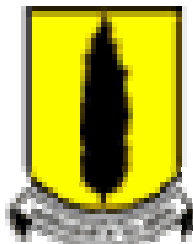


**METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE LA FRONTERA EFICIENTE:
CASO DEL MERCADO ACCIONARIO COLOMBIANO**

CAMILO ZAPATA WHITE

JAVIER MAURICIO CARMONA RODELO



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN
MAGÍSTER EN ADMINISTRACIÓN – TIEMPO COMPLETO
SANTAFÉ DE BOGOTÁ, D.C.**

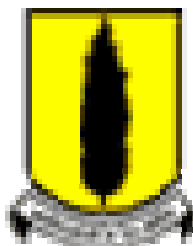
2005

**METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE LA FRONTERA EFICIENTE:
CASO DEL MERCADO ACCIONARIO COLOMBIANO**

**CAMILO ZAPATA WHITE
JAVIER MAURICIO CARMONA RODELO**

Trabajo de Grado para optar al título de Magíster en Administración

**Asesor
MARIA LORENA GUTIÉRREZ BOTERO
Decana Facultad de Administración**



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN
MAGÍSTER EN ADMINISTRACIÓN – TIEMPO COMPLETO
SANTAFÉ DE BOGOTÁ, D.C.**

2005

TABLA DE CONTENIDOS

1.	INTRODUCCIÓN	10
1.1.	Introducción	10
1.2.	Objetivos	11
1.2.1.	Objetivo general	11
1.2.2.	Objetivos específicos	11
1.3.	Antecedentes	12
1.4.	Pertinencia	13
2.	MARCO TEORICO.....	15
2.1.	Cálculo frontera eficiente y selección del portafolio	16
2.1.1.	Modelos subyacentes	16
2.1.2.	El proceso de las ventas en corto	21
2.1.3.	Selección de un portafolio eficiente de acciones	24
2.1.4.	Frontera eficiente con ventas en corto permitidas	25
2.1.5.	Frontera eficiente cuando las ventas en corto NO son permitidas.....	28
2.1.6.	Inclusión del activo libre de riesgo	31
3.	EL MERCADO DE CAPITAL EN COLOMBIA	34
3.1.	Mercado bursátil Colombiano	35
3.1.1.	Bolsa de Valores de Colombia.....	36
3.1.2.	Factores comunes que llevan a que una acción varíe su precio en Colombia	42
4.	METODOLOGÍA.....	45
4.1.	Identificación de factores que afectan la frontera eficiente	45
4.1.1.	Recolección histórica de los datos relevantes para la construcción de la frontera eficiente	46
4.2.	Recolección de proyecciones futuras de datos relevantes	48
4.3.	Metodología de cálculo de la frontera eficiente para las acciones que componían el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) entre Enero de 2003 y Junio de 2005	49
4.3.1.	Portafolios analizados	53
4.3.2.	Frontera eficiente con ventas en corto permitidas para el portafolio de 3 acciones	54
4.3.3.	Frontera eficiente con ventas en corto NO permitidas para el portafolio de 3 acciones.....	59
4.3.4.	Frontera eficiente con ventas en corto permitidas para el portafolio de 4 acciones	62
4.3.5.	Frontera eficiente con ventas en corto NO permitidas para el portafolio de 4 acciones.....	65
4.3.6.	Frontera eficiente para los Portafolios de 8 acciones con y sin ventas en corto permitidas.....	67
4.3.7.	Frontera eficiente con y sin ventas en corto para el Portafolio de 16 acciones.	70
5.	RESULTADOS.....	73
5.1.	ANÁLISIS AL MODELO UTILIZADO	73

5.2.	COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.....	74
5.3.	RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES.....	79
6.	REFERENCIAS.....	84

|TABLA DE CUADROS

Cuadro 1 Composición del mercado de títulos de renta fija en Colombia	34
Cuadro 2 Volúmenes de transacciones clasificados por tipo de título.....	35
Cuadro 3 Rentabilidades y Desviaciones Estándar para cada una de las acciones tenidas en cuenta	51
Cuadro 4 Composición de los diferentes Portafolios de 3, 4, 8, y 16 acciones	53
Cuadro 5 Datos para el Portafolio de 3 acciones	54
Cuadro 6 Portafolios eficientes para encontrar la totalidad de la frontera eficiente	55
Cuadro 7 Datos de los portafolios eficientes a partir de los cuales se calculará la frontera eficiente.....	55
Cuadro 8 Composición del Portafolio de Mercado (Portafolio de 3 acciones)	58
Cuadro 9 Datos de las acciones contenidas en el Portafolio de 4 acciones	62
Cuadro 10 Portafolios eficientes para encontrar la totalidad de la frontera eficiente – Portafolios de 4 acciones.....	63
Cuadro 11 Datos de los portafolios eficientes a partir de los cuales se calculará la frontera eficiente.....	63
Cuadro 12 Composición Portafolio de Mercado – Portafolio de 4 acciones	64
Cuadro 13 Datos para el Portafolio de 8 acciones	67
Cuadro 14 Composición del Portafolio de Mercado con Portafolio de 8 acciones y $c=R_f =$ 0.55%	68
Cuadro 15 Datos para el Portafolio de 16 acciones	70
Cuadro 16 Composición del Portafolio del Mercado – Portafolio de 16 acciones con $c =$ $R_f = 0.55\%$	71

TABLA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Conjunto de portafolios factibles.....	19
Gráfico 2 Línea del Mercado de Capitales.....	19
Gráfico 3 Explicación del proceso de venta en corto.....	23
Gráfico 4 Frontera eficiente cuando las ventas en corto son permitidas	28
Gráfico 5 Portafolios situados en la frontera de posibilidades.....	29
Gráfico 6 Frontera eficiente cuando no se permiten las ventas en corto	31
Gráfico 7 Frontera eficiente con la inclusión del activo libre de riesgo.	32
Gráfico 8 Evolución histórica del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia ..	39
Gráfico 9 Curva cero cupón para TES en pesos para el día 30 de Junio de 2005	47
Gráfico 10 Frontera eficiente para 3 acciones	56
Gráfico 11 Línea del Mercado de Capitales.....	57
Gráfico 12 Frontera eficiente cuando las ventas en corto NO son permitidas (Portafolio de 4 acciones).....	60
Gráfico 13 Fronteras eficientes con y sin ventas en corto permitidas	61
Gráfico 14 Frontera eficiente para el Portafolio de 4 acciones	64
Gráfico 15 Frontera Eficiente para Portafolio de 4 acciones cuando las ventas en corto NO se permiten	65
Gráfico 16 Fronteras eficientes con y sin ventas en corto permitidas – Portafolio de 4 acciones	66
Gráfico 17 Frontera Eficiente para Portafolio de 8 acciones – Ventas en corto SI se permiten	67
Gráfico 18 Frontera eficiente para Portafolio de 8 acciones cuando las ventas en corto NO son permitidas.	68
Gráfico 19 Fronteras eficientes con y sin ventas en corto – Portafolio de 8 acciones	69
Gráfico 20 Frontera Eficiente para Portafolio de 16 acciones – Ventas en corto SI se permiten	70
Gráfico 21 Frontera eficiente para el Portafolio de 16 acciones cuando las ventas en corto NO se permiten.....	72

Gráfico 22 Comparación Portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones – Ventas en corto permitidas.....	75
Gráfico 23 Líneas del Mercado de Capitales para Portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones – Ventas en corto permitidas.....	77
Gráfico 24 Comparación Fronteras Eficientes con cada una de las acciones del IGBC ..	78

TABLA DE ANEXOS

Anexo 1 Conformación de la canasta del IGBC a 30 de Junio de 2005.	86
Anexo 2 Definiciones relevantes acerca de los tipos de acciones	
Anexo 3 Nombres completos de las compañías estudiadas con sus respectivos nematécnicos para la operación bursátil.	90
Anexo 4 Canasta del IGBC a Junio 30 del 2005.....	91
Anexo 5 Tasa libre de riesgo para los últimos días de cada mes del período de evaluación.	92

RESUMEN

En este trabajo se explica la metodología para la construcción de la frontera eficiente de portafolios de acciones. Los portafolios situados en esta frontera, serán portafolios eficientes en la medida en que ningún otro portafolio podrá tener una rentabilidad mayor para un mismo nivel de riesgo (expresado en términos de la desviación estándar de las rentabilidades), así como ningún otro portafolio podrá tener un nivel de riesgo menor para un nivel de rentabilidad dado. Luego, se aplica la metodología para el caso del mercado accionario Colombiano, conformando portafolios con diferentes números de acciones para evaluar los efectos de la diversificación y finalmente comparar los resultados obtenidos por estos con los obtenidos por otros portafolios y/o acciones particulares. Se quiere probar si esta metodología efectivamente es útil para inversionistas particulares e institucionales, de manera que sea una guía para tomar sus decisiones de inversión en el mercado de acciones colombianas específicamente.

ABSTRACT

This paper explains the methodology used for the construction of the efficient frontier for portfolios based on stocks. All portfolios within this frontier will be efficient given that no other portfolio can have a higher return related to a specified risk-level (understanding as risk the standard deviation of the returns); as well as no other portfolio can have a lower risk level related to a given return. Then, the methodology is applied to the Colombian stock market in order to build portfolios using a different quantity of stocks for the evaluation of the effects of diversification and finally, to compare the results obtained by these portfolios with the ones obtained by other portfolios and/or specific stocks. It is wanted to prove if this methodology indeed is useful for particular and institutional investors, in a way that can be used as a guide for investing decision making in the Colombian stock market specifically.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. *Introducción*

El mercado de acciones en Colombia, a pesar de su tamaño relativamente pequeño comparado con los mercados de renta fija y de futuros, cada vez adquiere mayor importancia. Es así como la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) en los últimos años ha sido reconocida como la de mayor crecimiento en el mundo, incorporándose gracias a esto múltiples nuevos actores que entran a participar de este mercado en crecimiento.

Este trabajo se desarrolla sobre la idea de la importancia que ha venido y que aparentemente seguirá adquiriendo el mercado bursátil en Colombia, tanto para los inversionistas particulares como para inversionistas institucionales tales como los fondos de pensiones, empresas del sector real, etc.

Lo anterior se deriva de la importancia como alternativa de inversión para las personas naturales o clientes particulares e institucionales, que ven en el mercado de acciones una mejor opción que mantener sus excesos de caja en alternativas de inversión de renta fija ó incluso en las cuentas bancarias, en las cuales los establecimientos bancarios tienen unas tasas de captación muy bajas (en ocasiones por debajo de la inflación) y esperan una rentabilidad mayor a la que pueden obtener en esos mercados.

Este proyecto de grado está dividido en tres partes: en la primera se desarrolla el marco teórico basado en los trabajos de Markowitz, complementado posteriormente por autores como William Sharpe, John Litner y Jan Mossin (Capital Asses Pricing Model); y con las teorías de Fisher Black, que abren la posibilidades de ventas en corto en la conformación de los portafolios eficientes. Al mismo tiempo, este marco teórico se complementa con una descripción del mercado de acciones.

La segunda parte de este estudio describe la metodología usada en el cálculo de la frontera eficiente. En ella se identifican los principales factores o variables necesarias para poder efectuar el cálculo de estos portafolios eficientes, y, teniendo como base estas variables, se presentan los datos históricos recolectados para el análisis de esta investigación.

En la tercera parte se presenta la construcción de la frontera eficiente, los resultados obtenidos, y se hace un análisis del modelo utilizado para verificar la validez de los resultados obtenidos y de la metodología propuesta. Finalmente, se dan a conocer las recomendaciones y conclusiones con base en los resultados obtenidos y se detalla la bibliografía usada en este estudio, para que pueda ser usada como punto de partida para otras investigaciones.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Desarrollar una metodología objetiva que permita identificar la relación óptima entre rentabilidad y riesgo para los mercados de acciones en Colombia a partir de datos históricos, dando lugar a la selección de un portafolio eficiente dentro las características propias el mercado colombiano.

1.2.2. Objetivos específicos

- Revisar en reconocidas bases de datos la literatura teórica y diferentes publicaciones relacionados con el tema de la frontera eficiente y con base en ella determinar los modelos, teorías y técnicas mas usadas en los últimos años que puedan ser aplicados en Colombia.
- Hacer una descripción situacional del mercado accionario en Colombia comparándolo con los otros actores del mercado de capitales en Colombia en cuanto a su tamaño, crecimiento, importancia, etc.
- Desarrollar una metodología que identifique los principales pasos y acciones mediante la cual se puede realizar la construcción de un portafolio eficiente (usando la frontera eficiente) conformados por acciones colombianas.
- Identificar los factores (variables) que afectan principalmente la construcción de la frontera eficiente para portafolios específicos conformados por acciones colombianas, presentando las mejores alternativas para la solución de estos

problemas, tales como la determinación de las bases de tiempo en la medición de las acciones, utilización de la tasa libre de riesgo, etc.

- Determinar de los niveles de riesgo históricos para acciones específicas en el mercado bursátil colombiano.
- Analizar las rentabilidades históricas de las acciones colombianas para evaluar criterios de escogencia de cuáles acciones se deben incluir en el análisis.
- Construir la frontera eficiente para los portafolios determinados, con base en la metodología propuesta. Como aplicación teórica se procederá al cálculo de la frontera eficiente para portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones.
- Identificar los principales pasos utilizados para la construcción de la frontera eficiente y elaborar una herramienta computacional que pueda ser utilizada para cálculos futuros de dicha frontera en condiciones diferentes a las actuales (condiciones futuras).

1.3. Antecedentes

En la literatura analizada se encuentran varios trabajos similares al presente, con la diferencia que son aplicados a otros mercados y en fechas anteriores. Debido a la particularidad de cada uno de los mercados, los resultados arrojados por el cálculo de la frontera eficiente son de aplicabilidad única para cada mercado. Es decir, obviamente los resultados del cálculo de la frontera eficiente para portafolios conformados por acciones de la Bolsa de Madrid¹, o de la Bolsa de Nueva York (NYSE), no son aplicables en Colombia.

Para el caso del mercado colombiano, se encontró un Proyecto de Grado realizado por los estudiantes Carlos A. Medina y José I. Echeverri (1993) de la Especialización en Política Económica de la Universidad de Antioquia y publicado en la revista *Lecturas de Economía* del Departamento de Publicaciones de la Universidad de Antioquia. En él, se

¹ Mendizábal, Zubia y Miera. El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. Universidad del país vasco Euskal Herriko Unibertsitatea. En: Cuadernos de Gestión Vol. 2, Número 1, 2002.

investigó acerca de la selección de portafolios y la frontera eficiente utilizando como caso aplicado el de la Bolsa de Medellín entre los años 1990 y 1992. En esa publicación se exponen los resultados de someter al análisis de la frontera eficiente a las acciones que componían en ese entonces el Índice de la Bolsa de Medellín (IBOMED), sin embargo, no se explica en detalle la metodología utilizada para calcular la frontera eficiente, ni tampoco está acompañada de ningún software de aplicación para el cálculo de la misma en condiciones distintas.

Como marco de referencia, el trabajo de Medina y Echeverri (2003) es de gran utilidad, aunque algunos aspectos de su metodología, como la escogencia de la tasa libre de riesgo, son cuestionables por las razones que se explicarán en el numeral 4.1.1, relacionado con la inclusión del activo libre de riesgo en el análisis.

Se encontraron otros trabajos relacionados con la frontera eficiente pero se consideró que su enfoque era totalmente distinto al que atañe a ésta investigación, por lo que simplemente se utilizaron para acrecentar el grado de comprensión del tema y de su construcción matemática².

1.4. Pertinencia

Aunque las teorías de conformación y cálculos de portafolios eficientes fueron desarrolladas desde 1952³, en nuestro entorno existe poca literatura y estudios sobre el mercado de acciones, quizás debido a su pequeño tamaño comparado con los otros actores del mercado de capitales en Colombia⁴.

Una de las características del mercado de acciones está dada por tener pobres aproximaciones a los indicadores de riesgo y rentabilidad, que dificultan las elecciones de los inversionistas, a pesar que solo hay inscritas alrededor de 125 empresas en la BVC

²“*Optimal Investing with the Markowitz Model*”, por Jason Schattman, Waterloo Maple, Inc., Octubre 2000 en <http://www.adeptsience.co.uk/products/mathsim/maple/powertools/optimization/html/markowitz.html>

³ En 1952 Harry Markowitz, expone su artículo sobre la conformación de portafolios eficientes y es considerado el creador de la teoría de carteras

⁴ Mercados de Renta fija (TES y CDT, Bonos), Divisas.

comparado con 2783 compañías listadas en NYSE (New York Stock Exchange), 3663 compañías listadas en el mercado de NASDAQ (National Association Securities Dealers Automatic Quotation)⁵, 3105 compañías listadas en el mercado de Spanish Exchanges (BME) y 2824 compañías listadas en el mercado de London Stock Exchange. Es importante notar que en Colombia, una minoría de las empresas inscritas en bolsa son las que realmente se transan, pues solo alrededor de 21 son calificadas como de Alta Bursatilidad.

Se considera que este trabajo es una aproximación más real a nuestra realidad, que puede ser usada como guía o punto de partida por quienes tengan interés en utilizar nuevas herramientas para tomar decisiones de inversión en el mercado accionario colombiano, presentando alternativas de solución a los problemas encontrados al adecuar metodologías extranjeras a nuestro entorno y limitaciones de mercado.

La información que brinda la frontera eficiente, (portafolios menos riesgosos para un nivel de rentabilidad dado o portafolios más rentables para un nivel de riesgo dado), es de gran utilidad para los administradores de fondos comunes como los fondos de empleados y los fondos de pensiones. Igualmente es una herramienta útil para los inversionistas pequeños o de gran escala que participan en el mercado bursátil colombiano.

Por otra parte puede llegar a ser de utilidad para los analistas de crédito de los bancos, pues al analizar el comportamiento del portafolio de las inversiones temporales que un solicitante de crédito sostenga, puede facilitarse la decisión de otorgar o no dicho crédito. Lo anterior puede hacerse al hacer un análisis sobre los activos financieros temporales observando la relación riesgo-rentabilidad de los mismos. También puede ser útil para los organismos de control de las entidades estatales o que administren recursos públicos para verificar el buen uso y elección de las inversiones que se hacen y verificar en que condiciones estas inversiones fueron realizadas.

⁵ Estos dos mercados de acciones son los mas representativos en los Estados Unidos

2. MARCO TEÓRICO

La teoría en finanzas relacionadas con el tema de carteras (portafolios) tiene su origen en 1952 en los estudios de Harry Markowitz, el cual es considerado como su creador. Su análisis se basa en los conceptos de diversificación de carteras y el comportamiento del inversionista con respecto a la rentabilidad esperada y su nivel de propensión al riesgo.

Tal como lo definió Markowitz, cuando se hacen mediciones de las rentabilidades en intervalos de tiempo muy pequeños, estas mediciones tienen un comportamiento que se aproxima a una distribución normal. Lo anterior, permite modelar los comportamientos históricos⁶ con base en cálculos probabilísticos, tomando la rentabilidad como la media de la distribución de las rentabilidades y el riesgo como la desviación estándar de estas rentabilidades ($\sqrt{\text{varianza}}$) en un período de tiempo determinado.

Los trabajos de Markowitz, se complementaron con la definición del modelo CAPM (Capital Assets Pricing Model), el cual se derivó de los trabajos de Markowitz (cálculo de la frontera eficiente) y permitió el cálculo de la rentabilidad esperada para un activo, de acuerdo a su correlación con el mercado (β) y su combinación con el activo libre de riesgo.⁷

Las restricciones que tienen las teorías de Markowitz y el CAPM expuestas básicamente consisten en no poder invertir más del 100% de los recursos disponibles por el inversionista en todos los activos, es decir que:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

y que no se pueden invertir valores negativos es decir que no hay la posibilidad de vender en corto⁸ en algunos de ellos, es decir que obligatoriamente $X_i \geq 0$.

En el desarrollo de esta investigación, se puede obviar una de estas restricciones, dando la posibilidad de asumir posiciones en corto, lo cual está sustentado en la teoría de Fisher

⁶ Análisis técnico

⁷ Este modelo fue desarrollado en 1964 por William Sharpe, en la compañía de Jhon Litner y Jan Mossin.

⁸ El concepto de las ventas en corto será aclarado más adelante

Black (1972). Este modelo estableció como un inversionista puede asumir valores negativos en los valores a invertir en determinado activo (X_i) y mediante el cubrimiento de sus posiciones cortas y obtener mayores rentabilidades o menores riesgos al cubrir su posición. Esta situación se explica de forma más clara y detallada en el numeral 2.1.2.

Todas estas teorías están desarrolladas dentro de los mercados eficientes o mercados de información perfecta. No se puede desconocer que en los mercados de capitales existen también los mercados semieeficientes o semifuertes, y débilmente eficientes. Cuando un mercado es eficiente con respecto a la información se dice que los precios incorporan toda la información relevante. Un mercado tiene una eficiencia semifuerte si los precios reflejan (incorporan) toda la información públicamente disponible. Por otra parte se dice que un mercado es débilmente eficiente si incorpora toda la información en los precios históricos de las acciones. La eficiencia de forma débil es el tipo más endeble de eficiencia que se espera que muestre un mercado financiero, ya que la información histórica de precios es el tipo de información más fácil de adquirir acerca de una acción.⁹

Por ultimo, en el análisis de la frontera eficiente los datos analizados y los cálculos desarrollados están basados en un análisis técnico, el cual se deriva del comportamiento histórico de los precios del activo, buscando identificar patrones de comportamiento con base en el pasado¹⁰, usando estos patrones en la toma de decisiones a futuro.

2.1. Cálculo frontera eficiente y selección del portafolio

2.1.1. Modelos subyacentes

Un inversionista selecciona su conjunto de activos de acuerdo con un comportamiento racional, es decir donde siempre escogerá un portafolio con un rendimiento esperado alto y una baja medida de riesgo, siendo este último medido a través de la desviación

⁹ Ross, Stephen A. Fundamentals of corporate finance. Boston : Irwin, c1998.

¹⁰ Serrano, Javier. Mercado de Capitales, Bogotá : Ariel. Página 380.

estándar (σ) de estos rendimientos¹¹, por lo tanto escogerá un portafolio que dada una rentabilidad le permita obtener el mínimo nivel de riesgo o dado un nivel de riesgo le permita una máxima rentabilidad.

Markowitz (1952), desarrolló su teoría en la cual, cuando se hacen mediciones de las rentabilidades en intervalos de tiempo muy pequeños, estas mediciones tienen un comportamiento que se aproxima a una distribución normal, lo cual permite modelar los comportamientos históricos¹² con base en cálculos probabilísticas. Para lo anterior, utiliza la rentabilidad como la media de la distribución y el riesgo como la desviación estándar de estas rentabilidades ($\sqrt{\sigma}$)

Para encontrar la frontera de eficiente, se deben tener en cuenta tanto la varianza del portafolio (σ^2) como su rendimiento esperado. Entonces se puede definir la varianza del portafolio como:

$$\text{varianza de la cartera } \sigma^2(R_p) = N \times \frac{1}{N^2} \times \overline{\text{var}} + N(N-1) \times \left(\frac{1}{N^2}\right) \overline{\text{cov}}$$

simplificando

$$\text{varianza de la cartera } \sigma^2(R_p) = \left(\frac{1}{N}\right) \overline{\text{var}} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \overline{\text{cov}}$$

con base en los tres siguientes supuestos:

- Todas las acciones tienen la misma varianza σ_i^2 , la cual se denomina $\overline{\text{var}}$.
- Todas las covarianzas son iguales $\text{Cov}(R_i, R_j) = \overline{\text{cov}}$
- Todas las acciones tienen el mismo peso ponderado, al existir N activos entonces el peso de cada acción es $\frac{1}{N}$.

Por lo tanto cuando N tiende a infinito la varianza de la cartera $\sigma^2(R_p) = \overline{\text{cov}}$, lo cual permite deducir que las varianzas de las acciones individuales se pierdan completamente

Por lo tanto para encontrar el valor mínimo de riesgo es necesario:

¹¹ Op. Cit. Ross, Stephen A. Página 276.

¹² Análisis técnico

$$\text{minimizar } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}$$

donde X_i son los pesos ponderados que el inversionista destina a los activos financieros y σ_{ij} es la covarianza entre los activos. Lo anterior debe estar sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i \cdot E(R_i), \text{ donde}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad \text{y} \quad X_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n),$$

donde $E(R_p)$ es la rentabilidad del portafolio.

Las restricciones de la rentabilidad del portafolio pueden ser de dos tipos:

a) Igualando la rentabilidad esperada a un valor Z , el cual define el inversionista y b) minimizando el riesgo asociado a esta rentabilidad, es decir modificando el valor de Z ,

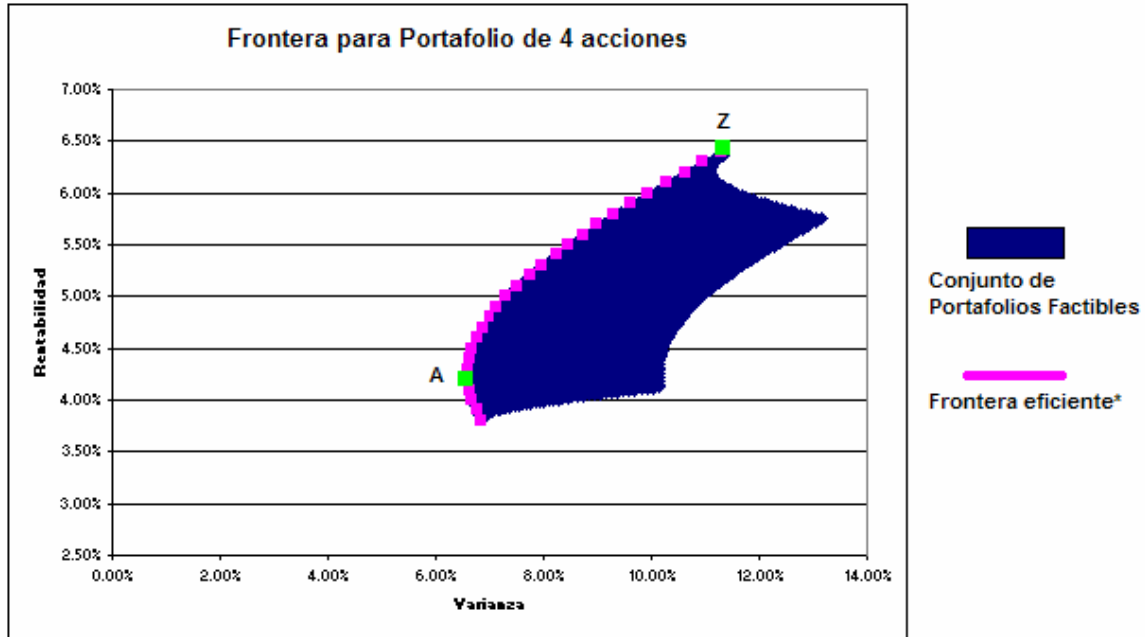
$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i \cdot E(R_i) = Z$$

dado un nivel de riesgo, encontrar la máxima rentabilidad.

La ecuación para minimizar el varianza sujeta a estas dos restricciones, puede ser resuelta mediante la solución de este problema cuadrático, el cual se explicará matemáticamente más adelante.

Así es como al encontrar todas las posibles combinaciones de rentabilidad-riesgo (ver Gráfico 1), resolviendo las anteriores ecuaciones se obtiene el conjunto de posibilidades o conjunto factible, donde el punto A es donde hay una mínima varianza y el portafolio eficiente esta determinado por los puntos de la recta A-Z.

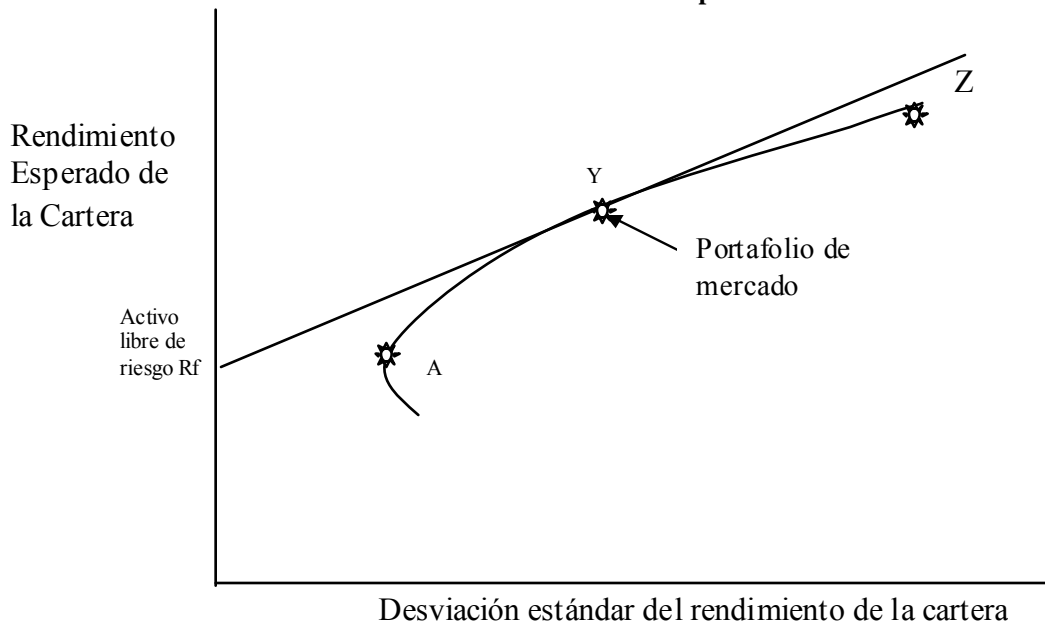
Gráfico 1 Conjunto de portafolios factibles



*Los portafolios situados por debajo del punto A, aunque están en la frontera, son ineficientes.

Teniendo en cuenta la aversión al riesgo de los inversionistas, es importante introducir los portafolios conformados por activos libre de riesgo y activos riesgosos de la siguiente manera.

Gráfico 2 Línea del Mercado de Capitales



En el Gráfico 2, la línea tangente al conjunto eficiente se denomina Línea de Mercado de Capitales y es aquella que brinda las mejores oportunidades a los inversionistas y es el conjunto eficiente de los portafolios que combinan tanto a los activos libres de riesgo como activos riesgosos. Los inversionistas con un bajo nivel de riesgo se ubicaran en los puntos entre R_f y Y (el activo libre de riesgo) y los inversionistas con alto grado de aversión al riesgo se ubicaran en el segmento de la recta por encima del punto Y .

Este resultado es el establecido por los economistas financieros como el principio de separación, es decir como un inversionista toma decisiones separadas de la siguiente manera:

a. El inversionista estima el rendimiento esperado, las varianzas de los activos y las covarianzas y calcula el conjunto eficiente de los activos riesgosos, representado en el Gráfico 1, se determina el punto tangente (Y) entre la tasa libre de riesgo y el conjunto eficiente de activos. Este punto representa la cartera de activos riesgosos que mantiene el inversionista, y es conocido como el Portafolio de Mercado.

b. El inversionista determina la manera en la cual combinará el portafolio de activos riesgosos representado por el punto Y (el punto tangente entre la tasa libre de riesgo y el conjunto eficiente de activos), con el activo libre de riesgo.

Así el podrá invertir parte de sus fondos en el activo libre de riesgo (R_f) y otra parte en la cartera (punto Y), o podrá solicitar prestamos a la tasa libre de riesgo y aportar una parte de recursos propios para invertir en algún punto sobre la Línea del Mercado de Valores por encima del punto Y . En el Gráfico 2 estaría determinado por la recta $R_f - YZ$.

Dentro del modelo de Markowitz, se encuentran varios supuestos que podrían ser considerados restrictivos a la realidad y podrían poner en duda su utilización fuera de los campos académicos. Estas restricciones son:

- La ausencia de fricciones, las cuales tienen como consecuencia que los compradores paguen más que en ausencia de fricciones, o que los vendedores reciban un menor valor. Dentro de los mercados de capitales estas fricciones son

causadas por: comisiones cargadas por los corredores, diferencias oferta-demanda cargadas por los agentes, cargos por manejo de orden y compensación, impuestos y comisiones de transferencia impuestas por el gobierno, costos de adquisición de información sobre el activo financiero, restricciones de negocio tales como las impuestas por la bolsa sobre el tamaño de una posición en el activo financiero que un comprador o un vendedor puede tomar, restricciones a los hacedores de mercado e interrupciones a la negociación que pueden ser impuestas por reglamentadores donde el activo financiero es comercializado¹³.

- La perfecta divisibilidad de los títulos valores seleccionados.

Sin embargo, y con base en el artículo de Medizabal, Miera y Zubia (2002), estas restricciones pueden ser superadas mediante la introducción en el modelo de nuevas restricciones como por ejemplo, entre otras, el castigo por medio de factores que se aplica a las rentabilidades obtenidas. De esta forma se simula el efecto de las comisiones.

2.1.2. El proceso de las ventas en corto

El término *ventas en corto* se utiliza para las operaciones contrarias a las *ventas en largo*, o ventas normales, en las que simplemente una persona compra un activo para venderlo posteriormente. Por lo tanto, una venta en corto ocurre cuando una persona vende un activo que no posee para comprarlo posteriormente. Este proceso requiere entonces que un tercero (persona3) le “preste” o le “alquile” el activo a la persona mencionada (persona1) para que este vaya y lo venda a otra persona (persona2). En el momento del “alquiler”, la persona1 se compromete con la persona3 a devolverle su activo una vez transcurrido un período de tiempo determinado T en común acuerdo por las dos partes y a pagarle periódicamente unos intereses por el alquiler del activo. Finalmente, luego de transcurrido ese tiempo T, la persona1 va al mercado y compra el activo para devolvérselo a la persona 3.

¹³ Fabozzi, Frank J. Capital markets : institutions and instruments. Upper Saddle River : Prentice Hall, c2003. Página 109.

El procedimiento es utilizado cuando los inversionistas piensan que el precio de un activo específico va a bajar en el futuro, por lo tanto salen a comprarlo en el mercado para luego comprarlo y reponerlo en el futuro cuando su precio haya bajado. De esta forma, el inversionistas se habrá ganado la diferencia entre el precio de venta (precio alto) y el precio al que después compra el activo (precio bajo).

En el caso específico de las acciones, el proceso es un poco más complicado que lo recién descrito, y funciona como se explica en el siguiente ejemplo.

Primero, supongamos que la persona que vende en corto (persona1), es quien vende el activo que no posee, hace una orden de venta en corto a su comisionista de 1000 acciones de la empresa XXX que no posee, que en el momento se negocian en el mercado a \$5.000 y que piensa que van a bajar de precio en el futuro. Puede inferirse en este punto, que el inversionista considera que las acciones de la empresa XXX se encuentran sobrevaloradas en el mercado en ese momento específico. El comisionista llevará la orden al mercado y encontrará un comprador (persona2) que esté interesado en las 1000 acciones a un precio de \$5.000 cada una. Algunos días después¹⁴, el comisionista tendrá que encontrar a un tercero (persona3¹⁵) que esté dispuesto a “prestar” las 1000 acciones, y se las transferirá entonces al comprador (persona2). En este momento, el comprador (persona2) habrá pagado la suma de \$5'000.000¹⁶ al comisionista por las 1000 acciones de XXX que le fueron entregadas como contraparte. Esta suma será entregada a la persona3 como garantía del préstamo¹⁷. Por su parte, la persona1 le estará debiendo a su comisionista la suma de \$5'000.000, y el comisionista, a su vez, le estará debiendo las 1000 acciones de XXX. Hasta este momento, la persona que hizo la venta en corto, o sea la persona1, no ha obtenido ningún beneficio de la operación.

Ahora, en una segunda etapa, supongamos que el precio de las acciones de la compañía XXX cayó a \$4.000. El vendedor en corto (la persona1) hará una orden a su comisionista

¹⁴ En Colombia, en el tercer día hábil luego de realizada una operación bursátil se hace la transferencia del dinero correspondiente a las acciones transadas.

¹⁵ Esta persona puede ser cualquiera que posea las acciones, pero lo más común es que el mismo comisionista de bolsa “preste” las acciones que tiene en posición propia para los inversionistas.

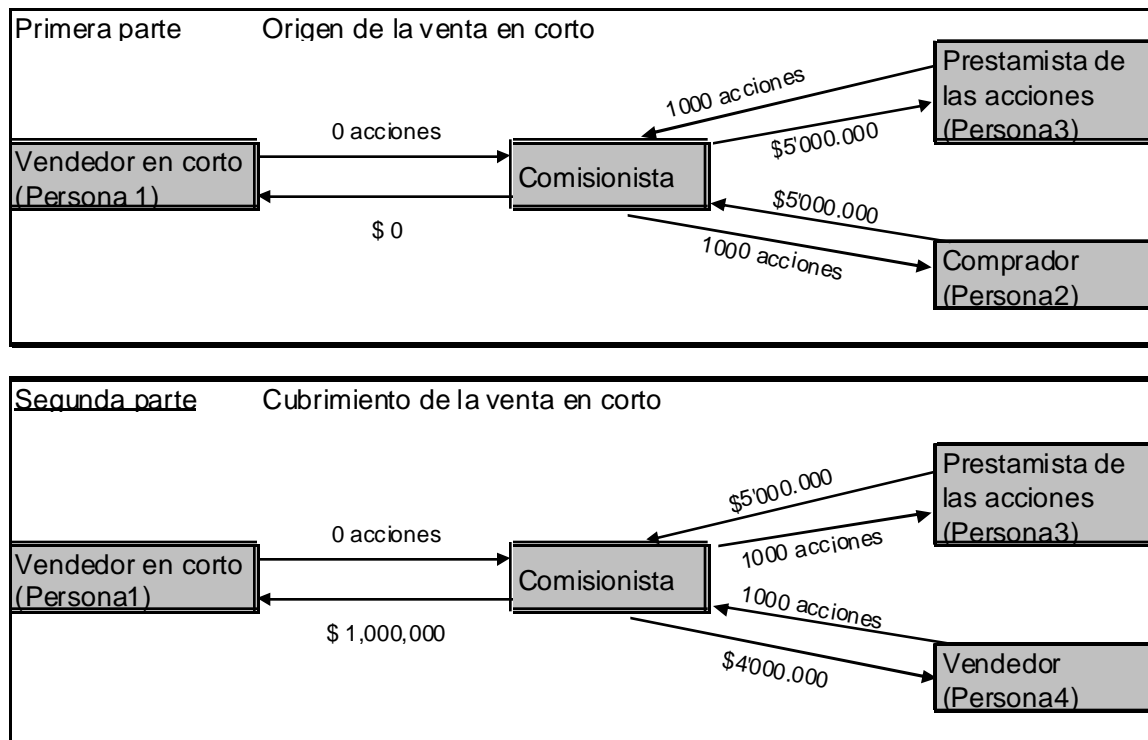
¹⁶ Estrictamente a este valor habría que sumarle la comisión del corredor de bolsa.

¹⁷ Esta operación se conoce como una operación REPO, la cual consiste en una venta con un compromiso de recompra por parte del vendedor. El precio al cual se hace la recompra se pacta en el momento de la venta.

de comprar 1000 acciones de la compañía XXX. La persona1 pagará \$4'000.000 al comisionista para que sean entregados al nuevo vendedor (persona4), quien a su vez entregará las 1000 acciones al comisionista. El comisionista, en este punto, retornará las acciones a la persona3 que fue quien las prestó en primera instancia. La persona3 devolverá en este punto la suma de \$5'000.000 recibida en garantía por las 1000 acciones al comisionista, quien a su vez le entregará a la persona1 el beneficio de \$1'000.000 obtenido en el proceso de la venta en corto.

Este proceso se explica más claramente en el Gráfico 3:

Gráfico 3 Explicación del proceso de venta en corto¹⁸



El proceso de ventas en corto es llevado a cabo comúnmente por inversionistas con poca aversión al riesgo. En Colombia son pocas las personas que usan este proceso, y las firmas comisionistas se reservan el derecho de permitir este tipo de operaciones solo a inversionistas específicos.

¹⁸ Medina, C. y Echeverri, J. (1993). “La selección de portafolios y la frontera eficiente: el caso de la bolsa de Medellín, 1990-1992”. Lecturas de economía No. 39 (Julio-Diciembre): 101-149.

Tal como lo explica Bannina (2000), “es raro que el procedimiento de ventas en corto sean disponibles al inversionista en el momento de la inversión, si se tiene en cuenta que que las firmas comisionistas normalmente se reservan estos procedimientos. Puede ser también que al inversionista se le prohíba completamente las ventas en corto (de hecho, los inversionistas pequeños proceden asumiendo que las ventas en corto son imposibles).”

2.1.3. Selección de un portafolio eficiente de acciones

El propósito de este estudio es encontrar la frontera eficiente para los mercados de renta variable en Colombia, tomando como base teórica los modelos de Markowitz, Capital Asset Pricing Model (CAPM) y el modelo de Black¹⁹, los cuales están sustentados en el comportamiento racional del inversionista.

Este comportamiento se puede interpretar simplemente como: dados unos valores de rentabilidad y riesgo, los cuales se derivan de las posibles combinaciones de activos calculadas en la selección del conjunto eficiente, los inversionistas siempre escogerán un portafolio el cual les permita una mayor rentabilidad a un mínimo riesgo. Dado que desde el punto de vista práctico es muy difícil encontrar esta relación, entonces este principio se basa en que dado un nivel de rentabilidad específico, el inversionista escogerá siempre los activos que tengan un menor riesgo, o dado un nivel de riesgo siempre el inversionista hará su elección basado en la máxima rentabilidad.

Las elecciones de un portafolio están sujetas entonces al principio del comportamiento racional del inversionista. Por lo tanto, los conjuntos eficientes calculados con base en las teorías expuestas se ubicarán sobre la frontera eficiente Gráfico 1 o la línea de mercado de Capitales (CML) descrita en la Gráfico 2. Por otra parte, una combinación sostenible de riesgo-rentabilidad (portafolio) es ineficiente si otra combinación obtenible tiene, ó una rentabilidad mayor sin aumentar el riesgo (desviación estándar), ó un riesgo menor

¹⁹ Posibilidad de asumir posiciones cortas, tal como se explico al comienzo del capítulo 2

(desviación estándar) sin disminuir la rentabilidad, y siempre será rechazada por el inversionista.

Como resultado en este proyecto de grado, se quiere obtener una mayor eficiencia para un portafolio que la presentada por los índices de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), usando una metodología que permita identificar la relación óptima entre rentabilidad y riesgo para portafolios de acciones en Colombia, identificando las variables que afectan su conformación.

2.1.4. Frontera eficiente con ventas en corto permitidas

Para el cálculo de la frontera eficiente en el caso que las ventas en corto son permitidas y son accesibles por el inversionista, se tienen las siguientes consideraciones, las cuales son explicadas más a fondo en Bannigan (2000). Se usará la siguiente notación para explicar el proceso de cálculo de la frontera eficiente:

Se asume que hay N activos riesgosos, cada uno con una rentabilidad esperada igual a $E(R_i)$. La variable R es el vector columna de las rentabilidades esperadas de cada uno de los activos:

$$R = \begin{bmatrix} E(R_1) = \bar{r}_1 \\ E(R_2) = \bar{r}_2 \\ \vdots \\ E(R_N) = \bar{r}_N \end{bmatrix}$$

y S es la matriz de varianzas-covarianzas de $N \times N$:

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} & \cdots & \sigma_{N1} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{N2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{1N} & \sigma_{2N} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$$

Dado lo anterior, se tiene que un portafolio de activos riesgosos (como las acciones) es un vector columna P cuyas coordenadas suman 1:

$$P = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_4 \end{bmatrix}, \text{ tales que } \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Cada coordenada x_i representa la proporción del portafolio invertida en el activo riesgoso i .

El valor esperado de la rentabilidad del portafolio P está dada por la multiplicación de X por R :

$$E(R_p) = X^T * R \equiv \sum_{i=1}^N x_i E(R_i)$$

Por otra parte, la varianza del portafolio P representada como $\sigma^2(P)$ está dada por la expresión

$$P^T Sx = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$$

Donde σ_{ij} es la covarianza entre las rentabilidades de los activos i y j . Es importante recordar que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

Ahora, para calcular la frontera eficiente, se tienen algunas proposiciones que usan las expresiones acabadas de describir.

Proposición 1

Si se acepta que c es una constante, se usa la notación $R-c$ para referirse al siguiente vector columna:

$$R - c = \begin{bmatrix} E(r_1) - c \\ E(r_2) - c \\ \vdots \\ E(r_N) - c \end{bmatrix}$$

Aceptando que el vector z resuelve el sistema de ecuaciones lineales simultáneas $R-c$, entonces se tiene que esta solución produce un portafolio P tal que se sitúa en la frontera de todos los portafolios factibles de la siguiente manera:

$$z = S^{-1} \{R - c\}$$

$$P = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$$

donde

$$x_i = \frac{z_i}{\sum_{j=1}^N z_j}$$

Todos los portafolios situados en la frontera son de esta forma. La demostración teórica de esta proposición se sale del alcance de esta investigación, pero puede ser encontrada en Benigna (2000)²⁰.

Por lo tanto, y para resumir esta proposición, se tiene que si P es un portafolio situado en la frontera, entonces existe una constante c y un vector z tales que $Sz = R - c$ y

$$x = \frac{z}{\sum_j z_j}.$$

Proposición 2

De acuerdo al teorema aportado por Black (1972), cualquier par de portafolios situados en la frontera son suficientes para obtener la frontera completamente. Dados dos portafolios $P = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ y $Q = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$, todos los portafolios situados en la frontera son combinaciones convexas de P y Q . Esto significa que dada cualquier constante a , el portafolio

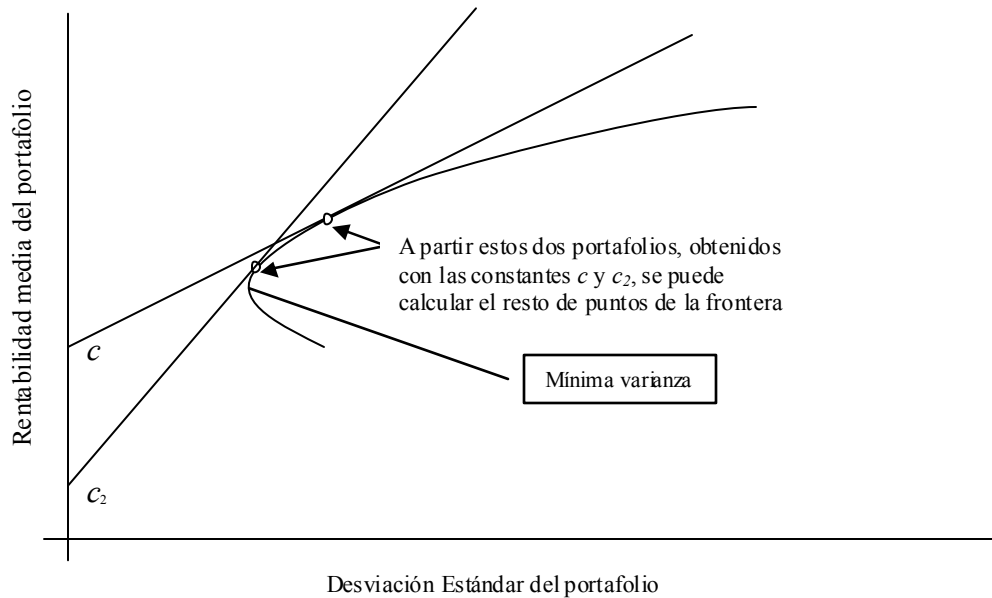
$$ax + (1 - a)y = \begin{bmatrix} ax_1 + (1 - a)y_1 \\ ax_2 + (1 - a)y_2 \\ \vdots \\ ax_N + (1 - a)y_N \end{bmatrix}$$

²⁰ Benninga, Simon. Financial Modeling. Cambridge, Mass. ; London : MIT Press, c2000. Página 180.

está en la frontera de los portafolios factibles.

Usando el procedimiento mencionado, se obtiene algo de este estilo:

Gráfico 4 Frontera eficiente cuando las ventas en corto son permitidas



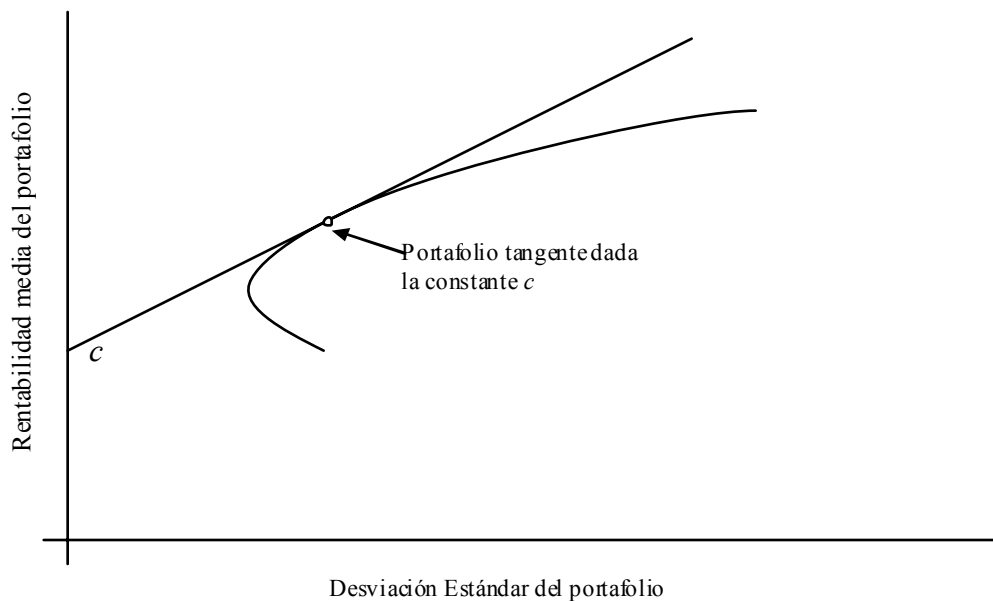
De esta forma queda construida la frontera eficiente cuando las ventas en corto son permitidas. Utilizando distintos valores de c , puede conocerse las proporciones de cada uno de los activos en la conformación de cualquiera de los portafolios eficientes contenidos en la Frontera Eficiente. Aunque en el gráfico se muestre la porción de la frontera que es ineficiente, es importante destacar que la porción eficiente es aquella que crece a partir del punto de mínima varianza.

2.1.5. Frontera eficiente cuando las ventas en corto NO son permitidas

Tal como se mostró en la sección acerca del cálculo de la frontera eficiente cuando las ventas en corto sí son permitidas, el problema para encontrar un portafolio situado en la

frontera de posibilidades se reduce a hallar un portafolio tangente en el contorno del conjunto de portafolios posibles. Dicha condición se entiende mejor observando el Gráfico 5:

Gráfico 5 Portafolios situados en la frontera de posibilidades



Primero que todo, hay que entender que la línea trazada entre c y un portafolio cualquiera de los portafolios posibles alcanza su pendiente máxima cuando, y solamente cuando ese portafolio está situado en la frontera de portafolios posibles.

Por lo tanto, para calcular cuál es el portafolio que es tangente dada la constante c debe encontrarse un portafolio que sea la solución para el siguiente problema sujeto a una serie de condiciones. Se tiene entonces, que siguiendo la notación explicada en la sección del cálculo del portafolio cuando se permiten las ventas en corto, el problema que se quiere resolver es:

$$\max \theta = \frac{E(R_p) - c}{\sigma_p}$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

y además, a diferencia de cuando se permiten ventas en corto, sujeto a

$$x_i \geq 0 \text{ para todo } i \text{ entre } 0 \text{ y } N$$

donde

$$E(R_p) = P^T * R = \sum_{i=1}^N x_i E(r_i)$$

$$\sigma_p = \sqrt{P^T S P} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}}$$

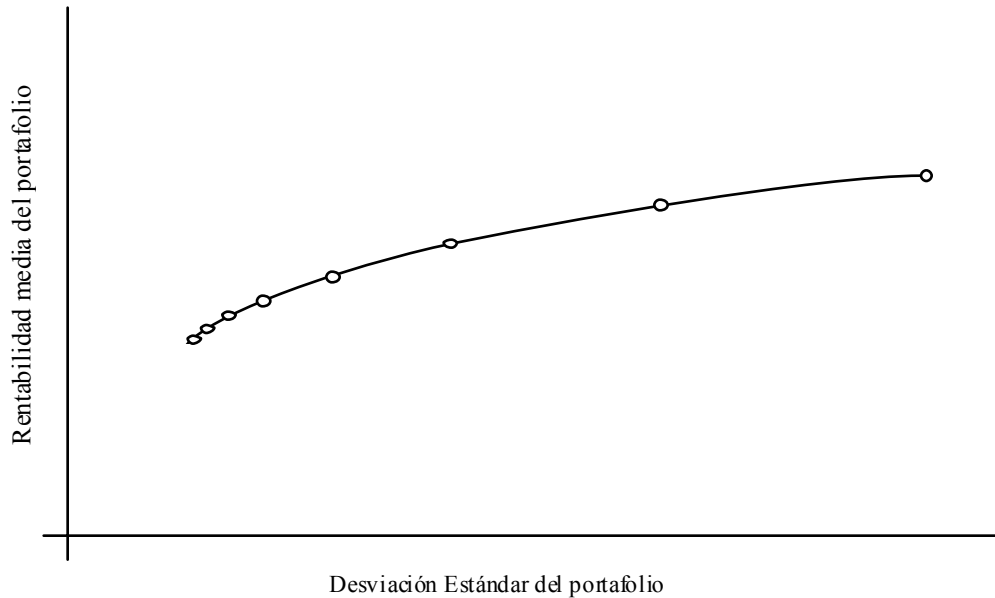
Para resolver el sistema anterior, pueden utilizarse sistemas iterativos de computación como programas escritos en Microsoft Visual Basic u otros de su estilo. Igualmente, y de forma más amigable, pueden ser resueltos en Microsoft Excel usando la función Solver. Usando esta función, se maximiza la pendiente mencionada variando las proporciones que tiene cada uno de los activos en el portafolio de estudio; y teniendo como restricciones que la suma de las proporciones debe ser igual a 1 y que no se permite que ninguna proporción sea menor a 1 (cuando la proporción es negativa, indicaría que se está haciendo una venta en corto).

Entonces, a diferencia de cuando las ventas en corto son permitidas, caso en el que se hallaban dos portafolios en la frontera de posibilidades, y a partir de éstos se calculaba toda la frontera, cuando las ventas en corto no son permitidas se requiere hacer el proceso acabado de mencionar de manera iterativa para poder hallar un gran número de puntos que permitan dibujar la frontera eficiente.

Luego de hacer el proceso iterativo, se obtiene una gráfica similar a la presentada en el

Gráfico 6:

Gráfico 6 Frontera eficiente cuando no se permiten las ventas en corto



2.1.6. Inclusión del activo libre de riesgo

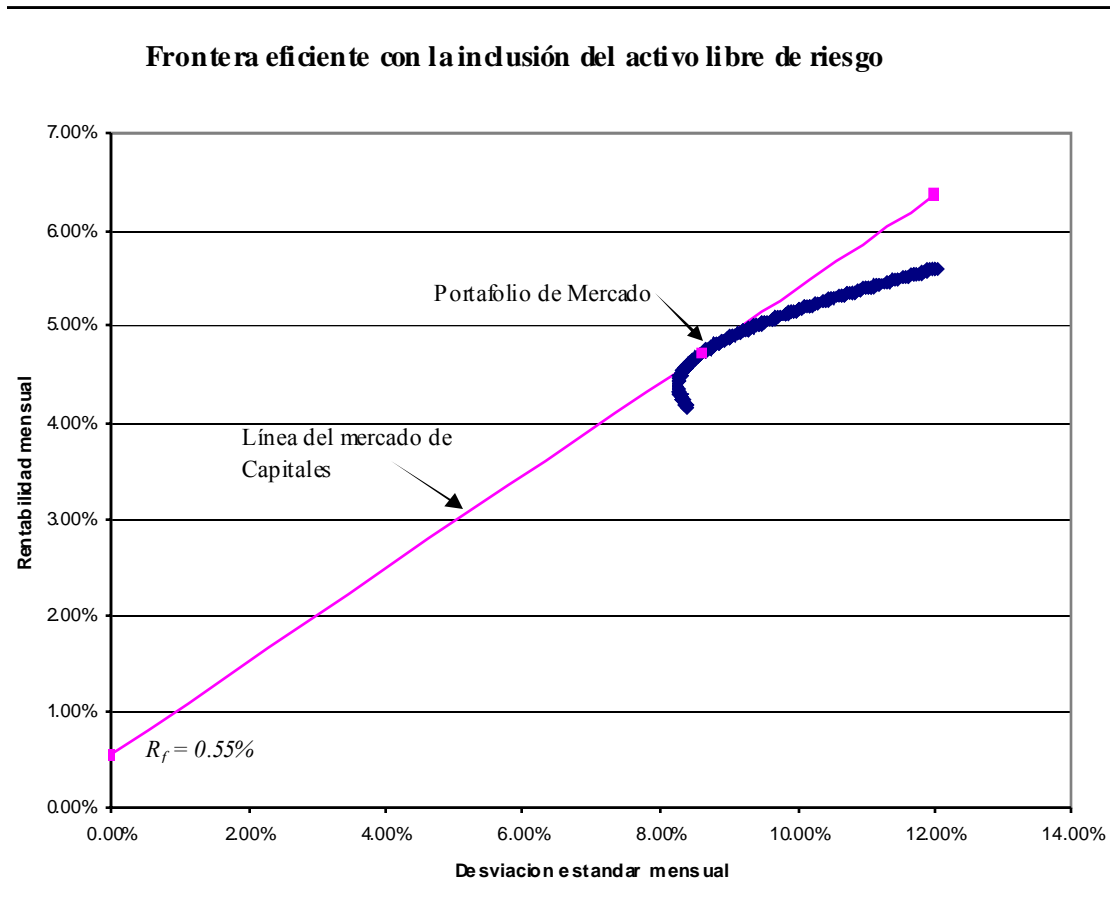
En modificaciones posteriores al modelo de Markowitz hechas por Sharpe (1964), Black (1972) y otros, se incluyó en los análisis de Frontera Eficiente para portafolios un activo libre de riesgo. La inclusión de este activo, parte del supuesto que cualquier inversionista puede acceder a préstamos, ó prestar dinero, de manera ilimitada y a una tasa equivalente a la tasa libre de riesgo.

Con esto, lo que se busca es lograr iguales rendimientos del portafolio con un nivel de riesgo inferior, el cual es posible gracias a que el portafolio incluye al activo libre de riesgo. Siendo estrictos en las proposiciones de los autores, la rentabilidad en teoría podría maximizarse de manera ilimitada siempre que se pueda acceder a recursos ilimitadamente a la tasa libre de riesgo.

Incluir en el análisis al activo libre de riesgo hace que la frontera eficiente calculada con la metodología de Markowitz, pase a ser ineficiente en todos sus puntos excepto en uno,

que corresponde al Portafolio de Mercado. Lo anterior se puede ver gráficamente en el Gráfico 7.

Gráfico 7 Frontera eficiente con la inclusión del activo libre de riesgo.



La línea que puede trazarse a partir de la rentabilidad del activo libre de riesgo (al cual obviamente le corresponde una varianza de cero), es tangente a la frontera eficiente en un solo punto que corresponde a un solo portafolio. Este portafolio, es llamado el Portafolio de Mercado, y de acuerdo con las modificaciones al modelo de Markowitz es el único Portafolio que en realidad sería eficiente entre los que se encuentran en la frontera eficiente.

La línea trazada recibe el nombre de Línea del Mercado de Capitales, y como puede verse, es superior en todos sus puntos a los portafolios eficientes que se ubican en la frontera eficiente. Esto indica que cualquier combinación del activo libre de riesgo con

los portafolios eficientes encontrados, conformará un nuevo portafolio que será más eficiente aún.

La practicidad de lo expuesto por los autores es limitada, especialmente en Colombia. Para los inversionistas, en especial los pequeños inversionistas, no es fácil acceder a activos financieros que sean considerados como libres de riesgo²¹. Tales activos corresponden principalmente a los Títulos de Tesorería emitidos por el gobierno colombiano, los cuales son considerados como libres de riesgo y por lo tanto las firmas calificadoras los evalúan como títulos Triple A²².

El acceso a estos papeles normalmente se hace a través de bancos y por medio de firmas comisionistas, las cuales exigen unos montos mínimos de entrada para hacer tales operaciones. La tasa libre de riesgo utilizada en esta investigación se expone en el numeral 4.1.1.

²¹ Existe la posibilidad de acceder a ellos en pequeños montos a través de firmas comisionistas de bolsa.

²² Calificación que se le otorga a los activos que representan nivel de riesgo mínimo.

3. EL MERCADO DE CAPITAL EN COLOMBIA

El mercado de capitales en Colombia se compone principalmente por los instrumentos que son negociados en el mercado público de valores, los cuales son los TES, los bonos y las acciones. Estos tres tipos de activos financieros son de suma importancia en las estructuras de capital de las empresas colombianas.

El mercado de TES constituye la gran mayoría del volumen de los títulos transados en los mercados de colombianos, tal como se puede observar en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Cuadro 1 Composición del mercado de títulos de renta fija en Colombia

Principales Títulos de Renta Fija en Colombia

	1997	1998	1999	2000	Sep 2001
Cifras en billones					
TES	9,6	13,8	19,8	28,8	34,6
CDT	16,5	22,3	23,1	22,9	24,0
BONOS	7,4	6,4	6,4	2,2	2,0
TOTAL	33,5	42,5	47,4	53,9	60,6

Fuente: Mercado de Capitales, Javier Serrano

Los bonos hacen parte de las opciones de financiamiento de las empresas, pero son de baja utilización. Por último están las acciones, que representan el volumen más pequeño que se transa en el mercado de capitales, aunque cada vez adquieren mayor importancia.

Es así como al analizar el total de los activos financieros negociados en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) en un día cualquiera, se observa el tamaño pequeño que representan las acciones en Colombia, frente a los otros activos del mercado de capitales (ver

Volúmenes (2005-11-15 15:20:21)		
Mercado del día	Volumen (miles de pesos)	Participación
Acciones	129,211,875.75	2.68%
Divisas	679,487,440.33	14.11%

Renta Fija	4,007,405,766.10	83.21%
Derivados	0.00	0.00%
TOTALES	4,816,105,082.19	100.00%

2).

Cuadro 2 Volúmenes de transacciones clasificados por tipo de título

Volúmenes (2005-11-15 15:20:21)		
Mercado del día	Volumen (miles de pesos)	Participación
Acciones	129,211,875.75	2.68%
Divisas	679,487,440.33	14.11%
Renta Fija	4,007,405,766.10	83.21%
Derivados	0.00	0.00%
TOTALES	4,816,105,082.19	100.00%

Fuente Bolsa de Valores de Colombia

3.1. Mercado bursátil Colombiano

Tal como se definió en el primer capítulo, cada vez el mercado bursátil en Colombia adquiere una mayor importancia dentro de las empresas y para los inversionistas institucionales y personas naturales.

Los inversionistas encuentran cada vez mayores alternativas de inversión a nivel global²³ debido a la amplia utilización por parte de las empresas de esta alternativa de

²³ Situación diferente en Colombia, ya que el número de empresas inscritas en Bolsa ha venido disminuyendo en los últimos años. En el pasado 237, y a Octubre 31 de 2005 solo hay 125 empresas inscritas.

financiamiento, que abre el abanico de posibilidades a los mercados primarios y secundarios²⁴.

Las estructuras financieras de las empresas están compuestas por combinaciones de las fuentes de financiamiento de corto y largo plazo. El propósito de estas fuentes es la adquisición y puesta en producción de sus activos y adquiere una importancia cada vez mayor para los directivos de las organizaciones al momento de la toma de sus decisiones financieras.

Una alta utilización de la deuda de corto plazo expone a las empresas a un riesgo financiero mucho mayor que al tener altas utilidades de deudas de largo plazo. Esta situación se presenta, ya que las empresas se vuelven muy sensibles a los ciclos temporales de los negocios. De acuerdo con Serrano (2005), una muestra de esta situación se encuentra en la recesión de Colombia en los años 1999 al 2001.

Por lo tanto las empresas buscan configurar una estructura de capital que sea la mezcla óptima de sus fuentes de financiamiento, y así minimizar el costo promedio ponderado de capital. De esta manera las estructuras de capital²⁵ son objeto de estudio para encontrar la mezcla óptima de los endeudamientos de largo plazo y el financiamiento por acciones o utilidades retenidas. Debido al menor riesgo que implica el financiamiento de las empresas a través de acciones y utilidades retenidas, los inversionistas tienen mayores alternativas y deben ser mas cuidadosos al momento de realizar sus elecciones.

En el Anexo 2 se presentan algunas definiciones generales para entender este mercado.

3.1.1. Bolsa de Valores de Colombia

²⁴ Mercado primario: Es el conjunto de instituciones y operadores encargados de la colocación de nuevas emisiones de títulos en el mercado. A este mercado es donde las empresas recurren para conseguir el capital que necesitan, sea para la financiación de sus proyectos de expansión o para emplearlos en otras actividades productivas.

Mercado secundario: Es el conjunto de instituciones y agentes que permiten la transferencia de la propiedad de los títulos ya colocados en el mercado primario. Proporciona liquidez a los títulos ya emitidos y a los inversionistas que los compraron.

²⁵ Deudas de largo plazo y patrimonio

La Bolsa de Valores de Colombia (BVC) fue creada en septiembre de 2001, fusionando la Bolsa de Valores de Bogotá, La Bolsa de Valores de Medellín y la Bolsa de Valores de Occidente, para convertirse en el único mercado bursátil en Colombia.

En estas tres bolsas se negociaban mayoritariamente títulos para el financiamiento del Estado, TES²⁶, que son expedidos por la Dirección del Tesoro Nacional, y certificados de deposito a termino fijo (CDT). Tal como se indicó en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, se resalta la importancia que tienen los TES en el mercado bursátil colombiano en los últimos años y la disminución de la participación de los CDT's.

El propósito de las bolsas de valores y por consiguiente de la BVC, es dar liquidez a los activos financieros que no tienen liquidez primaria tal como las acciones, o mejorar la liquidez secundaria cuándo la primera es insuficiente.

Con la creación de la Bolsa de Valores de Colombia se creó el Mercado Electrónico Colombiano (MEC), en el cual se negocian los papeles de renta fija. Los otros cuatro mercados que existen en la actualidad son:

- Renta variable, sobre el cual se desarrolla este proyecto de grado.
- Deuda pública
- Divisas
- Operaciones a plazo de cumplimiento financiero.

Los mercados de renta variable (acciones) y deuda pública, operan mediante diferentes sistemas de negociación con un horario entre las 9:00 AM y la 1:00 PM²⁷ de lunes a viernes en el caso de las acciones, menos el último día hábil de cada mes en que el mercado cierra a las 12 del día. Las negociaciones que allí se llevan están dadas por la

²⁶ Títulos de Tesorería del Gobierno

²⁷ Este horario cambió a partir del 1 de Noviembre de 2005, anteriormente era de 9:30am a 12:30m.

oferta y la demanda a través de pujas y de ofertas compatible entre quien compra y quien vende.

En Colombia cuando se llevan a cabo grandes negociaciones de paquetes accionarios es necesario hacerlo mediante una oferta pública de adquisición (OPA) y a través de los martillos. Las OPAS son de carácter obligatorio cuando una persona o grupo de personas que conforman un mismo beneficiario real desea convertirse en beneficiario real del más del 10% de las acciones en circulación de una sociedad, ó que teniendo este porcentaje desee aumentarlo en más de 5%²⁸.

Dentro de los mercados de capitales existen unos agentes que son los creadores de mercado, encargados de darle liquidez a los mismos. En Colombia, estos agentes son Sociedades Comisionistas de Bolsa (como InterBolsa) y los establecimientos bancarios (en el caso de deuda pública) y se encargan de crear mercado para los activos financieros que allí se negocian. En el caso del mercado de acciones colombianas, no existen estos creadores de mercado que aseguren la liquidez de las mismas.

En el mercado de renta variable colombiano las únicos autorizados para negociar acciones en bolsa son las sociedades comisionistas de bolsa. Es importante resaltar que en esta investigación no se están analizando los títulos negociados en los mercados extrabursátiles y ni los mercados de renta fija negociados a través del MEC.²⁹

Las sociedades comisionistas de bolsa son los principales intermediarios del mercado público de valores y la ley 45 de 1990 estableció las principales funciones de estos agentes del mercado financiero, dentro de las cuales se pueden destacar: la intermediación en la colocación de títulos garantizando la totalidad o parte de la misma o adquiriendo valores por cuenta propia, realizar operaciones por cuenta propia con el fin de dar mayor estabilidad a los precios del mercado, reducir los márgenes entre la demanda y oferta de los mismos, y en general dar liquidez al mercado y prestar asesoría en actividades relacionadas con el mercado de capitales.

²⁸ Op. Cit. Serrano, Javier. Página. 237.

²⁹ Mercado electrónico Colombiano

.El mercado de acciones colombiano aunque no está muy desarrollado ya que es ineficiente y concentrado en pocas acciones³⁰, fue en el 2002 y 2003 el de mayor valorización en el mundo³¹. Estas mediciones se hacen de acuerdo a las publicaciones de índices de precios y volúmenes que reflejan las condiciones de oferta y demanda de las bolsas.

Los índices más populares en el mundo son el Dow Jones Industrial Average (DJIA)³² o The Standard and Poor's 500 Index³³. En Colombia la Bolsa de Valores Cuenta con un solo índice, el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia IGBC, el cual se calcula de acuerdo con la información disponible por la BVC mediante la selección de las acciones más representativas en rotación y frecuencia, de una canasta diversificada variable, que se modifica trimestralmente.

Con base en la información obtenida de la bolsa, en la siguiente grafica se presenta la evolución crecimiento del IGBC desde la creación de la BVC hasta el mes de abril del año 2005, aunque en la actualidad por los últimos acontecimientos en cuanto a la reelección presidencial, este índice supero la barrera de los 7000 puntos.

Gráfico 8 Evolución histórica del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia

³⁰ Op. Cit. Serrano, Javier.

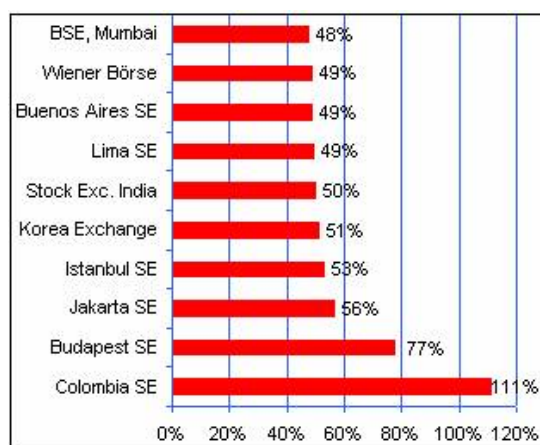
³¹ "... los valores del Índice General de la bolsa de valores de Colombia, al finalizar los años 2001, 2002, y 2003 fueron respectivamente: 1070.87, 1608.66 y 2333.70, con valorizaciones respectivamente para los años 2002 y 2003 de 50.22% y 45, 07%". Tomado de libro de Javier Serrano, Mercado de Capitales.

³² Este índice se calcula con base en las cotizaciones de 30 acciones industriales y financieras

³³ Este se calcula con base en las cotizaciones de 500 acciones de empresas inscritas en la Bolsa de New York, la Bolsa Americana AMEX y el mercado NASDAQ.



De acuerdo con la World Federation of Exchanges se reportó que el Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC) ha sido el de mejor desempeño entre los índices accionarios de sus miembros durante los últimos doce meses. “...El principal indicador de las acciones colombianas registró un crecimiento del 111,28% entre julio de 2004 y julio de 2005. Es decir, las acciones colombianas reportaron alzas en los precios superiores a las acciones que se cotizan en las principales Bolsas de valores del mundo”³⁴.



Fuente: WFE.

³⁴ WFE. World Federation of Exchanges. Disponible en internet: <http://www.world-exchanges.org/WFE/home.Asp>

“...Las bolsas de valores de países emergentes han reportado las mayores ganancias en el último año. Cuatro bolsas asiáticas, tres latinoamericanas y tres europeas ocuparon los diez primeros lugares en el ranking de índices accionarios de la WFE. Además del índice colombiano, sobresalieron en Latinoamérica las valorizaciones del IGBVL de Lima (Perú) que creció 49% en el período analizado, el índice de la Bolsa de Buenos Aires que presentó un incremento del 48,80% y el IPC de México con un alza del 42,40%...”³⁵

Este crecimiento y auge, no obstante el pequeño tamaño aún de las acciones en Colombia, es resultado de la eliminación de políticas del gobierno tales como la doble tributación, la reducción de los créditos de fomento, el mayor control a las empresas, y los nuevos marcos regulatorios tales como los códigos de buen gobierno y las medidas para la protección a los inversionistas.

A pesar de estos crecimientos registrados en la Bolsa de Valores de Colombia, es importante resaltar que aún existe una baja utilización del financiamiento a través de las acciones, quizá porque no ha existido la cultura en los empresarios que creen que aún tienen mejores alternativas de financiamiento.

Es importante resaltar que en Colombia existe un mercado extrabursátil o mercado sobre el mostrador (OTC por sus siglas en inglés para *Over the counter*). En este mercado las partes no están obligadas a realizar sus negociaciones por bolsa y está compuesto por dos partes. En la primera de ellas las negociaciones se efectúan directamente entre las partes y no es obligatorio registrar las transacciones, y en la segunda aunque se puede negociar entre las partes, es obligatorio el registro entre ellas³⁶.

Por ultimo, la Superintendencia de Valores es la encargada de velar por la transparencia del mercado y el control a la información pública eventual, ejerciendo las funciones de “... inspección, vigilancia y control, propendiendo por una regulación estable y sencilla, estimulando el desarrollo del mercado y de sus productos, incentivando la competencia y la modernización...”³⁷, tal como le establece su misión³⁸. La Superintendencia se creó, a

³⁵ Ibid. WFE

³⁶ Por ejemplo Inverlance, hace parte del mercado extrabursátil, pero en este sistema centralizado de transacciones financieras se hacen los registros de carácter obligatorio

³⁷ Supervalores. Disponible en internet <http://www.supervalores.gov.co> Consultado: 3 de Octubre de 2005.

través de la Ley 32 de 1979 y actualmente depende del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

3.1.2. Factores comunes que llevan a que una acción varíe su precio en Colombia

Las acciones en Colombia, como en cualquier otra bolsa del mundo, están afectadas por múltiples factores de diversa índole. Estos factores pueden clasificarse en dos grandes grupos según su origen, que son: los factores relacionados con el entorno de las empresas, y los factores relacionados con la situación al interior de las empresas.

El primer grupo de factores afecta a todas las empresas, a veces de forma similar para todas y a veces afectando a algunas y favoreciendo a otras. Estos factores corresponden a los eventos políticos, la situación macroeconómica del país, el estado de la imagen del país respecto a los países extranjeros, entre otros. Estos factores afectan directamente la confianza en el país y en sus empresas, debilitando el flujo de inversiones extranjeras que llegan directamente a la BVC. Igualmente se debilita la confianza al interior del país, promoviendo la fuga de capitales por parte de los nacionales colombianos hacia inversiones en el extranjero.

En los últimos años la confianza en el país ha mejorado sustancialmente respecto al punto en el que se encontraba 10 años atrás. La mejoría que se ha dado en temas de seguridad ha sido clave para detener la fuga de capitales y promover la entrada de capitales extranjeros. De esta forma la imagen del país ha mejorado, llamando un volumen mayor de inversionistas nacionales y extranjeros a invertir en la BVC. El auge del mercado accionario colombiano se ha debido en gran medida a esta situación.

38 "Promover un mercado de valores eficiente, transparente y competitivo, con altos niveles de integridad y profesionalismo, propendiendo por una regulación adecuada y con una supervisión efectiva" Ibid. Supervalores.

La situación de Estados Unidos es otro factor que afecta directamente el comportamiento del mercado accionario. En los últimos tres años la tasa piso pagada por la FED³⁹ a los títulos de tesorería del gobierno de los Estados Unidos, una de las tasas de referencia más importante para todos los mercados del mundo, ha estado en niveles mínimos históricos. Este hecho afecta las tasas de interés pagadas en una gran parte del mundo, que por ejemplo, ven que mientras en Estados Unidos se obtiene un rendimiento inferior al 1% E.A., en Colombia la rentabilidad anual del IGBC (que es la valorización promedio de todas las acciones) es cercana o superior al 100%. Una razón más para atraer los capitales extranjeros.

Otro factor importante en el mercado de las acciones, es el que juegan los fondos de pensiones, de empleados, y demás fondos tanto nacionales como extranjeros. Al ver las rentabilidades que ha venido dando la Bolsa en los últimos años, y luego de hacer un análisis exhaustivo de la situación de las empresas colombianas, se han dado cuenta que éstas se encuentran en un estado de crecimiento sostenible⁴⁰ y en algunos casos de subvaloración, y por lo tanto han dirigido una porción de sus grandes capitales de inversión hacia este mercado.

En el segundo grupo de factores que afectan el precio de una acción, los que se dan por la situación al interior de las empresas, hay algunos que vale la pena mencionar.

Ante el proceso de globalización que se está viviendo en el mundo entero, las empresas de los países emergentes como Colombia corren el riesgo de desaparecer si no toman medidas. Las empresas más grandes del país han venido actuando frente a este hecho por medio de fusiones y adquisiciones para consolidarse y fortalecerse, algunas con el objetivo de no permitir o por lo menos de no hacer fácil la entrada de los gigantes globalizados, y otras con el objetivo de volverse muy atractivas para que estos gigantes las adquieran.

Tal es el caso de las principales empresas del sector financiero del país que se han consolidado en dos grandes grupos financieros. Igual es el caso de las empresas

³⁹ Federal Reserve de los Estados Unidos.

⁴⁰ Los autores opinan que esta afirmación es válida para algunas de las empresas inscritas (en general para casi todas las calificadas como de alta bursatilidad) por lo menos en un horizonte de tiempo de mediano plazo.

cementeras del país, en especial las controladas por el Grupo Empresarial Antioqueño (GEA), quienes se fusionaron para aprovechar sinergias y hacer frente a la entrada de las grandes multinacionales. La misma estrategia fue utilizada por el GEA en el sector alimenticio, consolidando todos sus negocios de alimentos bajo una sola empresa matriz⁴¹. Otro caso reciente es el de Bavaria, quien fue adquirida por uno de los principales grupos cerveceros a nivel mundial. De esta forma, las empresas se han consolidado en el mercado nacional y han podido crecer hacia los mercados internacionales con resultados satisfactorios por lo menos hasta la fecha.

⁴¹ Todas las empresas alimenticias del GEA quedaron como filiales de la empresa matriz Inversiones Nacional de Chocolates S.A.

4. METODOLOGÍA

4.1. Identificación de factores que afectan la frontera eficiente

Tal como se explicó en el marco teórico, la frontera eficiente se puede dibujar en un gráfico cuyos ejes corresponden a valores de rentabilidad y riesgo. En el caso que estudia esta investigación, se asoció el riesgo con la variabilidad histórica que han presentado los precios de cierre de las acciones en determinado período de tiempo. El período de tiempo que se utilizó fue el de un mes, así que de la base de datos de precios de cierre diarios de todas las acciones se utilizaron los precios de cierre correspondientes al día de fin de mes. A partir de estos precios mensuales, se calculó el riesgo como la variabilidad de cada uno respecto al promedio de todos los precios (la varianza) y luego se tradujo en términos de la desviación estándar para utilizar una variable de mejor y más fácil comprensión para indicar en qué medida los precios de cada acción variaron durante el período de análisis.

De los mismos precios de cierre mensuales, se calculó la rentabilidad a tener en cuenta para la frontera eficiente. La forma de cálculo de la rentabilidad se explicará en detalle más adelante, pero para dar una idea se trata simplemente de la comparación de los rendimientos de cada acción durante el mes medidos como porcentaje del valor de la acción al inicio del mes.

En el caso específico de esta investigación se utilizaron los precios mensuales, pero el modelo que se propone, el software que acompaña este trabajo y la base de datos a partir de la cual se obtienen los datos de interés, permite modificar esta condición para acomodarla a períodos distintos al de un mes ya que dicha base tiene los precios de cierre diarios del período Enero/2003 a Junio/2005. Por lo tanto el análisis puede hacerse utilizando datos semestrales, trimestrales, bimestrales, mensuales, quincenales, semanales o incluso diarios. Como se especificó en el marco teórico, se aconseja utilizar un período similar al horizonte de inversión que el inversionista tenga planeado para el portafolio que construirá a partir de los resultados de el análisis de frontera eficiente. Igualmente se recomienda tener la base de datos lo más actualizada posible.

4.1.1. Recolección histórica de los datos relevantes para la construcción de la frontera eficiente

Rentabilidad y desviación estándar

Los precios de cierre históricos de cada una de las acciones pueden encontrarse en diversos lugares. El lugar oficial en donde puede pedirse este tipo de datos es directamente en las oficinas de la Bolsa de Valores de Colombia, en donde llevan el registro diario de todas las transacciones hechas durante la rueda bursátil. Dicha información, en este lugar, puede comprarse.

Igualmente, y por lo menos durante el tiempo en que se realizó este Proyecto de Grado, se pudo acceder a los registros de los precios de cierre diarios de manera gratuita en los portales de Internet de algunas entidades financieras, tal como se explica a continuación.

La base de datos utilizada para el análisis en este trabajo se obtuvo de la página web que tiene publicada el Grupo Aval⁴². Dicha página, en su *Home Page* contiene una pestaña llamada “Renta Variable”, que lleva a una página especializada para las acciones. Dentro de esta nueva página, hay otro *link* llamado “Datos Históricos”, que conduce a un lugar en el cual están disponibles los datos históricos de cada una de las acciones día a día.

Para acceder a los datos de esta página no es necesario ningún tipo de suscripción y mucho menos de pago, los datos que allí se encuentran son de carácter público y por lo tanto cualquier persona puede acceder a ellos⁴³.

Activo libre de riesgo

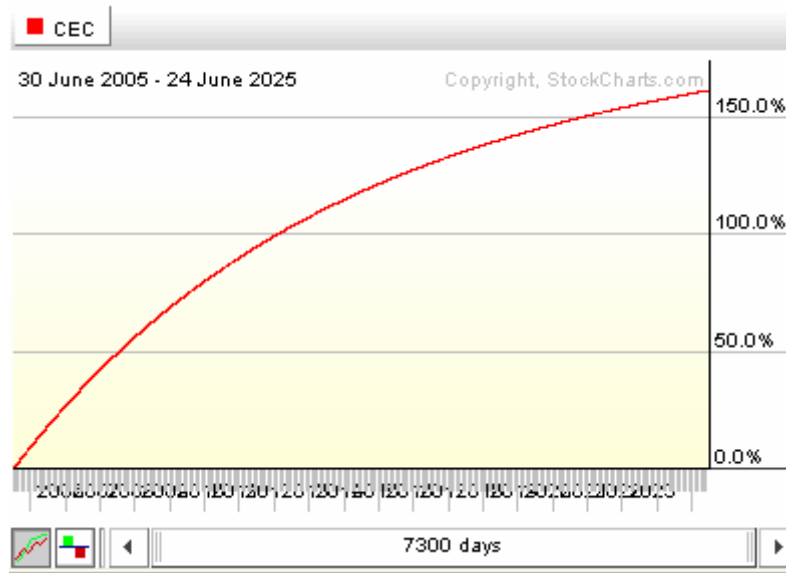
Como tasa libre de riesgo se escogió la curva cero cupón de los Títulos de Tesorería del Gobierno de Colombia (TES). La información acerca de esta curva es publicada por la Bolsa de Valores de Colombia por lo que es de carácter público. Esta curva representa el rendimiento de los TES sin tener en cuenta sus cupones periódicos. En el Gráfico 9 se

⁴² Grupo Aval (2005). Renta variable. Disponible en internet: www.grupoaval.com Consultado: 16 de julio de 2005.

⁴³ Por lo menos así fue durante el tiempo de realización de este Proyecto de Grado.

muestra como ejemplo la curva cero cupón para los TES en pesos del día 30 de Junio de 2005.

Gráfico 9 Curva cero cupón para TES en pesos para el día 30 de Junio de 2005



Fuente: <http://www.infoval.com.co/spivi/>

Esta tasa puede ser considerada como libre de riesgo ya que los TES son los títulos emitidos por el gobierno colombiano y tienen una calificación a nivel nacional AAA, y son oficialmente considerados como de riesgo cero por la Superintendencia Bancaria. Esta curva es publicada diariamente y muestra los movimientos del mercado. Para leer la curva, se entra por el plazo al término del TES (según el caso puede ser 1 mes, 1 año, 8 años, con un máximo de 15 años) y se lee la tasa correspondiente para ese plazo.

En el caso de esta investigación, se tomaron los últimos días de cada mes y se evaluó la tasa correspondiente para títulos con un plazo a la terminación de un mes de duración (30 días). Como las tasas en la curva están dadas en términos efectivos anuales, se convirtieron a términos mensuales y a partir de éstas se calculó la tasa promedio que fue la que se consideró como tasa libre de riesgo para el período de evaluación.

Los resultados obtenidos son los que se anexan en el Anexo 5 , y a partir de ellos se obtiene una tasa libre de riesgo de 6.84% E.A., que es equivalente a una rentabilidad mensual del 0.55%.

En el trabajo desarrollado por Medina y Echeverri (2003), la tasa del activo libre de riesgo es determinada a partir de un promedio entre los TES a 90 días y la tasa DTF. En nuestra opinión esta metodología no es la más apropiada, ya que por definición la tasa DTF es el promedio de las tasas de aceptación a 90 días (CDT) de todas las entidades financieras, y entre todas esas entidades financieras hay algunas con calificación de riesgo baja (BB, BBB, AA, entre otras calificaciones). Por lo tanto, el riesgo de *default*⁴⁴ es mayor y no es apropiado considerar esta tasa como “libre de riesgo”.

4.2. Recolección de proyecciones futuras de datos relevantes

En el mercado se encuentran algunas firmas que se aventuran a pronosticar precios futuros a algunas acciones colombianas, las cuales son especializadas en inversión y hacen estos pronósticos para utilizarlos con sus posiciones propias o para hacer recomendaciones a sus clientes. Algunas de estas firmas son filiales de los bancos, de compañías de seguros, fondos de pensiones y cesantías, o firmas comisionistas de bolsa, como: Suvalor, Protección, Inversionistas de Colombia, Promotora bursátil, y Ultrabursátil.

Los pronósticos que realizan son el resultado de una serie de análisis exhaustivos tanto de tipo técnico⁴⁵ como fundamental⁴⁶. De todas maneras, no dejan de ser pronósticos en los que no se puede llegar a un grado de objetividad total, y por lo tanto siguen siendo un tipo de “especulación” acerca de lo que puede llegar a pasar con el precio de cierre de las acciones. En el horizonte de tiempo en el que se hacen estas proyecciones, pueden suceder muchas cosas que desvirtúen y le resten precisión a los análisis hechos. Inclusive, si no sucede nada de trascendencia importante para el mercado o para la empresa, tales proyecciones frecuentemente resultan erradas en gran medida.

Normalmente, los pronósticos se hacen a acciones de empresas específicas y para propósitos específicos. Por lo tanto, estas proyecciones no pueden encontrarse para todas

⁴⁴ *Default* quiere decir que alguna entidad no cumpla con sus obligaciones, o sea que no pague los intereses.

⁴⁵ Análisis que se realiza a partir de comportamientos históricos.

⁴⁶ Análisis realizado a partir del estudio de los estados financieros, de las proyecciones de la empresa, de futuros proyectos que tenga la empresa, de los cambios que se esperan en el entorno, entre otras cosas.

las acciones y mucho menos se pueden pretender encontrar para horizontes de tiempo similares. Adicionalmente, cuando estas proyecciones se realizan, las firmas las hacen para un período de tiempo determinado como por ejemplo 6, 9, 12 meses, período al final del cual se atreven a dar un “Precio Objetivo⁴⁷”; y por lo tanto es demasiado ambicioso pretender que dichas firmas se aventuren a dar precios de cierre mensuales para esas acciones.

Puede afirmarse, entonces, que en el medio no existen proyecciones confiables o no confiables de los precios futuros de todas las acciones analizadas y mucho menos con una periodicidad mensual, que es la que se está utilizando en esta investigación. Por lo tanto, y por lo menos hasta el momento, no puede utilizarse la metodología de cálculo de la frontera eficiente sobre una base de datos en la cual se proyecten precios de cierre futuros para tomar decisiones acerca de la conformación de portafolios de inversión.

4.3. Metodología de cálculo de la frontera eficiente para las acciones que componían el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC48) entre Enero de 2003 y Junio de 2005

Para hacer el cálculo de la frontera eficiente de inversión para diversos portafolios compuestos por acciones suscritas en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), se tomaron los datos históricos correspondientes a los precios de cierre de cada una de ellas para el período comprendido entre el 1 de Enero de 2003 y el 30 de Junio de 2005, fecha en la cual se inició este proyecto de grado. Se trabajó entonces con una base de datos compuesta por 651⁴⁹ precios de cierre para cada una de las acciones y para el IGBC.

Las acciones analizadas son aquellas que en Junio de 2005 conformaban el IGBC. Tales acciones, con su respectiva participación en el índice se encuentran en el Anexo 1. Es necesario anotar que algunas de las acciones que conformaban el índice en esa fecha,

⁴⁷ Precio al que llegan después de hacer análisis rigurosos que puede estar la acción al finalizar el período de tiempo determinado.

⁴⁸ Se tomaron en cuenta las acciones que componían dicho índice el 30 de Junio de 2005.

⁴⁹ Los días hábiles en los cuales operó la bolsa en el período Enero-03 a Junio-05 suman un total de 651 días.

fueron suscritas en la Bolsa después del primero de enero de 2003, por lo que no registran datos durante todo el período de estudio. Tales acciones fueron Diaco, Gas Natural, ETB y Adminver, y por esta razón no se tuvieron en cuenta para conformar los diferentes portafolios estudiados.

Con el objetivo de poder hacer comparables los precios de cierre de todo el período de estudio, fue necesario aplicarle la inflación a todos los datos con base en el Índice de Precios al Consumidor (IPC) mensual. De ésta forma, se llevaron todos los precios a Pesos Colombianos del 30 de Junio de 2005.

Una vez habiendo hecha comparable la base de datos inicial, se procedió a calcular las rentabilidades de cada una de las acciones independientemente y del IGBC. Para tal fin se tomaron los datos correspondientes a los valores de cierre para cada mes (30 meses en total), con el argumento de que el horizonte de inversión de quien vaya a utilizar los resultados de un estudio como éste es de por lo menos un mes. En caso de que el lector esté interesado en otro tipo de análisis para períodos más cortos de inversión (incluso inversiones intra-diarias), se sugiere hacer lecturas más profundas relacionadas con el análisis técnico en libros como el de Murphy (1999) que explican las diferentes metodologías utilizadas para ello.

Para cada acción se calculó la rentabilidad en cada uno de los meses, de la siguiente manera:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1} + D_{i,t}}{P_{i,t-1}}$$

Donde

$R_{i,t}$ es la rentabilidad de la acción i en el mes t ,

$P_{i,t}$ es el precio de cierre de la acción i en el mes t ,

$P_{i,t-1}$ es el precio de cierre de la acción i en el mes anterior al mes t ,

Y $D_{i,t}$ es el dividendo pagado para cada acción i en el mes t .

Como los períodos de pago de dividendo varían para cada una de las acciones, se tomaron en cada uno de los meses en los cuales se pagaba este dividendo. Es decir, si el

pago de los dividendos era trimestralmente, se tenía en cuenta dicho dividendo en los meses de abril, julio, octubre y enero del año siguiente.

Luego de calcular las rentabilidades de cada acción en cada mes (en pesos de junio de 2005), se calculó la rentabilidad media de todo el período de estudio, así:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^{30} R_{i,t}}{30}$$

donde

$E(R_i)$ es el valor esperado o promedio de la rentabilidad de la acción i , y

$R_{i,t}$ es la rentabilidad de la acción i en el mes t .

Igualmente se calcularon las varianzas de las rentabilidades para cada una de las acciones, las covarianzas entre ellas, y finalmente la desviación estándar de los datos de cada acción. Para esto se utilizaron las siguientes fórmulas⁵⁰:

$$Var(R_i) = \frac{(R_{i,t} - E(R_i))^2}{29}$$

$$Cov(R_i, R_j) = \frac{\sum_{t=1}^{30} (R_{i,t} - R_i)(R_{j,t} - R_j)}{29}$$

$$DesviaciónEstándar(R_i) = \sqrt{Var(R_i)} .$$

Los datos obtenidos para cada una de las acciones son los que se muestran en el siguiente cuadro.

Cuadro 3 Rentabilidades y Desviaciones Estándar para cada una de las acciones tenidas en cuenta

Acción i	$E(R_i)$	Desv. Est. (R_i)
Suraminv	5.75%	12.95%
Bancolombia Ordinaria	5.01%	10.64%
ISA	3.99%	10.44%
Acerís Paz del Río	38.47%	149.59%

⁵⁰ Para los cálculos de la varianza y las covarianzas, el divisor es igual a el número total de meses analizados menos uno, o sea $30 - 1 = 29$, ya que estadísticamente puede demostrarse que se obtienen unos datos más aproximados a la población. Los mismo cálculos se pueden hacer utilizando la herramienta Microsoft Excel, con las fórmulas VARP() y COVAR().

Bancolombia preferencial	6.12%	11.31%
Bavaria	4.50%	10.68%
Argos	3.59%	9.07%
Corfinsura	6.82%	16.84%
Chocolates	4.89%	9.02%
Colinversiones	6.37%	11.16%
Bogotá	3.81%	6.74%
Caribe	4.12%	10.01%
Coltabaco	3.89%	11.25%
Éxito	2.37%	9.83%
Grupo Aval	3.07%	8.33%
Corfivalle	7.32%	21.21%
Valores Bavaria	3.24%	15.47%
Tablemac	-0.10%	7.94%
Fabricato	-1.12%	9.96%
Cementos Paz del Río	3.01%	11.15%
Carulla	1.64%	8.51%
CemValle	3.05%	9.63%
Coltejer	0.70%	24.44%
Interbolsa	1.02%	4.42%
ISA	3.99%	10.43%
Mineros de Antioquia	3.02%	13.68%
Noel	4.17%	7.60%
Banco de Occidente	3.78%	6.64%
Corfivalle Preferencial	6.54%	19.77%
Banco Superior	6.82%	14.28%
Setas	0.94%	17.93%
IGBC	4.02%	7.72%

A partir de los cálculos mencionados, se obtienen entonces todos los datos necesarios para calcular la frontera eficiente. En este punto, se aplica lo descrito en el marco teórico en relación a las ventas en corto y por lo tanto se tiene que pueden calcularse varias fronteras eficientes: una para el caso en que se permitan hacer ventas en corto, otra para el caso que NO se permita esta clase de ventas, y para cada una de estas se puede hacer el análisis teniendo en cuenta o no la inclusión de un activo libre de riesgo.

Los datos correspondientes al IGBC se presentan con intenciones de comparación. El IGBC no es ninguna acción y por lo tanto no se transa en la BVC. En algunos países se transan los índices similares al IGBC, y puede hacerse ya que algún ente financiero conforma un portafolio por medio de la compra de acciones exactamente en la proporción

del índice, y así los inversionistas pueden “adquirir el índice”. Tal práctica se realiza, por ejemplo, en Estados Unidos con índices como el Dow Jones, el Nasdaq, y el S&P 500. Por el contrario, se enfatiza en que en Colombia esta práctica no existe.

4.3.1. Portafolios analizados

La prueba del cálculo de la frontera eficiente se realizó para varios portafolios de diferentes tamaños cada uno. Este hecho, permite evaluar al mismo tiempo la importancia de la diversificación en los portafolios de acciones colombianas, conclusión que se probará con la aplicación de la teoría y la metodología descrita en el marco teórico de la presente investigación. Se tomaron entonces 4 portafolios compuestos de la siguiente manera:

Cuadro 4 Composición de los diferentes Portafolios de 3, 4, 8, y 16 acciones

Portafolio	Acciones que lo componen*
Portafolio de 3 acciones	Bavaria, Suraminv, Coltabaco.
Portafolio de 4 acciones	Bavaria, Suraminv, Coltabaco, Bogotá.
Portafolio de 8 acciones	Bavaria, Suraminv, Coltabaco, Bogotá, Argos, Bancolombia Pref., Corfivalle, Carulla.
Portafolio de 16 acciones	Bavaria, Suraminv, Coltabaco, Bogotá, Argos, Bancolombia Pref., Corfivalle, Carulla, Grupo Aval, Banco de Occidente, Bansuperior, ISA, Éxito, Colinversiones, NOEL, Chocolates

*Los nombres completos de las compañías, con sus nemotécnicos, se encuentran en el Anexo 3

Los criterios para la escogencia de las acciones que conformarían los portafolios fueron los siguientes:

- Que fueran de alta bursatilidad.
- Que hicieran parte de la canasta con la que se calcula el IGBC.
- Que tuvieran precios de cierre para todas las fechas entre Enero de 2003 y Junio de 2005.

- Que fueran de reconocimiento general en el medio de los comisionistas de bolsa.

Adicionalmente, como puede verse en el cuadro anterior, los portafolios de mayor número de acciones contienen a los portafolios de menor número de acciones. Es decir, el portafolio de 4 acciones contiene al portafolio de 3 acciones. Igualmente, el portafolio de 8 acciones contiene al de 4 acciones y por lo tanto al de 3 acciones; y lo mismo sucede para el portafolio de 16 acciones el cual contiene a todos los otros. Los portafolios se conformaron de esta forma para poder evaluar más objetivamente el efecto de la diversificación. El IGBC, que es conformado por 34 acciones tal como se muestra en el Anexo 1.

La metodología utilizada para calcular la frontera eficiente con ventas en corto permitidas se utilizó para cada uno de los portafolios analizados. A continuación se explica el proceso.

4.3.2. Frontera eficiente con ventas en corto permitidas para el portafolio de 3 acciones

A partir de la base de datos de los precios de cierre de las acciones para el período de evaluación, se obtuvieron las rentabilidades medias, las varianzas, las desviaciones estándar y las covarianzas mensuales de todo el período. En el Cuadro 5 se muestran los resultados:

Cuadro 5 Datos para el Portafolio de 3 acciones

	Bavaia	Suraminv	Coltabaco
$E(R_i)$	4.35%	5.54%	3.52%
$Var(R_i)$	1.14%	1.67%	1.26%
Desv. Est. (R_i)	10.66%	12.93%	11.23%

Matriz de covarianzas	Bavaia	Suraminv	Coltabaco
Bavaia	1.14%	0.61%	0.19%
Suraminv	0.61%	1.67%	0.46%
Coltabaco	0.19%	0.46%	1.26%

Con estos datos, se procede a encontrar dos portafolios que estén situados en la frontera del conjunto de portafolios factibles, o frontera de posibilidades. Según la proposición 2 explicada en el marco teórico para el cálculo de la frontera eficiente cuando se permiten ventas en corto, a partir de dos portafolios ubicados en la frontera se puede calcular la frontera completa. Entonces, de acuerdo con la proposición 1 se debe resolver el sistema

$$R - c = Sz \text{ para } z \text{ y luego hacer que } x_i = \frac{z_i}{\sum_{j=1}^N z_j} \text{ para encontrar un portafolio eficiente.}$$

Para el Portafolio de 3 acciones, los dos portafolios ubicados en la frontera de posibilidades que se encontraron se presentan en el Cuadro 6:

Cuadro 6 Portafolios eficientes para encontrar la totalidad de la frontera eficiente

c=	0		c=R _f =	0.55%	
z	Portafolio 1		z	Portafolio 2	
2.5165	40.92%	Bavaia	2.1386	40.14%	Bavaia
1.9188	31.20%	Suraminv	1.8227	34.21%	Suraminv
1.7146	27.88%	Coltabaco	1.3668	25.65%	Coltabaco

Con los dos portafolios formados de esta manera, en el Cuadro 7 se muestra la rentabilidad, varianza, desviación estándar, covarianza y la correlación entre ellos.

Cuadro 7 Datos de los portafolios eficientes a partir de los cuales se calculará la frontera eficiente

	Portafolio 1		Portafolio 2
Media P1	4.49%	Media P2	4.54%
Var P1	0.73%	Var P2	0.75%
Desv Est P1	8.55%	Desv Est P2	8.66%
Cov(P1,P2) =	0.74%		
Corr (P1,P2) =	99.92%		

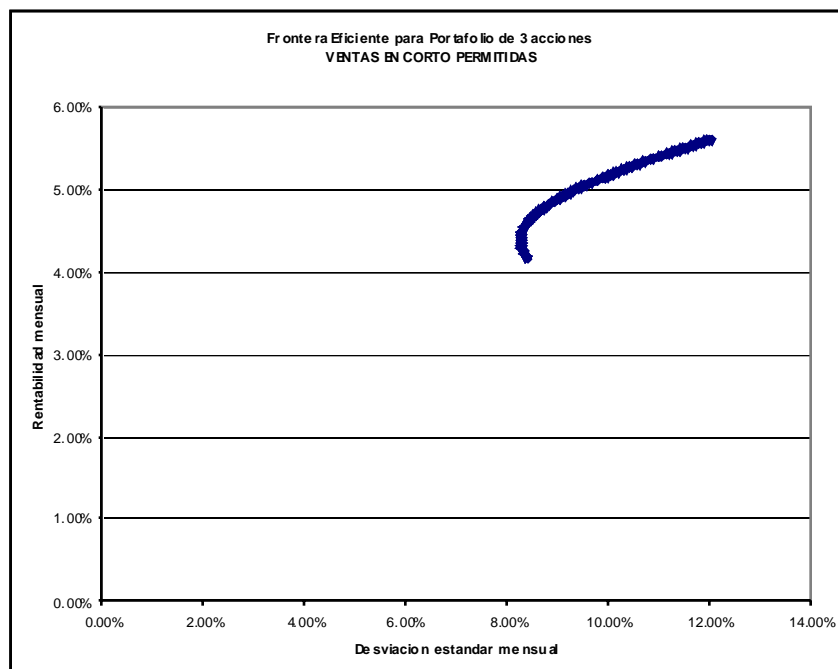
Con los datos de los Portafolios 1 y 2, cada uno compuesto por las 3 acciones descritas, y teniendo en cuenta la Proposición 2 mencionada en el marco teórico, se sigue a encontrar la frontera eficiente completa. Para ello, se puede suponer un tercer portafolio llamado Portafolio 3 que está compuesto por una proporción a del Portafolio 1 y por una proporción $(1-a)$ del Portafolio 2. Por lo tanto, la rentabilidad media y la Desviación Estándar del Portafolio 3 estarán dadas por:

$$E(R_{P_3}) = aE(R_{P_1}) + (1-a)E(R_{P_2})$$

$$\sigma_{P_3} = \sqrt{a^2 \sigma_{P_1}^2 + (1-a)^2 \sigma_{P_2}^2 + 2a(1-a)Cov(P1, P2)}$$

Usando estas fórmulas, se puede obtener una tabla de puntos para diferentes valores de a , cada uno con un valor diferente de la rentabilidad media y de la desviación estándar. Todas esas combinaciones representan portafolios que se encuentran en la frontera eficiente, y que en el caso de las tres acciones que se están estudiando (Bavaria, Suraminv y Coltabaco), generan la frontera eficiente que se representa en el Gráfico 10:

Gráfico 10 Frontera eficiente para 3 acciones



Inclusión de un Activo Libre de Riesgo

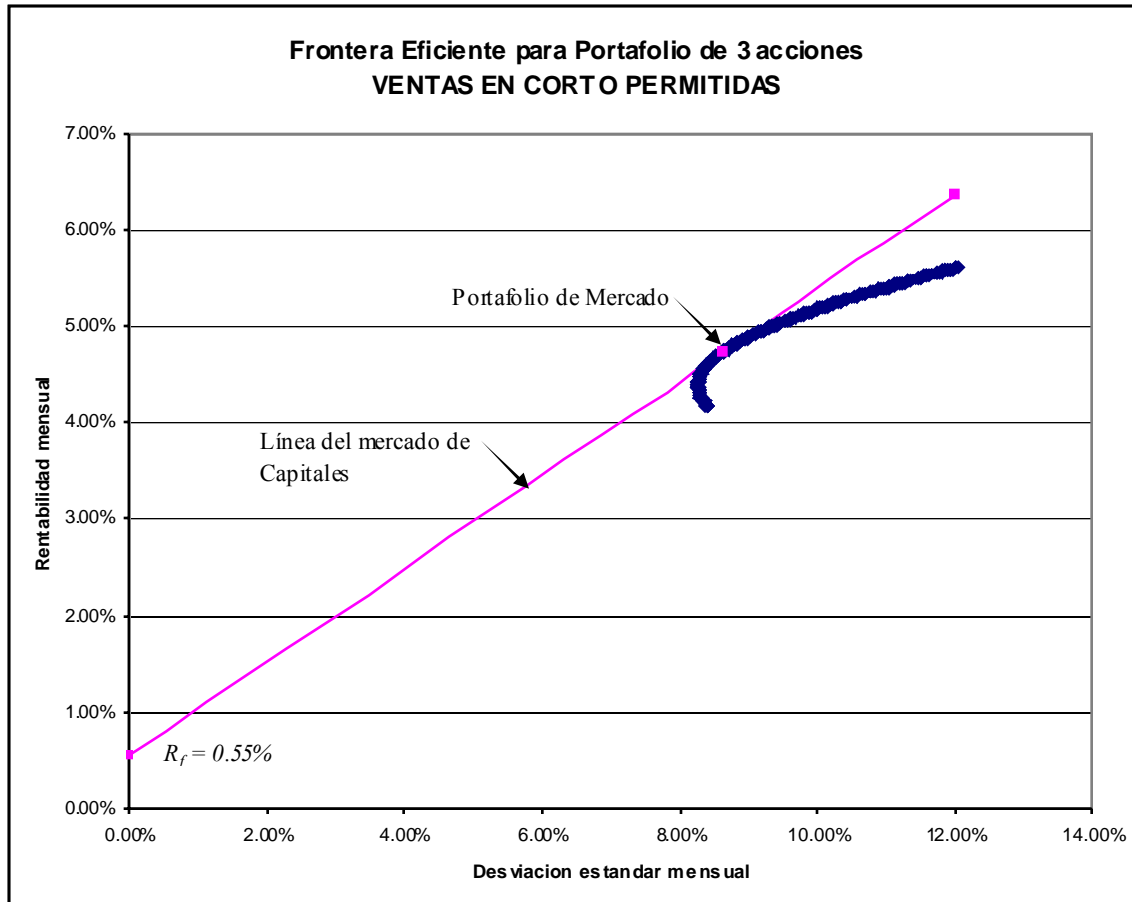
Si se observa detalladamente el análisis anterior para obtener la frontera eficiente, se notará que en la construcción de los dos portafolios a partir de los cuales se derivó la totalidad de la frontera hubo que suponer dos constantes c cualquiera, que en este caso fueron $c = 0$ y $c_2 = 0.55\%$.

Teniendo en cuenta lo explicado en el numeral 4.1.1, se obtuvo que la rentabilidad media calculada para los TES a partir de la curva cero cupón fue de 6.84% E.A., lo que equivale a una rentabilidad mensual de 0.55%.

Por lo tanto, puede verse que no fue coincidental que c_2 fuera igual a 0.55%. Se utilizó esa constante para garantizar que el portafolio encontrado a partir de ella fuera el Portafolio de Mercado. Si se recuerda lo explicado en cuanto al cálculo de la frontera eficiente cuando las ventas en corto SI son permitidas, lo que se hace es buscar el punto de tangencia entre una línea recta trazada entre la constante utilizada y el portafolio construido a partir de esa constante. Por lo tanto, cuando la constante es igual a la rentabilidad del activo libre de riesgo (R_f), la línea que se traza entre R_f y el portafolio construido a partir de R_f es la Línea del Mercado de Capitales.

En el caso del Portafolio de 3 acciones, la inclusión del activo libre de riesgo modificaría la frontera eficiente volviéndola la línea recta que en el Gráfico 11 es llamada como la Línea del Mercado de Capitales.

Gráfico 11 Línea del Mercado de Capitales



Para este caso, el Portafolio de Mercado estaría compuesto de la siguiente manera:

Cuadro 8 Composición del Portafolio de Mercado (Portafolio de 3 acciones)

Acción	Proporción
BAVARIA	38.70%
SURAMINV	32.59%
COLTABACO	28.71%

Esta composición indica que aunque en este modelo es permitido hacer ventas en corto, no se requirió de ellas para encontrar los portafolios eficientes en donde se maximizara la rentabilidad para valores determinados de riesgo.

Como puede verse en el **Gráfico 11**, la Línea de Mercado de Capitales es igual o superior en todos los puntos al portafolio eficiente calculado. En este punto es importante tener

presente que esta línea se construye bajo el supuesto de que un inversionista cualquiera puede prestar a terceros o acceder a préstamos de terceros de manera ilimitada a la tasa de libre de riesgo, algo que en la realidad no tiene mucho carácter práctico.

4.3.3. Frontera eficiente con ventas en corto NO permitidas para el portafolio de 3 acciones

Partiendo de los mismos datos de rentabilidades medias, desviaciones estándar, varianzas, y covarianzas utilizados en el cálculo de la frontera cuando las ventas en corto sí se permiten, se utiliza la metodología explicada en el marco teórico para el cálculo de la frontera eficiente cuando las ventas en corto no se permiten. En términos prácticos, la metodología de cálculo es similar con la inclusión de una restricción adicional, que es la que exige que las proporciones de cada una de las acciones incluidas tiene que ser positiva (cuando es negativa, significa que se está haciendo una venta en corto).

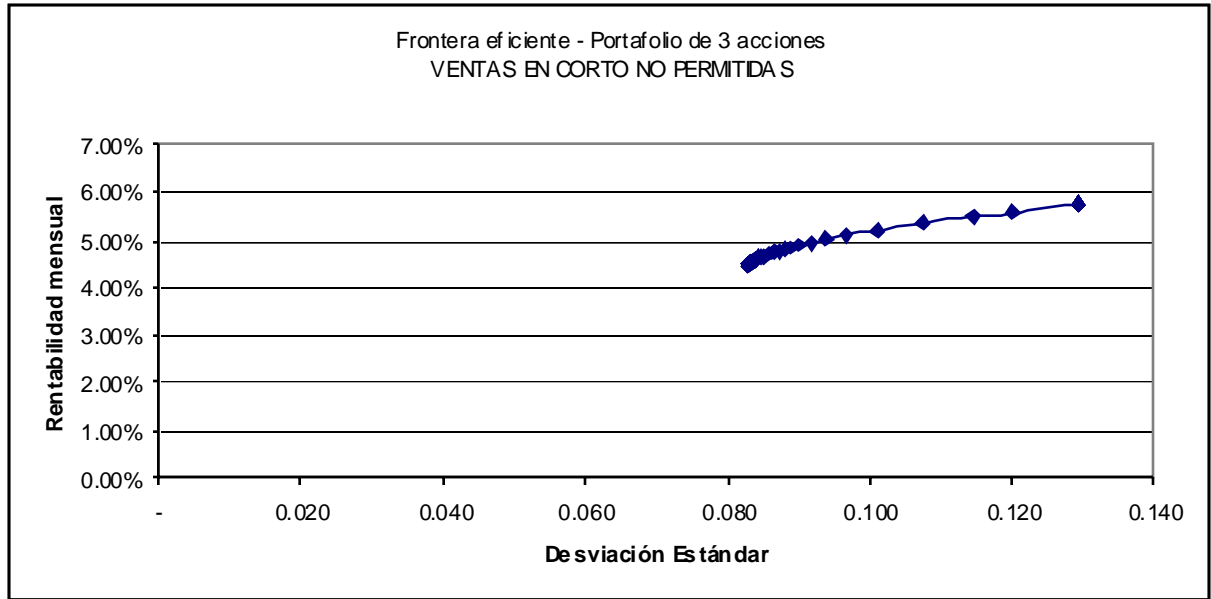
Como se explico en el marco teórico, es necesaria la utilización de una herramienta de cálculo iterativa para maximizar la expresión

$$\max \theta = \frac{E(R_p) - c}{\sigma_p},$$

que corresponde a la pendiente de la línea recta trazada entre la constante c y el portafolio eficiente construido a partir de la constante c .

En el caso del Portafolio de 3 acciones (Bavaria, Suraminv y Coltabaco), se usó la herramienta Solver que se encuentra incluida en el paquete Microsoft Excel, y se calcularon portafolios eficientes para diferentes valores de la constante c variando desde $c = -0.1$ hasta $c = 0.1$ con una variación de 0.0025 para cada punto. Los resultados arrojados, contenían entonces 80 portafolios eficientes distintos, cada uno con su rentabilidad mensual media y su desviación estándar. A partir de estos se dibujó la frontera eficiente, que es la que se muestra en el Gráfico 12.

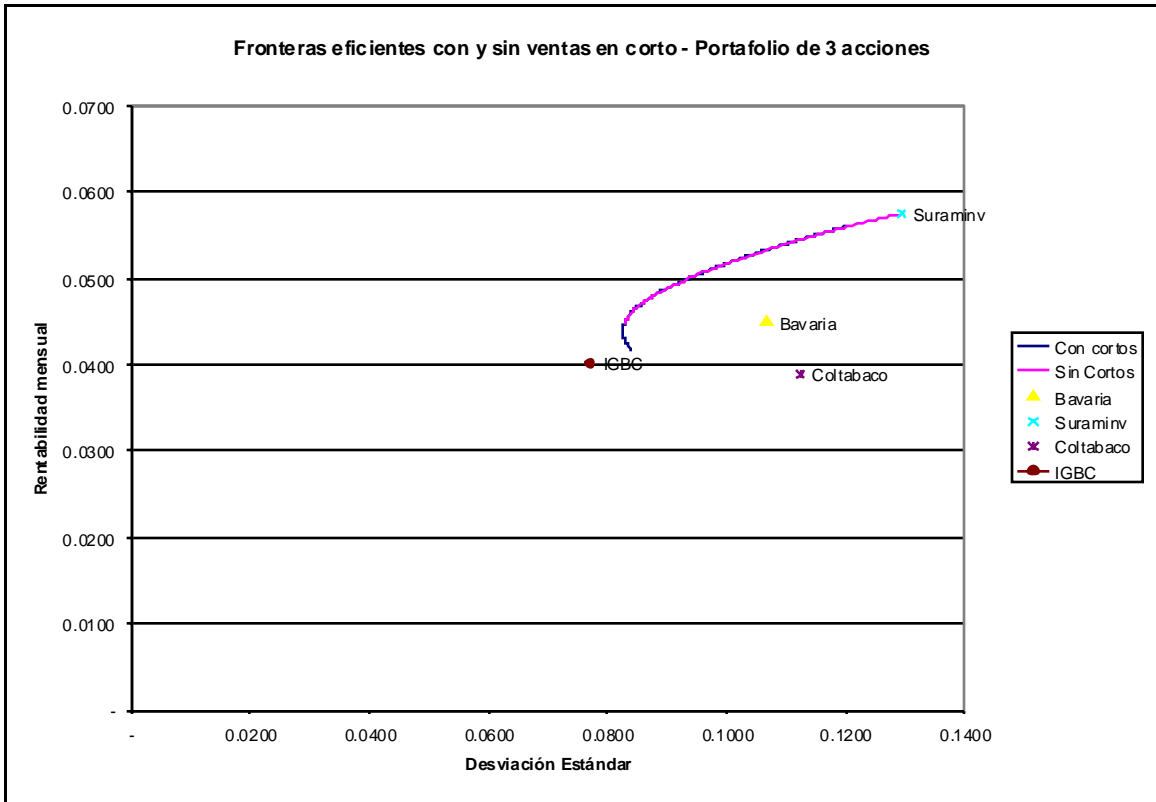
Gráfico 12 Frontera eficiente cuando las ventas en corto NO son permitidas (Portafolio de 4 acciones)



Para tener una visión más entendible de lo que sucede cuando las ventas en corto NO se permiten, es de utilidad comparar las dos fronteras eficientes, cuando se permiten y cuando no se permiten las ventas en corto. Dicha comparación se hace en el Gráfico 13.

Adicionalmente, se dibujaron en ese gráfico las combinaciones rentabilidad-desviación estándar que tiene cada una de las tres acciones individualmente, al igual que la combinación para un portafolio formado por las acciones que componen el IGBC.

Gráfico 13 Fronteras eficientes con y sin ventas en corto permitidas



Como puede observarse, en el caso del Portafolio de 3 acciones, la frontera eficiente indica diferentes combinaciones de las tres acciones para formar portafolios que son todos ellos más eficientes que cada una de las acciones solas, a excepción de la acción de SURAMINV que coincide con la frontera eficiente. Este punto de coincidencia se da porque el portafolio eficiente para una desviación estándar igual a la desviación estándar de SURAMINV está compuesto por esta acción en un 100%.

Por otra parte puede verse que las fronteras con y sin ventas en corto permitidas parecen sobreponerse. Esto se debe a que cuando al modelo se le permitió realizar las ventas en corto, no requirió de ellas para encontrar los portafolios eficientes. Si se observa muy en detalle, por y para valores mayores de desviación estándar, puede verse como las dos fronteras coinciden en los valores bajos de desviación estándar y luego empiezan a separarse un poco a medida que esta desviación aumenta. Tal afirmación podrá

comprobarse más adelante cuando se analicen los portafolios de 4, 8 y 16 acciones, en los cuales la diferencia entre las dos fronteras es más notoria.

Por último, se puede contemplar en el gráfico que un portafolio conformado por todas las acciones que componen el IGBC (que son 34 acciones en total) tiene un riesgo (medido a través de la desviación estándar) menor que cualquiera de los portafolios eficientes, aunque tiene una rentabilidad también menor.

4.3.4. Frontera eficiente con ventas en corto permitidas para el portafolio de 4 acciones

En este caso se utilizó un portafolio conformado por las mismas acciones que el Portafolio de 3 acciones más la acción del Banco de Bogotá. Los datos para cada acción se muestran en el Cuadro 9, y se obtuvieron de la misma forma que se explicó para el Portafolio de 3 acciones.

Cuadro 9 Datos de las acciones contenidas en el Portafolio de 4 acciones

Acción	Bavaria	Suraminv	Coltabaco	Bogotá
E(Ri) =	4.50%	5.75%	3.89%	3.81%
Varianza	1.18%	1.73%	1.29%	0.47%
Desv Est	10.86%	13.16%	11.34%	6.85%

	Bavaria	Suraminv	Coltabaco	Bogotá
Bavaria	1.18%	0.65%	0.21%	0.41%
Suraminv	0.65%	1.73%	0.48%	0.46%
Coltabaco	0.21%	0.48%	1.29%	0.23%
Bogotá	0.41%	0.46%	0.23%	0.47%

Con estos datos, se procede a calcular dos portafolios eficientes a partir de los cuales se puede inferir el resto de los portafolios eficientes que se sitúan en la frontera eficiente. Los dos portafolios que se conformaron, son los que se muestran en el Cuadro 10, y

fueron calculados a partir de las mismas constantes c que se utilizaron para este procedimiento en el Portafolio de 3 acciones.

Cuadro 10 Portafolios eficientes para encontrar la totalidad de la frontera eficiente – Portafolios de 4 acciones

$c=$	0		$c= R_f=$	0.55%	
z	Portafolio 1		z	Portafolio 2	
1.1213	0.1241	Bavaria	1.0143	0.1314	Bavaria
1.0598	0.1173	Suraminv	1.1223	0.1454	Suraminv
1.4821	0.1640	Coltabaco	1.2293	0.1593	Coltabaco
5.3724	0.5946	Bogotá	4.3510	0.5638	Bogotá

Con los dos portafolios construidos, se tiene que los datos de cada uno en cuanto a rentabilidades, varianzas, desviaciones estándar, covarianza, y la correlación entre ellos, tal como se muestra en el Cuadro 11:

Cuadro 11 Datos de los portafolios eficientes a partir de los cuales se calculará la frontera eficiente

Media P1	4.14%	Media P2	4.20%
Var P1	0.46%	Var P2	0.47%
Desv Est P1	6.77%	Desv Est P2	6.87%
Cov (P1,P2) =	.0046		
Corr (P1,P2) =	.9989		

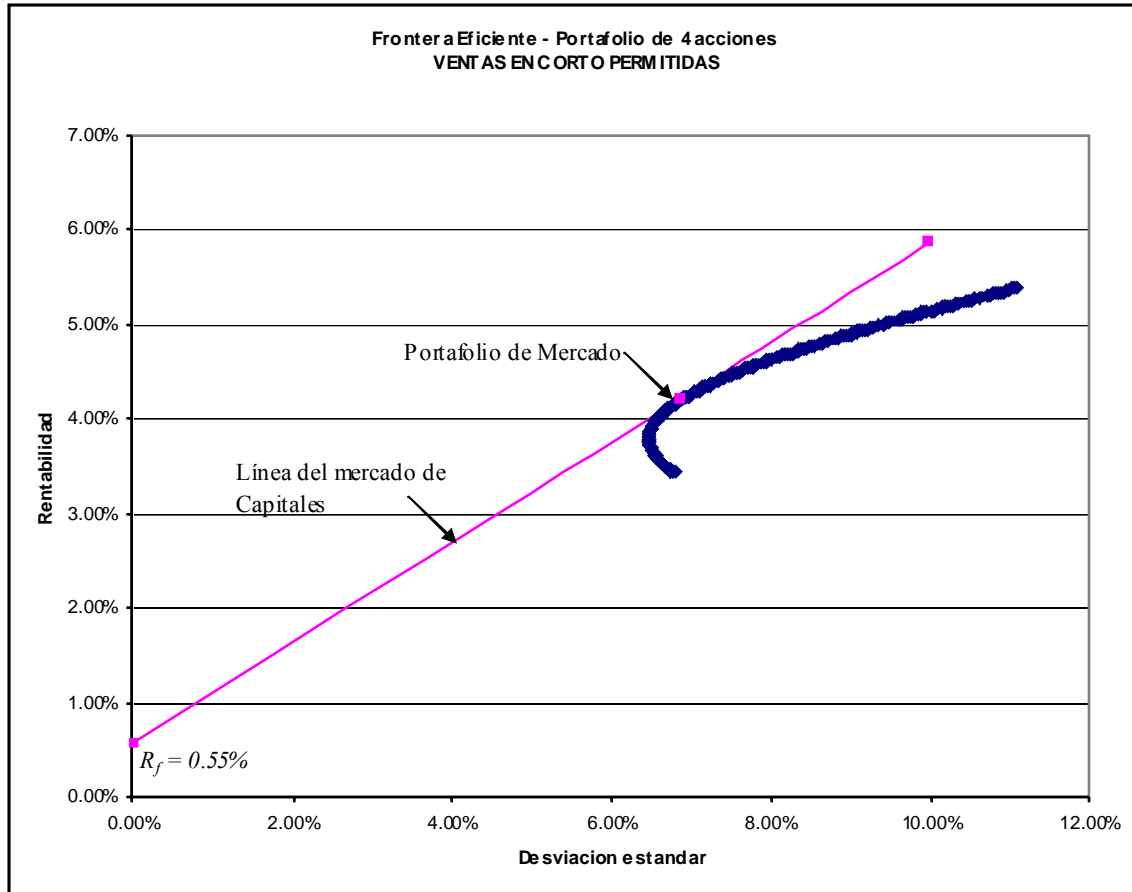
A partir de la combinación en distintas proporciones de estos dos portafolios eficientes se pueden calcular múltiples portafolios eficientes, tal como se hizo para el portafolio de 3 acciones. El resultado de hacer esto se muestra en el

Gráfico 14.

La inclusión del activo libre de riesgo para mostrar la frontera eficiente, es decir cuando el inversionista accede al préstamo y puede prestar dinero ilimitadamente, conformando

la Línea del Mercado de Capitales se mostrará en el mismo Gráfico 14 y será calculada para una tasa libre de riesgo $R_f = 0.55\%$.

Gráfico 14 Frontera eficiente para el Portafolio de 4 acciones



El Cuadro 12 muestra la composición del Portafolio de Mercado compuesto por las cuatro acciones que se tuvieron en cuenta.

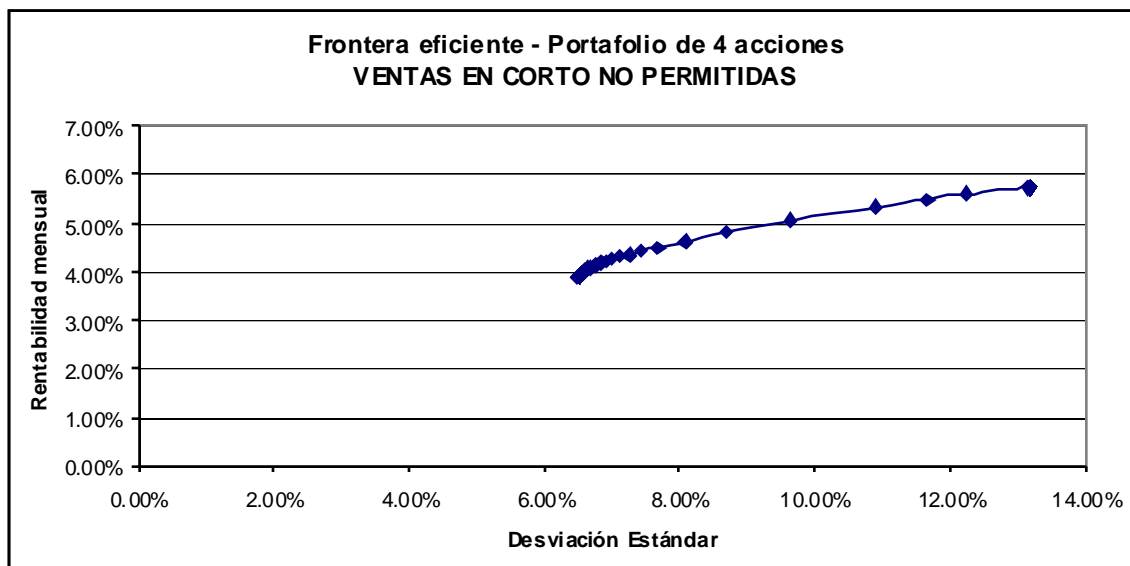
Cuadro 12 Composición Portafolio de Mercado – Portafolio de 4 acciones

Portafolio de Mercado	
Bavía	13.14%
Suraminv	14.54%
Coltabaco	15.93%
Bogotá	56.38%

4.3.5. Frontera eficiente con ventas en corto NO permitidas para el portafolio de 4 acciones

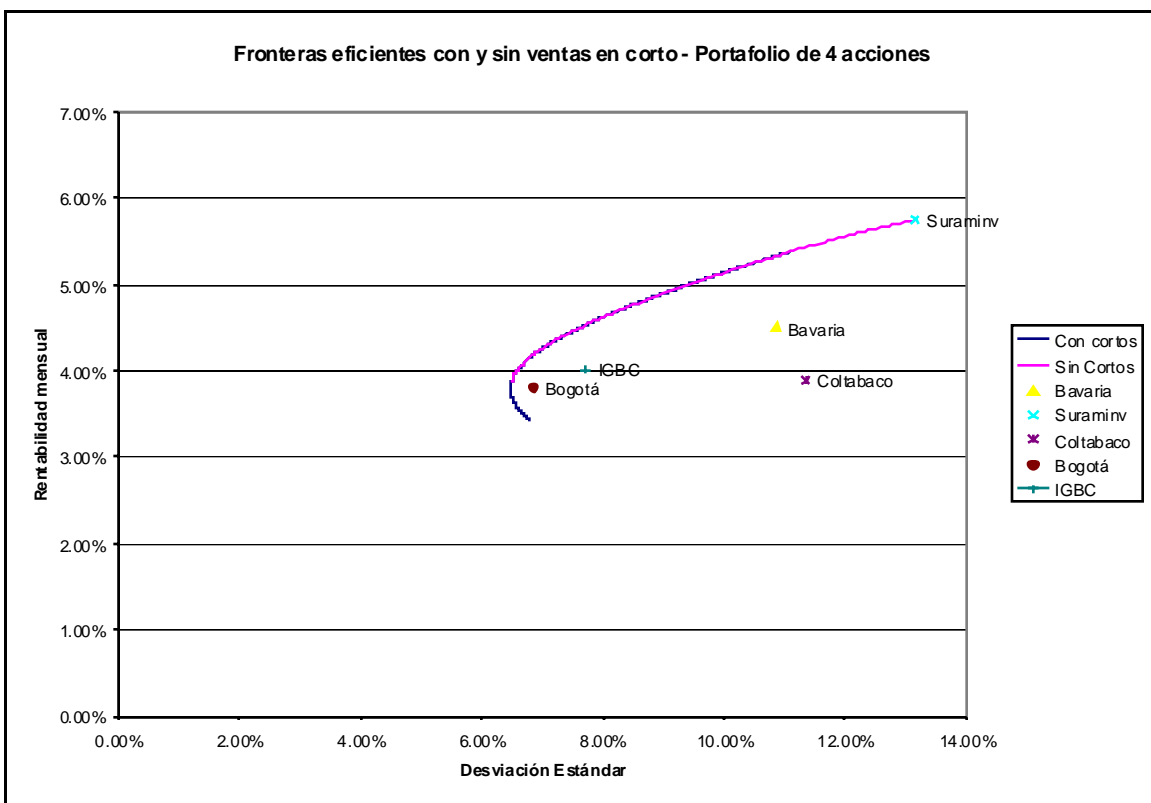
El cálculo de la frontera eficiente cuando las ventas en corto NO se permiten se hizo de igual manera a como se explicó en el Portafolio de 3 acciones. El resultado de los cálculos iterativos llevó a obtener la Frontera Eficiente que se muestra en el Gráfico 15.

Gráfico 15 Frontera Eficiente para Portafolio de 4 acciones cuando las ventas en corto NO se permiten



En el Gráfico 16 se comparan los efectos de las ventas en corto, con la frontera eficiente correspondiente a cuando se permiten.

Gráfico 16 Fronteras eficientes con y sin ventas en corto permitidas – Portafolio de 4 acciones



Nuevamente, como el modelo no requirió de hacer ventas en corto cuando se le permitió para encontrar los portafolios eficientes, las dos fronteras coinciden para los valores de desviación estándar que se muestran. El portafolio eficiente muestra que con la diversificación de las acciones se pueden obtener mejores resultados que con la inversión en cada una de ellas independientemente, a excepción de Surmaniv para la cual a ese nivel de riesgo, la rentabilidad coincide con la Rentabilidad del Portafolio Eficiente.

Teniendo en cuenta que el procedimiento para encontrar las fronteras eficientes para los Portafolios de 8 y 16 acciones es exactamente el mismo mencionado en los Portafolios de 3 y 4 acciones, a continuación se presentarán los resultados obtenidos para ellos omitiendo la explicación del procedimiento.

4.3.6. Frontera eficiente para los Portafolios de 8 acciones con y sin ventas en corto permitidas

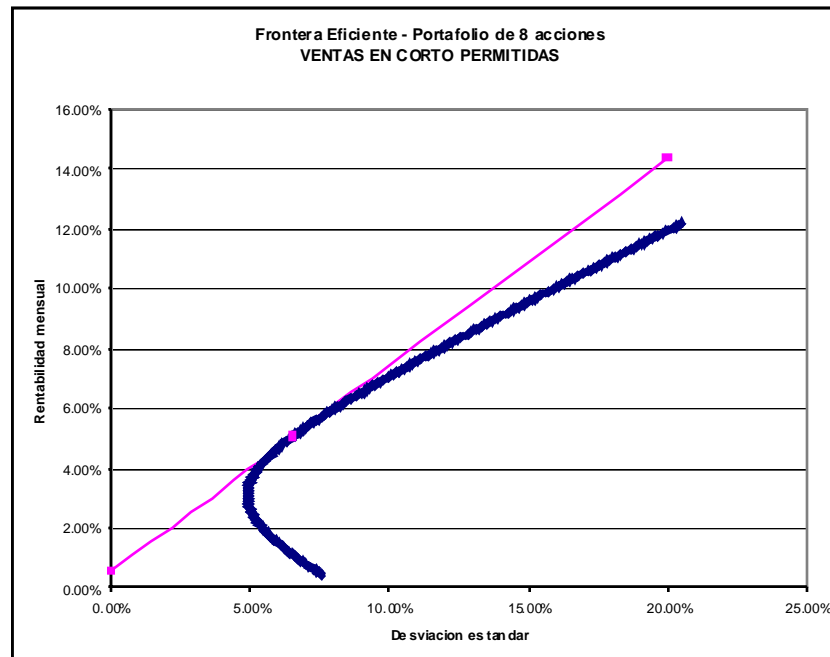
La composición del Portafolio de 8 acciones corresponde a la señalada en el Cuadro 4, y arroja unos resultados iguales a los que se enuncian en el Cuadro 13.

Cuadro 13 Datos para el Portafolio de 8 acciones

Portafolio de 8 acciones								
Acción	Bavaria	Suraminv	Coltabaco	Bogotá	Argos	Bancolombia preferencial	Corfivalle	Carulla
E(Ri) =	4.50%	5.75%	3.89%	3.81%	3.59%	6.12%	7.32%	1.64%
Varianza	1.14%	1.68%	1.27%	0.45%	0.82%	1.28%	4.50%	0.72%
Desv Est	10.68%	12.95%	11.25%	6.74%	9.07%	11.31%	21.21%	8.51%

Los portafolios eficientes que se encontraron cuando las ventas en corto SI se permitieron en el modelo, corresponden a los que se encuentran en el Gráfico 17. En este gráfico también se representa la Línea del Mercado de Capitales.

Gráfico 17 Frontera Eficiente para Portafolio de 8 acciones – Ventas en corto SI se permiten



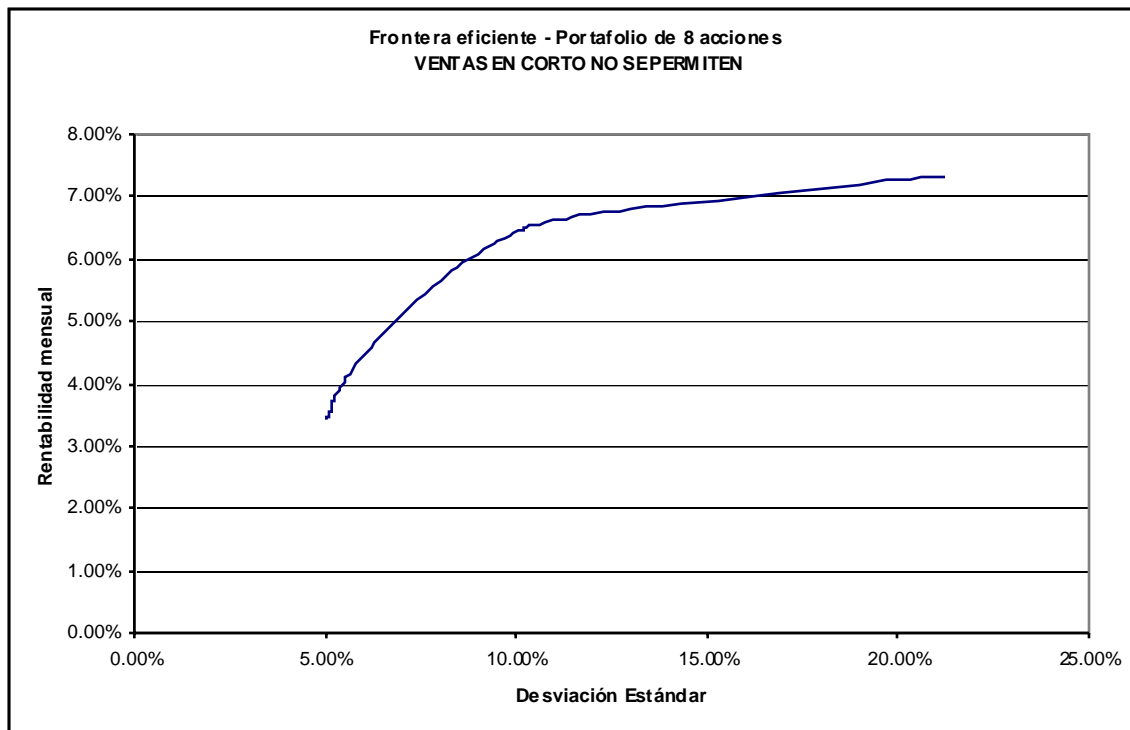
La composición del portafolio de mercado es la que se presenta en el Cuadro 14. Nótese que en este portafolio el modelo sí utiliza la opción de las ventas en corto, representada por los valores negativos en las proporciones de las acciones.

Cuadro 14 Composición del Portafolio de Mercado con Portafolio de 8 acciones y $c=R_f = 0.55\%$

Portafolio de Mercado	
Bavaia	10.23%
Suraminv	-5.05%
Coltabaco	21.73%
Bogotá	36.55%
Argos	-33.93%
Bancolombia Preferencial	48.33%
Corfivalle	9.67%
Carulla	12.46%

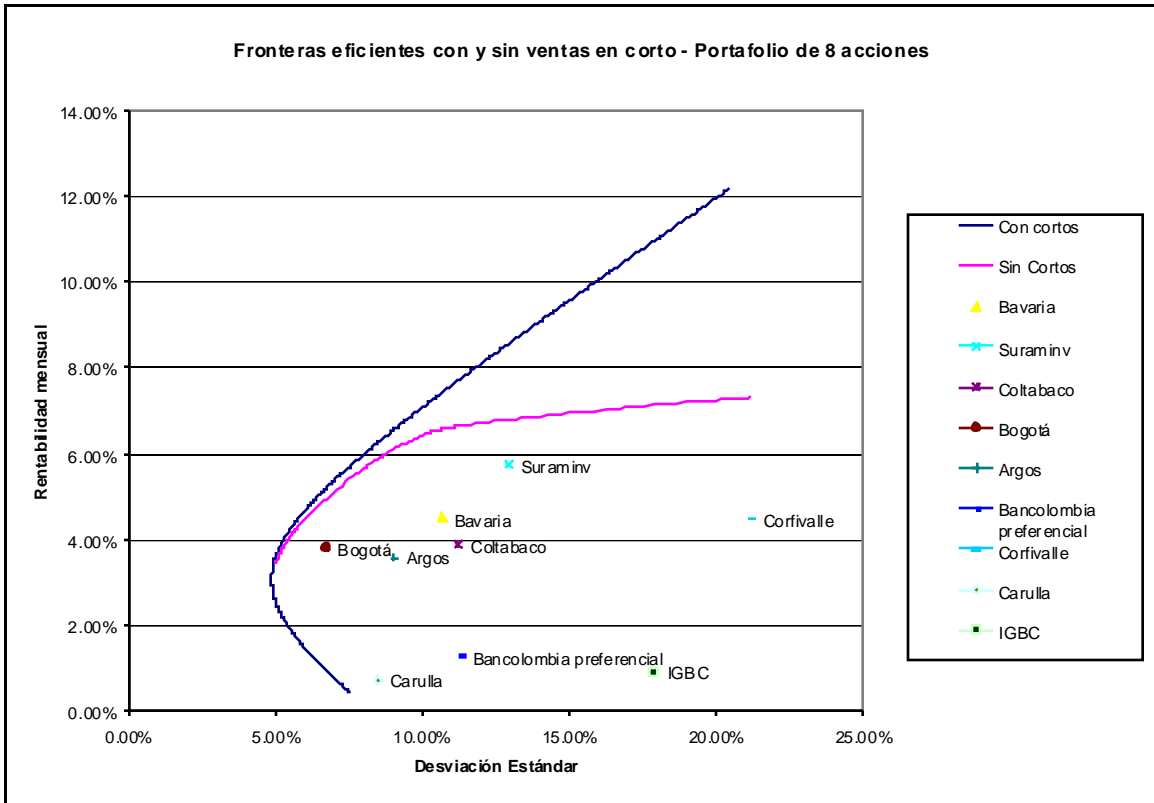
En el caso de aplicar la restricción a las ventas en corto se obtuvo lo siguiente (ver Gráfico 18).

Gráfico 18 Frontera eficiente para Portafolio de 8 acciones cuando las ventas en corto NO son permitidas.



Ahora, para comparar los resultados, se presenta el Gráfico 19 en el que se muestran ambas situaciones además de cada una de las acciones y el IGBC individualmente.

Gráfico 19 Fronteras eficientes con y sin ventas en corto – Portafolio de 8 acciones



Esta comparación es muy dicente. Debido a que para el portafolio de 8 acciones el modelo sí utilizó las ventas en corto, puede verse claramente los beneficios que ésta trae para la conformación de los portafolios eficientes. A medida que la desviación estándar aumenta, la frontera eficiente obtenida cuando se permiten las ventas en corto muestra ser más “eficiente” que la que se obtiene cuando tales ventas se restringen.

Esta apreciación no se había podido ver en los portafolios de 3 y 4 acciones ya que el modelo no utilizaba la opción de las ventas en corto.

Las dos fronteras muestran que los portafolios contenidos en cada una de ellas son más eficientes en la combinación riesgo-rentabilidad (desviación estándar – rentabilidad) que cualquiera de las acciones independientemente e incluso que el portafolio compuesto por la canasta del IGBC (ver Anexo 1).

4.3.7. Frontera eficiente con y sin ventas en corto para el Portafolio de 16 acciones.

La composición del Portafolio de 16 acciones igualmente corresponde a la señalada en el Cuadro 4. A partir de los datos correspondientes para esas acciones, se obtienen los resultados que se muestran en el Cuadro 15.

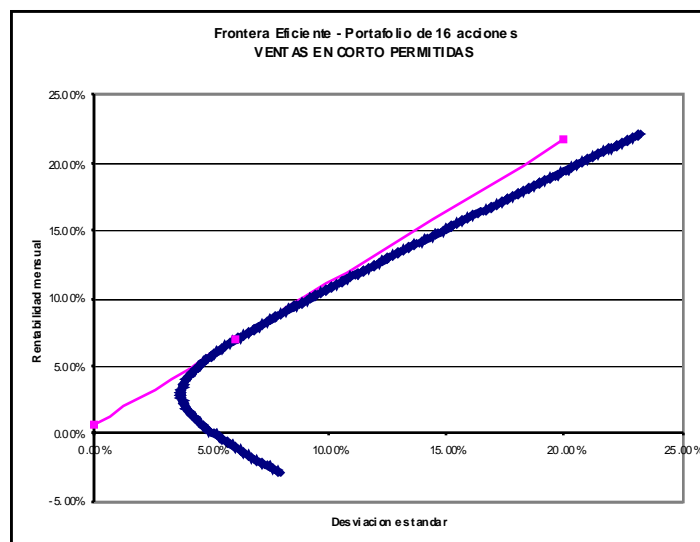
Cuadro 15 Datos para el Portafolio de 16 acciones

Portafolio de 16 acciones

Acción	Bavaria	Suraminv	Coltabaco	Bogotá	Argos	Bancolombia preferencial	Corfivalle	Carulla
E(Ri) =	4.50%	5.75%	3.89%	3.81%	3.59%	6.12%	7.32%	1.64%
Varianza	1.14%	1.68%	1.27%	0.45%	0.82%	1.28%	4.50%	0.72%
Desv Est	10.68%	12.95%	11.25%	6.74%	9.07%	11.31%	21.21%	8.51%
Acción	Grupo Aval	Banco de Occidente	Banco Superior	ISA	Éxito	Colinversiones	Noel	Chocolates
Acción	3.07%	3.78%	6.82%	3.99%	2.37%	6.37%	4.17%	4.89%
E(Ri) =	0.69%	0.44%	2.04%	1.09%	0.97%	1.24%	0.58%	0.81%
Varianza	8.33%	6.64%	14.28%	10.44%	9.83%	11.16%	7.60%	9.02%

Gráfico 20 muestra la frontera eficiente que se obtiene cuando al modelo se le permiten hacer ventas en corto. Para el cálculo de la Línea del Mercado de Capitales se utilizó nuevamente el activo libre de riesgo elegido, que tiene una rentabilidad mensual igual a 0.55%.

Gráfico 20 Frontera Eficiente para Portafolio de 16 acciones – Ventas en corto SI se permiten



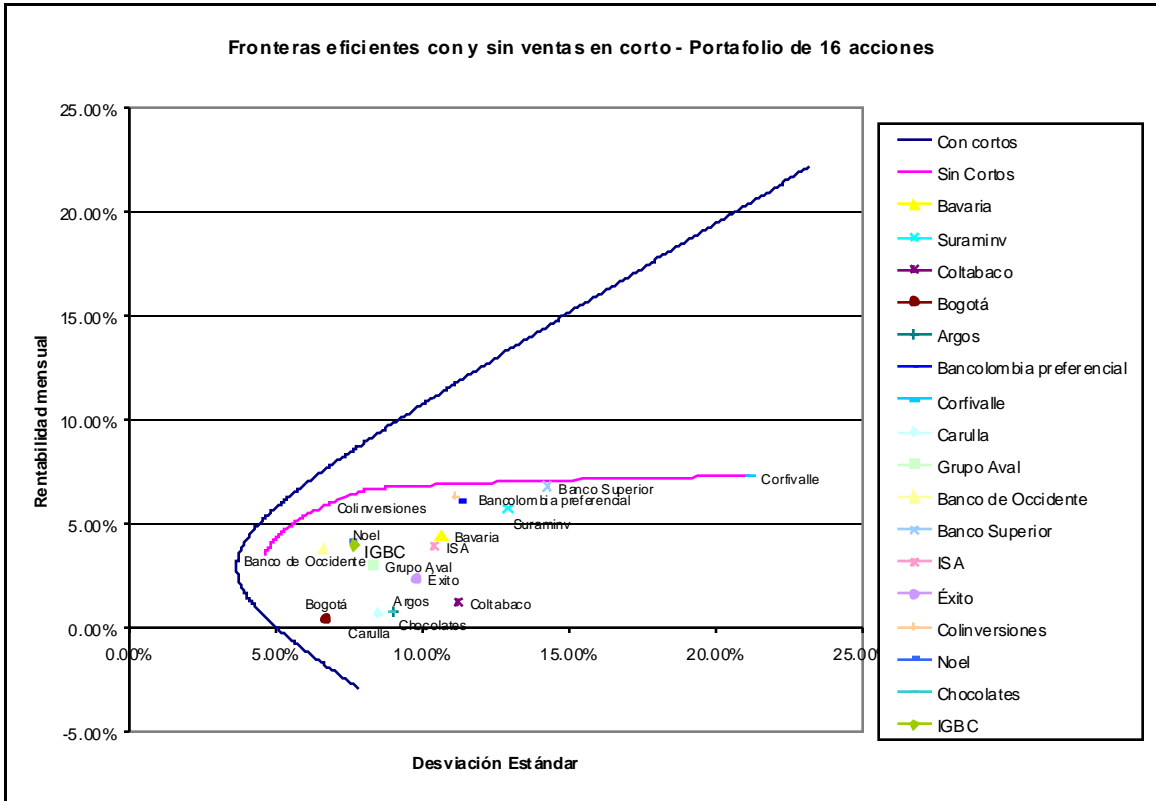
El Portafolio de Mercado, que es el que se encuentra en el punto de tangencia entre la Línea del Mercado de Capitales y la frontera eficiente, está compuesto de la forma que se muestra en el Cuadro 16. Nótese que el modelo utiliza nuevamente las ventas en corto.

Cuadro 16 Composición del Portafolio del Mercado – Portafolio de 16 acciones con $c = R_f = 0.55\%$

Portafolio de Mercado	
Bavaria	-1.59%
Suraminv	-67.14%
Coltabaco	15.59%
Bogotá	-73.10%
Argos	10.46%
Bancolombia preferencial	26.27%
Corfivalle	16.61%
Carulla	-44.78%
Grupo Aval	-12.41%
Banco de Occidente	84.04%
Banco Superior	44.82%
ISA	-1.16%
Éxito	14.71%
Colinversiones	30.41%
Noel	37.62%
Chocolates	19.65%

Por otra parte, la frontera eficiente calculada cuando las ventas en corto se restringen, es la que se muestra a continuación:

Gráfico 21 Frontera eficiente para el Portafolio de 16 acciones cuando las ventas en corto NO se permiten



En esta gráfica se observa como a medida que se diversifica el portafolio usando más acciones, el modelo aumenta la utilización de las ventas en corto y por lo tanto las fronteras eficientes con y sin ventas en corto se separan aún más.

Puede verse que ninguna de las acciones individualmente se acerca siquiera a las combinaciones de riesgo-rentabilidad que se obtienen en cualquiera de los portafolios eficientes contenidos dentro de la Frontera Eficiente hallada cuando las ventas en corto se permiten.

5. RESULTADOS

5.1. ANÁLISIS AL MODELO UTILIZADO

El modelo utilizado corresponde a la línea de los análisis técnicos que se pueden realizar para evaluar el comportamiento de las acciones. Como se explico anteriormente, este tipo de análisis se basa en la evaluación de los datos de precios históricos⁵¹ para intentar predecir comportamientos futuros.

En un mercado accionario como el colombiano, que puede catalogarse como imperfecto, los precios de las acciones no reflejan toda la información importante de relevancia para las empresas. Por lo tanto, el análisis de la frontera eficiente debería estar acompañado por un análisis fundamental de las empresas a incluir en los portafolios.

En el caso específico de los portafolios hallados mediante la frontera eficiente, la predicción que se hace respecto del comportamiento de los portafolios está supeditada a un horizonte de tiempo específico, el cual está determinado por la forma como se recolecten los datos históricos. En este aspecto influyen tanto la cantidad de datos que se tienen, es decir, que tan espaciados temporalmente están los primeros datos incluidos en el análisis, como la periodicidad con la que se recolectaron los datos.

Si los datos recolectados tienen como fecha inicial una muy anterior a la fecha actual (dígase cinco o diez años), el análisis puede no ser tan aplicable para la actualidad, pues las condiciones que se tenían en el entorno hace tanto tiempo es probable que no se tengan en el momento y por lo tanto que no tengan efectos ahora. Inclusive, puede darse que actualmente exista una situación coyuntural con efectos contrarios a la que se tenía en ese entonces, por lo que el análisis se sesgaría en gran medida.

De acuerdo con lo anterior, los datos se deben recolectar acorde al horizonte de inversión del inversionista. Es decir, si el inversionista es un inversionista sofisticado que se dedica al *day-trading*, la recolección de los datos debe ser diaria y con uno o dos meses de

⁵¹ El análisis técnico supone que toda la información relevante esta contenida en los precios de las acciones. Este supuesto funciona muy bien en mercados casi perfectos como el de Estados Unidos, pero su aplicabilidad en mercados como el Colombiano es limitada.

recolección de datos debe ser suficiente para tomar decisiones de inversión basándose en el modelo. En el caso de este trabajo de grado, se utilizaron datos con una periodicidad mensual, recogidos en los últimos dos años y medio. Esta periodicidad es suficiente para un horizonte de inversión de entre uno y tres meses.

Igualmente, el modelo es susceptible de que en el entorno político o económico del país sucedan eventos puntuales que afecten considerablemente el mercado accionario, situaciones en la cual las predicciones del modelo pueden estar muy alejadas de las que se obtengan en la realidad.

El modelo utilizado, tal como se explica en el marco teórico, es un modelo matemático relativamente sencillo. Dada su condición, aparte de la inclusión en el análisis del activo libre de riesgo, es un modelo que matemáticamente no tiene como profundizarse más. Un análisis más a fondo solo puede conseguirse mediante la combinación del modelo matemático con otros modelos y análisis de tipo cualitativo ó cuantitativo que estén orientados a análisis fundamentales de las empresas.

El cálculo de la frontera eficiente, es un modelo que es aplicable no solo a acciones colombianas. Es igualmente válido tanto para acciones de cualquier parte del mundo, como a otros títulos valores del mercado de capitales como bonos, TES, seguros, letras, y casi cualquier tipo de título de renta variable que sea transable y que pueda generar un rendimiento para su tenedor. No tendría ningún sentido incluir títulos de renta fija en un análisis de éste tipo. Las únicas condiciones necesarias para otros títulos, es que pueda encontrarse un valor histórico de sus rendimientos para un período determinado de tiempo, de manera que pueda asociarse un nivel de riesgo a la variabilidad de estos rendimientos.

5.2. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

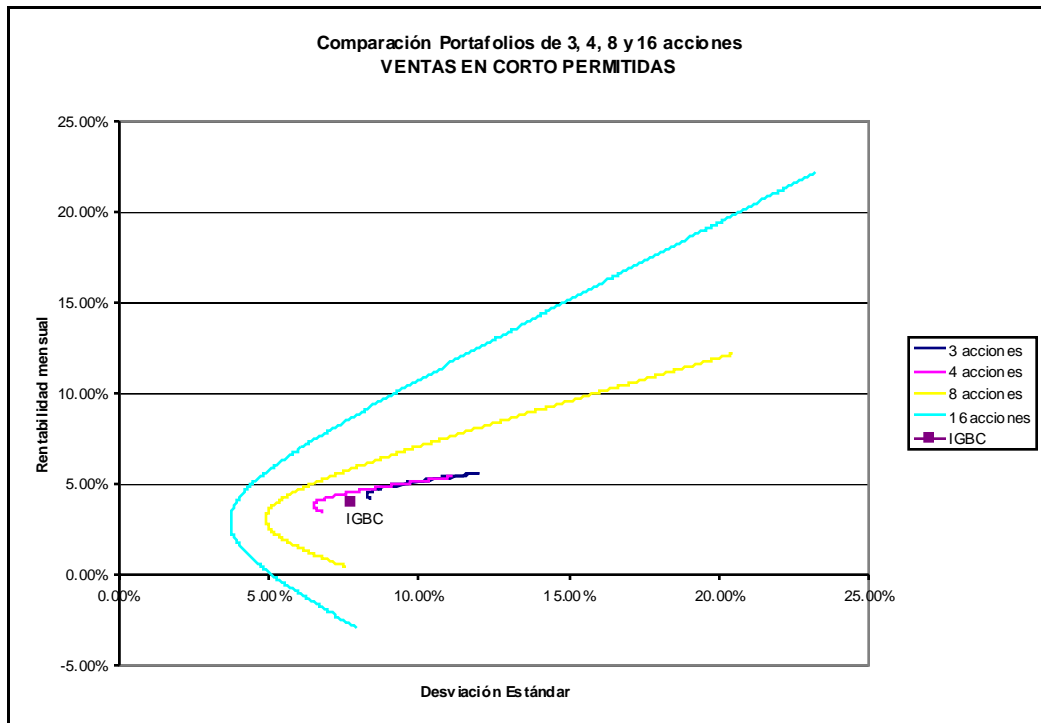
Una vez construidas las fronteras eficientes para los Portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones, es de utilidad compararlas entre ellas. Para hacer esto es lógico hacerlo utilizando las fronteras eficientes obtenidas cuando las ventas en corto son permitidas, teniendo en

cuenta que cuando se compararon con las fronteras obtenidas cuando las ventas en corto no se permiten, las primeras mostraron ser más eficientes aún.

En el

Gráfico 22 se representa la comparación entre las fronteras eficientes halladas para cada uno de los Portafolios. Es importante resaltar la manera como se puede probar a partir de este gráfico la utilidad que representa la diversificación en un mayor número de acciones. Una combinación Riesgo-Rentabilidad determinada ubicada en la frontera eficiente del Portafolio de 3 acciones es superada por otro Portafolio contenido en la frontera eficiente para Portafolios de 4 acciones, pues para la misma rentabilidad el segundo portafolio presenta una menor Desviación Estándar ó para la misma Desviación Estándar el segundo Portafolio obtiene una mayor rentabilidad. Lo mismo sucede a medida que crece el número de acciones en los portafolios, como puede verse con los Portafolios de 4, 8 y 16 acciones.

Gráfico 22 Comparación Portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones – Ventas en corto permitidas



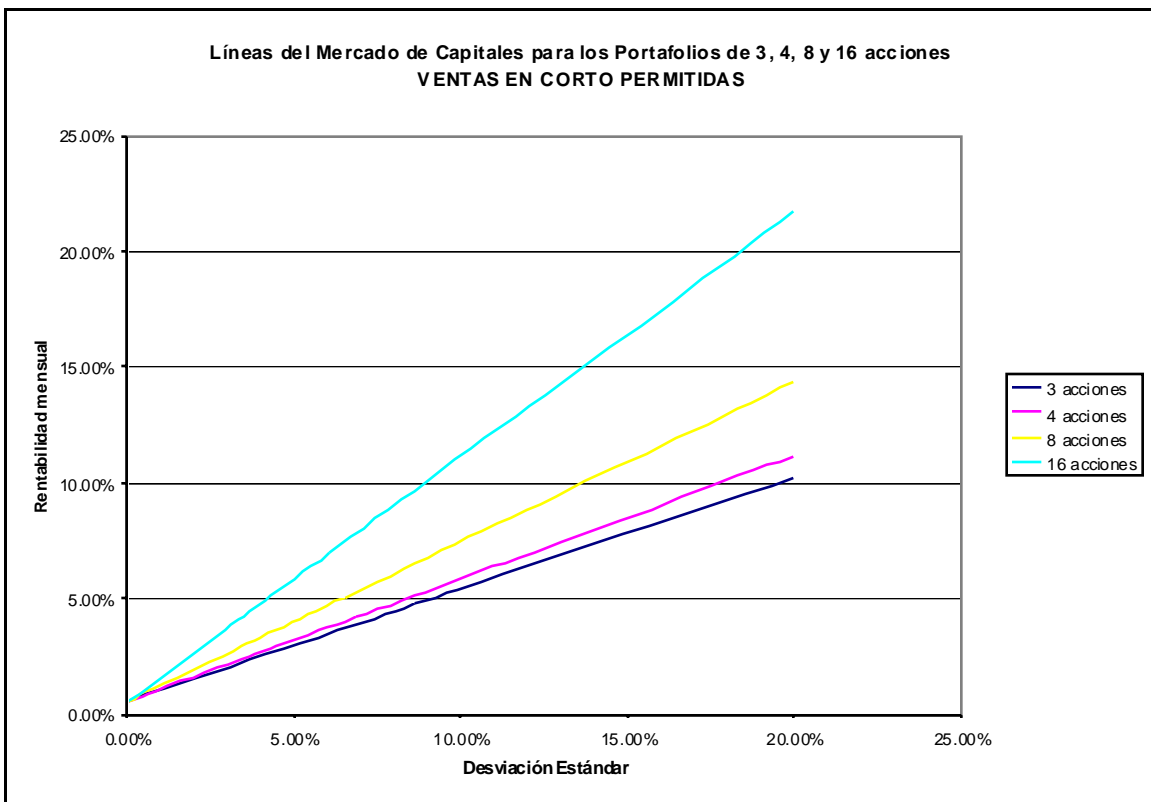
En el gráfico anterior se incluyó el valor de la combinación Riesgo-Rentabilidad obtenido por un Portafolio conformado por todas las acciones que conforman el IGBC. Es claro que 3 de las 4 fronteras eficientes propuestas, aunque sus portafolios están conformados por un menor número de acciones, resultan ser mejores alternativas que la canasta del IGBC. De aquí, puede concluirse que la canasta del IGBC en sí, no es un portafolio eficiente.

Igualmente, es claro en el mismo gráfico el efecto de la diversificación. Entre más diversificados están los portafolios, el riesgo medido como la variabilidad en la rentabilidad, se reduce significativamente.

Otro análisis que es importante resaltar, es el que resulta de comparar las Líneas del Mercado de Capitales obtenidas para cada uno de los Portafolios analizados. Aunque el resultado puede intuirse del

Gráfico 22 anterior, en el caso que un inversionista pudiera tener acceso a prestar y a que le presten recursos a la tasa libre de riesgo de forma ilimitada, los Portafolios de inversión serían más eficientes en la medida en que la pendiente de su correspondiente Línea del Mercado de Capitales fuera mayor; pues una mayor pendiente representa una mejor combinación Riesgo-Rentabilidad. En el gráfico 23 se representan estas líneas.

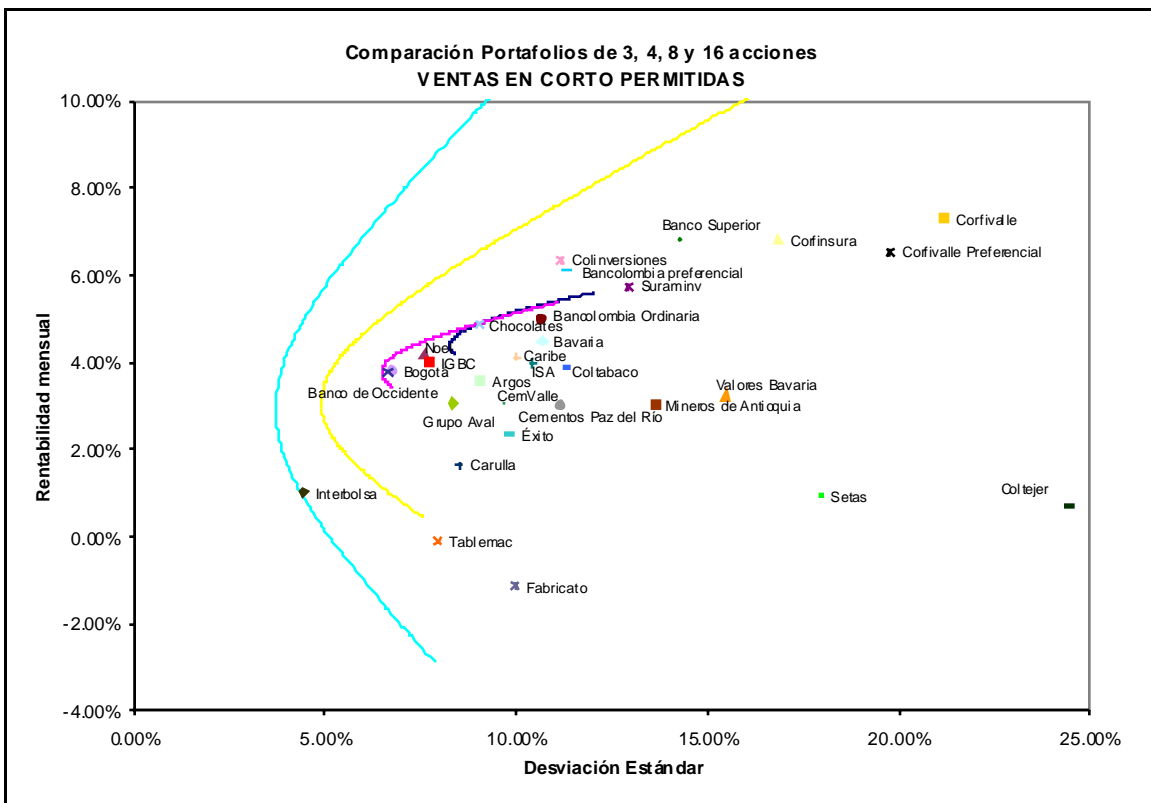
Gráfico 23 Líneas del Mercado de Capitales para Portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones – Ventas en corto permitidas



Para un valor determinado de Desviación Estándar, las Rentabilidades de los portafolios son mayores a medida que estos aumentan en su nivel de diversificación. De igual forma, para un nivel de Rentabilidad dado, puede observarse como el nivel de riesgo (Desviación Estándar) es menor a medida que aumenta el grado de diversificación.

Por otra parte, haciendo una comparación de las Fronteras eficientes obtenidas para Portafolios de 3, 4, 8 y 16 acciones con todas las acciones que componen la canasta del IGBC de manera individual, resulta la representación del gráfico 24.

Gráfico 24 Comparación Fronteras Eficientes con cada una de las acciones del IGBC



Es importante notar que la porción eficiente de las fronteras dibujadas es la que se encuentra en los rangos superiores de rentabilidad a partir del valor de mínima varianza para cada una. La porción ineficiente que se muestra, se hace para efectos de ilustración.

Como puede verse gráfico 24, la combinación Riesgo-Rentabilidad del IGBC es una de las mejores en comparación con las acciones individualmente. Llama la atención el hecho de que haber invertido en una sola acción (la acción de Noel) hubiera traído resultados equivalentes a los obtenidos si se hubiera invertido en una canasta muy diversificada como lo es la que compone el IGBC. Puede verse además la diversidad de los resultados obtenidos para cada una de las acciones, resaltándose algunas por su bajo nivel de riesgo y otras por su alta rentabilidad. Del gráfico puede concluirse, que en el tema de las acciones no necesariamente un mayor riesgo (medido como la desviación estándar de los precios históricos) corresponde a una mayor rentabilidad.

5.3. RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES

- El portafolio compuesto por la canasta de acciones que conforman el IGBC, es un portafolio ineficiente. Esto puede evidenciarse cuando se le compara con la frontera eficiente de los portafolios a los que, al igual que la canasta del IGBC, no se les permiten las ventas en corto. Es más ineficiente aún si se le compara con los portafolios ubicados en la frontera eficiente cuando las ventas en corto sí se permiten.
- La posibilidad de realizar ventas en corto es una alternativa que permite invertir en portafolios más eficientes aún que aquellos conformados cuando estas ventas no se permiten. Lo anterior es apenas lógico si se tiene en cuenta que se están utilizando las acciones para obtener beneficios de ellas tanto cuando están subiendo de precio como cuando están a la baja.
- Las ventas en corto no pueden ser utilizadas por todos los inversionistas, en especial por los pequeños inversionistas. Esto se debe a que la decisión de permitir realizar las ventas en corto, es una decisión que toman las firmas comisionistas y lo hacen de acuerdo al grado de intimidad que estas tienen con sus clientes. A un inversionista pequeño, que sea nuevo una firma comisionista, lo más probable es que no se le permitan este tipo de operaciones, dado el riesgo que estas significan para la firma comisionista.
- Puede afirmarse que una mayor diversificación en los portafolios sí es una forma de minimizar el riesgo relacionado a una rentabilidad determinada, tal como se puede ver en el gráfico 24, en el cual las fronteras eficientes correspondientes a los portafolios más diversificados, se sitúan en menores valores de desviación estándar.
- La canasta del IGBC no es un portafolio eficiente. Aunque ésta canasta está muy diversificada, las proporciones de cada una de las acciones no permiten que éste portafolio sea eficiente.
- El número de acciones necesarias para conformar un portafolio eficiente, normalmente es menor al número de acciones permitidas. Es así como al aplicar

la metodología a un gran número de portafolios diferentes a los registrados en este trabajo, se obtuvo que, cuando las ventas en corto no se permiten, normalmente alrededor de la mitad de las acciones se ponderaban con un valor igual a cero. Es decir, para un portafolio de 8 acciones, el modelo solo utilizaba 4 de ellas, el resto las ponderaba como cero. Para el portafolio de 16 acciones, utilizaba alrededor de 8 acciones solamente. Esta conclusión es compatible con la obtenida por Medina y Echeverri (1993), quienes afirmaron que en su estudio de portafolios compuestos por 32 acciones, en ningún caso el portafolio eficiente estuvo conformado por más de 10 acciones.

- El supuesto de utilizar libre e ilimitadamente el activo libre de riesgo, es un supuesto que no corresponde a la realidad. Los inversionistas no pueden tener acceso a dinero de forma ilimitada con un costo igual a la tasa libre de riesgo, e igualmente los inversionistas no pueden colocar dinero ilimitadamente a esa tasa. Sin embargo, esta posibilidad sí es viable en cantidades no tan grandes, y hacer uso de esta mejora considerablemente los resultados obtenidos por medio de los portafolios de acciones seleccionados. En la medida que un inversionista haga uso de recursos adicionales, las entidades que prestan el dinero empezarán a percibir un mayor riesgo en este inversionista, por lo que empezarán a subir la tasa a la que le cobran el dinero perdiéndose de esta manera los beneficios de hacer uso de estos recursos
- El análisis de la frontera eficiente no solo aplica para acciones, puede extenderse a cualquier otro título de renta variable del cual se puedan recolectar los datos históricos de rendimiento y así asociar un nivel de riesgo a la variabilidad de estos. No tiene ningún sentido incluir títulos de renta fija en un análisis de este tipo. Incluso, es muy probable que puedan obtenerse portafolios más eficientes incluyendo acciones y otros títulos de diferentes países de origen en la conformación de los portafolios. Para estos, igualmente, el análisis de frontera eficiente sería válido y aplicable.
- Actualmente no puede utilizarse la metodología de cálculo de la frontera eficiente sobre una base de datos en la cual estén proyectados los precios de cierre futuros

de las acciones colombianas, para tomar decisiones acerca de la conformación de portafolios de inversión. Lo anterior debido a que dicha base de datos no puede construirse a partir de información disponible en el medio.

- El hecho de que el mercado accionario no opere todos los días incluyendo sábados y domingos, genera en el modelo cierto grado de error debido a que los datos que se usan para la evaluación son asincrónicos, es decir, no siempre se están comparando períodos iguales de tiempo en la variación de los precios.
- Los resultados del modelo en cuanto a proporciones de cada acción para conformar un portafolio depende directamente de las acciones específicas que el inversionista escoja para incluir en el análisis. Por lo tanto, estos resultados variarán según el tipo de inversionista que utilice el modelo. Igualmente, las características de aversión al riesgo de ese inversionista lo llevarán a situarse en un punto específico de la frontera eficiente, por lo que los inversionistas distintos, seleccionarán portafolios eficientes distintos, cada uno de ellos conformado por distintos grupos de acciones en distintas proporciones.
- A diferencia de lo expresado por algunos autores acerca de que la inversión en acciones se realiza en un horizonte de tiempo de largo plazo, este modelo demuestra que igualmente se pueden obtener excelentes rentabilidades en horizontes de inversión muy pequeños.
- El hecho de que en el modelo utilizado para hallar la frontera eficiente, no se descuenten las comisiones que cobran realmente los comisionistas de bolsa para el cálculo de las rentabilidades, parecería llevar a un error en los resultados. En efecto, tal error sí existe, pero es mejor no tomar medidas para intentar resolverlo ya que habría que asumir que el inversionista está comprando acciones al principio del mes y las está vendiendo al final del mismo. Si se hace esto, en un horizonte de inversión tan pequeño como el de un mes, las rentabilidades de algunas acciones serían nulas. Por el contrario, si se quisiera espaciar la compra y la venta en períodos mayores, se sesgaría aún más el modelo. Por lo tanto, se concluyó que era mejor permitir ese pequeño error y no sesgar el modelo con restricciones que se alejarían aún más de la realidad.

- La periodicidad con la que se deben analizar los datos recolectados, está directamente relacionada con la anterioridad con la que se deben recolectar los datos. A su vez, esta periodicidad debe estar indicada por el inversionista de acuerdo a su horizonte de inversión. Es decir, para un horizonte de inversión menor a tres meses, se deben recolectar datos mensualmente en un período de máximo tres años atrás. Para un horizonte de inversión de un semestre, o de un año, sería recomendable recolectar datos trimestral o semestralmente durante un período de entre 4 y 8 años atrás.
- En los mercados accionarios, los beneficios recibidos por el inversionista gracias a sus inversiones se dan vía valorización y vía dividendos. Vía valorización, se refiere al aumento en el precio de la acción en un período de tiempo, y vía dividendos se refiere al monto recibido por medio del pago de dividendos de la empresa que suscribió esa acción. En el mercado accionario colombiano, los grandes beneficios para los inversionistas se obtienen vía valorización, en una proporción que hace casi insignificante el hecho de tener en cuenta los dividendos que pagan las empresas en el momento de tomar una decisión de inversión. Mientras que vía valorización los rendimientos pueden llegar al 100% en un año, los rendimientos vía dividendos pueden ser del orden del tres o cuatro por ciento en el mismo año.
- En el modelo de frontera eficiente para portafolios de acciones, en donde el riesgo está determinado por la desviación estándar de los precios de cierre de las acciones, no se puede afirmar tajantemente que un mayor riesgo está relacionado con una mayor rentabilidad.
- Se recomienda que la utilización del modelo esté acompañada por un análisis fundamental de las empresas incluidas en los portafolios. De esta forma, el inversionista no desconoce aspectos importantes de las empresas que, debido a que el mercado accionario colombiano es imperfecto, no se encuentran reflejados en el precio de la acción.
- Al comparar las rentabilidades muy superiores ofrecidas por los portafolios eficientes conformados por acciones colombianas en el período de tiempo

analizado, con las rentabilidades ofrecidas por los TES, bonos, títulos de renta fija, se genera una gran motivación para investigar más a fondo el mercado accionario al igual que otras metodologías aplicables a la selección de portafolios.

- La metodología propuesta efectivamente es útil para los inversionistas particulares e institucionales, pues basándose en esta pueden tomarse decisiones de inversión que tiendan a maximizar la rentabilidad y/o minimizar el riesgo. Como se dijo anteriormente, la utilidad de este modelo puede potenciarse aún más si se acompaña de un análisis fundamental a las acciones sugeridas por el modelo para conformar el portafolio de inversión.

6. REFERENCIAS

Libros

Alaitz Mendizábal Zubeldia, Marian zubia y Luis maría miera. El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. Universidad del país vasco Euskal Herriko Unibertsitatea. En: Cuadernos de Gestión Vol. 2, Número 1, 2002.

Benninga, Simon. Cambridge, Mass. ; London : MIT Press, c2000. 622 p.

Fabozzi, Frank. “*Capital markets: Institutions and instruments*”. Upper Saddle River : Prentice Hall, c2001.

Gómez, Juan Diego. “*Acciones: Teoría y práctica del mercado de renta variable en Colombia*”. Escuela de Ingeniería de Antioquia, Medellín, 2000. 222 p.

Medina, C. y Echeverri, J. (1993). “*La selección de portafolios y la frontera eficiente: el caso de la bolsa de Medellín, 1990-1992*”. Lecturas de economía No. 39 (Julio-Diciembre): 101-149. Medellín, Colombia.

Markowitz, Harry. “*Portfolio selection: Efficient diversification of investments*”. 2ª edición, Blackwell Publising Ltd., USA. 1991, p. 129-204.

Ross, Stephen A. Fundamentals of corporate finance. Boston : Irwin, c1998..

Uribe, Camilo Andrés. “*Metodologías para la selección de portafolios de acciones que maximicen utilidades a corto plazo*”. Universidad de los Andes, Trabajo de Grado. Bogotá, 2002.

Artículos

Almansa V., Elica Milena. “*Diseño, desarrollo e implementación de la teoría de Markowitz para encontrar la frontera eficiente en Visual Basic*”. Universidad de los Andes, Trabajo de grado. Bogotá, 2000.

Black, Fisher. 1972. “*Capital Market Equilibrium with restricted borrowing*”. Journal of Business 45 (July): 444-455.

Lintner, John: 1965, "The Valuation of risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *The Review of Economics and Statistics*, vol. XLVII, No. 1, Febrero, 13-37.

Markowitz, Harry. "Mean-Variance Analysis in portfolio choice and capital markets". FJF Associates, USA, 1987. p. 3-20.

Medina, C. y Echeverri, J. (1993). "La selección de portafolios y la frontera eficiente: el caso de la bolsa de Medellín, 1990-1992". *Lecturas de economía* No. 39 (Julio-Diciembre): 101-149.

Murphy, John J. *Análisis técnico de los mercados financieros*, New York Institute of Finance, New York, 1999. 545 p.

Sharpe, W. F. 1964. "Capital Asset Prices: A theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *Journal of Finance* 19 (September): 425-442.

Internet

Grupo Aval (2005). Renta variable. Disponible en internet: www.grupoaval.com
Consultado: 16 de julio de 2005.

Jason Schattman, Waterloo Maple. Optimal Investing with the Markowitz Model Inc., October 2000 Disponible en internet:

<http://www.adepscience.co.uk/products/mathsim/maple/powertools/optimization/html/markowitz.html>

Supervalores. "Superintendencia de valores de Colombia". 2001. Disponible en internet:

<http://www.supervalores.gov.co>

WFE. World Federation of Exchanges. Disponible en internet: <http://www.world-exchanges.org/WFE/home.Asp>

Anexo 1 Conformación de la canasta del IGBC a 30 de Junio de 2005.

	NEMOTECNICO	Participación
1	ADMINVER	0.01%
2	ARGOS	8.92%
3	BAVARIA	11.30%
4	BCOLOMBIA	8.04%
5	BOGOTA	2.81%
6	CARIBE	3.42%
7	CARULLA	0.60%
8	CEMVALLE	1.31%
9	CEPAZRIO	0.52%
10	CHOCOLATES	3.38%
11	COLINVERS	4.28%
12	COLTABACO	2.27%
13	COLTEJER	0.02%
14	CORFINSURA	6.13%
15	CORFIVALLE	2.89%
16	DIACO	0.26%
17	EXITO	1.05%
18	FABRICATO	0.30%
19	GASNATURAL	0.63%
20	GRUPOAVAL	1.01%
21	INTERBOLSA	0.92%
22	ISA	6.63%
23	MEGABANCO	0.52%
24	MINEROS	0.10%
25	NOEL	1.12%
26	OCCIDENTE	0.32%
27	PAZRIO	3.69%
28	PFBCELOM	7.77%
29	PFCORFIVAL	0.29%
30	PVETB	0.92%
31	SUPERIOR	0.05%
32	SURAMINV	18.07%
33	TABLEMAC	0.21%
34	VALBAVARIA	0.28%
	TOTAL	100.00%

Anexo 2 Definiciones relevantes acerca de los tipos de acciones

Acción:

Titulo que representa los derechos de un socio sobre una parte del capital de una empresa organizada en forma de sociedad. La posesión de este documento le otorga al socio capitalista el derecho a percibir una parte proporcional de las ganancias de una sociedad. Las acciones pueden ser de tesorería, de desempeño y preferentes⁵²

Las acciones son el instrumento más importante de financiamiento de las sociedades anónimas en Colombia, y son un activo financiero que no tiene liquidez primaria⁵³. Los dueños de la acciones a su vez corren los riesgos del negocio.

Los derechos de los accionistas en Colombia se establecen en el código de comercio, artículos 399 y son:

- Participar en la asamblea general de accionista y votar en ella
- Recibir una parte proporcional de los beneficios sociales establecidos por los balances de fin de ejercicio, con sujeción a lo dispuesto en la ley y los estatutos.
- Negociar libremente, a menos que se estipule derecho de preferencia a dador de la sociedad o de los accionistas o de ambos
- Inspeccionar libremente los libros y papeles sociales dentro de los 15 días hábiles anteriores a las reuniones de la asamblea general en que se examinan los balances a fin de ejercicio
- Recibir una parte proporcional de los activos sociales a tiempo de la liquidación y una vez pagado el pasivo externo de la sociedad.⁵⁴

Dentro de las diferentes clases de acciones podemos encontrar las siguientes:

⁵² Corfinsura. Disponible en internet: www.corfinsura.com.co Consultado: 5 de agosto de 2005.

⁵³ Una vez emitida las acciones no son negociables entre el comprador y el emisor, para poder obtener recursos sobre estos activos es necesario acudir a el mercado secundario, por ejemplo loas empresas comisionistas de bolsa

⁵⁴ Op. Cit. Serrano, Javier. Página 216

Acciones de tesorería

Son las acciones que fueron emitidas y posteriormente readquiridas por la empresa.

Acciones por desempeño

Son las acciones que se dan a los administradores con el fin de alinear los intereses de la empresa con el de sus directivos (agencia), se entregan sobre la base de desempeño de las compañías, como utilidades por acción, crecimiento de la compañía en activos, etc.

Acciones preferentes

Tipo de acciones que proporciona a sus tenedores cierta prioridad sobre los accionistas comunes para el pago de dividendos, esta tasa de dividendos se fija por lo general al momento de la emisión y normalmente los accionistas preferentes no tienen derecho a voto.⁵⁵

Las acciones preferentes en Colombia están reglamentadas por la ley 27 de 1990, las cuales no tienen derecho a voto pero siempre reciben un dividendo mayor o igual que se pagan a las acciones ordinarias y si los accionistas de estas acciones quieren incrementar su dividendo, primero deben elevar el pago a las acciones preferenciales.

Las acciones preferentes tienen el mismo valor comercial que las acciones comunes, pero debido a las restricciones que se imponen en el pago de dividendos, el precio de las acciones preferentes para un inversionista que no está interesado en el control de la compañía debe ser mayor al precio de una acción ordinaria.

Por último cabe la pena resaltar que en Colombia las acciones preferentes no pueden superar el 25% del capital social de la sociedad.

Rendimiento de las acciones

⁵⁵ Op. Cit. Ross, Stephen A

El rendimiento de las acciones sobre las inversiones que puedan dar esta determinado por la siguiente formula.

$$Ra = \frac{DPA + (Pm - Pc) + \text{valorderechos}}{Pc}, \text{ donde}$$

DPA = dividendos por acciones, es decir el reparto de las utilidades.

Pm = Precio de mercado

Pc= Precio de compra

Valorderechos = Derecho de suscribir preferencialmente cualquier emisión de acciones.

Es importante resaltar que la valoración de una acción es la diferencia entre el precio de compra y precio del mercado actual o el precio en el cual se vendió la acción.

Bonos obligatoriamente convertibles en acciones.

Aunque estos están por fuera de estudio para el calculo de un portafolio eficiente en Colombia, por ser parte del mercado de renta fija, se nombran en este capitulo por se jr un instrumento que después de conceder a su tenedor un valor fijo durante un periodo de tiempo, a la maduración del bono adquieren un juego como activo financiero de renta variable, esta conversión puede ser de carácter obligatorio o no, pero en Colombia su conversión si lo es.

Anexo 3 Nombres completos de las compañías estudiadas con sus respectivos nemotécnicos para la operación bursátil.

	Nombre de la compañía inscrita en bolsa	Nemotecnico
1	Acerís Paz del Río	PAZRIO
2	Adminver S.A.	ADMINVER
3	Compañía de Cemento Argos S.A.	ARGOS
4	Banco de Occidente S.A.	OCCIDENTE
5	Bansuperior	BANSUPERIOR
6	Bancolombia S.A. (Ordinaria)	BCOLOMBIA
7	Bancolombia S.A. (Preferencial)	PFBCOLOM
8	Bavaria S.A.	BAVARIA
9	Banco de Bogotá S.A.	BOGOTÁ
10	Cementos del Caribe S.A.	CARIBE
11	Carulla Vivero S.A.	CARULLA
12	Cementos Paz del Río S.A.	CEPAZRIO
13	Cementos del Valle S.A.	CEMVALLE
14	Inversiones Nacional de Chocolates S.A.	CHOCOLATES
15	Compañía Colombiana de Inversiones S.A.	COLINVERS
16	Compañía Colombiana de Tabaco S.A.	COLTABACO
17	Compañía Colombiana de Tejidos S.A.	COLTEJER
18	Corporación Financiera Nacional y Suramericana S.A.	CORFINSURA
19	Corporación Financiera del Valle S.A. (Ordinaria)	CORFIVALLE
20	Corporación Financiera del Valle S.A. (Preferencial)	PFCORFIVAL
21	Valores Diaco S.A.	DIACO
22	Empresa de Teléfonos de Bogotá S.A. (Privilegiada)	PVETB
23	Almacenes Éxito S.A.	ÉXITO
24	Textiles Fabricato Tejicondor S.A.	FABRICATO
25	Gas Natural S.A. E.S.P.	GASNATURAL
26	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	GRUPOAVAL
27	Interbolsa S.A. Comisionista de Bolsa	INTERBOLSA
28	Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.	ISA
29	Mineros S.A.	MINEROS
30	Inveralimenticias NOEL S.A.	NOEL
31	Setas Colombianas S.A.	SETAS
32	Suramericana de Inversiones S.A.	SURAMINV
33	Tableros y Maderas de Caldas S.A.	TABLEMAC
34	Valores Bavaria S.A.	VALBAVARIA
35	Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia	IGBC*

*El IGBC no es una acción ni se puede transar en bolsa. Se incluyó en el análisis para efectos comparativos.

Anexo 4 Canasta del IGBC a Junio 30 del 2005

CANASTA IGBC - 30/06/2005	
NEMOTECNICO	Participación
ADMINVER	0.01%
ARGOS	8.92%
BAVARIA	11.30%
BCOLOMBIA	8.04%
BOGOTA	2.81%
CARIBE	3.42%
CARULLA	0.60%
CEMVALLE	1.31%
CEPAZRIO	0.52%
CHOCOLATES	3.38%
COLINVERS	4.28%
COLTABACO	2.27%
COLTEJER	0.02%
CORFINSURA	6.13%
CORFIVALLE	2.89%
DIACO	0.26%
EXITO	1.05%
FABRICATO	0.30%
GASNATURAL	0.63%
GRUPOAVAL	1.01%
INTERBOLSA	0.92%
ISA	6.63%
MEGABANCO	0.52%
MINEROS	0.10%
NOEL	1.12%
OCCIDENTE	0.32%
PAZRIO	3.69%
PFBLOM	7.77%
PFCORFIVAL	0.29%
PVETB	0.92%
SUPERIOR	0.05%
SURAMINV	18.07%
TABLEMAC	0.21%
VALBAVARIA	0.28%

Anexo 5 Tasa libre de riesgo para los últimos días de cada mes del período de evaluación.

Fecha	Rent. Activo libre de riesgo (% E.A.)	
31-Mar-03	5.5938	
30-Abr-03	5.9278	
30-May-03	6.8726	
30-Jun-03	7.5607	
31-Jul-03	6.9574	
29-Ago-03	7.4387	
30-Sep-03	7.0996	
31-Oct-03	7.3686	
28-Nov-03	7.7678	
31-Dic-03	8.7412	
30-Ene-04	7.9688	
27-Feb-04	7.6627	
31-Mar-04	7.7836	
30-Abr-04	7.4022	
31-May-04	6.779	
30-Jun-04	6.944	
30-Jul-04	6.8205	
31-Ago-04	7.1213	
30-Sep-04	7.0197	
29-Oct-04	7.305	
30-Nov-04	6.9545	
31-Dic-04	7.0923	
31-Ene-05	5.7381	
28-Feb-05	5.9104	
31-Mar-05	5.1852	
29-Abr-05	5.3355	
31-May-05	5.5142	
30-Jun-05	5.7777	
Rentabilidad promedio =	6.84%	EA
	0.55%	mensual