de masa  $|\nu_{(m)}\rangle$  por lo que existe una transformación unitaria tal que:

$$\langle x|\nu_{(s)}\rangle = \mathbf{U}\langle x|\nu_{(m)}\rangle \quad (1.27)$$

La matriz  $\mathbf{U}$  para dos sabores se caracteriza por un ángulo de mezcla  $\theta$  que es uno de los parametros a fijar en la oscilación de neutrinos.

Cuando se hace la transformación de base a la ecuación 1.26

$$i\frac{\partial}{\partial t}\langle x|\nu_{(s)}\rangle \approx -\frac{1}{2E}\mathbf{U}\mathbf{m}^2\mathbf{U}^\dagger\langle x|\nu_{(s)}\rangle \quad (1.28)$$

donde se ha usado  $p \approx E$ , la matriz transformada  $\mathbf{U}\mathbf{m}^2\mathbf{U}^\dagger = \mathbf{M}^2$  se escribe en términos de  $\theta$  como:

$$\mathbf{M}^2 = \begin{bmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta & \frac{1}{2}(m_2^2 - m_1^2) \sin 2\theta \\ \frac{1}{2}(m_2^2 - m_1^2) \sin 2\theta & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

De esta forma se puede resolver la ecuación de evolución de donde se encontrará como resultado la probabilidad de que los neutrinos creados como electrónicos en el Sol lleguen a la tierra con este mismo sabor[25].

La última ecuación sin embargo se puede encontrar de diferentes formas. Usando por ejemplo:

$$\Sigma = m_2^2 + m_1^2 \quad ; \quad \Delta = m_2^2 - m_1^2 \quad ; \quad S_{2\theta} = \sin(2\theta) \quad \text{y} \quad C_{2\theta} = \cos(2\theta)$$

se puede escribir:

$$\mathbf{M}^2 = \frac{1}{2} \left[ \Sigma \mathbf{1} + \begin{bmatrix} -\Delta C_{2\theta} & \Delta S_{2\theta} \\ \Delta S_{2\theta} & \Delta C_{2\theta} \end{bmatrix} \right] \quad (1.30)$$

donde de nuevo el término proporcional a la matriz unidad se puede sacar como una fase global. Esta es otra forma acostumbrada para la matriz de propagación de los estados de sabor en el vacío, donde  $\Delta$  es otro parámetro a fijar denominado la diferencia de masas.

Finalmente usando la última parametrización de la matriz  $\mathbf{M}^2$  la ecuación 1.28, se convierte en un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas, para los estados de sabor, fácilmente soluble [25]. Las condiciones que se les impone son que la suma de las normas al cuadrado de los estados sea 1 (es decir que la probabilidad de encontrar a un neutrino en cualquier sabor sea 1) y que en el tiempo cero, es decir cuando se producen los neutrinos, su sabor sea electrónico.

La probabilidad de supervivencia, es decir la probabilidad que un neutrino electrónico después de un tiempo  $t$  continúe siendo un neutrino electrónico. Usando el límite relativista



$t \approx x$  obtenemos

$$P_{e \rightarrow e}(x) = |\langle x | \nu_e \rangle|^2 = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta}{4E} x \right) \quad (1.31)$$

A esta ecuación se puede llegar de diferentes formas ver [25, 27, 14] incluso para la probabilidad se encuentran deducciones sin parametrizar la matriz  $\mathbf{U}$  [28, 26, 25].

Sin embargo la oscilación para los neutrinos solares es tal que la distancia  $x$  es muy grande comparada con  $\frac{4E}{\Delta}$  por lo que la información contenida en la diferencia de masa y la energía se ve promediada y el resultado para la probabilidad no permite explicar el déficit de neutrinos solares.

### 1.3.2. Oscilación en la Materia: efecto MSW

Cuando los neutrinos atraviesan un medio material interactúan con las partículas del medio. Los neutrinos interactúan principalmente con los electrones, por medio del intercambio de bosones  $Z^0$ . En el caso de los neutrinos electrónicos también se puede dar el intercambio de bosones cargados  $W$ . Esquemáticamente esta diferencia se puede ver en los diagramas de Feynman de la figura 1.5.

Dado que los neutrinos interactúan debilmente con la materia y que llegando del sol han atravezado una gran cantidad de ella, los efectos que ésta tiene sobre la oscilación de los neutrinos solares se vuelven importantes pues cuando la dispersión de los neutrinos por el medio es coherente habra un potencial efectivo que dependera de la densidad de las particulas que interactuan con los neutrinos [29, 30].

El potencial efectivo es determinante para la oscilación, al punto que para cierta den-

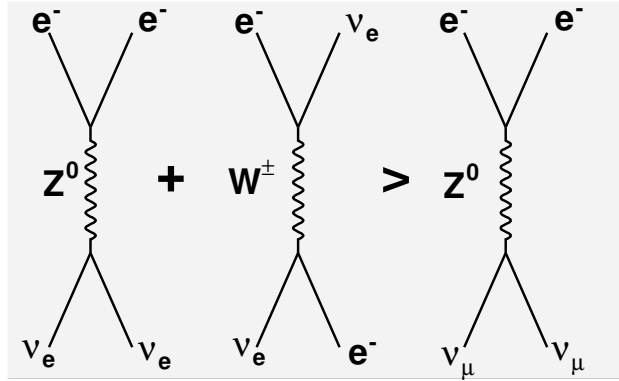


Figura 1.5: Diagramas de Feynman para la interacción de los neutrinos con electrones. Los diagramas para los  $\nu_e$  presentan intercambio de bosones cargados que para los demás neutrinos no están permitidos, es por esto que la interacción más fuerte es entre los electrones y los neutrinos electrónicos

En presencia de materia la oscilación presenta una resonancia en la que los neutrinos cambian de sabor abruptamente. Esta modificación en la oscilación se conoce como el efecto MSW, en referencia a sus descubridores Mikheylev, Simirmov y Wolfenstein quienes bajo ciertas condiciones para la densidad de materia encontraron una solución analítica al problema de la oscilación en la materia.

El mecanismo MSW se basa en tener en cuenta la interacción que hay entre los neutrinos electrónicos y los electrones. Esta interacción produce una *masa inducida* al neutrino electrónico y no afecta de igual forma a los neutrinos muónicos y tauónicos. Esta asimetría en la masa inducida a los estados de sabor en la materia es la responsable de explicar el déficit de neutrinos solares.

Como el efecto de la materia es debido a la interacción débil entonces éste aparece directamente como una matriz diagonal en la ecuación de propagación de los estados de

sabor, por lo que solo se modifica la matriz  $\mathbf{M}^2$  de la ecuación 1.28 quedando:

$$-i\frac{d}{dt}\langle x|\nu_{(s)}\rangle = \frac{1}{4E}\mathbf{M}^2\langle x|\nu_{(s)}\rangle, \quad \text{donde} \quad (1.32)$$

$$\langle x|\nu_{(s)}\rangle = \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{bmatrix}; \quad (1.33)$$

$$\mathbf{M}^2 = \left[ \mathbf{U} \begin{bmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{bmatrix} \mathbf{U}^\dagger + \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right], \quad y$$

$$A = 2\sqrt{2}G_F N_e E$$

donde  $A$  se puede ver como una masa inducida al neutrino electrónico ( $G_F$  es la constante de Fermi y  $N_e$  es la densidad de electrones) [14]. La densidad de neutrones no aparece ya que esta afecta de igual forma a ambos sabores.

Para una  $N_e$  dada, como la del Sol la ecuación 1.32 se puede resolver numéricamente, pero hay que fijar los parámetros de la oscilación arriba mencionados ( $\Delta$  y  $\theta$ ), el efecto MSW clasifica las soluciones de acuerdo a los valores de los parámetros  $\theta$  y  $\Delta$  que permiten explicar el déficit solar. En la literatura se encuentran principalmente tres tipos de solución, LMA (Large Mixing Angle), SMA (Small Mixing Angle) y LOW (low  $\Delta$ ) [25, 10, 16, 26] En la referencia [26] dan como parámetros que mejor se ajustan a la explicación del déficit los del cuadro 1.1

Solución	$\Delta [eV^2]$	$\tan^2 \theta$
LMA	$5,0 \times 10^{-5}$	$4,2 \times 10^{-1}$
SMA	$5,0 \times 10^{-6}$	$1,5 \times 10^{-3}$
LOW	$7,9 \times 10^{-8}$	$6,1 \times 10^{-1}$

Cuadro 1.1: Soluciones al déficit de neutrinos usando efecto MSW [26].

### 1.3.3. Efectos Electromagnéticos

Como se sabe, los neutrinos son neutros pero se pueden acoplar a un campo electromagnético por medio de su momento dipolar magnético. En general las partículas de espín  $\frac{1}{2}$  poseen cuatro factores de forma que se acoplan al campo electromagnético. Cuando la transferencia de momento tiende a cero ( $q = p_2 - p_1 \rightarrow 0$ ) estos factores de forma se convierten en: la carga eléctrica, el momento dipolar eléctrico, el momento dipolar magnético y el momento anapolar (o carga axial) [31, 25].

Se puede buscar cada uno de estos momentos en los neutrinos y determinar la acción que estos tendrían en la oscilación. Como se discute en el libro de Wook y Pevsner [25] debido a la carga neutra de los neutrinos los dos factores de forma asociados a las cargas eléctrica y axial deben ser cero. De otro lado el momento dipolar eléctrico se toma como cero debido a la simetría bajo transformaciones CP, entonces los neutrinos solo pueden tener momento dipolar magnético.

Dependiendo de la naturaleza que se asuma para los neutrinos (de Dirac o de Majorana) se tendrá diferente acoplamiento al campo magnético. Para el caso de neutrinos de Dirac podrán existir momentos magnéticos que solo cambian la quiralidad de los neutrinos, momentos diagonales que no cambian al neutrino, y momentos de transición que cambian el sabor. Mientras que en el caso de los neutrinos de Majorana estos solo pueden tener momentos de transición [25], ya que para neutrinos de Majorana un cambio de quiralidad implica cambio de sabor.

Debido a la presencia de los momentos diagonales se puede tener una ecuación de evolución para los estados de quiralidad, derecha ( $R$ ) o izquierda ( $L$ ) de los neutrinos análoga a la ecuación 1.26,

$$2iE \frac{\partial}{\partial t} \langle x | \nu_{(L,R)} \rangle = \mathbf{M}^2 \langle x | \nu_{(L,R)} \rangle \quad (1.34)$$

donde

$$\mathbf{M}^2 = \begin{bmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta & 2E\mu B_\perp \\ 2E\mu B_\perp & m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

La ecuación de evolución de los estados de quiralidad implica una oscilación de los neutrinos de quiralidad  $L$  a neutrinos de quiralidad  $R$ .

A los neutrinos con quiralidad  $R$  no se les ha observado por lo que se les denomina estériles, es decir no detectables.

Los resultados de SNO descartan este tipo de solución pues como ya se mencionó el flujo detectado para los tres sabores de neutrinos concuerda con el número de neutrinos producidos en el sol.

De otro lado para neutrinos de Majorana el cambio de quiralidad debido a un momento de transición ( $\nu_{e,L} \rightarrow \nu_{\mu,R}$ ) será ( $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ ) donde se tiene una oscilación debida al salto de espín, o precesión del espín, producida por el acoplamiento al campo magnético. La ecuación de evolución para este sistema es:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \nu_e \\ \bar{\nu}_\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta & 2E\mu B_\perp \\ 2E\mu B_\perp & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_e \\ \bar{\nu}_\mu \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Para este sistema los neutrinos podrían atravesar una resonancia, diferente a la resonancia MSW, que se le denomina salto de espín resonante o precesión resonante del espín.

Finalmente se pueden producir una combinación del efecto MSW y el salto de espín donde la oscilación se podría producir entre los neutrinos electrónico muónico y sus an-

tipartículas, La ecuación de evolución para este sistema ahora tiene cuatro entradas y se hace necesario introducir la densidad de neutrones pues para los antineutrinos el potencial efectivo tendrá signo contrario

$$-i\frac{d}{dt}\nu_{(s)} = \mathbf{M}^2\nu_{(s)}, \quad \text{donde ahora} \quad (1.37)$$

$$\nu_{(s)} = \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \bar{\nu}_e \\ \bar{\nu}_\mu \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}^2 = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} + A_e & \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} & 0 & \mu B_\perp \\ \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} & \frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} - A_\mu & -\mu B_\perp & 0 \\ 0 & -\mu B_\perp & -\frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} - A_e & \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} \\ \mu B_\perp & 0 & \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} & -\frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} + A_\mu \end{bmatrix}$$

$$\text{con } A_e = \sqrt{2}G_F \left( n_e(x) - \frac{n_n(x)}{2} \right) \text{ y } A_\mu = \sqrt{2}G_F \frac{n_n(x)}{2} \text{ [25, 32].}$$

Notece que el termino  $2E$  se ha puesto al interior de la matriz. La solución a esta ecuación se hace numéricamente para densidades y campo magnético dados. Esta ecuación se usa en los cálculos de este trabajo.

Usando la ecuacion 1.37 aparecen dos nuevos tipos de parametrización que podrian dar solución al déficit, una debida solamente a la interacción magnética (NRSFP) y la otra en donde hay un salto de espín junto con la resonancia en la materia (RSFP).

Como parámetros para la oscilación que explicarían el déficit de neutrinos solares incluyendo el efecto del campo magnético en el artículo de J. Barranco *et. al.* [32] toman los referenciados en el cuadro 1.2

Estos parámetros son calculados del mejor ajuste a los datos experimentales usando

Solución	$\Delta [eV^2]$	$\theta[grados]$
RSFP	$7,9 \times 10^{-9}$	0,41
NRSFP	$4,0 \times 10^{-9}$	89

Cuadro 1.2: Las siglas son de Resonant Spin Flavour Pression y Non-RSFP, fuente [32]

un campo magético similar al maximo usado en este trabajo.

Se puede ver en este capítulo que la explicación al deficit de neutrinos solares se puede considerar dada por la oscilación de neutrinos, sin embargo falta determinar con mayor precisión que otros efectos pueden alterar esta oscilación, el incluir el campo magnético solar, de otro lado los datos disponibles de los experimentos se encuentran integrados en rangos de energía por lo que no se tiene correlacion entre las diferentes energías y sus probabilidades.

# Capítulo 2

## EL SOL

En este capítulo se hace una reseña muy somera de los aspectos del Sol más relevantes para este trabajo por lo que se presentan algunas ramas de la física solar que han permitido generar modelos del campo magnético del interior del sol. Los datos del campo magnético solar usados en nuestros cálculos, que provienen de una de estas ramas, se presentan al final del capítulo.

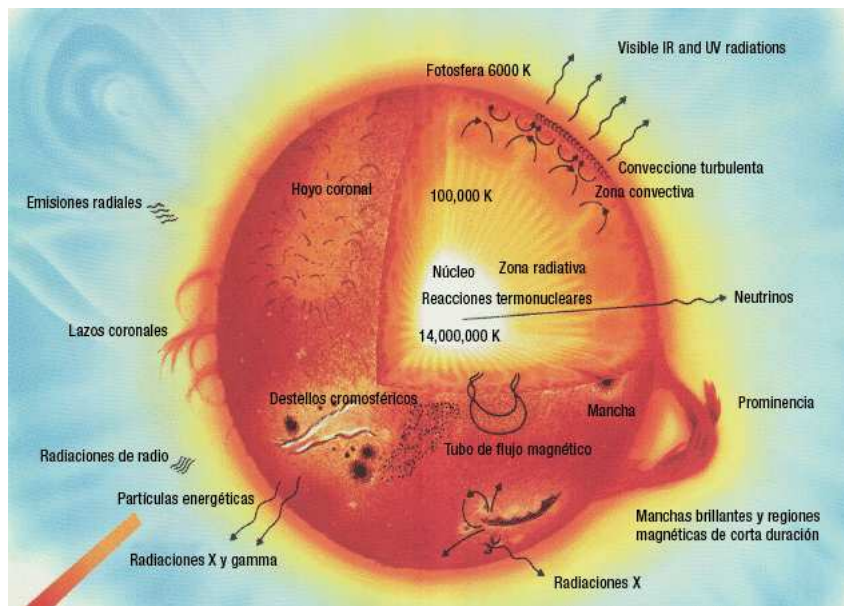


Figura 2.1: Esquema solar, en el núcleo y en la zona radiativa se generan la mayor parte de los neutrinos y los fotones y en la zona convectiva se generan grandes campos magnéticos fluctuantes tomado de <http://www.windows.ucar.edu>



## 2.1. Generalidades

El sol por su cercanía a la tierra es la estrella más estudiada y con lo que sabemos de este podemos entender mejor a las demás estrellas, sin embargo su estudio es limitado por las extremas condiciones generadas por los mecanismos que en su interior lo mantienen brillando.

El Sol esta dividido en capas esféricas dependiendo de sus características físicas, al igual que la tierra, es así como en el Sol se tiene: el núcleo, la zona radiativa, la zona convectiva y la corona solar, ver fig.2.1. Las dos primeras son en gran medida desconocidas hasta el momento, pues es allí donde ocurren la mayor parte de las reacciones nucleares y no se tiene evidencia directa de su densidad, temperatura o campo magnético, solamente se pueden fijar estos parámetros como una extrapolación de lo que se observa en la superficie del Sol o de las características de las radiaciones que detectamos en la Tierra, usando modelos del interior como los referenciados en el capítulo 1.

La zona convectiva se extiende desde  $r = 0,714R_{\odot}$  hasta la superficie del Sol [16]. En esta zona se observan movimientos de grandes masas fluidas que siguiendo corrientes convectivas suben y bajan generando grandes corrientes eléctricas que están asociadas a intensos campos magnéticos. Debido a los constantes cambios en las corrientes convectivas los campos magnéticos varían.

Los cambios en el campo magnético en la superficie del Sol también se puede observar pues generan manchas al enfriar las regiones donde se producen, estas manchas aparecen y desaparecen siguiendo un ciclo que ha sido ampliamente estudiado y muestran que el campo magnético solar también tienen un ciclo.

Finalmente la corona solar se caracteriza por un cambio abrupto en la densidad de materia. Esta se extiende desde la superficie solar hasta  $1 UA$  (unidad astronómica) es decir hasta la Tierra, su campo magnético es la suma del campo global del sol, que se debe al núcleo y zona radiativa, y las fluctuaciones que se pueden producir por los cambios del campo en la zona convectiva, sin embargo su intensidad es mucho menor que la intensidad de los campos generados en la zona convectiva.

En el estudio del Sol se tienen muchas ramas, se mencionarán algunas de ellas y la diferencia puede no ser muy clara, ya que cada una se relaciona con las demás.

Una de las ramas es la astrofísica solar que por medio de parámetros como la luminosidad, la presión, la temperatura y sus interrelaciones con las reacciones nucleares al interior de las diferentes capas solares propone un modelo solar estándar (SSM), [16] este modelo es ampliamente corroborado por la Heliosismología [9] que es otra de las ramas arriba mencionadas.

La Heliosismología se subdivide en una parte teórica y otra experimental, la experimental por medio de mediciones de frecuencias de oscilación de la superficie se pueden inferir parámetros como la velocidad del sonido al interior del sol, la densidad o la composición del interior del Sol. A nivel teórico por medio de modelar las oscilaciones de la superficie como una oscilación global del Sol clasifica y predice los modos en que oscila el sol [33].

Y finalmente la magnetohidrodinámica solar que siendo una parte de la electrodinámica se aplica plenamente al Sol para explicar fenómenos relacionados con el movimiento de los fluidos al interior de éste y su relación con los campos magnéticos fluctuantes asociados a estas, en particular en la zona convectiva [34]. El campo magnético presente en la zona

convectiva del sol es muy intenso, al igual que sus gradientes y puede llegar a afectar notablemente la oscilación de neutrinos solares por medio de los mecanismos de acople discutidos en el capítulo anterior. En este trabajo adoptaremos un modelo particular para este campo magnético y calcularemos su efecto sobre los flujos de neutrinos en la tierra.

### 2.1.1. Modelo Solar Estandar

Este es un conjunto de ecuaciones que describen la estructura y la evolución del sol, es decir como cambian las propiedades astrofísicas del Sol, como función del tiempo y la posición (presión  $P(r, t)$ , densidad  $\rho(r, t)$ , temperatura  $T(r, t)$ , entre otras).

Los modelos solares se construyen de forma que reproduzcan las condiciones actuales de luminosidad y radio, además se asumen varias características físicas que permiten acotar el problema.

Estos modelos generan como resultado tablas de diferentes variables como la masa, el radio, la fracción de masa de diferentes componentes (hidrógeno, helio, carbono etc.) y la densidad de fuentes de neutrinos entre otros. Para este trabajo se utilizan los datos generados por el modelo de J. N. Bahcal, M. H. Pinsonneault y Sarbany Basu conocido como BP2000 [16].

Los postulados físicos que se le imponen a los modelos solares son de naturaleza muy variada, se pueden mencionar:

- La producción de energía por medio de reacciones termonucleares siguiendo ciclos ampliamente estudiados.
- La luminosidad, radio y masa del Sol actual.

Luminosidad	$L_{\odot} = (2,400 \pm 0,005) \times 10^{39} \text{ MeV s}^{-1}$
Radio	$R_{\odot} = 6,961 \times 10^{10} \text{ cm}$
Masa	$M_{\odot} = (1,989 \pm 0,003) \times 10^{33} \text{ g}$

Cuadro 2.1: Características fundamentales del sol. [35].

- El transporte de energía se realiza por radiación, principalmente en las dos primeras zonas, o por convección en la zona que lleva éste nombre.

Estas son algunas de las condiciones más generales, pero cada modelo puede ser muy detallado en cada una de ellas en particular el BP2000 [16] es una versión mejorada de sus predecesores ver [17] y en el artículo del BP2000 [16] en la sección 2.1 los autores mencionan que es susceptible de mejorar, en términos de los parámetros de entrada.

Los mecanismos de producción de energía tiene como consecuencia que se fija la forma en la que se producen los neutrinos por las reacciones nucleares.

Debido a que las reacciones se relacionan con la producción de neutrinos, a éstos se les clasifica de acuerdo a la reacción de la que provienen, además el espectro de energía de los neutrinos, que puede ser continuo o discreto, es determinado por cada reacción.

Para el BP2000 se tienen los ciclos  $pp$  y  $CNO$ , ver figuras 2.2 y 2.3. En ambas figuras se anotan los porcentajes en que ocurre cada reacción y en donde hay producción de neutrinos, entre parentesis se encuentra el nombre que se le da a este tipo de neutrinos. La cadena de reacciones que conforman el ciclo  $pp$  aparece subrayada en la figura 2.2.

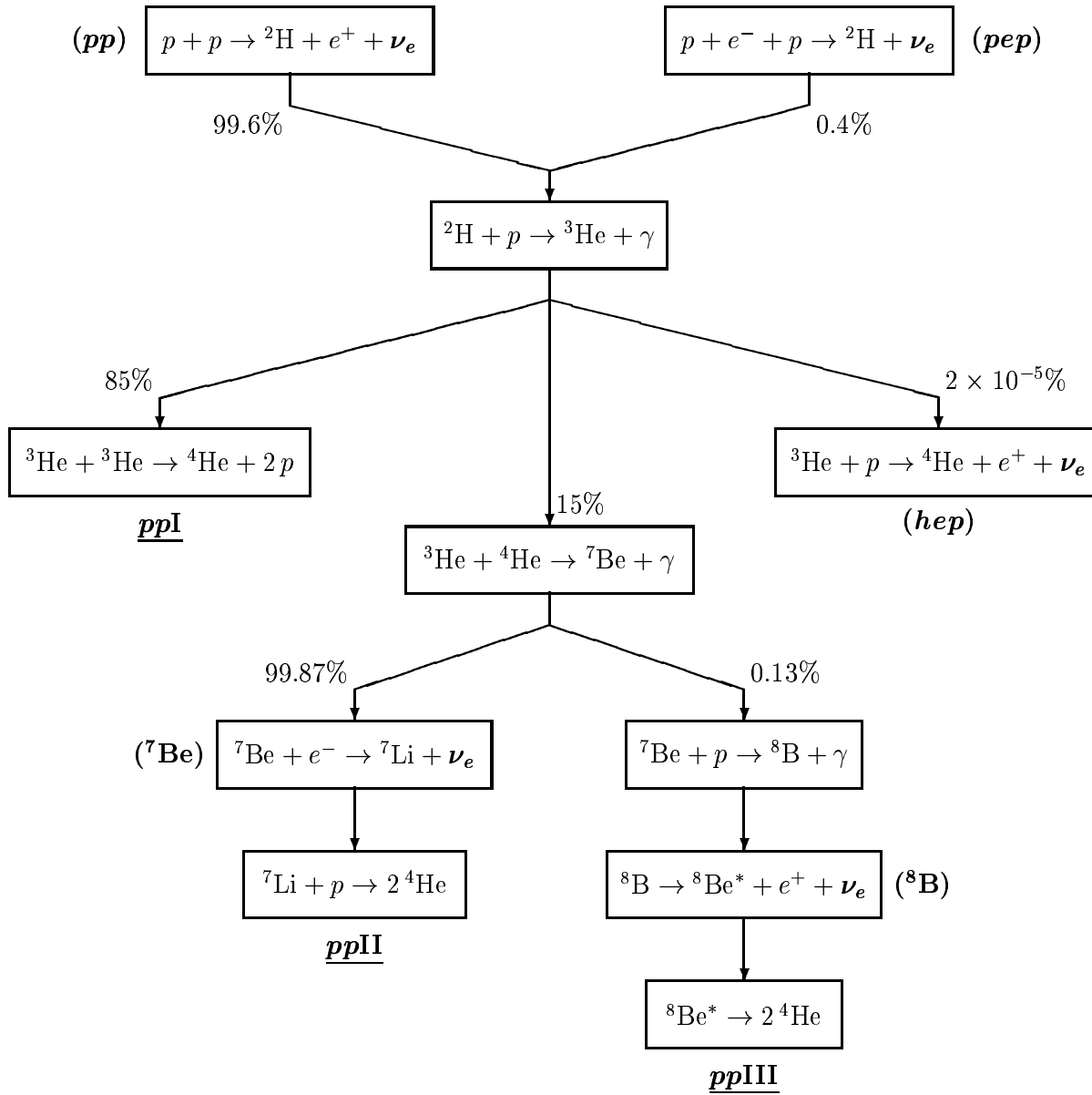


Figura 2.2: El ciclo  $pp$  en el Sol. Tomado de [10].

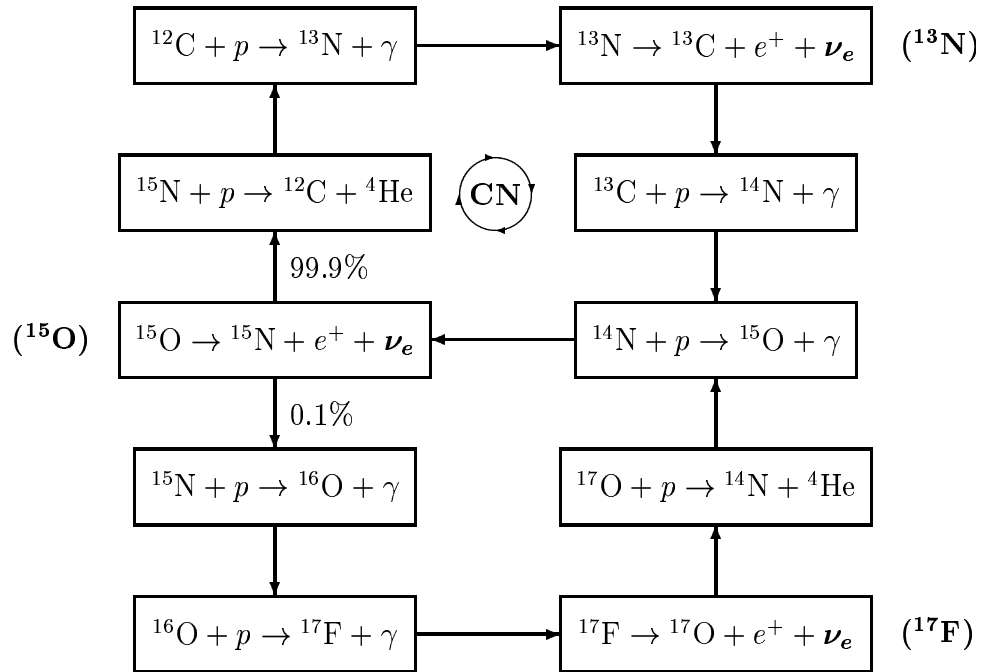


Figura 2.3: El ciclo  $CNO$  en el Sol. Tomado de [10].

El espectro energético de los neutrinos se puede observar en la figura 2.4. En esta figura también se indican los rangos de energía para los cuales los detectores, de los diferentes experimentos de neutrinos solares, son sensibles.

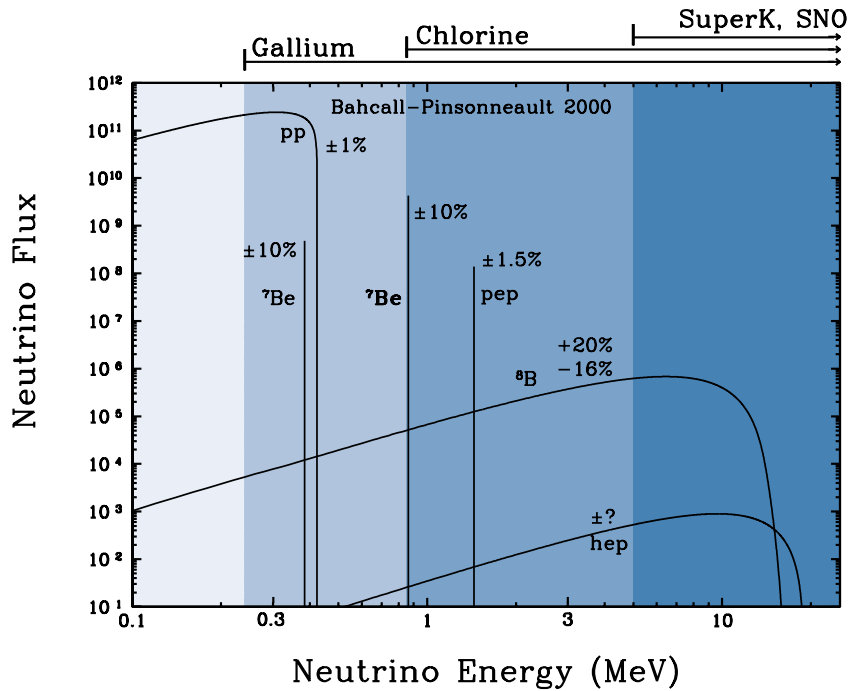


Figura 2.4: Espectro de energía para los neutrinos producidos por las cadenas  $pp$  y  $CNO$ . El flujo de neutrinos se encuentra en unidades de  $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ , los porcentajes indican las incertidumbres en el valor del flujo. Tomado de [17]

Otro resultado del SSM concerniente para este trabajo es la densidad de electrones y de neutrones como función del radio solar, en la figura 2.5 se muestra la densidad de electrones.

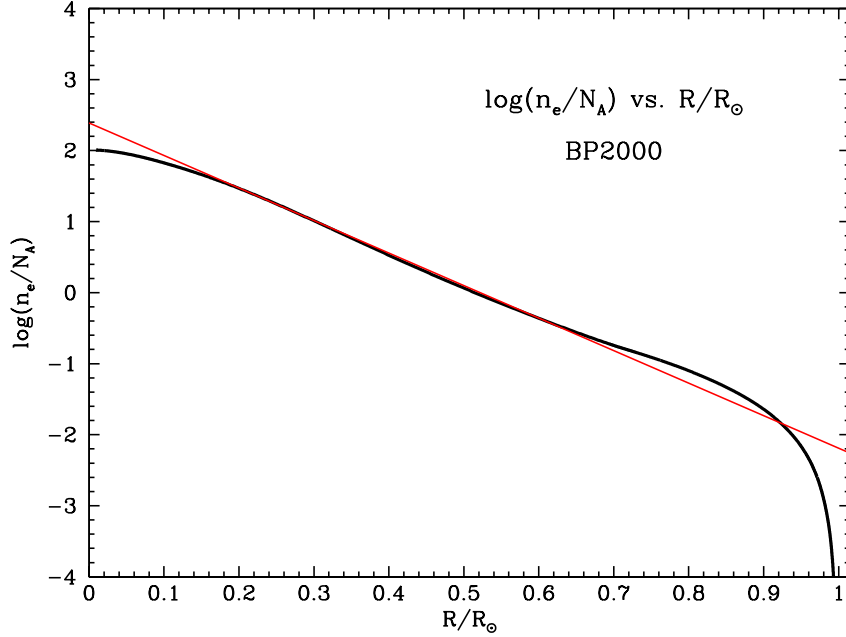


Figura 2.5: Densidad de electrones,  $n_e$ , vs el radio solar para SSM BP2000 . La línea recta es la aproximación exponencial de la Ec. (2.1). Figuras tomadas de Ref. [16]. Se pueden encontrar valores numéricos precisos en Ref. [17].

La densidad de electrones figura 2.5 se puede aproximar a un decaimiento exponencial:

$$n_e(R) = n_e(0) \exp\left(-\frac{R}{R_0}\right), \quad N_e(0) = 245 \text{ mol/cm}^3, \quad R_0 = \frac{R_\odot}{10,54} \quad (2.1)$$

Para los cálculos realizados que se presentan en el capítulo 3 se toma un espectro de energía de  $0,05 \text{ MeV}$  a  $20 \text{ MeV}$  variando en pasos de  $0,05 \text{ MeV}$  que cubre todas las posibles energías de neutrinos producidos en el sol. Se utiliza para la densidad de electrones y neutrones funciones basadas en los valores numéricos encontrados en la página web de J.N. Bahcall [17].



### 2.1.2. MagnetoHidroDinámica (MHD)

La actividad solar es continua fuente de diversos estudios y una de las ramas de la física que mejor explica esta actividad es la MHD, pues de esta se deducen modelos tanto del magnetismo solar como del movimiento de la superficie del Sol, que están en buen acuerdo con las observaciones.

La magnetohidrodinámica conecta el movimiento de fluidos cargados con las ecuaciones de Maxwell clásicamente, es decir el flujo es no relativista y la escala de movimiento de las partículas que componen el fluido es mucho más pequeña que la del fluido. No se consideran aspectos cuánticos, diferenciándola de la física del plasma por esto último.

Desde 1908 se tienen indicios de la naturaleza magnética de la actividad solar [34], cuando George Ellery Hale infirió, del efecto Zeeman observado en las manchas solares, que debía existir un campo magnético de unos cuantos kilogauss. El mismo Hale desarrolló esta idea para explicar las manchas solares y su actividad cíclica. Y más adelante Larmor sugirió como explicación a estos campos la acción inductiva de los fluidos en movimiento [36], quedando así planteada la base de los modelos del magnetismo solar en los principios de la MHD.

Entonces bajo las ecuaciones de la MHD surgen los llamados *modelos de dinamo* los cuales buscan reproducir un campo de flujo de materia que tenga la capacidad de inducir un campo magnético en contra de las disipaciones ohmicas [36].

Los modelos de dinamo deben reproducir varias características observadas o inferidas del campo magnético solar [36], algunas de ellas son:

- La inversión de la polaridad del campo en la mitad del ciclo, aproximadamente cada

11 años.

- La migración de las manchas hacia afuera del ecuador.
- La intensidad del campo en los polos.
- La helicidad predominante en cada hemisferio del sol.

Sin embargo hay muchas otras exigencias que se hacen a los modelos, de acuerdo a los fenómenos que se quieran tratar, desde los “gran minima” o “minima de Mauden” [36] hasta las erupciones de masa [37].

Los campos magnéticos encontrados a través de estos modelos se pueden considerar realistas para la zona convectiva. Un campo magnético obtenido al interior de estos cálculos por Dibyendu Nandy [1, 2] fue cedido por él mismo al profesor Marek Nowakowki en comunicación personal, este campo magnético se usa en los cálculos de este trabajo [38].

### 2.1.3. Heliosismología

Se basa en los mismos principios de la sismología, pues se mide la propagación de ondas de presión al interior del sol. La fuente de los movimientos son los procesos generados en la zona convectiva que por su naturaleza no se pueden considerar como fuentes puntuales, a diferencia de la sismología donde se determina el epicentro como la fuente de la oscilación, entonces se puede ver al Sol desde la heliosismología como un tambor esférico cuya superficie oscila continuamente.

Las oscilaciones de la superficie solar se detectan como corrimientos de efecto Doppler en las líneas del espectro de los gases en la superficie del Sol y por observación directa del

diámetro aparente del Sol [39].

En general el problema de la heliosismología es un problema magnetohidrodinámico donde, a diferencia de la sección anterior, los aspectos más importantes son las propiedades mecánicas del sistema.

En la rama teórica de la heliosismología a las expresiones de MHD se le hacen perturbaciones en los parámetros mecánicos como la presión, y partiendo de un equilibrio estacionario se pueden encontrar ecuaciones para la dinámica de las perturbaciones. Además se hace uso de la simetría esférica y se asume equilibrio independiente del tiempo, es decir que el periodo de las oscilaciones es mucho menor que el tiempo de evolución estelar, con lo que las oscilaciones, en la presión por ejemplo, se pueden entender matemáticamente por medio de los armónicos-esféricos para la parte angular, que finalmente se refiere a la superficie. Para la parte radial se asigna una amplitud que también oscila.

Las oscilaciones que se han medido en el Sol tienen una frecuencia de unos cuantos de  $\mu\text{Hz}$  y con un número pequeño de nodos latitudinales, a este tipo de modo de oscilación se le llama modo acústico o modo-p [39] y con éstas se pueden inferir múltiples propiedades del Sol con gran precisión. Algunas de estas propiedades son la velocidad del sonido al interior del sol, la densidad como función del radio, la velocidad interior de rotación, la profundidad de la zona convectiva, la abundancia de Helio e inclusive el radio solar [17].

Estas observaciones e inferencias han modificado desde las explicaciones del mecanismo del dínamo para el campo magnético de la zona convectiva, hasta los modelos teóricos de los neutrinos. El éxito abrumador de la heliosismología nos indica que nuestro entendimiento del interior del sol es muy bueno y confiable.

## 2.2. Campo Magnético

Como ya se mencionó en la sección anterior para éste trabajo se contó con el campo magnético numérico suministrado por Dibyendu Nandy en comunicación personal con el profesor Marek Nowakowski este es obtenido para la explicación del ciclo solar usando el mecanismo del dínamo [38].

El ciclo de este campo es de aproximadamente 22 años que es el doble de tiempo del ciclo de las manchas solares, dado que que el campo magnético en la zona convectiva presenta una reflexión en la mitad del ciclo.

El campo tiene datos de un ciclo solar completo dividido en ocho etapas con campo magnético para dos latitudes, el ecuador solar y siete grados al norte del ecuador, que es la máxima desviación hacia el norte solar en la que se encontrará a la Tierra. El campo magnético esta dividido en las componentes correspondientes a las coordenadas esféricas  $B_r$ ,  $B_\theta$  y  $B_\phi$  como función del radio, para parte de la zona radiativa y la zona convectiva (de  $0,55R_\odot$  hasta la superficie).

Los cálculos se realizaron con los datos para siete grados al norte del ecuador, pues el campo es más intenso y presenta una mayor variación durante el ciclo solar.

En las figuras 2.6 y 2.7 se puede observar el campo como función del radio en la primera de las ocho etapas del ciclo solar. El campo magnético en las figuras tiene unidades de  $eV^2$ , para dar una idea de la magnitud de estos campos recordemos que  $10^5 G = 6925,55 eV^2$ .

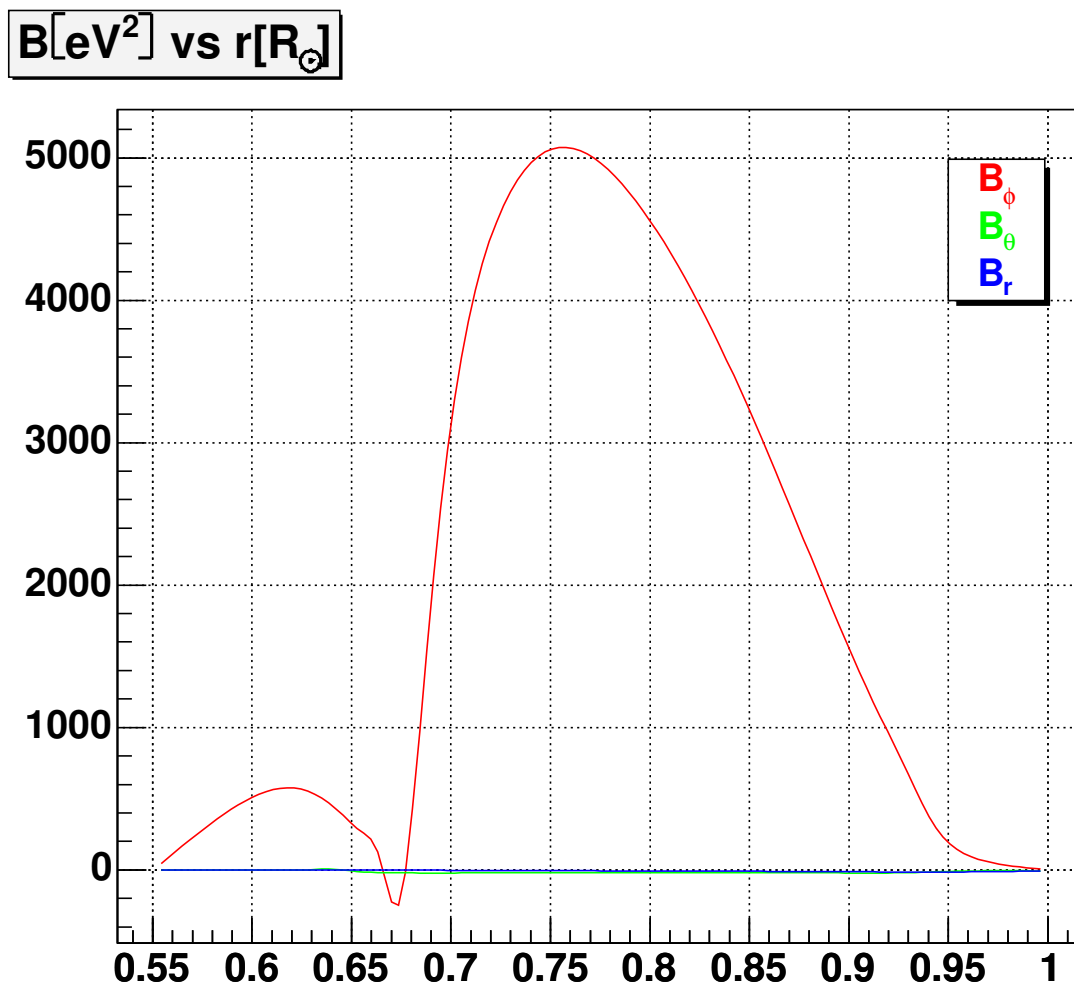


Figura 2.6: Campo magnético solar como función del radio en una etapa del ciclo solar, en la gráfica no se pueden apreciar las componentes  $B_\theta$  y  $B_r$  por la diferencia de magnitud con  $B_\phi$  [38].

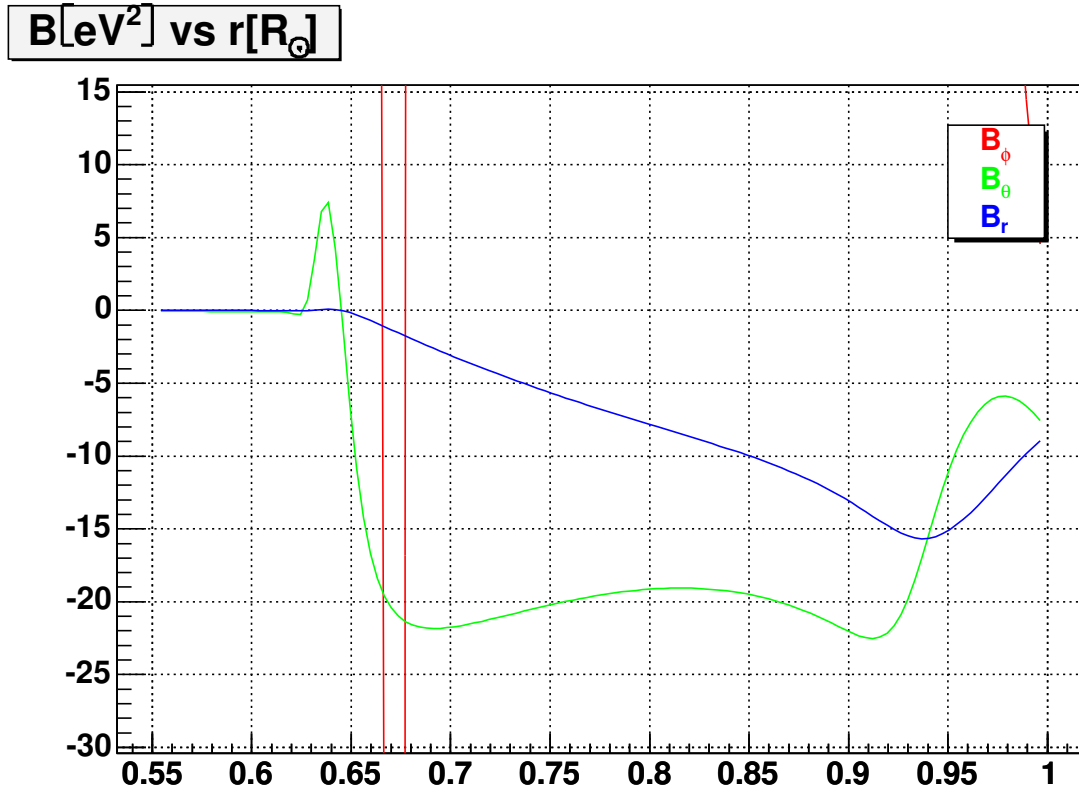


Figura 2.7: Campo magnético solar como función del radio en una etapa del ciclo solar, esta gráfica es un aumento de la anterior que permite visualizar  $B_\theta$  y  $B_r$  [38].

La evolución temporal del ciclo magnético se puede apreciar en la figura 2.8, la componente dominante es el campo  $B_\phi$  en todas las etapas del ciclo y para visualizar la variación de las demás componentes es necesario graficar el ciclo para cada componente por aparte figuras 2.9, 2.10 y 2.11.

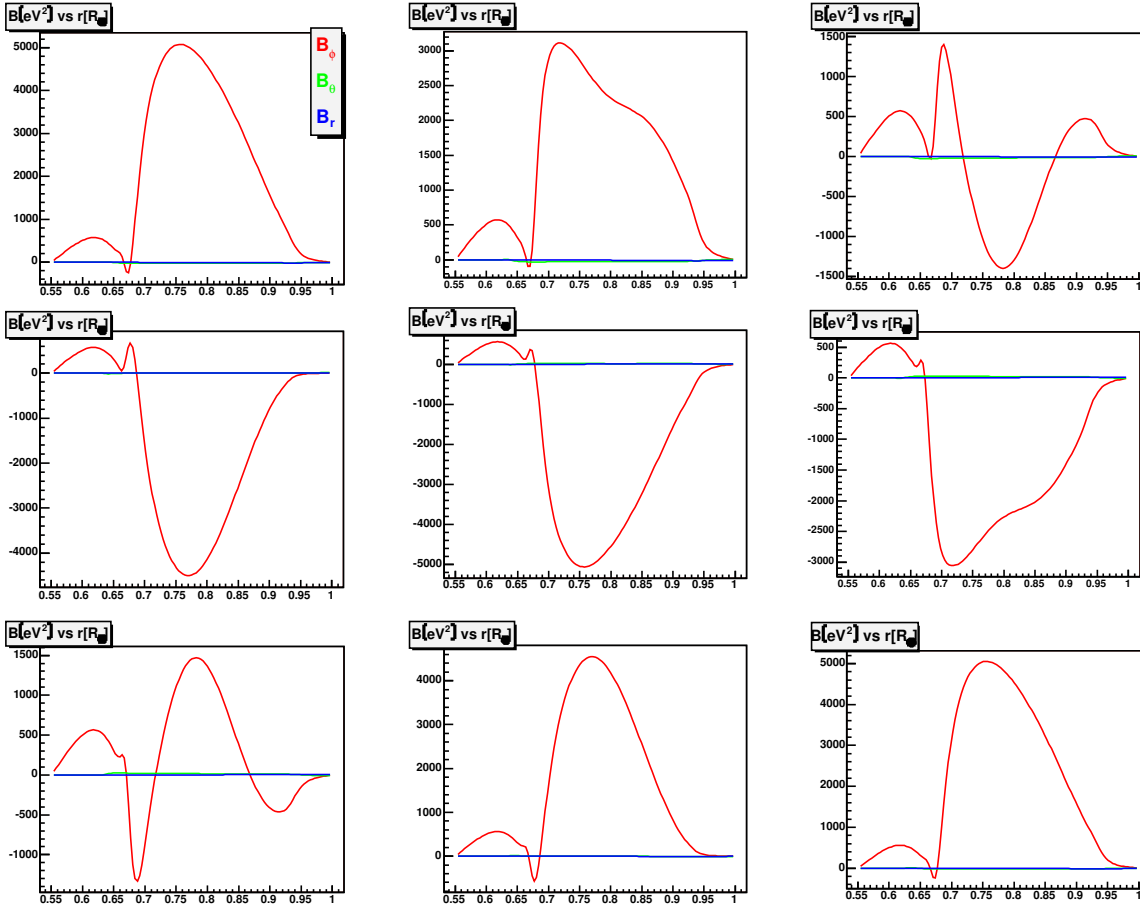


Figura 2.8: Campo magnético del ciclo solar como función del radio para nueve etapas del ciclo solar, la escala es diferente en cada etapa para permitir visualizar el ciclo. Nótese que la primera y la novena son iguales y la inversión del campo en la mitad del ciclo [38].

El campo magnético  $B_\phi$  es del orden de decenas de miles de Gauss mucho más intenso que las demás componentes.

Para cada componente del campo magnético solar  $B_\phi$ ,  $B_\theta$  y  $B_r$  se cumple que el campo de la zona convectiva se invierte en la mitad del ciclo mientras que la parte que corresponde a la zona radiativa permanece constante y es menor hasta en un orden de magnitud.

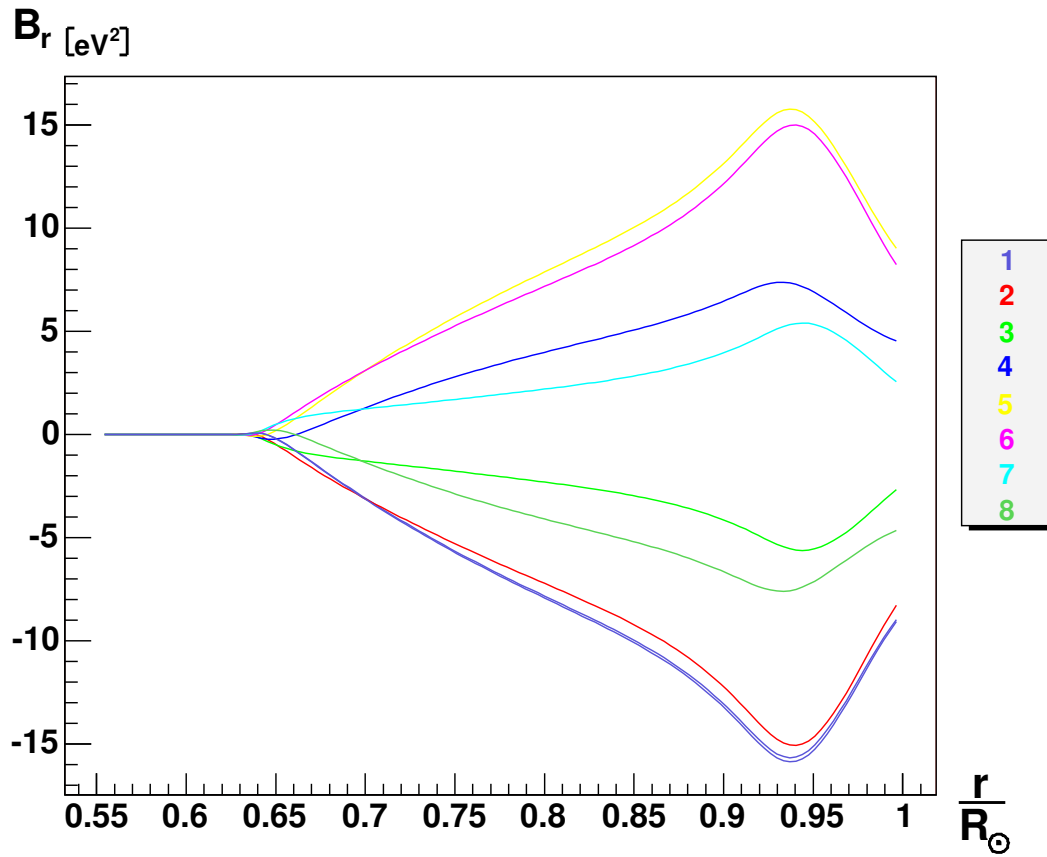


Figura 2.9: Campo magnético en la dirección de  $r$  del ciclo solar como función del radio para las ocho etapas del ciclo solar [38].

Las componentes  $B_\theta$  y  $B_r$  son de decenas de Gauss, son pequeñas comparadas con  $B_\phi$ .

La componente  $B_\phi$  es dos ordenes de magnitud mayor que las demas componentes, por lo que el comportamiento de la magnitud del campo magnético será practicamente igual al comportamiento de  $B_\phi$  ver figura 2.8.

En las figuras 2.9, 2.10 y 2.11 se han correlacionado las etapas del ciclo por medio de los colores, esta convección de colores se mantendrá para los cálculos de la probabilidad de supervivencia. En las tres componentes se observa la inversión del campo magnético en



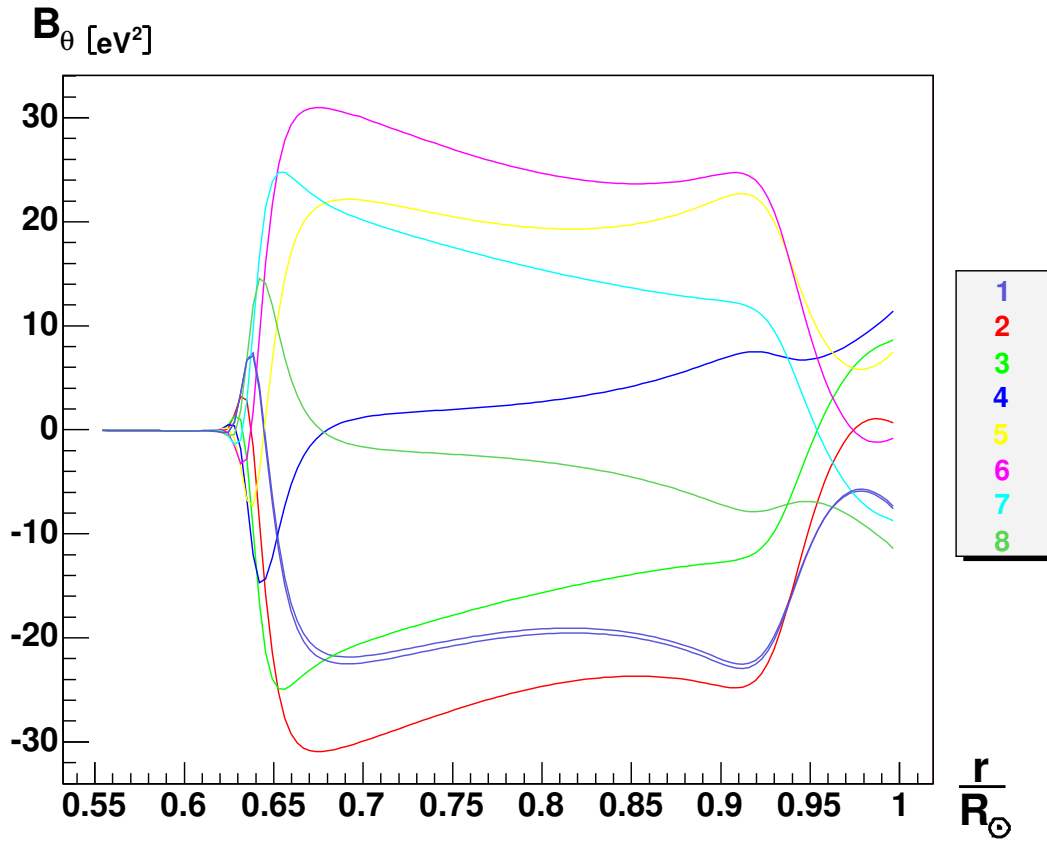


Figura 2.10: Campo magnético en la dirección de  $\theta$  del ciclo solar como función del radio para las ocho etapas del ciclo solar [38].

la mitad del ciclo panel cinco.

Finalmente, utilizaremos el campo magnético solar en la zona convectiva para calcular el efecto de este sobre la oscilación de neutrinos para lo cual la componente perpendicular  $B_\perp$  se calcula como:

$$B_\perp = \sqrt{B_\phi^2 + B_\theta^2} \quad (2.2)$$

este será siempre de signo positivo a diferencia de las componentes que cambian de signo en la mitad del ciclo, por lo que el ciclo magnético para el campo perpendicular se dividirá en dos quedando correlacionadas una a una las etapas 1 a 4 con las etapas 5 a 8.

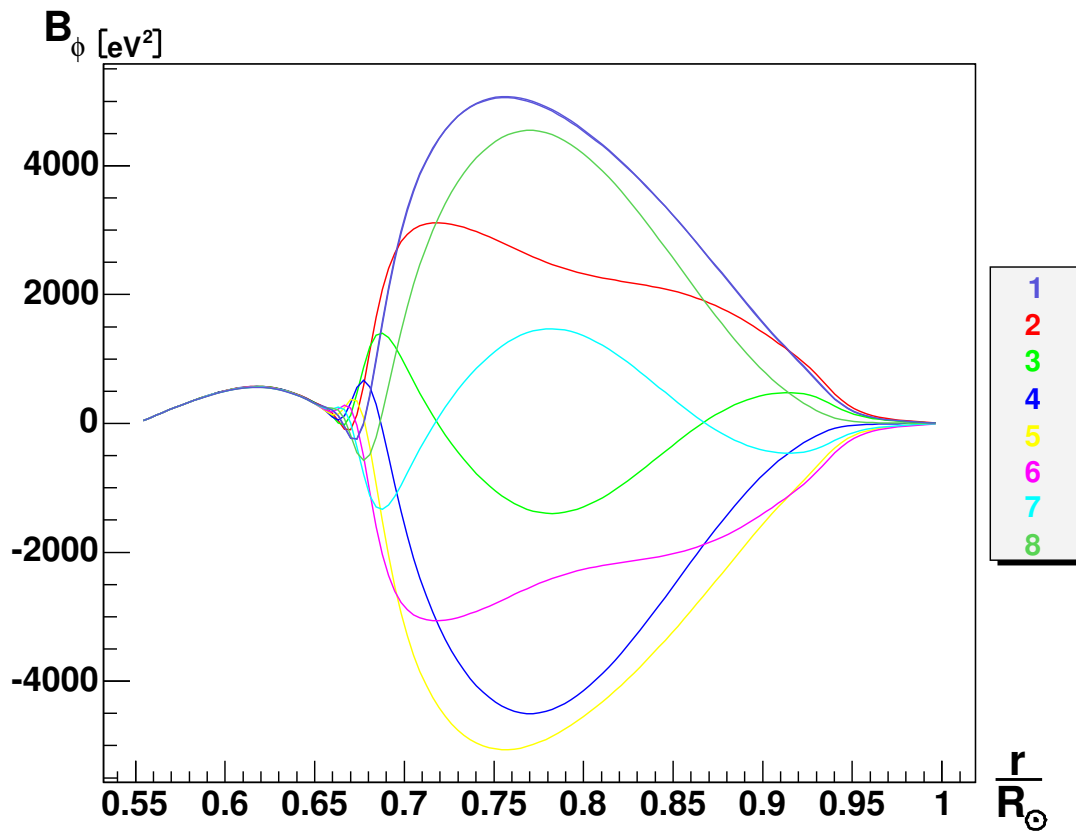


Figura 2.11: Campo magnético en la dirección de  $\phi$  del ciclo solar como función del radio para las ocho etapas del ciclo solar [38].

El campo perpendicular se calcula directamente de los datos haciendo interpolación lineal y se reemplaza en la ecuación 1.37. Haciendo esto para cada etapa del ciclo solar se obtendrá el efecto del campo magnético en la oscilación y su evolución durante el ciclo solar.



# Capítulo 3

## CÁLCULOS

A continuación se presentan los cálculos realizados para investigar el efecto del campo magnético solar en la oscilación de neutrinos. Se utilizan las parametrizaciones de ángulo de mezcla y diferencia de masas expuestas en el primer capítulo y el campo magnético del segundo.

Para la ecuación de evolución de los neutrinos 1.28 se implementó una integración numérica usando el método de Runge-Kutta de quinto orden en dos etapas diferentes.

Inicialmente se exploraron los efectos de la corona solar sobre la oscilación de neutrinos, para lo cual se dedujo la ecuación diferencial de tercer orden para la probabilidad de supervivencia de los neutrinos electrónicos [14]. En esta ecuación uno de los parámetros de entrada es la densidad de electrones, reemplazando la densidad de electrones de la corona solar, se calcula el efecto de la corona en la oscilación, los resultados encontrados en esta etapa muestran que los electrones presentes en la corona solar tienen un efecto despreciable sobre la oscilación de neutrinos.

En la segunda etapa se tuvo en cuenta las interacciones magnéticas y se resolvió el problema matricial para la amplitud de probabilidad de supervivencia del neutrino ( $\langle x | \nu_e \rangle$ ), donde  $x$  es la distancia del Sol a la Tierra, y teniendo en cuenta que los estados de los

neutrinos tienen parte real y compleja, que se suman en cuadratura, se calcula la probabilidad de supervivencia de los neutrinos solares que atraviesan el sol interactuando con el campo magnético fluctuante de la zona convectiva. El campo magnético usado es el que se expuso en la sección 2.2.

### 3.1. Efectos de la corona solar

Como se vió en el capítulo uno, para una determinada densidad de electrones en la materia, se puede calcular el efecto de esta sobre la oscilación de neutrinos. Para hacer el cálculo se usa la ecuación sugerida por Kuo y Pantaleone [14] la cual se deduce a continuación y en ella se reemplaza la densidad de electrones de la corona solar.

#### 3.1.1. Ecuación diferencial de tercer orden

Usando la ecuación 1.32

$$-i \frac{d}{dt} \langle x | \nu_{(s)} \rangle = \frac{1}{4E} \mathbf{M}^2 \langle x | \nu_{(s)} \rangle, \quad \text{donde} \quad (3.1)$$

$$\langle x | \nu_{(s)} \rangle = \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}^2 = \left[ \mathbf{U} \begin{bmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{bmatrix} \mathbf{U}^\dagger + \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right], \quad y$$

$$A = 2\sqrt{2}G_F N_e E$$

Al igual que en el vacío la matriz de transformación  $\mathbf{U}$  se puede parametrizar por medio de un ángulo  $\theta$  de tal forma que se puede escribir  $\mathbf{M}^2$ :

$$\mathbf{M}^2 = \left[ (\Sigma + A)\mathbf{1} + \begin{bmatrix} A - \Delta C_{2\theta} & \Delta S_{2\theta} \\ \Delta S_{2\theta} & \Delta C_{2\theta} - A \end{bmatrix} \right], \quad \text{donde}$$

$$\Sigma = m_2^2 + m_1^2 \quad ; \quad \Delta = m_2^2 - m_1^2 \quad ; \quad S_{2\theta} = \text{sen}(2\theta) \text{ y } C_{2\theta} = \text{cos}(2\theta) \quad (3.2)$$

de nuevo en esta ecuación se toman los términos proporcionales a la matriz unidad como una fase global, (apéndice A) entonces matriz  $\mathbf{M}^2$  se reescribe:

$$\mathbf{M}^2 = \frac{1}{4E} \begin{bmatrix} 2(A - \Delta C_{2\theta}) & \Delta S_{2\theta} \\ \Delta S_{2\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Donde, además de los términos proporcionales a la matriz unidad, también se ha tomado  $\Delta C_{2\theta} - A$  como fase global. Utilizando esta última forma para la matriz de mezcla  $\mathbf{M}^2$  en la ecuación 3.1 se obtiene para la proyección de los estados de sabor en la base de la posición ( $\langle x|\nu_i\rangle = \nu_i$ ):

$$i\dot{\nu}_e = \left\{ \frac{2(A - \Delta C_{2\theta})}{4E} \right\} \nu_e + \left\{ \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} \right\} \nu_\mu \quad (3.4)$$

$$i\dot{\nu}_\mu = \left\{ \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} \right\} \nu_e \quad (3.5)$$

Aquí implícitamente se ha hecho uso del límite relativista  $t \approx x$ . Estas últimas ecuaciones se pueden escribir en terminos de los elementos de la matriz 3.3 como:

$$\dot{\nu}_e = -i(M_{11}\nu_e + M_{12}\nu_\mu) \quad (3.6)$$

$$\dot{\nu}_\mu = -iM_{12}\nu_e \quad (3.7)$$

La probabilidad de supervivencia de un neutrino electrónico vendrá dada por:

$$P_{\nu_e} = \nu_e^* \nu_e \quad (3.8)$$

Tomando derivadas y haciendo uso de las ecuaciones 3.6 y 3.7 se obtiene:

$$\dot{P}_{\nu_e} = iM_{12}(\nu_\mu^* \nu_e - \nu_\mu \nu_e^*) \quad (3.9)$$

De la misma forma la segunda derivada de la probabilidad esta dada por:

$$\ddot{P}_{\nu_e} = iM_{12}(\dot{\nu}_\mu^* \nu_e + \nu_\mu^* \dot{\nu}_e - \dot{\nu}_\mu \nu_e^* - \nu_\mu \dot{\nu}_e^*) \quad (3.10)$$

Usando el hecho que estamos teniendo en cuenta solo dos sabores, es decir  $P_{\nu_e} + P_{\nu_\mu} = 1$  se tendrá:

$$\ddot{P}_{\nu_e} = M_{12} [2M_{12} - 4M_{12}P_{\nu_e} + M_{11}(\nu_\mu^* \nu_e + \nu_e^* \nu_\mu)] \quad (3.11)$$

Finalmente la tercera derivada

$$\ddot{\ddot{P}}_{\nu_e} = M_{12} \left[ -4M_{12}\dot{P}_{\nu_e} + \dot{M}_{11}(\nu_\mu^* \nu_e + \nu_e^* \nu_\mu) + M_{11} \frac{d}{dx}(\nu_\mu^* \nu_e + \nu_e^* \nu_\mu) \right] \quad (3.12)$$

usando la ecuacion 3.9 se puede demostrar que:

$$\frac{d}{dx}(\nu_\mu^* \nu_e + \nu_e^* \nu_\mu) = -\frac{M_{11}}{M_{12}} \dot{P}_{\nu_e} \quad (3.13)$$

y usando la ecuación 3.11 se obtiene

$$(\nu_\mu^* \nu_e + \nu_e^* \nu_\mu) = \frac{1}{M_{11}M_{12}} \ddot{P}_{\nu_e} + 4\frac{M_{12}}{M_{11}} P_{\nu_e} - 2\frac{M_{12}}{M_{11}} \quad (3.14)$$

Reemplazando estos dos últimos resultados en 3.15

$$\ddot{\ddot{P}}_{\nu_e} = -4M_{12}^2 \dot{P}_{\nu_e} + \dot{M}_{11} \frac{\ddot{P}_{\nu_e}}{M_{11}} + 4M_{12}^2 \frac{\dot{M}_{11}}{M_{11}} P_{\nu_e} - 2M_{12}^2 \frac{\dot{M}_{11}}{M_{11}} - M_{11}^2 \dot{P}_{\nu_e} \quad (3.15)$$

Esta es la ecuación que en el artículo de Kuo y Pantaleone [14] se propone para resolver numéricamente, solo se diferencian por un signo menos en el primer término proporcional

a  $\dot{P}$  que hemos identificado como un error en este artículo. Esta ecuación se puede resolver numéricamente reduciendo el problema a un sistema de ecuaciones de primer orden e integrándolas por el método de Runge-Kutta [40]

### 3.1.2. Resultados

En esta parte del trabajo reemplazando la densidad de electrones en la corona solar que se encuentra en la literatura [41, 42] en el elemento matricial  $M_{11}$ , se pudo comprobar que no hay ningún efecto en la oscilación de neutrinos, pues la densidad en todo punto de la corona no es suficiente para que se produzca el efecto MSW.

Se evaluó el efecto de la densidad de electrones en la corona para las diferentes energías de los neutrinos producidos en el sol y para cada combinación de ángulo de mezcla y diferencia de masas anteriormente mencionadas (sección 1.3.2) con los mismos resultados.

La probabilidad de supervivencia para una energía dada fue la misma que para el vacío para las diferentes combinaciones de ángulo de mezcla y diferencia de masas, tomadas de los mejores ajustes, encontrados en la literatura [10].

## 3.2. Efectos del campo magnético en la zona convectiva

En ésta zona las corrientes de plasma generan campos magnéticos variables y de gran magnitud que se acoplan al momento magnético de los neutrinos propiciando el salto de sabor  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  entonces ampliando el problema anterior a uno en el cual se toman los vectores de estado con cuatro entradas i.e.  $\langle x | \nu_s \rangle = \nu_{(s)} = (\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu)$  se puede estudiar



la propagación de la amplitud de probabilidad de supervivencia del neutrino electrónico, usando de nuevo el método de Runge-Kutta y de allí obtener la oscilación de neutrinos en terminos de la probabilidad de supervivencia ( $P_{ee}$ ).

### 3.2.1. Ecuación matricial

Como se vió en el primer capítulo debido a que el momento magnético de los neutrinos interactúa con el campo magnético se toma la ecuación de evolución 1.37 [25]:

$$-i\frac{d}{dt}\nu_{(s)} = \mathbf{M}^2\nu_{(s)}, \quad \text{donde ahora} \quad (3.16)$$

$$\nu_{(s)} = \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \bar{\nu}_e \\ \bar{\nu}_\mu \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}^2 = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} + A_e & \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} & 0 & \mu B_\perp \\ \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} & \frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} - A_\mu & -\mu B_\perp & 0 \\ 0 & -\mu B_\perp & -\frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} - A_e & \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} \\ \mu B_\perp & 0 & \frac{\Delta S_{2\theta}}{4E} & -\frac{\Delta C_{2\theta}}{4E} + A_\mu \end{bmatrix}$$

donde  $A_e = \sqrt{2}G_F \left( n_e(x) - \frac{n_n(x)}{2} \right)$ ,  $A_\mu = \sqrt{2}G_F \frac{n_n(x)}{2}$  y  $B_\perp$  es la magnitud del campo

magnético en la dirección perpendicular al desplazamiento. En esta ecuación se reemplaza las densidad de electrones y neutrones, y el campo magnético.

Para las densidades de electrones y neutrones se tomaron funciones que se ajustaron a los datos que se encuentran en la página web de J. Bahcall [17], del SSM mencionado en el capítulo 1.

Para las funciones se usaron ajustes hechos por Andres Balaguera para su trabajo pregrado [43], que se correlacionan mejor a los datos que la aproximación exponencial

acostumbrada 2.1. El ajuste consta esencialmente de un decaimiento exponencial multiplicado por un polinomio de cuarto orden en potencias pares.

Para el campo magnético se tomó la dirección sol-tierra como al dirección radial del campo  $B_r$  y se calcula  $B_{\perp}$  como  $\sqrt{B_{\phi}^2 + B_{\theta}^2}$ . Para las componentes  $B_{\phi}$  y  $B_{\theta}$  se hizo interpolación lineal a los datos de D. Nandy que se graficaron en el capítulo 2 para cada parte del ciclo.

Para solucionar la ecuación arriba mostrada se debe tener en cuenta el caracter complejo de la función de onda de los neutrinos por lo que se convierte en un sistema de ocho ecuaciones diferenciales de primer orden acopladas para las que se implementa una integración numérica (Runge-Kutta de quinto orden) y se halla la probabilidad de supervivencia sumando en cuadratura las componentes que corresponden al neutrino electrónico.

Tambien se evaluó el caso sin campo magnético y se comparo con la literatura y con los resultados obtenidos cuando se considera la interacción magnética.

### 3.2.2. Resultados

En general para los cálculos de la oscilación de neutrinos se usaron cinco diferentes parametrizaciones que caen en los valores expuestos en el capitulo 1 (ver cuadro 3.1).

Para el momento magnético se uso el valor de  $10^{-11}$  veces el magnetón de Bohr ( $\mu_B$ ) y para el campo magnético se uso el expuesto en el capítulo 2.

Los resultados se pueden separar en tres partes, una para la cual el campo magnético

Solución	$\Delta [eV^2]$	$\theta[grados]$
LMA	$5,6 \times 10^{-5}$	34,4
SMA	$5,2 \times 10^{-6}$	0,42
LOW	$7,6 \times 10^{-8}$	40,3
RSFP	$7,9 \times 10^{-9}$	0,41
NRSFP	$4,0 \times 10^{-9}$	89

Cuadro 3.1:

no afecta la oscilación y por lo tanto no hay variación en el ciclo solar, es el caso de los neutrinos tipo LMA y SMA. Por otro lado los neutrinos tipo RSFP y NRSFP para los cuales el efecto del campo magnético se ve cambiar a través del ciclo pero incluyendo valores de probabilidades muy altos y finalmente para neutrinos LOW cuya variación debida al campo magnético permite hacer un mejor análisis.

### 3.2.3. LMA y SMA

Los resultados obtenidos para estos parámetros se pueden ver en las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 donde se grafican los resultados para cada una de las ocho etapas del ciclo solar (números de 1 a 8) y el caso sin campo magnético (el número 9).

Las figuras 3.1 y 3.3 presentan las ocho etapas y el caso sin campo magnético graficados todos sobre los mismos ejes, se puede observar que todos se sobrelapan mostrando que no hay variación en la probabilidad de supervivencia debida al campo magnético. Los colores usados son los mismos que se utilizaron para las correspondientes etapas del campo magnético por componentes figuras 2.9, 2.10 y 2.11.

En el caso de la figura 3.2 se grafican las ocho etapas por separado y el último panel muestra los resultados sin campo magnético .

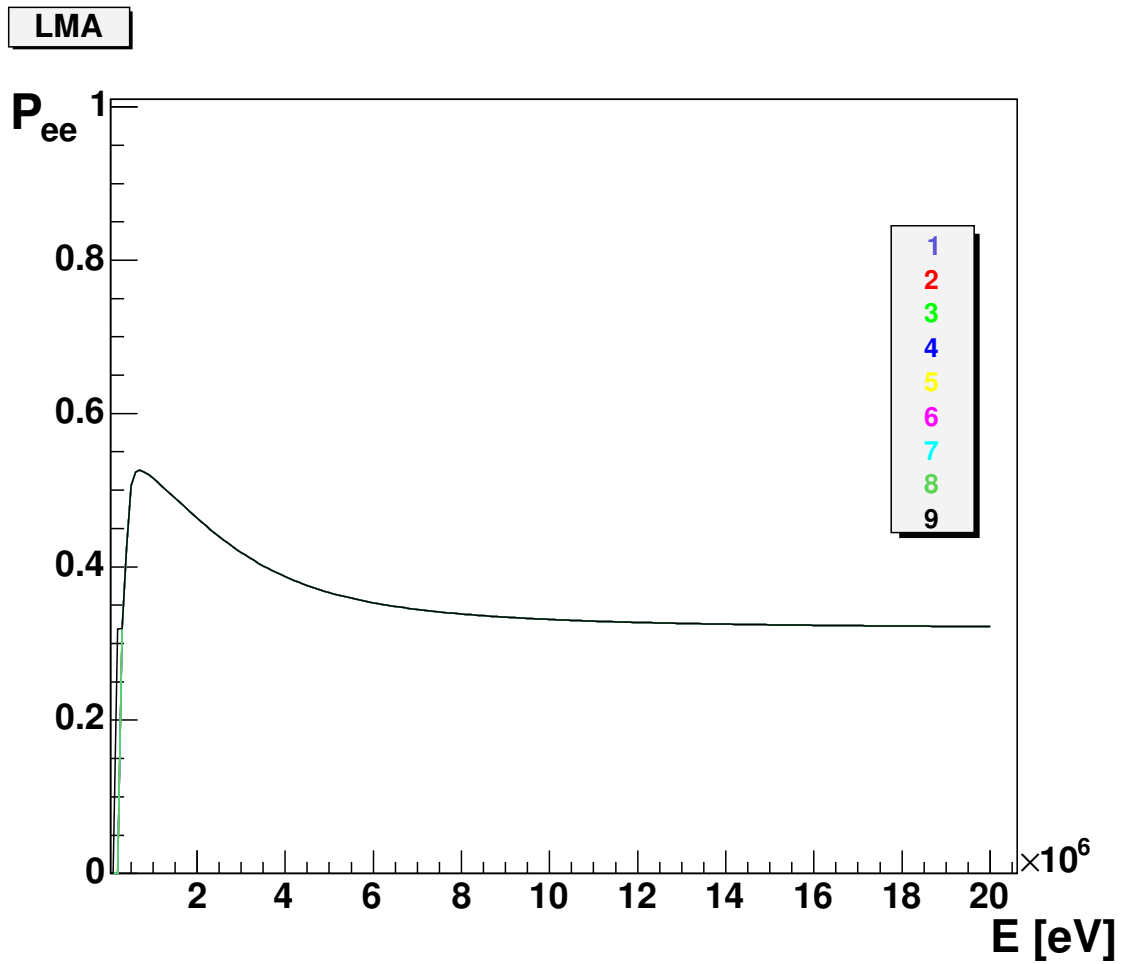


Figura 3.1: LMA, la probabilidad de supervivencia para las ocho etapas del ciclo del campo magnético solar y el caso sin campo (curvas de 1 a 8) se sobrelapa con el vacío (curva 9).

Los neutrinos LMA, en la literatura han sido los que mejor se ajustan al déficit [26], pero se puede ver que no habría ninguna variación del flujo de neutrinos durante el ciclo solar si se les asigna estos parámetros.

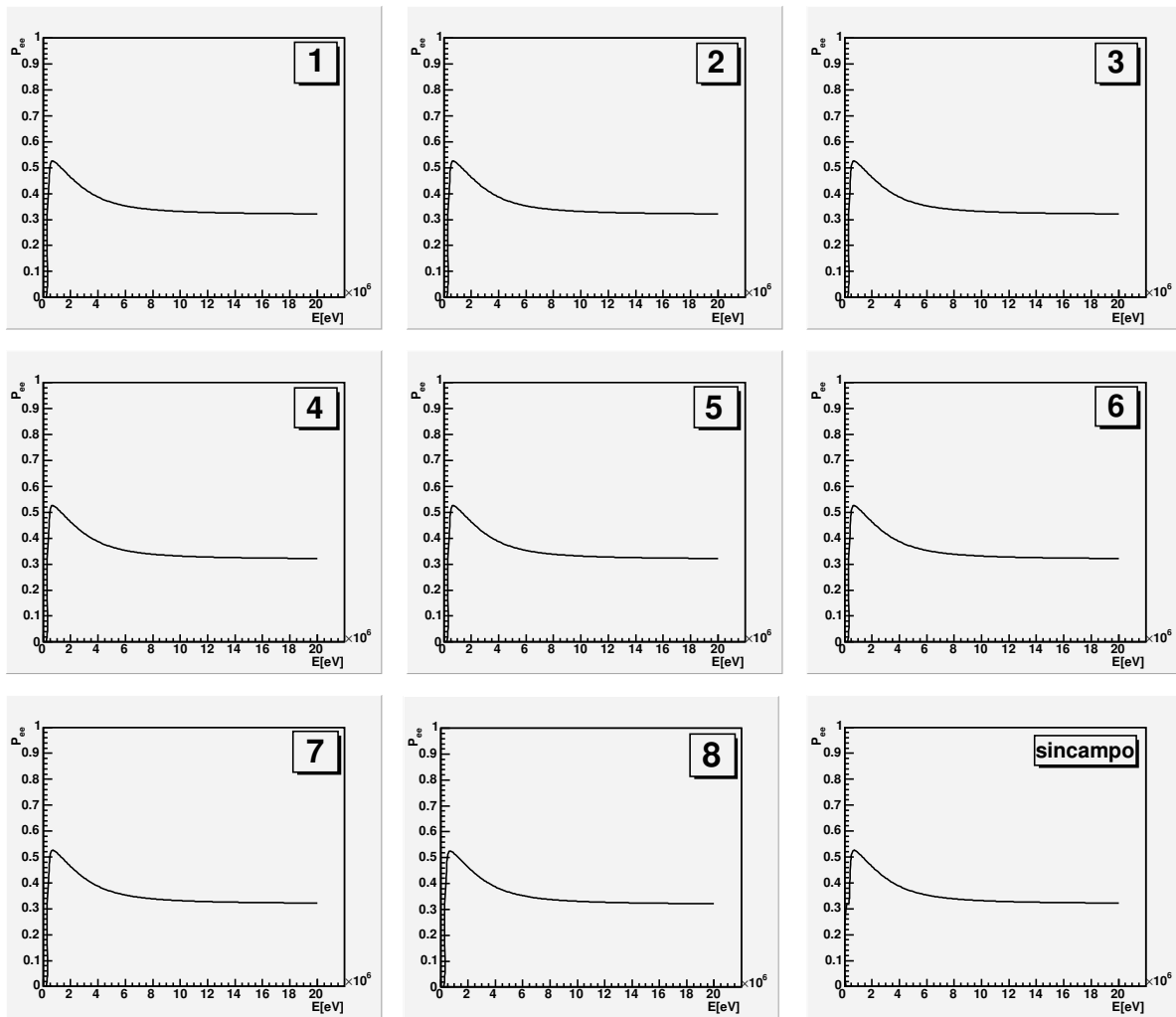


Figura 3.2: LMA, En esta figura se puede apreciar cada etapa por separado y se observa no hay cambio en la probabilidad de supervivencia durante el ciclo y ni tampoco debida al campo magnético.

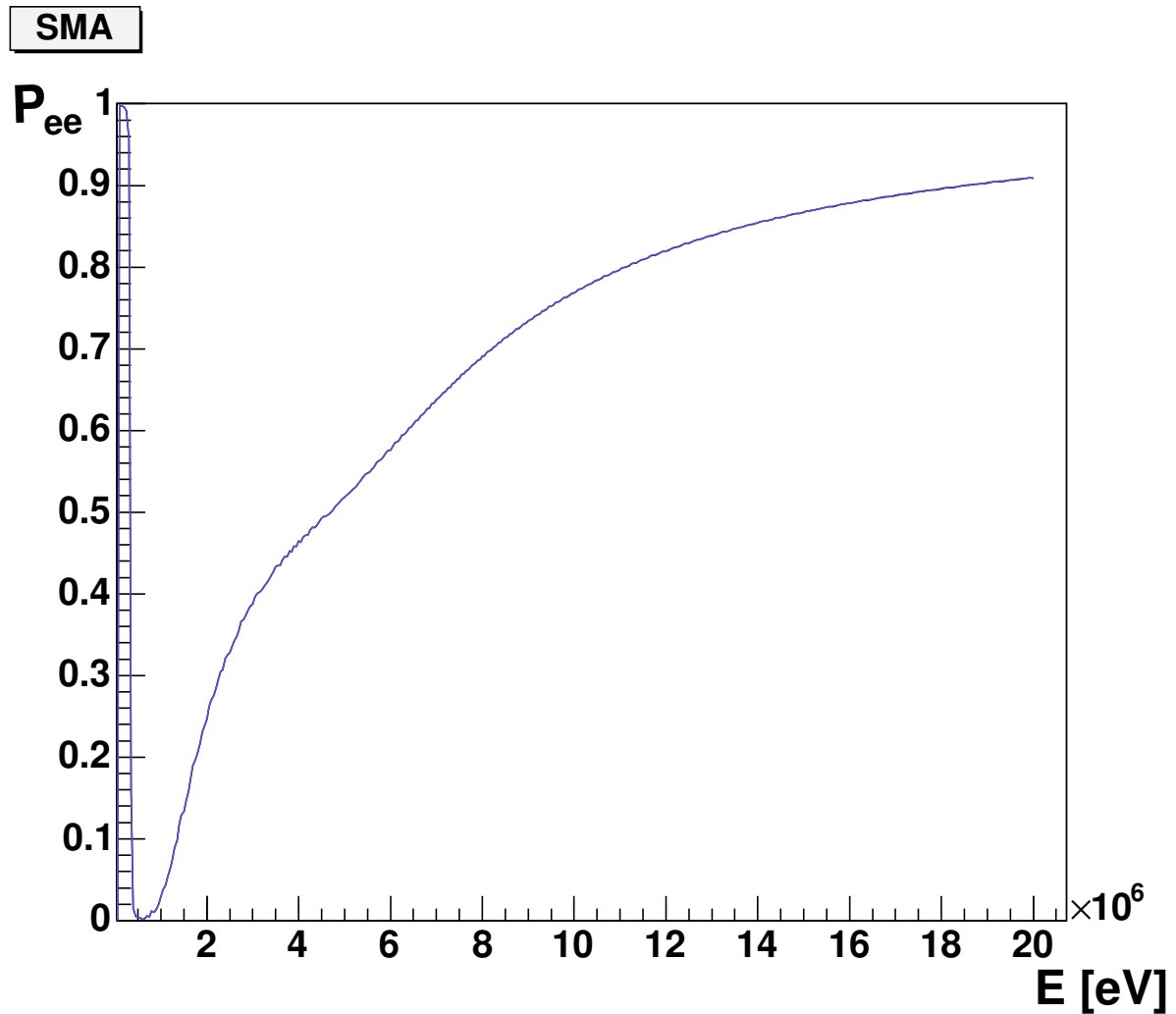


Figura 3.3: SMA, al igual que para LMA la probabilidad de supervivencia para las ocho etapas del ciclo del campo magnético solar y el caso sin campo, cada etapa se sobrelapa con el vacío.

A diferencia de los neutrinos con parámetros LMA para los parámetros SMA la oscilación no se ajustan muy bien en la explicación del déficit. Como se puede ver tampoco hay variación en la probabilidad de supervivencia, por lo que no se presenta cada etapa por separado.

### 3.2.4. NRSFP y RSFP

Para las parametrizaciones NRSFP y RSFP la probabilidad debe cambiar con la magnitud del campo [32], de forma que para un máximo del campo de 80 *KG* podrían explicar el déficit de neutrinos solares.

Estas parametrizaciones para los neutrinos por ser las soluciones que se ajustan al déficit incluyendo los efectos del acoplamiento magnético presentan una probabilidad de supervivencia igual a uno en ausencia de campo magnético (curva 9 en figuras 3.4 y 3.5 y último panel de las figuras 3.5 y 3.7).

La dependencia de la probabilidad con el máximo del campo se puede apreciar en las figuras 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7. Donde además se observa que debido a la inversión del campo magnético en la mitad del ciclo, la probabilidad tiene un ciclo con la mitad del periodo del ciclo magnético (parejas de curvas 1-5, 2-6, 3-7 y 4-8).

El hecho que el campo magnético cuando se invierte debe pasar por el cero de magnitud hace que la probabilidad en algún momento del ciclo sea uno.

Para los parámetros NRSFP se presenta una variación en la probabilidad que cambia con el ciclo solar sin embargo la probabilidad encontrada es muy alta para pensar que puedan explicar el déficit, de otro lado si se aumenta el momento magnético, que es equivalente a aumentar el campo magnético, se observa el mismo comportamiento pero la variación es más pronunciada durante el ciclo de forma que podrían explicar el déficit solo en algunas partes del ciclo. Los resultados se pueden observar en las figuras 3.4 y 3.5.

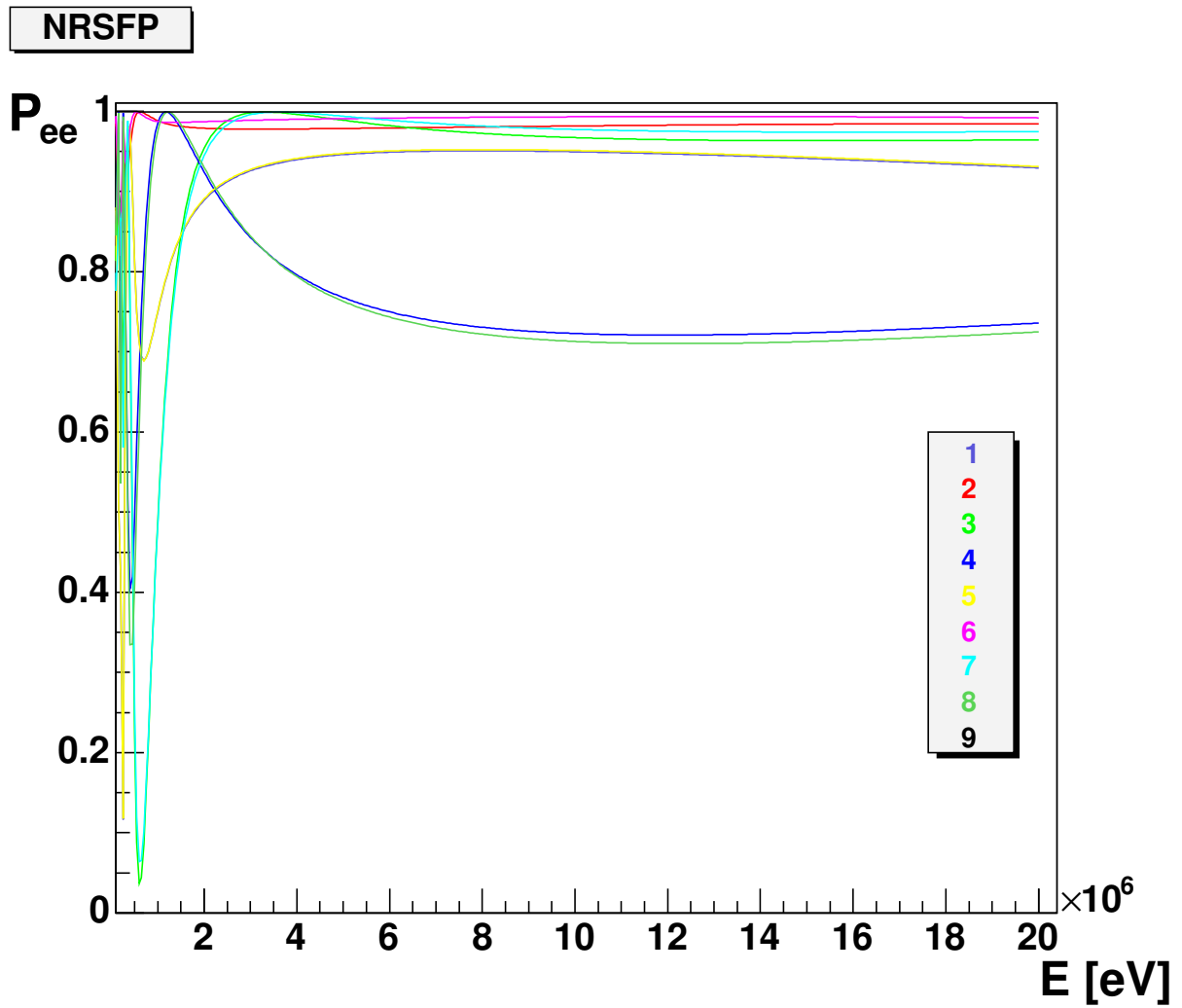


Figura 3.4: NRSFP: probabilidades de cada una de las ocho etapas del ciclo solar. El nueve corresponde a  $\mu = 0$  es decir sin el campo magnético, se pueden observar que hay parejas de curvas. Los colores se corresponden con los usados para el campo magnético.



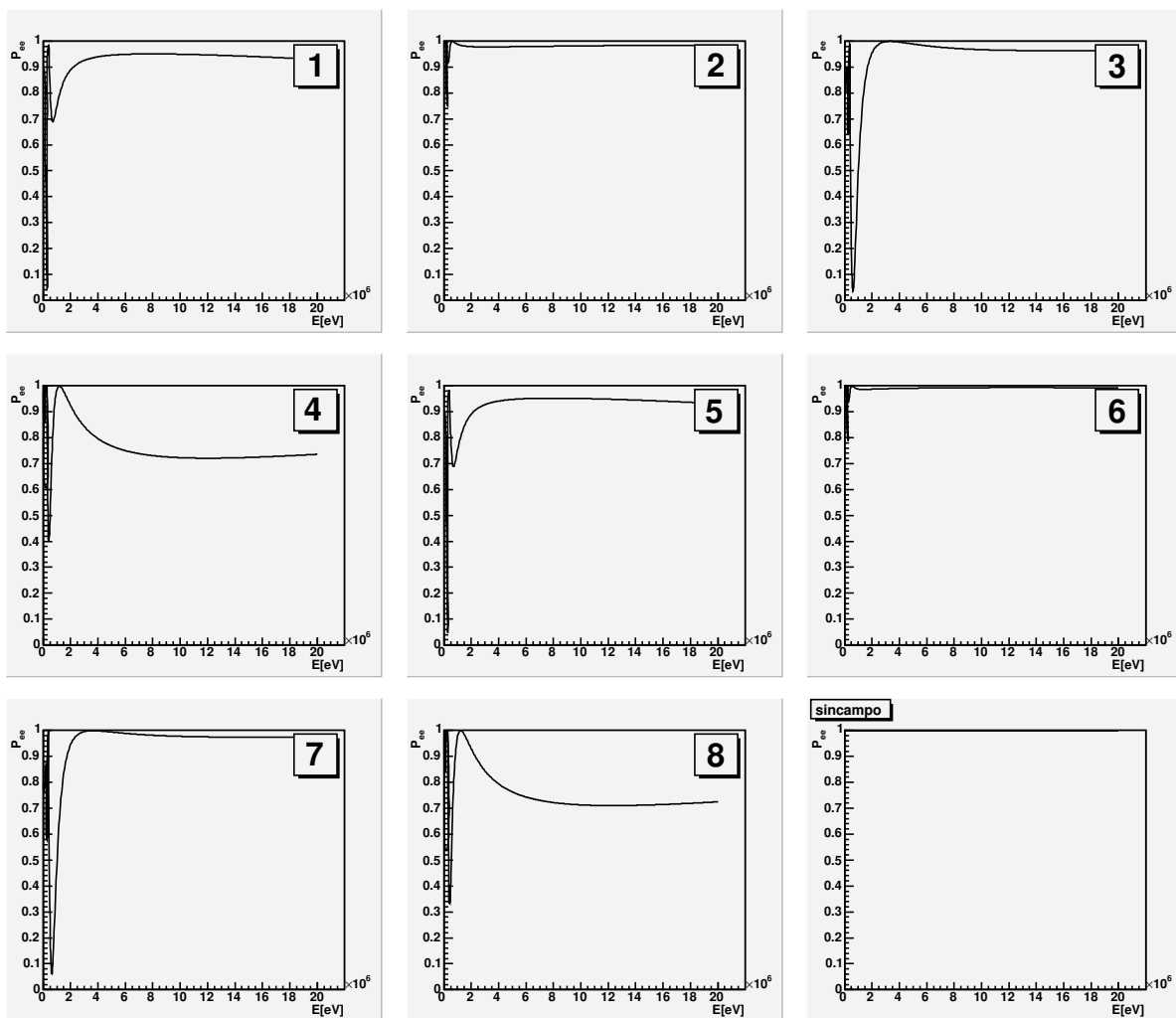


Figura 3.5: NRSFP: en esta figura se puede observar la progresión temporal durante el ciclo y la última gráfica corresponde al caso sin campo magnético.

Los parámetros RSFP arrojan variaciones más abruptas a lo largo del ciclo solar pero de nuevo su comportamiento es muy sensible al valor del momento magnético y por lo tanto del campo así hay partes del ciclo donde la probabilidad es casi 1 para todas las energías. Ver figuras 3.6 y 3.7.

En conclusión las parametrizaciones encontradas en el artículo de J. Barranco *et. al.* [32] no pueden explicar el déficit de neutrinos solares a lo largo del ciclo solar, solamente en algunas partes de este.

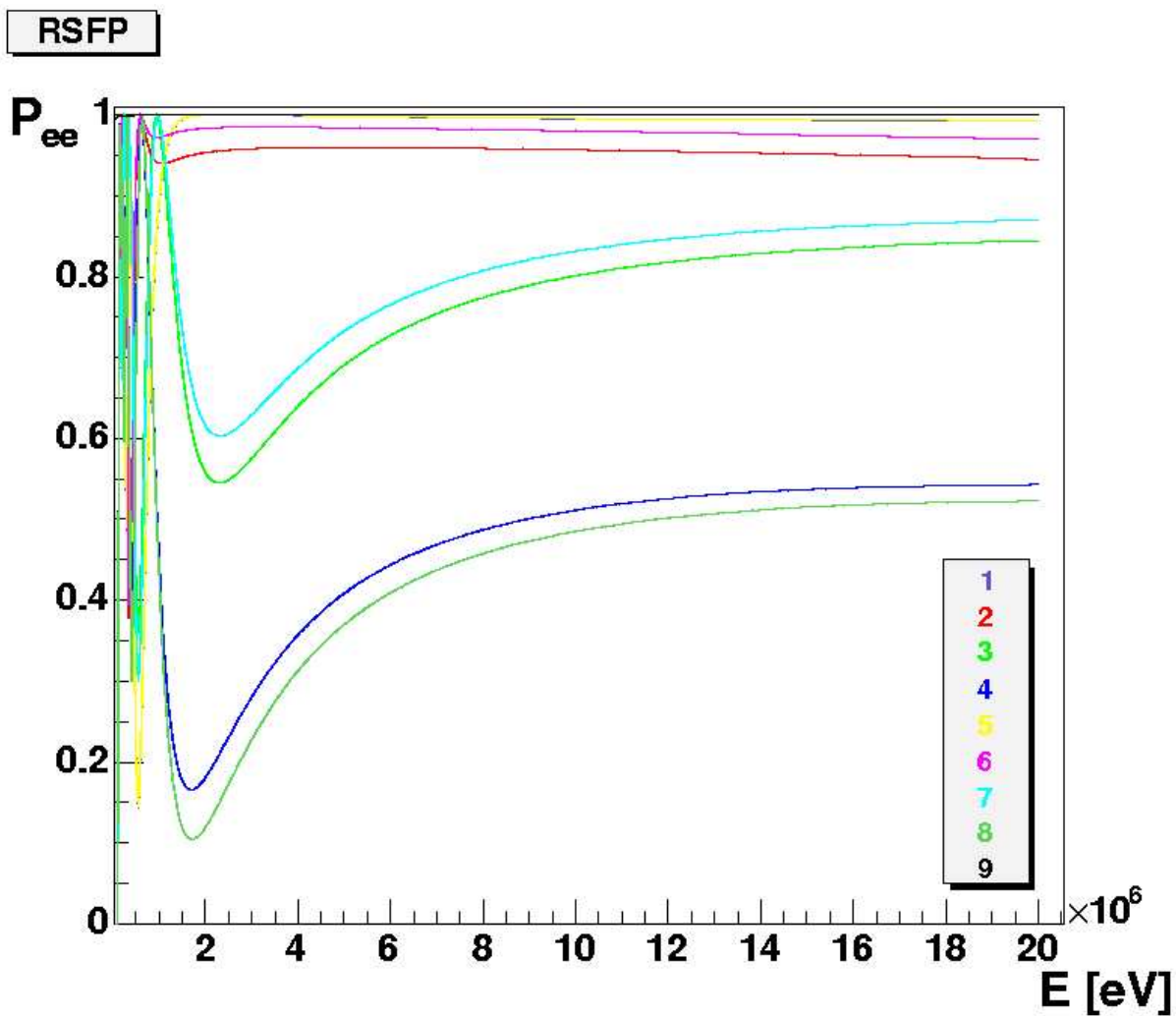


Figura 3.6: RSFP: se pueden observar las probabilidades de cada una de las ocho etapas del ciclo solar. El nueve corresponde a  $\mu = 0$  es decir sin el campo magnético, se pueden observar que hay parejas de curvas. Los colores se corresponden con los usados para el campo magnético.

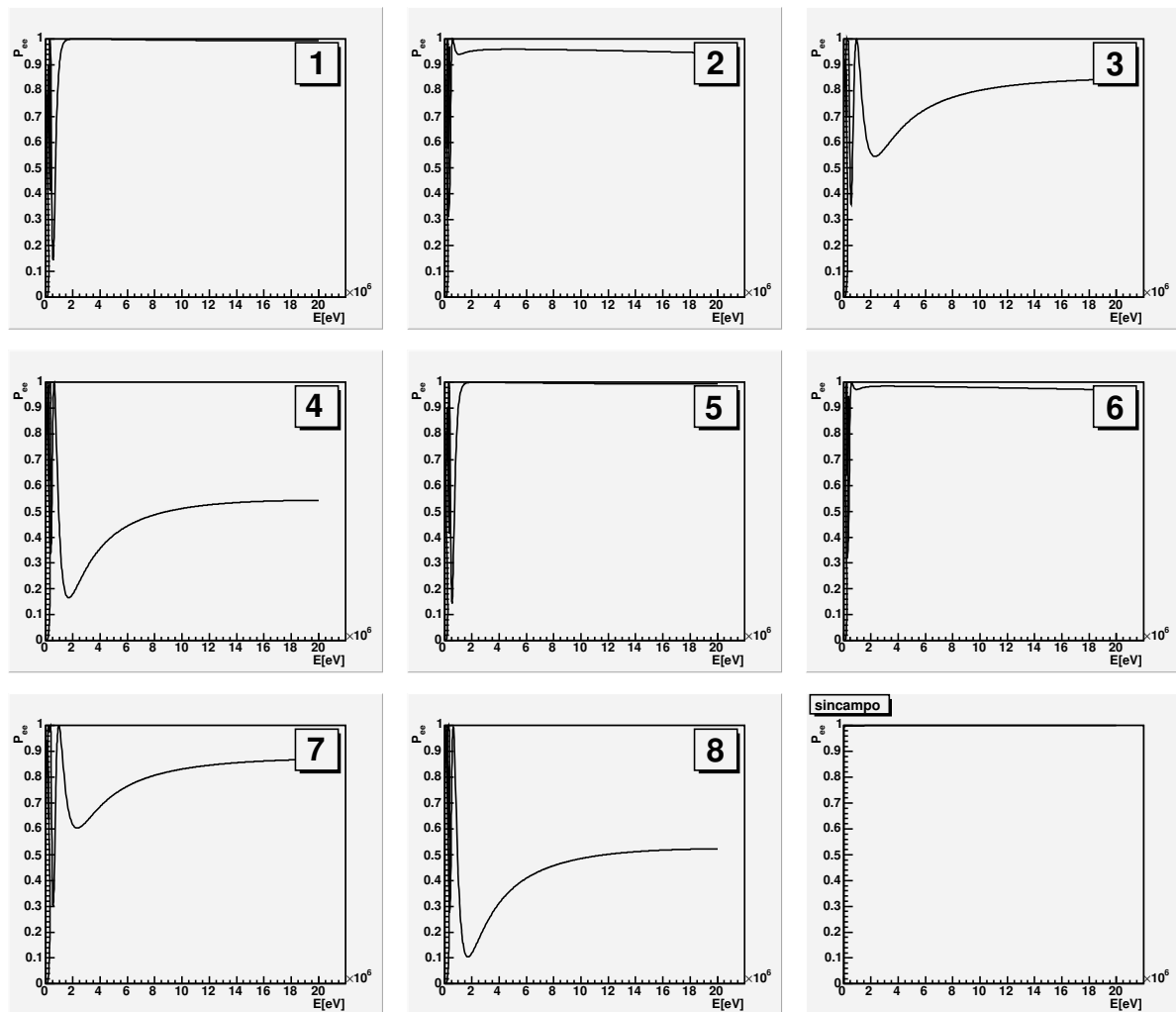


Figura 3.7: RSFP: en esta figura se puede observar la progresión temporal durante el ciclo y la última gráfica corresponde al caso sin campo magnético.

### 3.2.5. LOW

El comportamiento de la probabilidad para los parámetros LOW se puede observar en las figuras 3.8 y 3.9. Aquí se muestra que la probabilidad cambia en el transcurso del ciclo y que para todas las partes del ciclo está por debajo de 0.5.

El caso sin campo magnético (curva 9 fig. 3.8 y último panel fig. 3.9) se ajusta al que se encuentra en la literatura [16, 17]. Con campo magnético la probabilidad se encuentra siempre por debajo del caso sin campo magnético y varía durante el ciclo solar.

La variación de la probabilidad durante el ciclo no es muy fuerte e indicaría una variación del flujo de neutrinos durante el ciclo. Esta presenta dependencia con la energía, mostrando que la variación durante el ciclo es mayor para neutrinos con energía superior a  $8 \text{ MeV}$ .

Para la parametrización LOW la probabilidad de supervivencia teniendo en cuenta la interacción con el campo magnético cambia durante el ciclo solar siempre entre valores que darían explicación al déficit de neutrinos solares.

Los resultados expuestos en este capítulo permiten ver que el campo magnético de la zona convectiva afecta en forma diferente la oscilación de neutrinos, para cada una de las parametrizaciones de los neutrinos que se aceptan actualmente en la explicación del déficit de neutrinos solares.

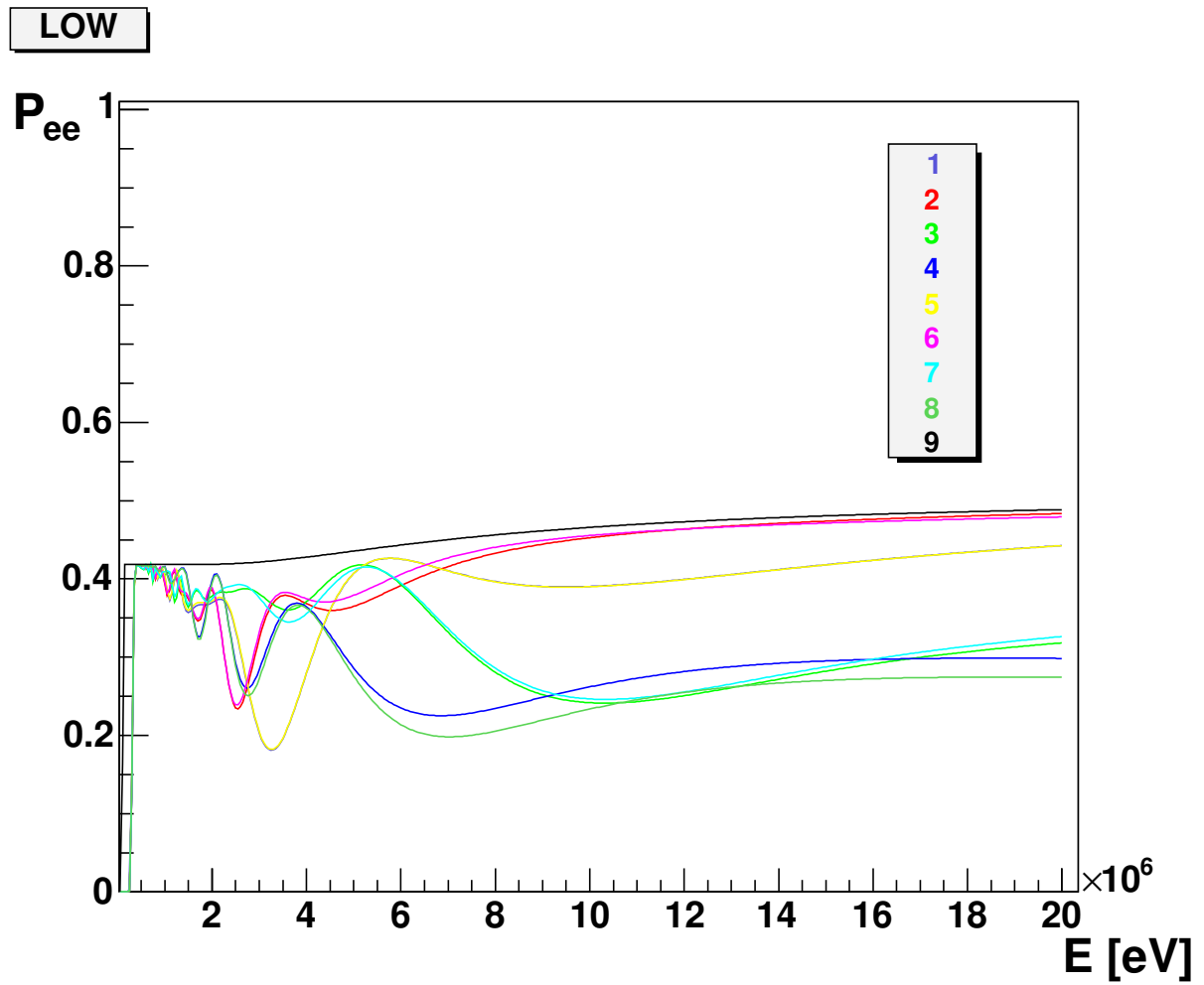


Figura 3.8: LOW: probabilidades de cada una de las ocho etapas del ciclo solar el nueve corresponde a  $\mu = 0$  es decir sin el campo magnético, se pueden observar que hay parejas de curvas. Los colores se corresponden con los usados para el campo magnético.

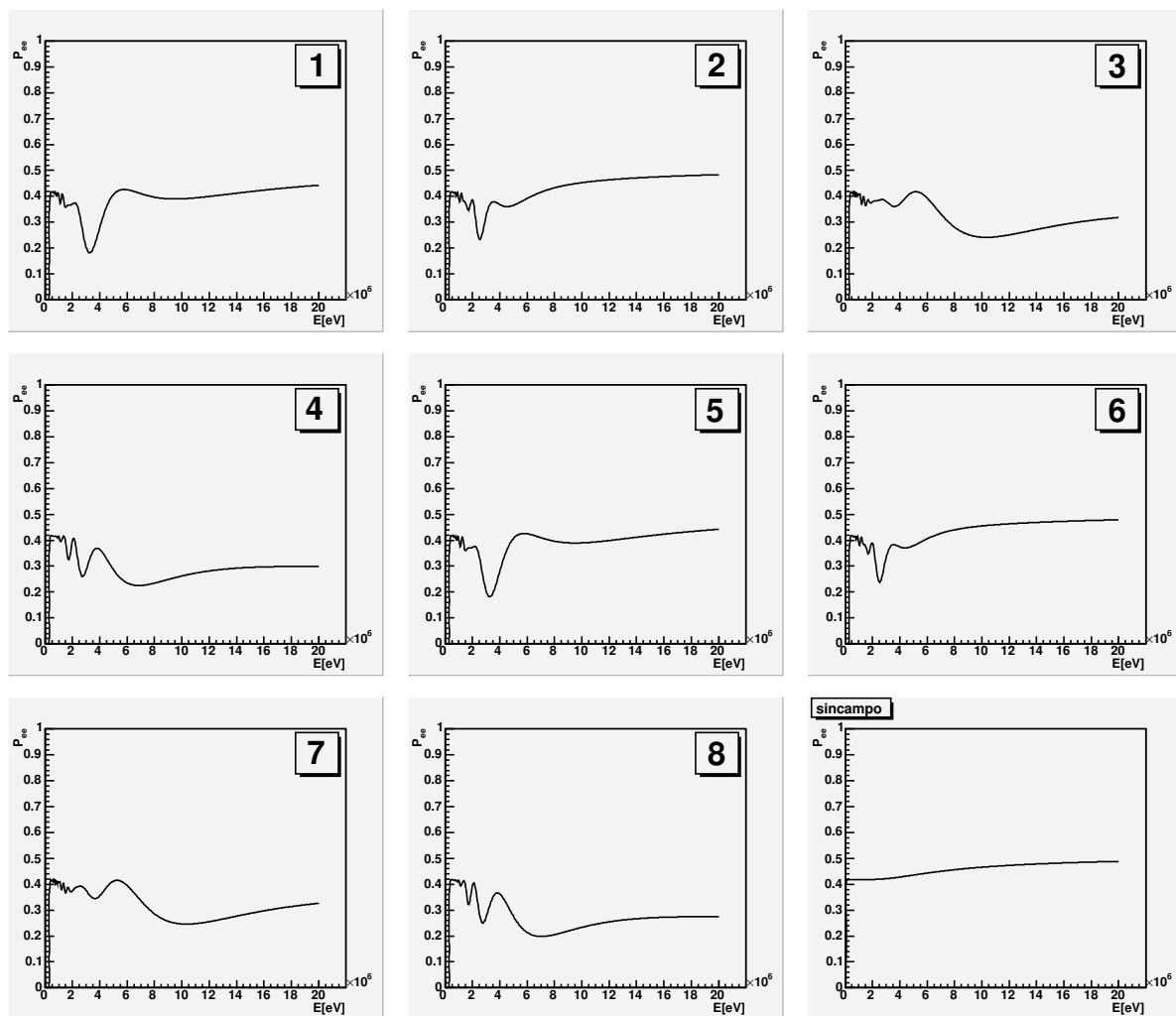


Figura 3.9: LOW: en esta figura se puede observar la progresión temporal durante el ciclo y la última gráfica corresponde al caso sin campo magnético

# Capítulo 4

## Conclusiones

- La densidad de electrones de la corona solar no produce un efecto notable sobre la oscilación de neutrinos solares al igual que el campo magnético allí presente.
- La parametrización más reconocida actualmente (LMA), no se ve afectada por el salto de espín debido al campo magnético usado en este trabajo.
- Las parametrizaciones RSFP y NRSFP depende fuertemente del campo magnético de la zona convectiva, por lo que, si los parámetros de los neutrinos fueran de este tipo, se esperaría una gran variación en el flujo de neutrinos electrónicos durante el ciclo solar.
- Para neutrinos LOW la probabilidad de supervivencia usando el campo magnético esta por debajo de la calculada sin campo magnético.
- La parametrización LOW presenta un comportamiento que varía con el campo magnético de forma que  $P_{ee}$  variaría levemente durante el ciclo y en especial para neutrinos de alta energía.
- La combinación de los efectos de resonancia en la materia y salto de espín puede aumentar el nivel de confianza en la determinación de los parámetros de los neutrinos que dan explicación al déficit de neutrinos solares en términos de la oscilación de



neutrinos.

- El campo magnético usado en este trabajo se puede mejorar, aumentando la división del ciclo solar, correlacionando el ángulo de latitud solar, en el cual se encuentra a la tierra, con el ciclo y aumentando su rango de forma que redunde en un calculo más preciso, y una exploración mas detallada de los flujos de la dependencia temporal de los flujos de neutrinos solares en la tierra.
- Los resultados y conclusiones aquí presentados se pueden mejorar si se hace un ajuste a los datos experimentales.

# Apéndice A

## Fase global

Si se tiene una ecuación de la forma

$$i \frac{d\mathbf{x}}{dt} = [A(t) + b(t)\mathbf{1}]\mathbf{x} \quad (\text{A.1})$$

Se pueden quitar los elementos proporcionales a la matriz unidad proponiendo una solución de la forma

$$\mathbf{y} \equiv e^{i \int_0^t b(s) ds} \mathbf{x} \quad (\text{A.2})$$

tal que

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = ibe^{i \int_0^t b(s) ds} \mathbf{x} + e^{i \int_0^t b(s) ds} \frac{d\mathbf{x}}{dt} \quad (\text{A.3})$$

pero usando la ecuación A.1

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = ib\mathbf{y} + e^{i \int_0^t b(s) ds} (-i)[A(t) + b(t)\mathbf{1}]\mathbf{x} \quad (\text{A.4})$$

finalmente usando la definición de  $\mathbf{y}$

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = ib\mathbf{y} - i[A(t) + b(t)\mathbf{1}]\mathbf{y} = -iA(t)\mathbf{y} \quad (\text{A.5})$$

$$-i \frac{d\mathbf{y}}{dt} = A(t)\mathbf{y} \quad (\text{A.6})$$

Como en mecánica cuántica  $\mathbf{x}$  y  $\mathbf{y}$  son amplitudes de probabilidad entonces

$$\mathbf{y}^* \mathbf{y} = \mathbf{x}^* \mathbf{x} \quad (\text{A.7})$$

así las ecuaciones A.1 y A.6 son físicamente equivalentes.

# Bibliografía

- [1] D.Nandy and A. R. Choudhuri. Towards a mean-field formulation of the babcock-leighton type solar dynamo.i.  $\alpha$ -coefficient versus durney's double ring approach. *ApJ*, 551:576, 2001.
- [2] D. H. Hathaway, D.Nandy, R. M. Wilson, and E. J. Reichmann. Evidence that a deep meridional flow sets the sunspot cycle period. *ApJ*, 589:665–670, 2003.
- [3] R.N. Mohapatra and P.B. Pal. *Massive neutrinos in physics and astrophysics*. World Scientific, 1991.
- [4] F. Reines. The neutrino: from poltergeist to particle. *Rev. Mod. Phys.*, 68(2):317–327, 1996.
- [5] H.A. Bethe. Energy production in stars. *Phys. Rev.*, 1939.
- [6] R. Davis Jr. Solar neutrinos. II. Experimental. *Phys. Rev. Lett.*, 12:303–305, 1964.
- [7] J.N. Bahcall. Solar neutrinos. I. Theoretical. *Phys. Rev. Lett.*, 12:300–302, 1964.
- [8] J.N. Bahcall. Solving the mystery of the missing neutrinos. <http://nobelprize.org/physics/articles/bahcall/index.html>.
- [9] J.N. Bahcall. Solar models: an historical overview. <http://www.sns.ias.edu/~jnb/Papers/Preprints/Neutrino2002/paper.pdf>.
- [10] C. Giunti & M. Laveder. Essential solar neutrinos. arXiv:hep-ph/0301276.

- [11] J.N. Bahcall and H.A. Bethe. A solution of the solar neutrino problem. *Phys. Rev. Lett.*, 65:2233–2235, 1990.
- [12] Q.R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89, 2002.
- [13] T.A. Kriston. Solar neutrino experiments: results and implications. *Rev. Mod. Phys.*, 71:1213–1232, 1999.
- [14] T. K. Kuo y J. Pantaleone. Neutrino oscillations in matter. *Rev. Mod. Phys.*, 61(4), Octubre 1989.
- [15] B.T. Cleveland et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, 496:505, 1998.
- [16] J.N. Bahcall, M.H. Pinsonneault, and S. Basu. Solar models: current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties. *Astrophys. J.*, 555:990–1012, 2000.
- [17] <http://www.sns.ias.edu/jnb>.
- [18] J.N. Abdurashitov et al. Measurement of the solar neutrino capture rate by the russian-american gallium solar neutrino experiment during one half of the 22-year cycle of solar activity. *J. Exp. Theor. Phys.*, 95:181–193, 2002. astro-ph/0204245.
- [19] <http://www.mpi-hd.mpg.de/nuastro/gno.html>.
- [20] M. Koshiba. Observational neutrino astrophysics. *Phys. Rept.*, 220:229–381, 1992.
- [21] Y. Totsuka. Neutrino astronomy. *Rept. Prog. Phys.*, 55:377–430, 1992.
- [22] Y. Fukuda et al. Solar neutrino data covering solar cycle 22. *Phys. Rev. Lett.*, 77:1683–1686, 1996.

- [23] S. Fukuda et al. Determination of solar neutrino oscillation parameters using 1496 days of super-kamiokande-i data. *Phys. Lett.*, B539:179–187, 2002. hep-ex/0205075.
- [24] M. B. Smy. Solar neutrino precision measurements using all 1496 days of super-kamiokande-i data. arXiv:hep-ph/0208004.
- [25] C. W. Kim y A. Pevsner. *Neutrinos in physics and astrophysics*, volume 8 of *Contemporary concepts in physics*. Harwood academic publishers, 1993.
- [26] M.C. Gonzalez-Garcia. Neutrino masses and mixing: evidence and implication. *Rev. Mod. Phys.*, 75:345–402, 2003.
- [27] L. C. Reyes. Neutrinos masivos en el modelo estándar y sus implicaciones en el problema de los neutrinos solares, 2001. Universidad de los Andes.
- [28] C. Giunti. Theory of neutrino oscillations. arXiv:hep-ph/0311241.
- [29] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Phys. Rev. D*, 19:2369–2374, 1978.
- [30] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations and stellar collapse. *Phys. Rev. D*, 20:2634–2635, 1979.
- [31] M.Nowakowski, E. A. Paschos, and J. M. Rodríguez. All electromagnetic form factors. *Eur. J. Phys.*, 25:545–560, 2005.
- [32] J. Barranco, O.G. Miranda, T.I. Rashba, V.B. Semikoz, and J.W.F. Valle. Confronting spin flavor solutions of the solar neutrino problem with current and future solar neutrino data. *Phys.Rev.*, D66(093009), 2002.
- [33] <http://soi.stanford.edu/results/heliowhat.html>.
- [34] E.N. Parker. Solar activity and classical physics. *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 1(2):99–124, 2001.

- [35] D.E. Groom et al. Review of particle physics. *Eur. Phys. J.*, C15:1, 2000.  
<http://pdg.lbl.gov>.
- [36] Paul Charbonneau. Dynamo models of solar cycle. *Living Rev. Solar Phys.*, 2(2), 2005. <http://www.livingreviews.org/lrsp-2005-2>.
- [37] P.F. Chen and K. Shibata. An emerging flux trigger mechanism for coronal mass ejections. *ApJ*, 545:524–531, 2000.
- [38] D.Nandy. Comunicación personal con el Prof. Marek Nowacowski.
- [39] J. Christensen-Dalsgaard. Helioseismology. *Rev. Mod. Phys.*, 74:1073–1129, 2002.
- [40] <http://library.lanl.gov/numerical/>.
- [41] G. Mann, F. Jansen, R. J. McDowall, M. L. Kaiser, and R. G. Stone. A heliospheric density model and type III radio burst. *Astron. Astrophys.*, 348:614–620, 1999.
- [42] Y. Leblanc, G. A. Dulk, and J-L Bougeret. Tracing the electron density from the corona to 1 AU. *Solar Physics*, 183:165–180, 1998.
- [43] A. Balaguera-Antolínez. Oscilación de neutrinos, 2002. Universidad Nacional de Colombia.