

**TÍTULOS VALORES ORIGINADOS DE  
TITULARIZACIONES HIPOTECARIAS: RENTABILIDAD Y  
UNA PROPUESTA PARA LA MEDICIÓN DE SU DURACIÓN**

**ALEJANDRO AMÉZQUITA GALINDO  
ANDRÉS MÁRQUEZ MORA**



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN**

MBA Tiempo Parcial – Concentración en Finanzas

Asesor: OSCAR ARMANDO LEIVA VILLAMIZAR

BOGOTÁ D.C., Diciembre de 2005

## TABLA DE CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>1. MARCO TEÓRICO</b> .....	19
<b>1.1. Análisis del fenómeno del Prepago</b> .....	20
1.1.1. Definición.....	21
1.1.2. Determinantes.....	<del>22</del> 21
1.1.2.1. Financieros.....	22
1.1.2.2. Particularidades del deudor.....	23
1.1.2.3. Variables macroeconómicas.....	24
1.1.2.4. Variables características del crédito.....	25
1.1.3. ¿Cómo se afectan los títulos hipotecarios con el prepago?.....	26
1.1.3.1. Efecto en el precio.....	29
1.1.3.2. Efectos en la valoración.....	32
<b>1.2. ¿Por qué es tan importante el análisis del prepago y la duración?</b> .....	36
1.2.1. El concepto de duración.....	38
1.2.2. Problemas de aplicabilidad a títulos hipotecarios.....	39
1.2.3. Medidas avanzadas.....	41
1.2.3.1. <i>Option-Adjusted Durations (OAD)</i> .....	41
1.2.3.2. Duraciones implícitas.....	43
1.2.3.3. <i>Coupon curve durations (CCD)</i> .....	44
1.2.4. Aplicabilidad al mercado colombiano.....	45
1.2.4.1. Metodología <i>OAD</i> .....	45
1.2.4.1.1. Argumentos a favor.....	46
1.2.4.1.2. Argumentos en contra.....	46
1.2.4.2. Duraciones empíricas.....	47
1.2.4.2.1. Argumentos a favor.....	47
1.2.4.2.2. Argumentos en contra.....	47
1.2.4.3. <i>Coupon curve durations (CCD)</i> .....	47
1.2.4.3.1. Argumentos en contra.....	47

<b>2. EL MODELO SUGERIDO Y SU APLICACIÓN .....</b>	<b>48</b>
<b>2.1. El modelo base de Pinkus y Chandoha (1986).....</b>	<b>48</b>
<b>2.2. La consecución de datos.....</b>	<b>50</b>
2.2.1. Series de precios de TIPS.....	50
2.2.2. Series de precios de TES UVR.....	52
<b>2.3. La aplicación del modelo.....</b>	<b>56</b>
<b>3. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS.....</b>	<b>58</b>
<b>3.1. Construcción de una nueva serie de precios para TIPS y análisis de los resultados .....</b>	<b>60</b>
<b>4. CONCLUSIONES.....</b>	<b>62</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>66</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>69</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>74</b>
<b>Anexo 1.....</b>	<b>74</b>
<b>Anexo 2.....</b>	<b>79</b>
<b>Anexo 3.....</b>	<b>82</b>
<b>Anexo 4.....</b>	<b>84</b>
<b>Anexo 4A.....</b>	<b>86</b>
<b>Anexo 4B.....</b>	<b>90</b>
<b>Anexo 5.....</b>	<b>92</b>
<b>Anexo 5A.....</b>	<b>100</b>
<b>Anexo 6.....</b>	<b>110</b>
<b>Anexo 7.....</b>	<b>112</b>

## INTRODUCCIÓN<sup>1</sup>

La aparición en Colombia de los títulos respaldados con carteras hipotecarias tomó a la mayoría de participantes del mercado de capitales sin las herramientas suficientes para encontrar el valor justo de mercado de dichos activos financieros. La aplicación de las herramientas tradicionales para medir volatilidades y valorar adecuadamente estos instrumentos ha mostrado ser ineficaz, por cuanto el comportamiento de los títulos en mención dista mucho de lo que se considera como “normal” de los títulos representativos de deuda. La novedad del fenómeno del prepago ha llevado a que las valoraciones se alejen de los valores justos, provocando en la mayoría de los casos rentabilidades inferiores o superiores a las esperadas por un número importante de inversionistas.

El presente trabajo elabora un estudio sobre los efectos del prepago en el valor de mercado de los títulos, así como una exposición de las metodologías de medición de volatilidad utilizadas en los mercados externos de títulos hipotecarios. El objetivo del presente proyecto se enfoca en la ilustración de los impactos del prepago observados en la valoración y rentabilidad e identificar por qué es importante la correcta medición de la duración en los títulos hipotecarios.

El escrito consta de cuatro partes. En la introductoria se hace una reseña sobre la historia de la financiación de vivienda en Colombia; se exponen las bondades de la titularización hipotecaria y el papel que ha jugado en el mercado hipotecario nacional. En el primer capítulo se encuentra el marco teórico, con un buen análisis del fenómeno de prepago y sus efectos; asimismo se ilustra sobre las aproximaciones a la medición de la duración en los títulos hipotecarios. En el segundo capítulo se expone el modelo utilizado para medir duraciones implícitas, con un ejemplo de su

---

<sup>1</sup> Basado en el trabajo de Márquez, Andrés, Jaime Andrés Restrepo y Catalina Restrepo (2003) “Titularización, Financiación Hipotecaria e Impacto Macroeconómico en Colombia a Partir de la Crisis de Finales de los 90” Trabajo Final Asignatura de Macroeconomía - MBA Tiempo Parcial, Facultad de Administración. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Diciembre.

aplicación. En el tercer capítulo se evalúan los resultados obtenidos. Finalmente, se presentan las conclusiones del proyecto.

### **Inicios de la financiación de vivienda**

El origen del sistema de financiamiento hipotecario en Colombia se produce en 1924 con la creación del Banco Agrícola Hipotecario y en 1932 con el Banco Central Hipotecario (BCH). Estas entidades se financiaban principalmente con recursos de la Nación, crédito externo y ahorro privado captado a través de cédulas hipotecarias. El nuevo sistema de financiación de vivienda surgió en el gobierno de Misael Pastrana en 1972, cuando se crea el sistema UPAC (Unidad de Poder Adquisitivo Constante) como mecanismo de cuenta para el desarrollo de la construcción y financiación de vivienda.

Este nuevo sistema de financiación fue producto de las recomendaciones de la Misión Currie que

[d]efinió la construcción como sector líder para el desarrollo con importantes efectos multiplicadores en el nivel de empleo, la inversión, el ahorro, el ingreso y el consumo, generando mayor bienestar y crecimiento acelerado. Esto se debe a que la construcción es un sector con una amplia demanda, un componente muy bajo de importaciones, una alta elasticidad del empleo y su interrelación con otros sectores productivos, para aumentar rápidamente el ingreso real y la tasa de crecimiento.”<sup>2</sup>

Surgieron entidades financieras especializadas en crédito hipotecario: las denominadas Corporaciones de Ahorro y Vivienda (CAV). El sistema UPAC operó

---

<sup>2</sup> Giraldo, Liliana y Ricardo Vega (2002). “Consideraciones sobre la titularización como instrumento para la financiación de vivienda en Colombia”. Tesis de grado. Executive MBA, Facultad de Administración. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Agosto. p. 21.

mediante el mecanismo de la corrección monetaria, financiando aproximadamente 1.800.000 soluciones de vivienda en casi 28 años de existencia.<sup>3</sup>

### **La Década de los 90**

Para el análisis de los factores que desencadenaron la crisis del sector hipotecario en Colombia a finales de la década del 90 es importante notar que el país tenía un bajo nivel de desarrollo relativo de su sector hipotecario, incluso por debajo de otros países de similar desarrollo.<sup>4</sup>

Históricamente, la financiación de vivienda había sido posible gracias al sistema de ahorro y vivienda en valor constante UPAC, pero la reforma financiera de principios de la década del 90 eliminó la especialización activa y pasiva de los establecimientos de crédito y se permitió entonces que las CAV pudieran conceder créditos diferentes a los basados en UPAC, permitiendo a su vez que otros intermediarios remuneraran el ahorro a la vista y otorgaran créditos a largo plazo para vivienda, lo que hasta ese momento era prerrogativa de las CAV.<sup>5</sup>

Hacia 1993 el sector de la construcción en Colombia entra en un auge de crecimiento producto de diversos factores como por ejemplo el incremento de los ingresos de capital externo con la apertura económica, el ingreso al país de dinero del narcotráfico y el incremento en el precio relativo de los bienes raíces. Asimismo las

---

<sup>3</sup> Congreso de la República de Colombia, Exposición de Motivos al proyecto de ley [Ley 546 de 1999] “*Por la cual se dictan las normas generales para regular un sistema especializado para la financiación de Vivienda individual a largo plazo, se crean nuevos instrumentos de movilización del ahorro destinados a la financiación de vivienda, se dictan medidas relacionadas con el impuesto de urbanismo y construcción para incentivar el desarrollo de la construcción y se dictan otras disposiciones tendientes a disminuir los costos de las transacciones del sector habitacional*”. Bogotá, Colombia. 1999. p.2.

<sup>4</sup> Titularizadora Colombiana S.A., con cálculos basados en datos de la Internacional Union for Housing Finance (IUHF). Valoración Riesgo Hipotecario – Caso Titularizadora Colombiana S.A. Presentación ante la UNIAPRAVI. Miami, octubre 2005. Ver Gráfico A1 contenido en el ANEXO 1.

<sup>5</sup> Congreso de la República de Colombia, Op. Cit. p.2.

CAV experimentaron un crecimiento de la demanda de créditos para financiar proyectos de construcción y compra de vivienda.

De acuerdo con el documento que expone los motivos al proyecto de ley que se convertiría en la Ley de Vivienda (Ley 546 de 1999), el sistema de financiación de vivienda entró en crisis fundamentalmente por cuatro razones:<sup>6</sup>

- Disminución del precio de los inmuebles
- Crecimiento de las deudas por encima de la capacidad de pago de los deudores
- Vulnerabilidad de los establecimientos de crédito a captaciones inestables
- Ausencia de marco jurídico

Este conjunto de elementos hizo que se aumentaran los riesgos a los que estaban expuestas las entidades financieras y los deudores. En la Figura I se pueden observar los “balances” de las entidades financieras y del deudor hipotecario antes de 1990. La entidad financiera (CAV) tenía en sus activos principalmente créditos hipotecarios indexados a la UPAC con vencimiento de hasta 20 años. En su pasivo, depósitos de los ahorradores, a la vista, igualmente indexados al UPAC.

Antes de 1990 la UPAC estaba indexada a la inflación al tiempo que las CAV tenían el monopolio de las cuentas remuneradas (más adelante se exponen las consecuencias del cambio que se introdujo a principios de la década de 1990 cuando se permitió a otras entidades financieras ofrecer cuentas remuneradas).

Para la entidad financiera los principales riesgos se resumían en:

- Riesgo de crédito: mitigado por la garantía hipotecaria

---

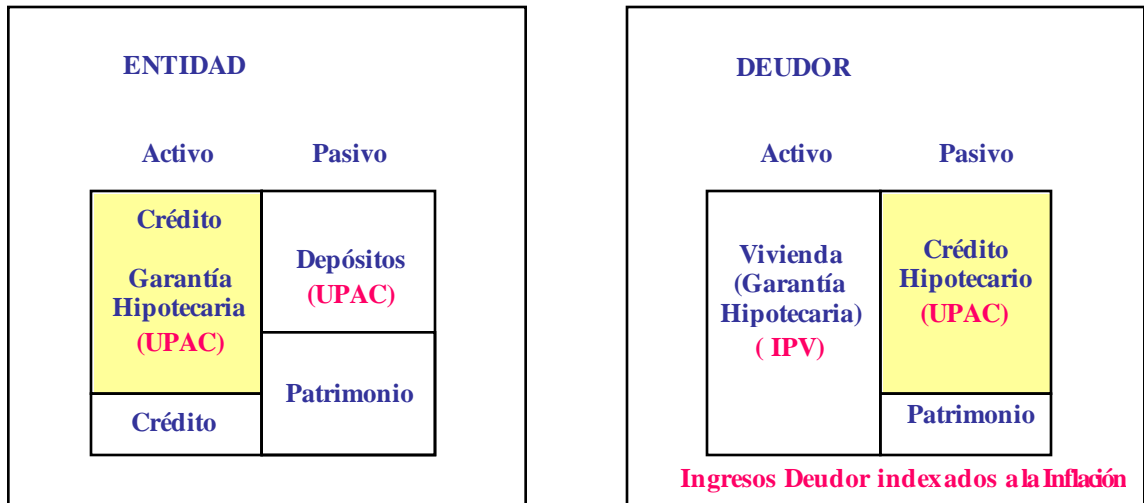
<sup>6</sup> Ibid. p.3.

- Riesgo de mercado: por descalce de los activos en plazo y liquidez

El deudor hipotecario por su parte, poseía un activo consistente en una vivienda con precio afectado por el índice de precio de Vivienda (IPV) y un pasivo, la obligación con la entidad financiera, indexado al UPAC. Adicionalmente, los ingresos que el deudor utiliza para pagar las obligaciones (salario), indexados a la inflación<sup>7</sup>. Para el deudor hipotecario los riesgos se resumían principalmente en:

- Riesgo de crédito: por la desvalorización del activo. Este riesgo se mitigaba con la opción de pagar el crédito con la entrega de la vivienda. Este tema se retoma más adelante.
- Riesgo de mercado: por descalce de tasas entre activo y pasivo y la refinanciación. Este se mitigaba mediante la opción de refinanciar la deuda en el mercado de créditos.

Figura I



Fuente: Dirección de Estructuración y Riesgo. Titularizadora Colombiana S.A.

<sup>7</sup> En Colombia históricamente se ha visto cómo el incremento anual de los salarios depende del aumento en la inflación.



En el sistema UPAC la fórmula de cálculo de la corrección monetaria podía ser modificada repetidas veces generando incertidumbre entre los deudores. De hecho, sufrió 23 modificaciones durante su existencia, a razón de un cambio cada año y medio<sup>8</sup>, deteriorando así la confianza de los deudores. Al final, la fórmula ató la UPAC a la DTF (antes de 1990 estaba atada a la inflación) a solicitud de las CAV, dada la mayor competencia con otros intermediarios financieros por los ahorros del público provocando que el descalce de los bancos y corporaciones fuera transferido a los deudores hipotecarios.

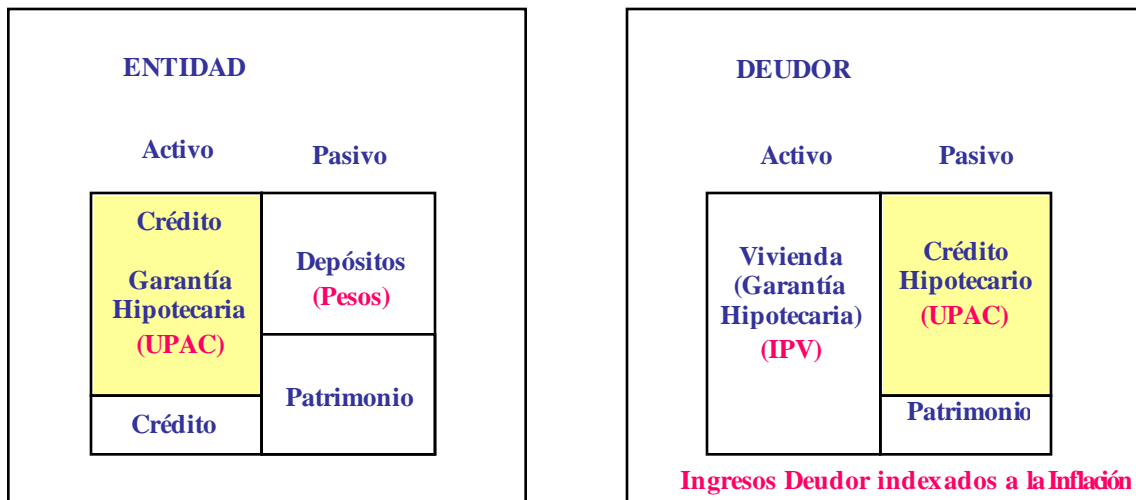
Con este panorama, se observan en la Figura II los “balances” de las entidades financieras y del deudor hipotecario de 1990 a 1999. La entidad financiera (ahora banco hipotecario) tiene en general el mismo activo que antes: créditos hipotecarios indexados al UPAC. Pero en su pasivo los depósitos a la vista de los ahorradores ahora denominados en pesos, indexados a la DTF. En este escenario, para la entidad financiera los riesgos se transformaron en:

- Riesgo de crédito: mitigado por la garantía hipotecaria.
- Riesgo de mercado: por descalce de los activos en plazo, liquidez y ahora tasa de interés.

---

<sup>8</sup> Congreso de la República de Colombia, Op. Cit. p.4.

Figura II



Fuente: Dirección de Estructuración y Riesgo. Titularizadora Colombiana S.A.

Los riesgos del deudor hipotecario continuaban siendo los mismos. Ahora bien, como la entidad financiera tenía un nuevo descalce en tasas y era necesario cubrirlo, se realizó el último cambio al cálculo del UPAC mencionado anteriormente. La consecuencia de esto fue que la DTF real, por la competencia entre los bancos hipotecarios y comerciales por obtener los depósitos de los ahorradores, aumentó haciendo que el saldo de los créditos hipotecarios creciera, a tal punto que el patrimonio dentro del “balance” de los deudores empezó a ser negativo. Lo anterior, unido a la caída en el IPV, al aumento en la tasa de desempleo y al importante incremento de las tasas de intervención hecho por el Banco de la República<sup>9</sup>, provocó que para el deudor fuera más “barato” entregar la vivienda que pagar el crédito; es decir, el saldo de la deuda era mayor al valor del activo que la respaldaba (Ver Gráficos B1 y C1 contenidos en el ANEXO 1).

Para esta época los hogares en Colombia habían asumido un mayor nivel de endeudamiento. Según Cárdenas y Badel (2003)

<sup>9</sup> En defensa del esquema de banda cambiaria.

[l]as amortizaciones más los intereses de los créditos de vivienda se elevaron de un nivel equivalente a 11.5% del ahorro privado en 1991 a 47.9% en 1997 (en términos del PIB, el incremento fue de 1.5% en 1991 a 3.3% en 1997). Esto, por supuesto, incrementó la vulnerabilidad de los hogares ante cambios en sus ingresos.<sup>10</sup>

En resumen, dado ese elevado nivel de endeudamiento de los hogares, se deterioró la capacidad de pago de los deudores y con ello la calidad de la cartera hipotecaria. Tal como lo indican Tenjo y López (2003)

[Se afectó negativamente] el mercado de crédito, la liquidez y la solvencia de las entidades financieras, hasta poner a un buen número de ellas en situación insostenible y al sistema como un todo muy cerca de una crisis, y hacer necesaria la intervención del gobierno, la revisión de su postura en materia de regulación y supervisión y, finalmente, la adopción de cambios en la legislación vigente.<sup>11</sup>

Es entonces cuando el Gobierno decreta la Emergencia Económica en noviembre de 1998 y dispone recursos a través de del Fondo de Garantías de Instituciones Financieras (Fogafín) para otorgar créditos de alivio a los deudores hipotecarios con una tasa de interés subsidiada.

Finalmente, en septiembre de 1999, la Corte Constitucional declara inconstitucional el sistema UPAC, debido a los fuertes reclamos de los deudores del sistema y a la crisis de que presentaba el sistema de financiamiento hipotecario. Conforme con Cárdenas y Badel (2003) las CAV experimentaban a finales de los 90,

[un] incremento en la relación entre el saldo de los créditos y el valor de las garantías (LTV o loan-to-value ratio). El incremento del LTV fue ocasionado por el efecto conjunto del mayor endeudamiento de los

---

<sup>10</sup> Cárdenas, Mauricio y Alejandro Badel (2003). “La Crisis de Financiamiento Hipotecario en Colombia: Causas y Consecuencias”. Julio. p. 9. Disponible en: [http://www.titularizadora.com/DocumentosInvestigacion2/Cardenas\\_Badel\\_Colombia\\_Versión\\_Julio\\_03.pdf](http://www.titularizadora.com/DocumentosInvestigacion2/Cardenas_Badel_Colombia_Versión_Julio_03.pdf)

<sup>11</sup> Tenjo, Fernando y Enrique López (2003). “Burbuja y Estancamiento del Crédito en Colombia”. Enero. p. 29. Disponible en: <http://www.banrep.gov.co/junta/publicaciones/Tenjo/BurbujaCreditoFinal.pdf>

hogares, las reglas de indexación de los saldos de los créditos hipotecarios vigentes hasta 1999 y la desvalorización de los inmuebles que se registró a partir de 1995.<sup>12</sup>

Los efectos sobre el PIB, las utilidades de los bancos hipotecarios y el indicador de cartera se pueden ver en los Gráficos D1 y E1 contenidos en el ANEXO 1.

Ante la crisis, la Corte finalmente exigió al Gobierno y al Congreso adoptar una nueva Ley Marco sobre el tema. La ley presentada por el gobierno de Andrés Pastrana estableció la reliquidación de los saldos de los créditos para los deudores que estuvieran al día en sus obligaciones. Para ese propósito se reemplazó el índice UPAC por una nueva Unidad de Valor Real (UVR) ajustada diariamente a la inflación. De acuerdo con la nueva Ley de Vivienda,

[L]a Unidad de Valor Real (UVR) es una unidad de cuenta que refleja el poder adquisitivo de la moneda, con base exclusivamente en la variación del índice de precios al consumidor certificada por el DANE, cuyo valor se calculará de conformidad con la metodología que establezca el Consejo de Política Económica y Social, Conpes. Si el Conpes llegare a modificar la metodología de cálculo de la UVR, esta modificación no afectará los contratos ya suscritos, ni los bonos hipotecarios o títulos emitidos en procesos de titularización de cartera hipotecaria de vivienda ya colocados en el mercado. El Gobierno Nacional determinará la equivalencia entre la UVR y la Unidad de Poder Adquisitivo Constante, UPAC, así como el régimen de transición de la UPAC a la UVR.<sup>13</sup>

Después de la creación de la Ley 546 de 1999, se puede observar en la Figura III lo que sucedió con los “balances” de las entidades financieras y del deudor hipotecario.. La entidad financiera tiene en sus activos principalmente créditos hipotecarios indexados a la UVR y con vencimiento hasta 30 años y en su pasivo depósitos a la vista de los ahorradores, denominados en pesos e indexados a la DTF. Para la entidad financiera los principales riesgos seguían siendo los mismos que los analizados en la

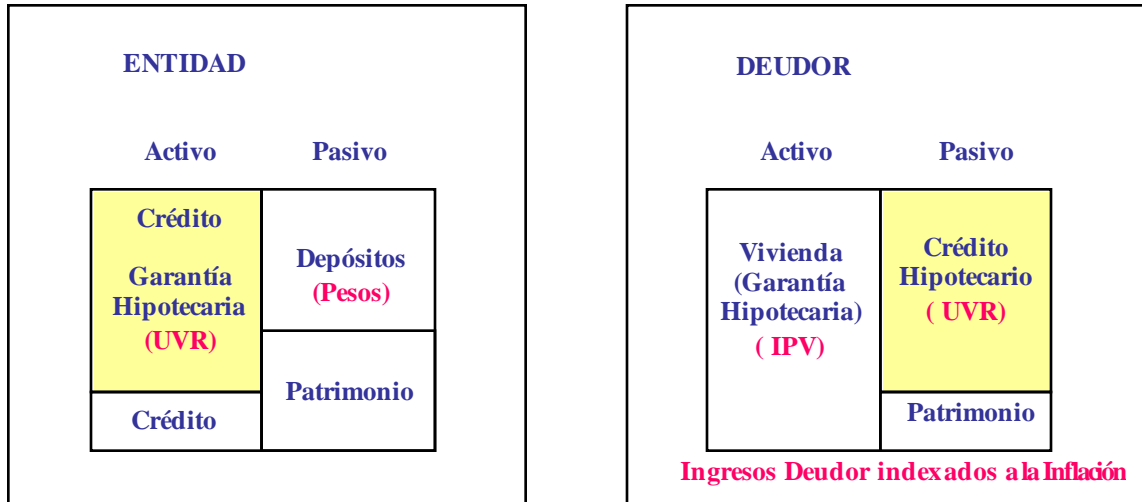
---

<sup>12</sup> Cárdenas y Badel (2003). Op. Cit. p. 1.

<sup>13</sup> República de Colombia, Ley 546 de 1999, Capítulo 1, Artículo 3. Bogotá, Diciembre 23 de 1999.

Figura II, teniendo en cuenta que el descalce de tasa incluido en el riesgo de mercado cambió de ser UPAC – pesos a ser UVR – pesos.

Figura III



Fuente: Dirección de Estructuración y Riesgo. Titularizadora Colombiana S.A.

Los riesgos de los deudores hipotecarios no cambiaron, aunque su ingreso (necesario para pagar sus deudas) y su pasivo estaban ahora están indexados a la inflación por cuanto salarios y UVR se basan en ella para su cálculo.

Además de esto, la nueva ley de vivienda (Ley 546 de 1999) estableció otros elementos claves para el proceso de financiación entre los que se cuentan la prohibición de la capitalización de intereses y el marco regulatorio general de la titularización de cartera hipotecaria y de la emisión de bonos hipotecarios. Con la titularización se buscaba prever la “conversión de cartera actual de los establecimientos financieros en activos mobiliarios que puedan ser transados en el mercado de capitales”<sup>14</sup>. Esta podría llevarse a cabo directamente o a través de patrimonios autónomos o universalidades en sociedades titularizadoras, permitiendo la creación de entidades como la Titularizadora Colombiana.

<sup>14</sup> Congreso de la República de Colombia (1999), Op.cit. p. 8.

La Ley 546 de 1999 también establece que los establecimientos de crédito podrán emitir bonos hipotecarios denominados en UVR y con el respaldo específico de una cartera de créditos de vivienda. La ventaja que tienen estos bonos sobre otros instrumentos del mercado de capitales es la de contar con una doble garantía: la del establecimiento de crédito emisor (garantía general) y la de un conjunto de garantías hipotecarias como son las viviendas que respaldan esos créditos (garantía específica).

### **Breve reseña de titularización**

Para entender lo que es un proceso de titularización hipotecaria, en primer lugar es necesario aclarar que la titularización es un mecanismo para obtener recursos del mercado de capitales para los sectores que necesiten financiación para fondar los activos con los que cuenta dicho sector y en el cual participan una gran cantidad de agentes como son: el originador, el agente de manejo, el estructurador del proceso, el colocador, el inversionista, la agencia calificadora y los garantes. En resumen, se pretende movilizar unos activos, titularizarlos y fondarlos a través del mercado de capitales. Los activos a titularizar en cualquiera de estos procesos pueden ser títulos de deuda pública, cartera de crédito, documentos de crédito, activos inmobiliarios, productos agropecuarios, productos agroindustriales, rentas, flujos de caja, etc.

En el caso específico de la titularización hipotecaria el activo son créditos hipotecarios. Durante el proceso de estructuración de la emisión se pueden escoger tres modalidades de títulos: de participación (el inversionista adquiere derecho sobre parte de los activos), de contenido crediticio (donde se otorga al inversionista el derecho de recibir pagos de capital e intereses) y mixtos (una combinación de los dos anteriores).

Entre las ventajas del proceso de titularización de cartera hipotecaria se pueden nombrar:<sup>15</sup>

*i.* Para los tomadores de créditos

- Logran contratar créditos a un menor costo, ya que la entidad originadora transfiere el riesgo de mercado a inversionistas institucionales.
- Aumentan las alternativas de productos de crédito.
- Perciben que hay fondos disponibles para endeudamiento para vivienda.

*ii.* Para el Originador

- Movilización de activos de baja liquidez.
- Utilidad en la venta de la cartera hipotecaria.
- Aumentan sus ingresos por el servicio (administración).
- Logran un uso más eficiente del capital.
- Mitigan riesgos de mercado y crédito

*iii.* Para los inversionistas

- Logran una razonable rentabilidad en títulos calificados.
- Liquidez en la inversión.
- Tienen un producto adicional para poder diversificar sus portafolios.
- Pueden obtener utilidades en las transacciones propias de negociación de títulos en el mercado secundario.

*iv.* Para el mercado de valores

---

<sup>15</sup> Kendall, Leon T. and Michael J. Fishman. (2000) “Primer on Securitization”. Massachusetts, USA: The MIT Press, p. 3-14.

- Se ofrecen nuevas líneas de productos.
- Flujo continuo de ingresos por concepto de registro y transacciones de las emisiones.
- Aumento del volumen transado.
- Potencial de expansión del mercado

En los países desarrollados, específicamente en Estados Unidos y Alemania es donde está más desarrollado el mercado de hipotecas con una amplia separación de funciones entre quienes originan y quienes administran los créditos. Por su parte, las principales entidades de mercado secundario de hipotecas en los Estados Unidos han sido promovidas o apoyadas por el gobierno. (Ver ANEXO 2 para profundizar más sobre este tema)

### **La titularización hipotecaria en Colombia**

Como se dijo anteriormente, en Colombia el mecanismo de la titularización hipotecaria se promueve y al tiempo se permite que nazcan entidades especializadas con la Ley 546 de 1999, con el fin de impulsar el crédito hipotecario en el país para reactivar el sector de la construcción y adicionalmente para permitir la concesión de nuevos créditos ligados al IPC.

Con la Ley 546/99 se estableció entre otros puntos, el marco general regulatorio de la titularización de cartera hipotecaria y la emisión de bonos hipotecarios; adicionalmente el gobierno promueve la exención plena del impuesto de renta sobre rendimientos financieros de los títulos y bonos hipotecarios emitidos durante los cinco años siguientes a partir de la expedición de la ley (plazo que ya fue aumentado hasta 11 años por intermedio del artículo 81 de la Ley 964 de 2005) para incentivar el proceso y además se crea un mandato que permite otorgar una garantía de la Nación sobre los títulos y bonos respaldados con cartera de VIS. Estos beneficios fueron otorgados por la Ley para darle un impulso a un nuevo sistema de financiamiento de



vivienda en el país. Bajo este marco los bancos hipotecarios privados colombianos<sup>16</sup> y la Corporación Financiera Internacional, brazo financiero del Banco Mundial, crearon en el 2001 la Titularizadora Colombiana, con el fin de adquirir cartera hipotecaria y titularizarla.

Como resultado de lo anterior, la Titularizadora Colombiana ha estructurado los títulos hipotecarios TIPS (respaldados en cartera productiva) y los TECH (respaldados en cartera improductiva), de los cuales a diciembre de 2005 se han realizado diez (10) emisiones en el mercado primario de capitales por un monto de alrededor de 27,000 millones de UVR, que equivalen a aproximadamente \$4 billones<sup>17</sup>. Esta cifra convierte a la Titularizadora en el primer emisor privado y en el segundo emisor de títulos en el país, después del Gobierno Nacional. Adicionalmente, algunos bancos hipotecarios han efectuado emisiones de títulos y bonos hipotecarios.

La emisión de estos títulos responde a un tipo muy particular de estructuración por series de pago secuencial de capital<sup>18</sup> que permite al inversionista escoger su nivel de exposición al riesgo de prepago y al horizonte de tiempo. Lo anterior permite una mejor asignación de los recursos de los individuos en la economía incrementando así la eficiencia de los mercados. En general la titularización brinda un esquema de desintermediación en el cual la transferencia de los recursos entre ahorro e inversión se hace de una manera más eficiente.

### **Impactos macroeconómicos de la titularización**

El sector de la construcción es muy importante dentro de la economía por ser un motor generador de recursos y empleo, y ya que este sector se puede ver beneficiado

---

<sup>16</sup> Los bancos hipotecarios accionistas de la Titularizadora Colombiana incluyen a Davivienda, Colmena (ahora BCSC), Conavi (ahora Bancolombia), AVVillas y Colpatría.

<sup>17</sup> Siete emisiones TIPS y tres TECH.

<sup>18</sup> Para mayor información sobre el tipo de estructura referirse a Fabozzi, Frank & Franco Modigliani (1992). Mortgage and mortgage-backed securities markets. Harvard Business School Press. Boston.

con la titularización, se pueden nombrar algunos efectos directos del proceso de titularización hipotecaria sobre algunas variables macroeconómicas:

*i.* Efectos en el Ahorro Financiero

Al existir nuevos títulos valores en la economía y al inyectarle a la banca hipotecaria liquidez fresca, los costos de intermediación financiera tienden a disminuir porque este costo se asocia a la calificación de los títulos; además se está obteniendo una gran cantidad de recursos sin necesidad de pagar unos altos costos de financiación.

*ii.* Efectos en la liquidez

Al contar los Bancos Hipotecarios con una nueva fuente de financiación, aumenta el volumen de recursos disponibles para la financiación de nuevos proyectos incentivando el crecimiento del sector.

*iii.* Efectos en el mercado de capitales

El efecto es directo al existir una mayor cantidad de títulos para negociar en el mercado secundario, al tiempo que se convierte en una herramienta para diversificar el riesgo de los inversionistas y de los emisores.

*iv.* Efectos sobre los originadores de créditos

Con la titularización de la cartera hipotecaria la venta de la cartera hipotecaria permite el crecimiento del negocio que antes se encontraba restringido por limitantes en las fuentes de financiación. Además permite igualar el descalce de tiempo entre las fuentes de financiación y trasladar del riesgo de prepago. Asimismo permite liberar capital cuando sea necesario, mejorando la calidad de su activo al vender los créditos

deteriorados al tiempo que se obtienen beneficios al obtener comisiones de venta y estructuración.

## 1. MARCO TEÓRICO

Ya hecha una amplia introducción al tema, es importante resaltar que los beneficios de la titularización tienen un alcance mayor al considerar su efecto sobre el Mercado Hipotecario Secundario (MHS)<sup>19</sup>, el cual une el mercado de capitales con el hipotecario por cuanto el MHS ofrece la vivienda como garantía, la cual es una garantía real, a diferencia de las titularizaciones de cartera de consumo, por ejemplo, las cuales no se respaldan con garantías reales.

Por otro lado, el MHS ayuda a profundizar el sistema financiero diversificando el riesgo entre los diferentes inversionistas, al tiempo que mejora las posibilidades de financiación de largo plazo a las personas interesadas en adquirir vivienda<sup>20</sup>. A medida que el mercado se va desarrollando y profesionalizando va incrementando su capacidad para valorar los riesgos

De acuerdo con Fabozzi (1996) los riesgos en mención provienen principalmente de cuatro fuentes<sup>21</sup>:

- Riesgo de no pago: posibilidad de ver afectado el flujo de caja para el pago de los títulos debido a que los deudores no paguen sus créditos hipotecarios (total o parcialmente).
- Riesgo de liquidez: debido a que los inversionistas del MHS son menos que los de otros mercados y a veces más especializados, se pueden esperar mayores *spreads*.

---

<sup>19</sup> Martínez, Jimmy (2004). “Metodología de Valoración *Option Adjusted Spread (OAS)* Para Títulos garantizados con Hipotecas”. Banco de la República, Diciembre. p. 4. Disponible en: <http://www.banrep.gov.co/docum/Repo-estab-financiera/2004/temas-estabilidad-financiera>.

<sup>20</sup> *Ibíd.* p. 6.

<sup>21</sup> Fabozzi, Frank (1996). “Bond Markets, Analysis and strategies”. Prentice Hall. New Jersey. p.. 224

- Riesgo de tasa de interés: como cualquier otro instrumento de deuda o activo financiero, que se ven afectados en sus precios y/o valoración por movimientos en las tasas de interés
- Riesgo de prepago: es la posibilidad de que los deudores anticipen el pago de sus hipotecas por diferentes factores que se describirán más adelante.

A diferencia de otros activos que se encuentran en el mercado de valores, y además de los otros riesgos que se tienen que analizar en el momento de hacer una inversión, los MHS se ven claramente afectados por el riesgo de prepago, el cual influye en la rentabilidad y la amortización del capital, entre otros factores.

De hecho, es importante analizar este fenómeno por cuanto afecta directamente el valor del título y los inversionistas deben tenerlo en cuenta al momento de ponerle precio a su inversión. El impacto sobre el precio y la volatilidad del mismo son factores primordiales a la hora de valorar el riesgo inherente en esta clase de títulos, para lo cual es necesario dotar a los inversionistas de herramientas suficientes para cuantificar dicha volatilidad. Un elemento de primera mano es la duración. Como se expondrá en los siguientes párrafos, esta herramienta presenta ciertas particularidades en su cálculo para los MBS<sup>22</sup>.

En este orden de ideas, el marco teórico a desarrollar se divide necesariamente en dos partes estrechamente relacionadas. La primera expone un análisis del fenómeno del prepago y sus efectos sobre la rentabilidad de los títulos hipotecarios. La segunda realiza una exposición de las diferentes aproximaciones a la duración que ha desarrollado el mercado y la academia en Estados Unidos, así como un corto análisis de su aplicabilidad al mercado local. Seguidamente, se expone el modelo escogido para calcular la duración a los MBS locales.

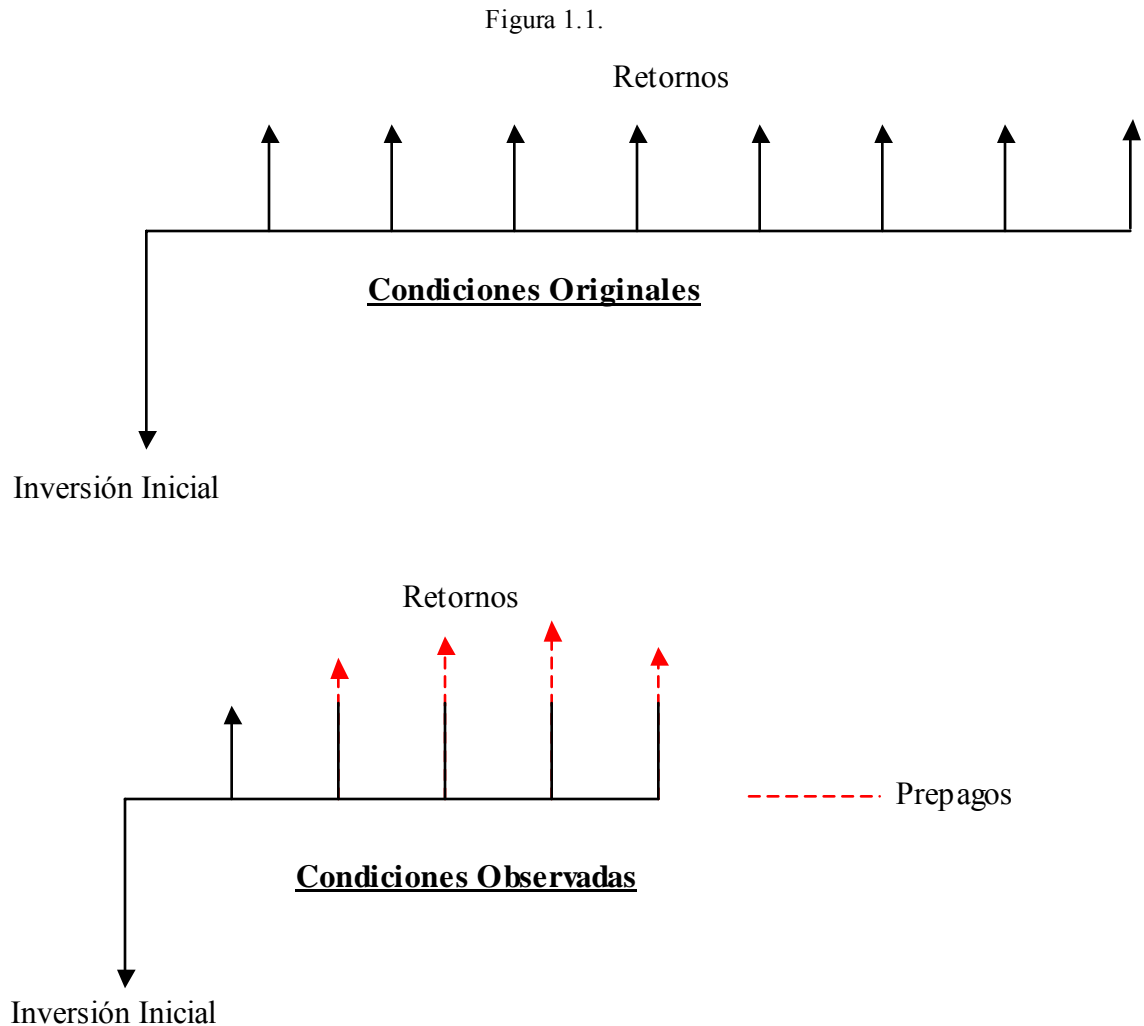
### **1.1. Análisis del fenómeno del Prepago**

---

<sup>22</sup> Por su sigla en inglés: *Mortgage-Backed Securities*. Es decir, títulos respaldados con hipotecas.

### 1.1.1. Definición

El prepago puede definirse como la cantidad de dinero que se paga a una deuda antes de la fecha programada<sup>23</sup>. Dependiendo si la cantidad pagada corresponde o no al saldo de la deuda, se puede hablar de prepago total o prepago parcial.



Fuente: Dirección de Planeación. Titularizadora Colombiana S.A.

<sup>23</sup> Titularizadora Colombiana S.A. (2005). “Los Determinantes teóricos del Prepago”, Dirección de Planeación. Junio. p.2. Disponible en: <http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/DeterminantesTeoricosPrepago.PDF>

### 1.1.2. Determinantes<sup>24</sup>

Las tres categorías principales bajo las cuales pueden agruparse las causas que conllevan al prepago son: financieras, particularidades del deudor y variables macroeconómicas<sup>25</sup>. A las anteriores se les puede adicionar las variables características del crédito.

#### 1.1.2.1. Financieros

Son los que explican el efecto de prepagar sobre el costo financiero del deudor. Incluye la tasa de interés del crédito vigente, la tasa de interés del nuevo crédito, la penalidad del prepago y los costos de transacción asociados a la apertura del nuevo crédito.

Acerca del primer punto, es importante hacer la diferenciación entre créditos a tasa fija y los indexados a tasa variable debido a que, para que los deudores de créditos con tasa fija puedan acceder al beneficio de una reducción en la tasa de interés, deben hacer un prepago total del crédito vigente y tomar uno nuevo. Los deudores de un crédito pactado con tasa variable solamente se ven beneficiados cuando el margen del nuevo crédito sobre la tasa de referencia sea menor. Asimismo, no es el nivel de las tasas de interés del crédito nuevo y del crédito vigente las que determinan el prepago sino el diferencial de estas tasas.

En segundo lugar está la penalidad del prepago y los costos de transacción, los cuales en general incluyen los gastos de cierre, las comisiones de originación y de solicitud, los gastos legales y los impuestos. De esta forma, el diferencial de tasas anteriormente nombrado debería ser suficiente para cubrir con estos costos y generar un beneficio, el cual debe medirse como un valor presente neto (VPN) de los pagos asociados a cada uno de los créditos. De hecho, si los costos de transacción son muy altos los

---

<sup>24</sup> Titularizadora Colombiana S.A. Op. cit. p. 2,

<sup>25</sup> Ibid. p. 2..

deudores van a tratar de minimizar las veces que hagan prepagos, a no ser que obtengan un beneficio importante<sup>26</sup>.

El plazo y saldo del crédito y su sistema de amortización deben ser analizados al momento de valorar los beneficios de efectuar un prepagado debido a que un crédito con menor saldo y menor plazo puede no generar beneficio por cuanto su VPN no alcanza a cubrir los costos de transacción. Por otro lado, dependiendo de si el crédito tiene una amortización constante a capital o una cuota fija, los beneficios pueden verse afectados dependiendo de cuándo se haga el prepagado. Claramente, si se decide prepagar un crédito de cuota constante hacia el final de la vida del crédito no se va a tener tanto beneficio frente a un prepagado hecho en el mismo momento de un crédito con amortización constante a capital

#### 1.1.2.2. Particularidades del deudor

Aparte de los determinantes financieros, se encuentran características de comportamiento del deudor que influyen en el prepagado: la movilidad laboral, la estructura de la unidad familiar y la calidad crediticia.

El primero se refiere al hecho de tener que cambiar de ciudad al tiempo que la persona cambia de trabajo, lo cual hace que el deudor sea más propenso a prepagar. Teóricamente, esta característica puede darse especialmente en personas más jóvenes y más calificadas, porque a mayor edad la tendencia a cambiar de ciudad es menor. Asimismo, si se tiene un alto nivel de escolaridad puede ser posible que el deudor tenga que cambiar más de ciudad por motivos laborales.

En segundo lugar se halla la estructura de la unidad familiar. Las parejas jóvenes y sin hijos pueden ser más propensas a cambiar de vivienda que una pareja madura y

---

<sup>26</sup> Este es un análisis general de riesgos. En Colombia no existe penalidad por prepagado de créditos.



con hijos por fuera del núcleo familiar por cuanto las últimas tienden a establecerse en una vivienda para la vejez.

Por último, un deudor con mala calidad crediticia y que no pueda acceder a nuevos créditos no es probable que prepague un crédito así las condiciones financieras sean favorables, ya que en principio para prepagar se debe acceder a nuevo financiamiento.

### 1.1.2.3. Variables macroeconómicas

Todas las variables expuestas anteriormente no explican por sí solas en su totalidad el fenómeno del prepago. Además es importante tener en cuenta las variables macroeconómicas por cuanto pueden ser una restricción o no a la hora de hacer prepagos. La Dirección de Estructuración y Riesgo de la Titularizadora Colombiana elaboró en febrero de 2005 un documento que contiene una metodología para estimar el precio de los TIPS. De acuerdo con este documento<sup>27</sup> se distinguen los siguientes efectos (Figura 1.2):

Figura 1.2.

<b>Variable Económica</b>	<b>Efecto en Siniestralidad</b>	<b>Efecto en Prepago Total</b>
↑ Δ PIB	↓ Disminuye	↑ Incrementa
↑ Desempleo	↑ Incrementa	↓ Disminuye
↑ Δ DTF	↑ Incrementa	↓ Disminuye

Fuente: Dirección de Estructuración y Riesgo. Titularizadora Colombiana S.A.

<sup>27</sup> Leiva, Oscar, Javier Sánchez y María Alexandra Sánchez (2005) Metodología para Estimar el precio de los TIPS, en “Informe de Actualidad No. 11 Enero – Marzo de 2005”, Titularizadora Colombiana S.A. p.5. Disponible en: <http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/Metodología%20para%20Estimar%20el%20Precio%20de%20los%20TIPS%20Feb%2022%202005.pdf>

Se puede resumir el papel general de las variables macroeconómicas dentro del prepago diciendo que mientras más estabilidad económica exista en un país es más factible que la gente prepague sus obligaciones y se disminuya la siniestralidad<sup>28</sup>.

Es importante hacer un comentario aparte acerca del efecto que la DTF puede tener en los prepagos (y siniestralidad) debido a que hoy en día la DTF no es la base para hacer el cálculo de los intereses de los créditos hipotecarios ni las remuneraciones a las cuentas de ahorro, luego su variación no influye tanto como el PIB y el desempleo en el prepago de cartera hipotecaria.

#### 1.1.2.4. Variables características del crédito

Dentro del documento de Leiva et al. (2005) citado anteriormente, se analiza el efecto de las variables características de origenación del crédito en las ecuaciones de prepago y siniestralidad, así (Figura 1.3):

Figura 1.3.

<b>Variable Característica del Crédito</b>	<b>Efecto en Siniestralidad</b>	<b>Efecto en Prepago Total</b>
↑ Tipo de Crédito VIS = 1	↓ Disminuye	↓ Disminuye
↑ LTV Original	↑ Incrementa	↓ Disminuye
↑ Plazo Original	↑ Incrementa	↓ Disminuye
↑ Sistema de Amortización (Abono constante capital = 1)	↓ Disminuye	↑ Incrementa

Fuente: Dirección de Estructuración y Riesgo. Titularizadora Colombiana S.A.

Lo que se muestra en este cuadro es básicamente, y centrándose en el prepago, que si un crédito hipotecario es de vivienda de interés social (VIS) es menos probable que se prepague por la característica de esta clase de deudores de no contar normalmente con excedentes de liquidez para prepagar. Asimismo, si el LTV<sup>29</sup> original del crédito aumenta debido principalmente a una caída en el precio de la vivienda, el efecto en el

<sup>28</sup> “Un crédito se considera siniestrado si llega a una altura de mora de 12 meses, teniendo en consideración que las probabilidades de curación (que un crédito se ponga al día) a partir de 12 meses no disminuyen significativamente” Leiva et al. (2005) p. 2.

<sup>29</sup> Relación de saldo del crédito y valor de la vivienda.

prepago total va a ser inverso. Por su parte, un aumento en el plazo original del crédito hace que sea menos factible que se prepague el crédito y adicionalmente si el sistema de amortización incluye un abono constante a capital, su efecto en el prepago va a ser positivo.

### 1.1.3. ¿Cómo se afectan los títulos hipotecarios con el prepago?

Ya se indicaron las causas que generan prepagos; ahora se analizarán los efectos que estos prepagos tienen sobre los inversionistas de títulos hipotecarios. Estos pueden analizarse de tres formas<sup>30</sup>:

- Incertidumbre sobre el flujo de caja futuro, debido a que el prepago hace que los flujos de caja de los períodos cercanos sean mayores y los de los períodos finales menores a los esperados de acuerdo con las condiciones originales del título. Por esta razón el inversionista desconoce los montos que recibirá por concepto de amortización de capital y por ende, de intereses, por cuanto estos últimos dependen del saldo de capital vigente del título.
- Por ser el prepago la variable que más afecta la duración del título, se pueden observar efectos sobre su precio, por cuanto se afecta la TIR esperada al momento de comprarlo, dependiendo a su vez si se compra en mercado primario o secundario, a prima, par o descuento.
- Riesgo de reinversión, debido a que el flujo de caja no esperado que está recibiendo el inversionista pueden llegar en un momento de disminución de tasas de interés. De esta forma, un inversionista que estaba esperando invertir unos recursos a 15 años a una tasa de UVR+8.25% puede terminar recibiendo esta tasa

---

<sup>30</sup> Titularizadora Colombiana S.A. (2005) “Efectos del prepago sobre los Títulos Hipotecarios”. Dirección de Planeación. p.2. Disponible en: <http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/2%20Efectos%20Prepago%20Títulos%20Hipotecarios.PDF>

por espacio de 7 u 8 años (que resulta ser la vida real del título) y por el tiempo restante puede llegar a recibir menos rendimientos en otra inversión diferente.

En primer lugar, se va a analizar el efecto que el prepago tiene en los flujos de caja de los títulos hipotecarios a la vez que se analiza el cambio en la rentabilidad generado por esos prepagos. Para esto se tomará un caso real de uno de los títulos emitidos por la Titularizadora Colombiana, el cual se venció antes de lo esperado por efectos de prepago. El precio se calcula teniendo en cuenta escenarios de prepagos y si éstos son mayores a los que el inversionista espera, su efecto en la rentabilidad puede ser negativo si el título hipotecario se compró con prima.

Esto se resume en el ANEXO 3 donde se puede observar las rentabilidades reales que se obtienen por efectos del prepago en el título TIPS E-1 con vencimiento 2 de mayo de 2007, en comparación con el comportamiento del título con el flujo de caja contractual, es decir, sin prepagos. A manera de información, el papel se emitió el día 2 de mayo de 2002 (la fecha de colocación fue 6 de mayo de 2002) y estaba estructurado para vencerse en 60 meses teniendo en cuenta que no hubiesen prepagos; es decir, el 2 de mayo de 2007. La tasa de interés facial del papel es de 7% EA sobre la UVR, pagadero mes vencido (primer pago 3 meses después de la emisión) y el precio de colocación (incluido cupón corrido), que fue resultado de una subasta holandesa realizada en la Bolsa de Valores de Colombia, es de 107.081, lo que equivale a una rentabilidad de UVR+4% antes de tener en cuenta el efecto de los prepagos.

En las tablas del ANEXO 3 se observa el flujo de caja del título hipotecario, teniendo en cuenta la tabla de amortización original. Efectivamente después de pagar en el mercado primario ese precio, al final de los 5 años la rentabilidad sería de 4%. Es decir, ese es el precio de compra en mercado primario para un papel con vencimiento 60 meses y con cero prepago, si lo que quería un inversionista era obtener una tasa de rentabilidad de 4% EA sobre UVR.

Por su parte, la primera tabla del ANEXO 3 muestra lo que en realidad pasó con el papel debido a los prepagos. Cuando se hace una inversión y el precio que se paga contiene una prima (como lo es el precio de 107.081) la rentabilidad incluye la forma en la que esa prima se amortiza a lo largo de la vida del título. Pero lo que sucedió fue que esa prima se tuvo que amortizar en un menor tiempo y por esta razón, una inversión que algún agente del mercado estaba esperando que le rentara a UVR+4% durante 60 meses termina siendo una inversión de UVR+1.51% por 35 meses, lo que en principio se traduce en una menor vida media y menor duración.

Además del efecto en la vida media del título, es importante analizar el efecto que tiene el prepagado en el monto de capital y el flujo de interés de los títulos. En primera medida, hay que tener claro que en ningún momento se está hablando de problemas con el pago oportuno de la totalidad del monto de capital del papel; es decir, no se presenta default, sino que se paga en un menor tiempo y el monto total pagado de capital es el 100% del monto que se invirtió en primera instancia.

Pero este no es el caso del flujo de los intereses. En la medida que el prepagado hace que el saldo de capital de cada período sea menor al programado (y que adicionalmente haya menos períodos de pago) el flujo de intereses será siempre menor al que se espera en un escenario sin prepagos. En el ejemplo aquí expuesto (ANEXO 3) se observa que el flujo total de interés en un escenario sin prepagos es de \$17.87, mientras que el flujo de interés real del título fue de \$9.20.

Como consecuencia de lo anterior, uno de los principales efectos de este cambio en la estructura del flujo de caja del papel debido al prepagado es que su duración, entendida como la sensibilidad del precio del título a cambios en la tasa de interés, se ve disminuida.

Por otro lado, la convexidad, que es otra medida de riesgo y que se define como la sensibilidad de la duración a cambios en la tasa de interés de mercado, es negativa en

los títulos con prepago. Es decir, un incremento del precio por efecto de la disminución de la tasa de interés de mercado implica una menor sensibilidad a cambios en las tasas de interés.<sup>31</sup> De hecho, en los bonos o títulos sin opción de prepago la convexidad es positiva.

#### 1.1.3.1. Efecto en el precio

El ejemplo que se mostró para examinar los efectos del prepago es un título con tasa facial fija cuyo precio de colocación se obtuvo a través de una subasta holandesa de precio, por lo que el título desde un principio salió con prima. Pero este efecto de rentabilidad que se ve en un título de estas características (como fueron las emisiones efectuadas por la Titularizadora Colombiana de TIPS E-1 a E-4 entre los años de 2002 y 2003, por el tamaño de las primas) no son las mismas que se obtienen en los títulos de las emisiones posteriores efectuadas durante 2004 y 2005, en donde la subasta realizada por la Bolsa de Valores de Colombia era de tasa, y al final la tasa de corte (rentabilidad) de la subasta se convertía en la tasa facial del título. Por esta razón estas emisiones se colocaron a precio par.

Ahora bien, el efecto del prepago sobre el precio de los títulos debe ser analizado separadamente en cada uno de los casos. En primer lugar se analizará el efecto sobre un título comprado a par. Sabiendo que el prepago tiene efectos en cada uno de los flujos de caja de capital e interés del título, siendo “positivo” en el flujo de caja de capital (por que se recibe más de lo que se esperaba durante los primeros meses), y “negativo” en el flujo de caja de intereses (debido a que se disminuye más rápidamente el saldo vigente de capital, el monto pagado de intereses es inferior) (Figura 1.4). En el caso de los títulos a par esta diferencia de efecto positivo y negativo para los flujos de caja de capital e intereses respectivamente es igual en términos de valor presente neto, lo que se traduce en un efecto nulo en términos de precio.

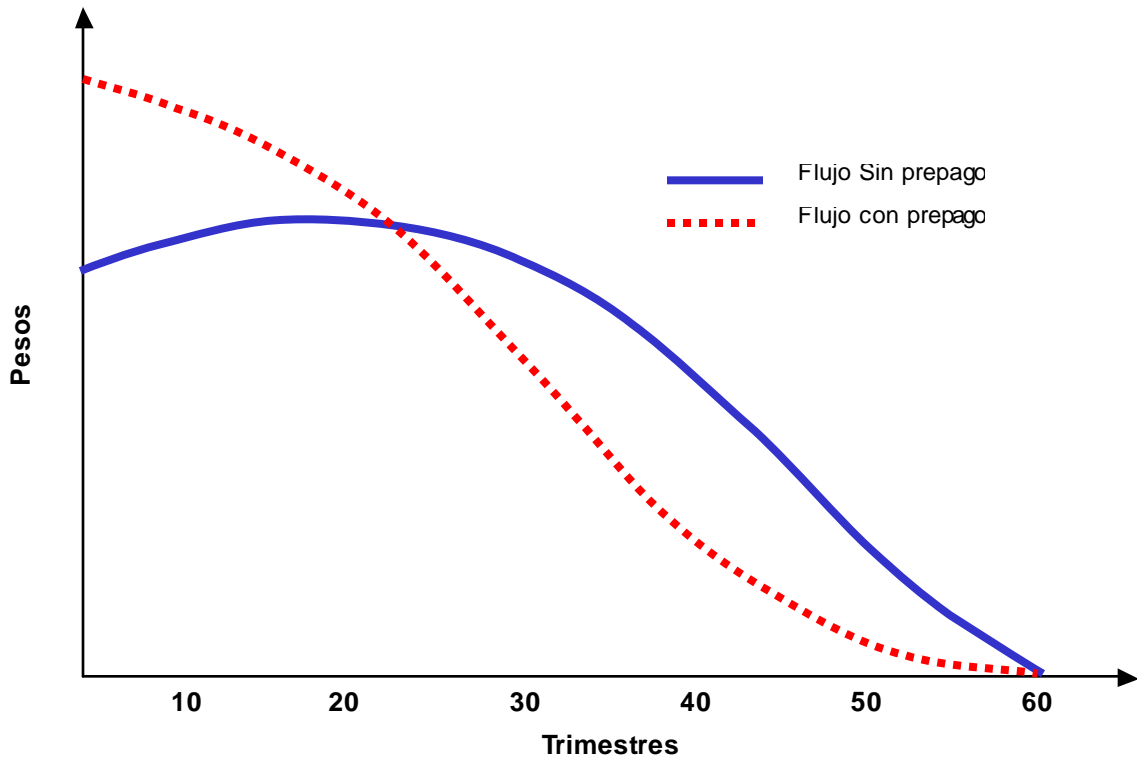
---

<sup>31</sup> Ibid. p. 6.

Por otro lado, si el título se compra a descuento (la tasa de descuento es mayor a la tasa facial del título) el efecto positivo del flujo de caja de capital es mayor al efecto negativo del flujo de caja de intereses y por ende el precio aumentará cuando haya más prepagos. Por último, en un título como el del ANEXO 3, el cual tiene una tasa de descuento menor a la tasa facial (es comprado con prima) el efecto positivo del flujo de caja de capital es menor al efecto negativo del flujo de caja de intereses y por ende el precio disminuirá cuando haya más prepagos.

En ese orden de ideas, los prepagos afectan el precio de los títulos y por esta razón los agentes deben ser conscientes de esta variable en el momento de hacer la negociación en el mercado secundario o a lo que demandarán en el mercado primario. Aunque el mercado ha estado evolucionando, se ha visto en la práctica que muchos de los agentes no tienen esta variable en cuenta o no son capaces de predecir el comportamiento de los prepagos aun cuando la Titularizadora Colombiana ha puesto en su página *web* diferentes herramientas que incluyen calculadoras con varios escenarios de prepago. Muchas veces los inversionistas no tienen en cuenta la disminución de precio que por efectos de los prepagos tienen los títulos comprados a prima y sencillamente hacen lo que parecería lógico: comprarlos a un precio dado y ofrecerlos a un precio más alto.

Figura 1.4. – Flujo de caja sin y con prepago



Fuente: Dirección de Inversiones y Desarrollo de Mercado. Titularizadora Colombiana S.A.

Aunque es lógico pensar en vender un título a un precio mayor del que se compró, se observa que con prepagos y teniendo un título comprado con prima, el precio debería bajar si se mantuvieran constantes las tasas de valoración. Es importante tener en cuenta que en realidad no se está vendiendo el mismo título; es decir, un título que ha pagado anticipadamente un 50% del saldo de capital por efecto de los prepagos y que por ende tiene una vida media y duración menores, no se puede esperar que resulte dando la misma rentabilidad que en un principio.

Así, a partir de la calculadora de precios de la Titularizadora Colombiana para la emisión TIPS E-1 2012<sup>32</sup>, que es la que sigue en la secuencia de pagos después del vencimiento de la serie de 5 años y que se tomó como ejemplo en el ANEXO 3 (TIPS

<sup>32</sup> En [http://www.titularizadora.com/tips2002\\_2\\_General.asp?Archivo=InfoEmision](http://www.titularizadora.com/tips2002_2_General.asp?Archivo=InfoEmision)



E-1 2007), se puede suponer que hay dos inversionistas, uno de los cuales no tiene en cuenta el efecto de los prepagos y otro que si ha hecho este análisis, que quieren comprar este título el día 2 de octubre de 2005 y pretenden ganar una rentabilidad de 5% sobre UVR.

Al hacer los cálculos, el inversionista que no tiene en cuenta los prepagos debe pagar un precio de 108.917 por un título que debería vencerse el 2 de mayo de 2012. Dicho título tiene una duración de 3.66 años y una vida media restante de 4.21 años.

Por otro lado, el segundo inversionista está comprando un título que, teniendo en cuenta los prepagos, debe vencerse el 2 de octubre de 2010, con una duración de 1.90 años y una vida media restante de 2.06 años. El precio pagado es de 104.520, lo que equivale a decir que el primer inversionista está pagando un precio que es 4.20% mayor al del segundo inversionista. Esa diferencia, por efectos del prepagado, hace que la rentabilidad obtenida al final de la vida del título para el primer inversionista, si los prepagos se mantienen como los predijo el segundo inversionista, sea en realidad de 2.77%, que es inferior en un 46% al 5% que esperaba en un principio y que efectivamente es lo que va a obtener el segundo inversionista.

#### 1.1.3.2. Efectos en la valoración

Todo este ejercicio se hizo para recalcar que la percepción que tienen los inversionistas de “comprar barato y vender caro” no es necesariamente cierta en los títulos con prepagos de capital, como lo son los títulos hipotecarios. El gran problema es que de esa forma valoraba los títulos la normatividad vigente, debido a que los precios, tasas y márgenes de valoración que publica la Bolsa de valores de Colombia en la actualidad tienen como primer filtro el nivel al cual se transan los títulos (tasa de negociación) y de ahí en adelante entran a regir otros factores como el margen sobre la curva de TES UVR. Al pagar un precio errado por el papel se manda una señal equivocada al mercado.

Con ayuda de la comunidad académica se han venido desarrollando diferentes esquemas para lograr una valoración mucho más ajustada a la realidad de los títulos con opciones añadidas (*embedded option securities*) como lo son los títulos hipotecarios. Por fortuna la academia nacional no ha ignorado el fenómeno. Es así como diversos trabajos de tesis de pregrado y postgrado de la Universidad de los Andes han tratado el tema, desde el fenómeno del prepago, pasando por la valoración de títulos, hasta la valoración de hipotecas<sup>33</sup>.

Hasta mediados del mes de noviembre de 2005 la Bolsa de Valores de Colombia utilizaba la mencionada tasa o margen para valorar los títulos hipotecarios teniendo en cuenta un flujo y una tabla de amortización que se basa en los días al vencimiento del título. De esta forma, así un título haya tenido prepagos, de todos modos supone que la fecha de vencimiento será la contractual. Cuando el título del ejemplo del ANEXO 3 ya por efectos de prepago había devuelto el 99.80% del capital en marzo de 2005, se hacían los cálculos de valoración como si el 0.20% restante fuera a ser pagado el 2 de mayo de 2007. Efectivamente, en abril de 2005 se venció dicho título.

Esta forma de valorar los TIPS tenía muchos inconvenientes por cuanto estaba comparando un margen de un papel contra un punto en la curva de TES UVR que no correspondía a la duración ni vida media real del papel, lo cual hacía que, además de poder estar mal calculado el margen por efectos de negociación o porque se calculó muy atrás en el tiempo, se veía golpeado por efectos de movimiento de la curva de referencia. Esto tenía como consecuencia que, adicional a no tener claro el precio

---

<sup>33</sup> Por ejemplo: Bohórquez, Daniel (2001). “Análisis de la titularización hipotecaria y propuesta de un modelo para determinar el comportamiento de los prepagados en los créditos hipotecarios en Colombia”. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. En cuanto a valoración de títulos, ver: Buitrago Escobar, Jorge Enrique (2005). “Valoración basada en opciones de los Títulos Hipotecarios emitidos por la Titularizadora Colombiana. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Asimismo, un buen ejercicio acerca de valoración de hipotecas se encuentra en: Penagos Forero, Nicolás (2005). “Valoración de contratos hipotecarios a través del modelo de opciones. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

correcto de negociación, los inversionistas adelantaron utilidades y difirieron pérdidas por efectos de valoración, las cuales se ajustaron cuando se dio el cambio en la valoración normativa.

El cambio en valoración es sencillo de explicar. Suponiendo que un título de valor nominal \$100 está programado para vencerse en 10 años (con pagos anuales de \$10), y se tuvieron 3 años en los que se hizo un prepago de capital de \$10 (o sea, en esos 3 años el pago de capital fue de \$20 en total), la antigua valoración de adelantaba los flujos más cercanos a la última fecha de pago de capital, así (Tabla 1.1):

Tabla 1.1 - Tablas de amortización: Contractual Vs. Con prepagos y antigua valoración

Año	Saldo restante	Amortización programada	Año	Saldo restante	Amortización programada	Prepago
0	100	-	0	100	-	-
1	90	10	1	80	10	10
2	80	10	2	60	10	10
3	70	10	3	40	10	10
4	60	10	4	40	-	-
5	50	10	5	40	-	-
6	40	10	6	40	-	-
7	30	10	7	30	10	-
8	20	10	8	20	10	-
9	10	10	9	10	10	-
10	-	10	10	-	10	-

Fuente: Cálculos de los autores

De esta forma, se calcula al final del año 3 el precio como si el título se fuera a vencer en el año 10, solo que durante los años 4, 5 y 6 no habrá pago de capital debido a que se adelantó por efectos del prepago. Evidentemente, es claro que esto generaba en el problema que se hizo notar en el ejemplo de TIPS E-1 2007; al título le hacía falta en abril de 2005 solo un pago de 0.20% de capital, pero se calculaba su margen frente a títulos de vencimiento 2007 o con una duración parecida a ésta. De hecho, este problema es mas notorio para títulos comprados con prima (recuerde el lector que las primeras cuatro emisiones fueron colocadas con subasta de precio) que para los comprados a par debido a que dicha prima se debe amortizar en menor tiempo.

Con el cambio en la valoración de títulos con prepago aprobada recientemente por el comité de valoración de la Superintendencia de Valores se busca evitar este inconveniente básicamente adelantando todos los flujos del papel y no solamente los más cercanos que se alcancen a cubrir con el prepago (Tabla 1.2)

Tabla 1.2 - Tabla de amortización – Nueva valoración

Año	Saldo restante	Amortización programada	Prepago
0	100	-	-
1	80	10	10
2	60	10	10
3	40	10	10
4	30	10	-
5	20	10	-
6	10	10	-
7	-	10	-
8	-		-
9	-		-
10	-		-

Fuente: Cálculos de los autores

De esta forma al final del año 3 el título, al que le queda por pagar 40% del capital, tendrá una nueva vida media y duración, debido a que se usa la tabla de amortización como lógicamente debería comportarse, en este caso sin nuevos prepagos y por ende su margen se calculará sobre otro punto de la curva de referencia, más cercano al comportamiento del título hipotecario.

En un sentido más estricto, la nueva valoración obliga a que se generen nuevas tablas de valoración cada vez que haya un prepago, en donde se muestren unos flujos proyectados con base en los prepagos observados históricamente.

En todo caso, la profundización de la nueva norma de valoración no es tema del presente trabajo; de lo que se trata hasta aquí es poner sobre la mesa la necesidad de buscar un precio correcto para esta clase de papeles a través del análisis y cálculo de la duración.

## **1.2. ¿Por qué es tan importante el análisis del prepago y la duración?**

Después de todo lo expuesto hasta ahora es importante recordar que la Titularizadora Colombiana ha emitido en el mercado de capitales entre los años 2002 y 2005 cerca de 4 billones de pesos en títulos hipotecarios con opción de prepago. Por lo tanto los TIPS y TECH son una porción importante de los portafolios de inversión de los diferentes inversionistas institucionales.

Como se ha expuesto, la emisión de títulos con opción de prepago ha sido una novedad en el mercado de capitales colombiano porque éste no estaba acostumbrado a valorar este riesgo, el cual puede afectar los rendimientos esperados de los portafolios de inversión teniendo en cuenta que la rentabilidad después de prepago se puede disminuir si el título es comprado a prima o aumentarse en caso de comprarse a descuento.

Se considera que parte de los problemas que existen en el mercado de capitales para la falta de liquidez y profundidad del mercado de títulos hipotecarios es la falta de capacitación y estudios con respecto al tema, lo cual es normal en el desarrollo de un producto nuevo para el mercado. Asimismo, se observa que el mercado aplica indistintamente la herramienta de duración modificada como instrumento para medir la sensibilidad del precio de los títulos hipotecarios ante cambios en las tasas de interés de mercado. Esta medida da resultados ajustados para títulos en los cuales el flujo de caja se conoce desde su momento de emisión/compra. Sin embargo, la opción de prepago contenida en los MBS introduce un elemento de incertidumbre sobre los fondos a recibir por el inversionista en el futuro, lo cual hace de la duración una medida no muy precisa para la medición de la volatilidad de precio para esta clase particular de valores.

Aunque ya se han dado varios ejemplos numéricos y se ha explicado el impacto del prepago en el precio, valoración y duración de los títulos, es importante dar un

ejemplo adicional para explicar el por qué interesa mostrar las herramientas de valoración y su relación con la medición del riesgo inherente al prepago dentro de los TIPS. Como es bien sabido, el principal efecto de los prepagos en un TIPS o TECH comprado a prima es que, debido a que la duración del título es menor, la rentabilidad se ve afectada por el hecho de amortizar la prima en menor tiempo que el original.

Para ver esto, tómesese un título comprado a prima. Para efectos prácticos se supone que se comporta como un TES; es decir, un pago anual de intereses y pago de capital *bullet*<sup>34</sup>. (Tabla 1.3.)

Tabla 1.3 - TIR y duración modificada sin prepago

Año	Fecha	Saldo	Capital	Interes	Total
0	01-Oct-04	100	-		-110
1	01-Oct-05	100	-	7	7
2	01-Oct-06	100	-	7	7
3	01-Oct-07	100	-	7	7
4	01-Oct-08	-	100	7	107

<b>TIR</b>	4.23%
<b>Duración</b>	3.64

Fuente: Cálculos de los autores

En este ejemplo se pagó una prima de 10% por un título que después de 4 años da una TIR de 4.23% y tiene una duración de 3.64 años. Si estas son las condiciones originales del título y un inversionista no tiene en cuenta los prepagos, puede resultar con una rentabilidad menor.

En contraste, si el título pagó todo su capital anticipadamente (para efectos prácticos, se adelanta el pago total un año), se tiene un título con una TIR de 3.44% y duración de 2.82 años (Tabla 1.4)

Tabla 1.4. TIR y duración modificada con prepago

<sup>34</sup> Se denomina *bullet* a un título que paga intereses periódicos y un solo reintegro de capital al vencimiento.

Año	Fecha	Saldo	Capital	Interes	Total
0	01-Oct-04	100	-		-110
1	01-Oct-05	100	-	7	7
2	01-Oct-06	100	-	7	7
3	01-Oct-07	-	100	7	107

<b>TIR</b>	3.44%
<b>Duración</b>	2.82

Fuente: Cálculos de los autores

No se trata solamente de observar cómo dos títulos comprados con la misma prima cambian su rentabilidad por el hecho de vencerse antes o después. Se trata de tener herramientas que ayuden a predecir y entender este comportamiento por cuenta de los prepagos. Recuerde el lector que la relación entre un cambio en el precio y un cambio en la tasa de interés se puede entender a través de la duración del título, así:

$$\frac{dP}{di} = -D \quad (1)$$

Con esto, la motivación del proyecto surge de la necesidad de desarrollar y conocer diferentes medidas de riesgo y de valoración que permitan hacer un cálculo preciso, o al menos acertado, del comportamiento de los títulos con prepagos en general y de los títulos hipotecarios y los TIPS en particular.

### 1.2.1. El concepto de duración

Hacia 1938 Frederick Macaulay desarrolló el concepto de duración como una medida para explicar el comportamiento del precio de un bono con respecto a su vida esperada o “longitud” que fuera diferente al simple término al vencimiento, por cuanto la mayoría de bonos presentaban amortizaciones periódicas de capital previas a su madurez. La duración de Macaulay (conocida también como duración ajustada o inmodificada) es un promedio ponderado del tiempo a cada pago (cupón y principal),

donde los pesos son los valores presentes de cada uno de los pagos como participación del valor presente del total de flujos del instrumento.<sup>35</sup>

$$D = \frac{\frac{(1)F_1}{(1+y)} + \frac{(2)F_2}{(1+y)^2} + \frac{(3)F_3}{(1+y)^3} + \frac{(n)F_n}{(1+y)^n}}{VP} \quad (2)$$

En la ecuación (2),

$D$ : Duración de Macaulay

$n$ : Fecha del flujo

$F_n$ : Flujo en el periodo  $n$

$y$ : Tasa de mercado del título

$VP$ : Valor presente a la tasa de mercado o precio de mercado del título

Una buena aproximación hacia la duración sin tener que realizar las proyecciones de flujos es la que obtuvieron Hopewell y Kaufman en 1973<sup>37</sup>.

$$\frac{dP}{P} = -D \frac{di}{(1+i)} \quad (3)$$

La ecuación (3) indica que el precio del bono cambia inversa y proporcionalmente a los cambios en su tasa de mercado, donde el factor de proporcionalidad es la duración.<sup>38</sup>

### 1.2.2. Problemas de aplicabilidad a títulos hipotecarios

---

<sup>35</sup> Bierwag, G.O., George G. Kaufman and Alden Toevs (1983). "Duration: its development and use in bond portfolio management". Financial Analysts Journal. July- August. p. 16.

<sup>36</sup> Fabozzi, Frank and Franco Modigliani (2003). "Capital Markets: Institutions and Instruments". Third Edition. Prentice Hall, New Jersey, USA. p. 371

<sup>37</sup> Bierwag, et al (1983). Op. cit. p.17.

<sup>38</sup> Ibid. p. 17.



Esta medida, junto con la convexidad, es la más usada para determinar la sensibilidad de los precios de instrumentos de renta fija frente a cambios en sus tasas de rendimiento, a pesar de las deficiencias que presenta, entre otras, frente a la estructura a plazo de la tasa de interés<sup>39</sup>.

Si bien es ampliamente aceptada en su modalidad simple y modificada para los mercados de renta fija, en instrumentos particulares como los títulos hipotecarios su aplicación es particularmente difícil, por cuanto la opción de prepago introduce un elemento de incertidumbre sobre los montos de los flujos de caja futuros. En específico, la duración falla en ser una medida correcta cuando el valor del bono cambia por circunstancias diferentes a un cambio en la tasa de rendimiento. En particular los títulos respaldados con hipotecas presentan dos variantes ante cambios en las tasas de interés.<sup>40</sup>

- Cambio en su precio como consecuencia del cambio del valor del dinero en el tiempo.
- Usualmente, ante caídas generalizadas de todas las tasas de mercado, las tasas para créditos de vivienda caen igualmente, causando cambios en los flujos futuros de los títulos como consecuencia del efecto de refinanciación.<sup>41</sup>

Para ajustarse a este hecho, la duración de un título hipotecario suele calcularse asumiendo un flujo de caja afectado por cierta tasa de prepago. En la actualidad, buena parte de los agentes del mercado de capitales colombiano utilizan este tipo de aproximación para generar duraciones modificadas de los TIPS y TECH emitidos por la Titularizadora Colombiana S.A. A partir de las calculadoras que publica dicha

---

<sup>39</sup> Ibid. p. 18.

<sup>40</sup> Fabozzi, Frank. (2001). "The Handbook of Mortgage-Backed Securities". Eds. Fifth Edition. McGraw Hill. NY, USA. p. 535

<sup>41</sup> Los deudores hipotecarios encuentran una oportunidad de prepagar sus deudas con créditos nuevos a tasas de interés más bajas.

entidad, los agentes tienen a su disposición 6<sup>42</sup> escenarios de posibles flujos de caja futuros para los títulos clase A<sup>43</sup>: desde un flujo contractual con amortizaciones programadas sin prepago, hasta escenarios de prepagos estimados con percentiles.

La literatura avanzada sobre el tema (en su mayoría citada por Fabozzi (2001)<sup>44</sup>), indica que se han desarrollado aproximaciones que han logrado diverso grado de éxito en el cálculo de duraciones para MBS. Estas son:

- *Option-Adjusted Durations (OAD)*
- Duraciones implícitas
- *Coupon curve durations (CCD)*

### 1.2.3. Medidas avanzadas<sup>45</sup>

#### 1.2.3.1. *Option-Adjusted Durations (OAD)*

El primer paso para calcular este tipo de duración es la obtención del denominado *OAS (Option-Adjusted Spread)*. El OAS es el *spread* o margen sobre la curva de referencia de tasas de interés que concilia el valor del bono obtenido a través de un modelo con su precio de mercado. El método más usado por los agentes de mercado en Estados Unidos para modelar el OAS es el de simulación de Montecarlo. Este método genera múltiples senderos de tasa de interés, cada uno de los cuales tiene asignado un flujo de caja proyectado con un nivel de prepago definido. Estos se traen a valor presente y se promedian para obtener un valor teórico del título. El OAS se obtiene a través de un algoritmo de optimización que ajusta ese valor frente al precio de mercado. Dos trabajos sobre la aplicación del OAS al mercado colombiano se han

---

<sup>42</sup> Con la nueva herramienta denominada *Web Trading*, los inversionistas encuentran a su disposición 20 escenarios de prepago.

<sup>43</sup> También denominados senior o privilegiados

<sup>44</sup> Fabozzi, Frank. (2001) Op. Cit. p. 531.

<sup>45</sup> Esta sección sigue la exposición realizada por Fabozzi (2001).

desarrollado recientemente. Buitrago (2004)<sup>46</sup> aplica la metodología expuesta. Martínez (2005)<sup>47</sup> genera un OAS a partir del modelo de prepago utilizado de manera general por el mercado, el cual surge de los escenarios proyectados por la Titularizadora Colombiana S.A.

Fabozzi (2001) indica que a partir del OAS obtenido, se generan dos curvas de referencia adicionales, haciendo cambios paralelos de 50 puntos básicos (incremento y decremento) sobre la curva inicial. Se procede a generar nuevamente escenarios de tasa de interés y flujos de caja para cada curva, descontando con tasas de interés ajustadas usando el OAS. Estos nuevos valores obtenidos como consecuencia del movimiento de las curvas son utilizados para calcular la *OAD*.

Fabozzi (2001) enumera las diferentes ventajas y desventajas de esta metodología. A favor indica que:

- a. A través de la construcción de modelos por simulación de Montecarlo para obtener el OAS, este tipo de duraciones capturan el efecto de la opcionalidad del prepago.
- b. No requieren series históricas de precios.
- c. Este modelaje permite escenarios como el de cambios no paralelos en las curvas de referencia para valoración.
- d. En el mercado norteamericano han resultado ser buenos predictores de la sensibilidad de precios.

En contra:

---

<sup>46</sup> Buitrago, Jorge (2005). “Valoración basada en opciones de los títulos hipotecarios emitidos por la Titularizadora Colombiana”. Tesis de grado, Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

<sup>47</sup> Martínez, Jimmy (2005). “Valuation of Mortgage-Backed Securities in Colombia: An Option Adjusted Spread Approach”. Tesis de grado, M.A. en Economía. Facultad de Economía. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Junio.

- a. Requiere una capacidad computacional de cierta consideración para correr simulaciones de Montecarlo que generen una gran cantidad de senderos de tasa de interés, a fin de hallar OAS bien ajustados.
- b. Es extremadamente sensible al modelo de prepago asumido. Este punto es tal vez el más importante de todos, por cuanto en el mercado norteamericano existen tantos OAS para un título como agentes que transan con ellos, cada uno asumiendo un modelo de prepago propio.
- c. Se ha descubierto en dicho mercado que las duraciones ajustadas han resultado ser mucho más “largas” que la realidad de los precios de mercado.

#### 1.2.3.2. Duraciones implícitas

A partir de información histórica de precios se estima estadísticamente la sensibilidad de los títulos hipotecarios a la tasa de interés. La literatura indica que se debe correr una regresión teniendo como variable dependiente los cambios porcentuales la serie de precios y como independiente los retornos sobre tasas de rendimiento (*yields*) del bono del tesoro que se ajuste. El coeficiente de cambio en el rendimiento del bono soberano es la denominada duración implícita.

Uno de los primeros trabajos al respecto es el ensayo de Pinkus y Chandoha (1986)<sup>48</sup>. A través de un modelo de regresión de retornos sobre precios de diferentes series de MBS contra retornos sobre precios de Treasuries de 10 años, calculan duraciones para títulos emitidos por Fannie Mae y Ginnie Mae. Otros modelos similares se encuentran en los trabajos de DeRosa, Goodman y Zazzarino (1993)<sup>49</sup> y Kon y Polek (1998)<sup>50</sup>.

Las ventajas de las duraciones implícitas (Fabozzi 2001) son:

---

<sup>48</sup> Pinkus, Scott M. y Marie A. Chandoha (1986). “The relative price volatility of mortgage securities”. *The Journal of Portfolio Management*. Summer.

<sup>49</sup> DeRosa, Paul, Laurie Goodman and Mike Zazzarino (1993). “Duration Estimates of Mortgage-Backed Securities” *Journal of Portfolio Management*. Winter.

<sup>50</sup> Kon, Stanley J. and Christine Y. Polek (1998). “Time-Varying Empirical Duration and Slope Effects for Mortgage-Backed Securities”. *Journal of Fixed Income*. September.

- a. Los estimativos de riesgo de tasa de interés no se soportan en fórmulas teóricas o supuestos analíticos.
- b. Son de fácil cómputo.
- c. El único insumo del modelo son series de precios.

Sus principales desventajas son:

- a. Las series históricas de precios no siempre están disponibles o no tienen la debida continuidad.
- b. Puesto que el único insumo son las series precios, no se tienen en cuenta las características propias de la opción ajunta al bono. Por tanto, una duración implícita puede estar omitiendo el perfil de riesgo por cambio de precio del título.
- c. Las condiciones de mercado a lo largo de la historia de las series puede no reflejar las condiciones actuales. Esto es especialmente delicado en el caso de los movimientos de tasa de interés.
- d. La volatilidad del *spread* puede ocultar el impacto de los cambios en la tasa de interés sobre el precio del bono.

#### 1.2.3.3. *Coupon curve durations (CCD)*

Surgidas del trabajo elaborado por Breeden (1991)<sup>51</sup>, suelen denominarse elasticidades de precios. El insumo de este modelo es la curva cupón de los precios para MBS de similares características. Fabozzi (2001) indica que, en el caso de una baja en las tasas de interés en 50 puntos básicos, el precio de MBS con cupón de 7% debe subir hasta el nivel actual de un MBS con cupón de 7.5%; en caso de un comportamiento invertido en las tasas de interés, el precio del MBS cupón 7% debería caer hasta el nivel de un MBS cupón 6.5%. Este tipo de análisis se lleva a cabo sobre títulos de similar madurez.

---

<sup>51</sup> Breeden, Douglas (1991). "Risk, Return and Hedging of Fixed-Rate Mortgages". The Journal of Fixed Income. September.

Las ventajas de este modelo son:

- a. Es un análisis relativamente simple.
- b. Reflejan las expectativas actuales del mercado

Las desventajas:

- a. Solo se pueden aplicar para MBS genéricos con buena liquidez, que den origen a precio ajustados.
- b. El análisis no se puede aplicar a CMOs<sup>52</sup>, dado que dos tramos de emisión no pueden ser fácilmente comparables.

Fabozzi (2001) es claro en afirmar que estas tres metodologías difícilmente convergen en algún momento en el tiempo. Para el seguimiento que realizó en el mercado de EUA durante el período abril 1990 - abril 1993, las *CCD* se encontraban siempre por debajo de las *OAD* y, de alguna manera, ambas tuvieron una evolución paralela durante ciertos tramos del análisis. Las duraciones implícitas, calculadas a partir de febrero de 2002, siempre se mantuvieron entre las dos anteriores, ciertamente más ajustas hacia las *CCD*.

#### 1.2.4. Aplicabilidad al mercado colombiano

Realizando un análisis a priori de las metodologías expuestas, de sus ventajas y desventajas, frente a su posible aplicación al caso colombiano, se puede inferir lo siguiente:

##### 1.2.4.1. Metodología *OAD*

---

<sup>52</sup> CMOs: *Collateralized Mortgage Obligations*. Este es un tipo de MBS donde la emisión se encuentra sobrecolateralizada. Este es el caso de los títulos hipotecarios de cartera productiva (TIPS) emitidos por la Titularizadora Colombiana S.A.

#### 1.2.4.1.1. Argumentos a favor

En la actualidad ningún agente de mercado ha hecho cálculos de los spreads, como sí sucede en EUA donde la mayoría de bancas de inversión realizan sus propios cálculos, lo que lleva a tener tantos y diferentes valores de OAS como agentes hay en el mercado. En la medida que se lograra que una sola agencia realice los cálculos para la totalidad del mercado nacional, se obtendría un único valor de OAS que los diferentes agentes utilizarían para valorar sus MBS<sup>53</sup>. Adicionalmente, no se conoce agente diferente a la Titularizadora Colombiana que cuente con modelos de prepago para las carteras que respaldan los títulos TIPS.

Asimismo, teniendo en cuenta que el mercado de títulos hipotecarios es joven, que al mercado secundario le falta profundidad y liquidez y que no existen series continuas de precios, la metodología OAD sería la más recomendada.

#### 1.2.4.1.2. Argumentos en contra

Conforme al trabajo de Martínez (2005)<sup>54</sup>, en la medida que solo existe un modelo de prepago reconocido por el mercado, la obtención de un OAS a través de modelaje de tasas de interés por metodología Montecarlo no es el más adecuado. El autor utiliza el modelo de la Titularizadora Colombiana para obtener el OAS.

A partir de lo anterior, la no utilización de las simulaciones de Montecarlo no permitiría, como lo indica Fabozzi (2000), el análisis de escenarios de cambios no paralelos en las curvas. Por cuanto el modelo construido por Martínez (2005) acude a las curvas cero cupón calculadas por la Bolsa de Valores de Colombia, generar cambios no paralelos implicaría la manipulación de la metodología de Nelson y Siegel, lo cual escapa del alcance del presente proyecto.

---

<sup>53</sup> Podría pensarse en un esquema similar al de los márgenes que actualmente publica la Bolsa de Valores de Colombia.

<sup>54</sup> Martínez (2005) Op. Cit. pp. 16-17.

#### 1.2.4.2. Duraciones empíricas

##### 1.2.4.2.1. Argumentos a favor

A parte de la simplicidad de su cálculo, dado que se requieren precios de activos de riesgo soberano, el mercado de deuda pública interna brinda suficientes instrumentos con liquidez para poder correr las regresiones necesarias.

##### 1.2.4.2.2. Argumentos en contra

Desafortunadamente, con contadas excepciones, no se cuenta con series de precios continuas para todas las especies emitidas de títulos hipotecarios, aun después de casi 4 años de emitidos los primeros instrumentos y después de 10 ofertas públicas por cerca de 4 billones de pesos.

#### 1.2.4.3. *Coupon curve durations (CCD)*

##### 1.2.4.3.1. Argumentos en contra

Como claramente lo indica Fabozzi (2001), solo se pueden aplicar a MBS genéricos y no son extendibles a *CMO's*. Este es el caso de los TIPS, los cuales tienen una estructura de amortización secuencial y cada emisión tiene composición del activo subyacente (cartera VIS y NO VIS) diferente.



## 2. EL MODELO SUGERIDO Y SU APLICACIÓN

Un primer vistazo a las metodologías usadas en el mercado norteamericano arrojaría pocas luces acerca de su posible aplicación al mercado de títulos hipotecarios nacional. Si bien, como se ha comentado, los primeros estudios realizados en el país se enfocan hacia el cálculo y aplicación del OAS y sus “derivados”<sup>55</sup>, es de nuestro interés aplicar una metodología de más fácil cálculo. Por tanto, los autores se inclinan hacia las duraciones empíricas como el método para medir la sensibilidad de los precios de los TIPS ante cambios de la tasa de interés el mercado.

En dicha instancia, se acudió al *paper* denominado *The relative price volatility of mortgage securities*, escrito por Scott M. Pinkus y Marie A. Chandoha y publicado en la edición del verano de 1986 de *The Journal of Portfolio Management*.

A continuación se expone el modelo propuesto por los autores.

### 2.1. El modelo base de Pinkus y Chandoha (1986)

Estos autores miden la volatilidad relativa histórica de los precios de MBS, que se transan en diferentes niveles de precios, contra un MBS genérico. Este genérico, al cual los autores denominan *current coupon*, es aquel título a descuento que transa cerca del precio par. Comparando las volatilidades relativas de los precios frente a un mismo *benchmark*, se puede analizar como la sensibilidad de estos títulos a la tasa de interés varió, a diferentes niveles de precios<sup>56</sup>. A través de series históricas de precios diarios, sugieren un modelo de regresión lineal de la siguiente forma:

$$\Delta G = \beta \Delta G_c \quad (4)$$

---

<sup>55</sup> Duraciones y convexidades.

<sup>56</sup> Pinkus & Chandoha (1986) Op. Cit. p. 13.

Donde:

$\Delta G$ : Cambio porcentual en el precio de MBS que transan en determinado nivel de precios

$\Delta G_c$ : Cambio porcentual en el precio del MBS genérico

$\beta$ : Medida de la volatilidad relativa de precios

La variable  $\beta$  es la razón que mide la volatilidad del precio del MBS con respecto a la volatilidad del precio del MBS genérico<sup>57</sup> (Pinkus y Chandoha (1986)). Es decir, que a partir de la ecuación (4) se deduce la relación,

$$\beta = \frac{\Delta G}{\Delta G_c} \quad (5)$$

La muestra se componía de observaciones diarias del período enero de 1984 a septiembre de 1985. Pinkus y Chandoha (1986) indican que, a partir del beta de esta regresión, se puede construir una medida similar a la duración modificada que se usa para instrumentos de renta fija con flujos ciertos. Esta nueva medida la denominan **duración implícita** (*implied duration*).<sup>58</sup>

Para calcular la duración implícita de los MBS, se debe estimar su volatilidad relativa respecto de un título de renta fija al cual la medida de duración modificada aplique sin los problemas que la misma presenta para un MBS. Para el caso que analizaron Pinkus y Chandoha (1986), dicho título era un *Treasury* de 10 años. Proponen entonces la siguiente relación:

$$v_{T-MBS} = \frac{D_T}{Dimp_{MBS}} \quad (6)$$

---

<sup>57</sup> Ibid. p. 14.

<sup>58</sup> “Implied duration measures the “true” price volatility of mortgage securities more accurately than does the standard duration measure, because implied duration implicitly considers the prepayment risk associated with securities priced near par or at premium”. Ibid. p 19.

Donde:

$\nu_{T-MBS}$ : Volatilidad relativa del *Treasury* de 10 años respecto del MBS genérico

$D_T$ : Duración modificada del *Treasury* de 10 años

$Dimp_{MBS}$ : Duración implícita del MBS

## 2.2. La consecución de datos

Disponer de una base de similares características a la que se utilizó para el modelo explicado es imposible para el caso colombiano. Primero, porque el historial de títulos hipotecarios emitidos por la Titularizadora Colombiana se inicia en mayo de 2002, con la emisión TIPS E-1. Segundo: si bien ya se encuentran en el mercado siete emisiones de títulos respaldados con cartera productiva (TIPS) y tres con cartera no productiva (TECH) que suman cerca de 4 billones de pesos, el mercado dista de tener la liquidez que tiene en este momento un mercado como el de títulos de tesorería TES. Razones como la novedad del fenómeno de prepago y su efecto sobre la rentabilidad de los títulos, así como el beneficio tributario que insta a muchos inversionistas a mantener los títulos hasta el vencimiento, junto con los defectos en la valoración, han hecho que los títulos sean poco transados.

### 2.2.1. Series de precios de TIPS

Tras revisar las series de precios<sup>59</sup> de las distintas especies emitidas se encuentra que el título TIPS E-2 de 10 años (plazo contractual) muestra 105 datos para el período comprendido entre el 25 de noviembre de 2002 y el 30 de agosto de 2005. Estas observaciones no son continuas en el tiempo: en algunos casos no se presenta negociación alguna durante un mes completo. Por tanto, se procedió a calcular promedios ponderados semanales. Si bien mejora la continuidad de la serie, todavía

---

<sup>59</sup> Estas series son el resultado de la consulta diaria del sistema transaccional MEC (Mercado Electrónico Colombiano) y del sistema de registro INVERLACE.

dista de ser perfecta para correr el modelo base: se obtienen 62 datos, con espacios de hasta 7 semanas sin transacciones. En un último intento por lograr una serie mayor continuidad, se procedió a calcular promedios ponderados mensuales, de donde se obtienen 29 datos (Ver tabla 2.1).

Tabla 2.1 – Precios promedio ponderado TIPS E-2 2012

Año	Mes	Precio promedio
2002	11	109.057
2003	1	120.551
	2	110.592
	3	118.510
	4	110.052
	5	112.482
	6	112.828
	7	116.214
	8	114.536
	9	116.260
	10	117.263
	11	114.479
	12	116.931
2004	1	115.402
	2	117.395
	3	117.765
	5	111.545
	6	112.094
	7	113.623
	8	113.708
	9	111.697
	10	115.992
	11	115.269
	2005	1
2		114.592
3		116.119
5		114.604
6		112.538
8		120.667

Fuente: MEC e INVERLACE. Cálculos de los autores

Se encuentra información para:

- Noviembre de 2002
- Los doce meses del año 2003
- Diez meses de 2004, con ausencia de datos para abril y diciembre
- Seis meses de 2005, faltando abril y julio

Previo al cálculo de los promedios ponderados mensuales, se obtuvieron los precios limpios. Dado que en el MEC se negocia a precio sucio y las operaciones en INVERLACE se registran bajo la misma modalidad, se acordó darle mayor

razonabilidad al análisis quitándole el efecto del cupón corrido, puesto que se van a promediar precios de transacciones de diferentes días de un mismo mes.

A fin de poder correr la regresión con una serie continua, se completó la información con precios obtenidos a través del promedio simple de la observación anterior y posterior al mes faltante: así, para el precio de diciembre de 2002, se promedió el precio de noviembre de 2002 con el de enero de 2003; de la misma manera se hizo para los meses faltantes de 2004 y 2005. (Ver tabla 2.2)

Tabla 2.2. – Precios promedio ponderado TIPS E-2 2012 – Serie completa

Año	Mes	Precio promedio
2002	11	109.057
2002	12	114.804
2003	1	120.551
2003	2	110.592
2003	3	118.510
2003	4	110.052
2003	5	112.482
2003	6	112.828
2003	7	116.214
2003	8	114.536
2003	9	116.260
2003	10	117.263
2003	11	114.479
2003	12	116.931
2004	1	115.402
2004	2	117.395
2004	3	117.765
2004	4	114.655
2004	5	111.545
2004	6	112.094
2004	7	113.623
2004	8	113.708
2004	9	111.697
2004	10	115.992
2004	11	115.269
2004	12	116.667
2005	1	118.065
2005	2	114.592
2005	3	116.119
2005	4	115.361
2005	5	114.604
2005	6	112.538
2005	7	116.603
2005	8	120.667

Fuente: MEC e INVERLACE. Cálculos de los autores

### 2.2.2. Series de precios de TES UVR

Una vez obtenida la serie necesaria para construir la variable dependiente de la regresión ( $\Delta G$ ), se procedió a obtener los datos para la variable independiente ( $\Delta G_c$ ). En este punto del análisis se debe hacer una adaptación o modificación de modelo base. Puesto que, como se mencionó con anterioridad, las series de precios de los TIPS no son continuas, construir un genérico con tan poca información es

prácticamente imposible. Asimismo, ante la escasez de datos, no se puede determinar la volatilidad en rangos de precios, puesto que los autores indican que incluso utilizan información intradía en su análisis. En ese orden de ideas, la metodología para el cálculo de la volatilidad relativa adapta el modelo de Pinkus y Chandoha (1986) para las particularidades propias de la serie que se obtuvo para los TIPS E-2 de 10 años.

Dado que los títulos TIPS están indexados a la UVR el *benchmark* natural es un TES de la misma denominación<sup>60</sup>.

En el trabajo base para este proyecto no se mencionan las características que debe cumplir el *Treasury* que se utiliza en la ecuación (6). Se asumió que la principal característica es la representatividad del bono en el mercado. De tal forma, el análisis se realizará contra los TES UVR que presenten mayor liquidez durante el período estudiado, buscando de esta forma identificar aquel que se ajuste más al comportamiento de los TIPS. Desafortunadamente no se cuenta con series de precios o tasas para una especie genérica de TES UVR, como si se pueden obtener para un *Treasury* en sistemas como Bloomberg. De tal forma se tomaron las series de precios y tasas disponibles en la página *web* del Banco de la República, a través de la ruta Operaciones bancarias/Sistema Electrónico de Negociación SEN.

Se utilizó la misma metodología que se usó para el cálculo de los precios promedio ponderado de los TIPS. En las series históricas del SEN se encuentran datos de precios limpios diarios para once especies de TES indexados a la UVR. Desafortunadamente no se encontró información para todos los meses en todas las especies, de manera similar a lo que sucede con los TIPS. Se obtuvo lo siguiente (Tabla 2.3):

---

<sup>60</sup> Por normatividad, los títulos indexados a la UVR se deben valorar con la curva cero cupón para TES UVR, calculada por la Bolsa de Valores de Colombia.

Tabla 2.3. – Especies más líquidas negociadas por SEN período 2002 - 2005

Especie	Plazo años	Vencimiento	MONTO UVR
TUVT12250215	12	25/02/2015	158,005,000,000
TUVT07220910	7	22/09/2010	132,085,000,000
TUVT07210906	7	21/09/2006	99,880,000,000
TUVT10170112	10	17/01/2012	66,945,000,000
TUVT07260707	7	26/07/2007	40,765,000,000
TUVT10150512	10	15/05/2012	38,460,000,000
TUVT07120107	7	12/01/2007	18,720,000,000
TUVT05210605	5	21/06/2005	14,825,000,000
TUVT07220108	7	22/01/2008	4,915,000,000
TUVT05250504	5	25/05/2004	3,600,000,000
TUVT10020911	10	02/09/2011	2,345,000,000
<b>Total general</b>			<b>580,545,000,000</b>

Fuente: SEN. Cálculos de los autores.

De las once especies se escogieron las que hubiesen presentado mayor volumen de negociación para el período de análisis, a fin de correr la regresión con cada una en búsqueda de aquella que mejor se ajustara al modelo propuesto. Se trabajó con las siguientes (Tabla 2.4):

Tabla 2.4. – Especies utilizadas para las regresiones

Especie	Plazo años	Vencimiento
TUVT12250215	12	25/02/2015
TUVT07220910	7	22/09/2010
TUVT07210906	7	21/09/2006
TUVT10170112	10	17/01/2012
TUVT07260707	7	26/07/2007
TUVT10150512	10	15/05/2012

Fuente: SEN. Cálculos de los autores.

El siguiente paso fue el cálculo de los retornos logarítmicos de las series. En vista que no se contaba con datos de precios para todos los meses (ver tabla 2.5 y 2.6), en el caso de los TIPS se corrigió, como se mencionó anteriormente, mediante promedios. Para el caso de los TES, al existir continuidad en todas las series a partir de julio de 2004, se procedió a simular retornos para los meses anteriores faltantes utilizando la metodología de descomposición de Cholesky (ver tabla 2.7), la cual se describe en el ANEXO 4.

Tabla 2.5 – Series utilizadas

PRECIOS PROMEDIO TES UVR - SERIES UTILIZADAS EN EL MODELO							
Año	Mes	TUVT10150512	TUVT07220910	TUVT07210906	TUVT10170112	TUVT07260707	TUVT10150512
2002	11					103.63	
2002	12			102.89	95.95	104.29	
2003	1			105.86		105.36	
2003	2	98.05		108.53	97.58	108.79	98.05
2003	3	95.04		105.16	94.09	106.52	95.04
2003	4	95.55		104.70	95.60	104.99	95.55
2003	5	98.00		104.69		105.80	98.00
2003	6			104.88		104.67	
2003	7			104.25		104.64	
2003	8	97.86		104.76	97.50	105.18	97.86
2003	9	97.63	99.23	106.07	97.96	106.06	97.63
2003	10	97.22		105.02		105.21	97.22
2003	11	97.20	98.85	105.23	97.22	105.39	97.20
2003	12	97.29	99.47	105.98	97.58	106.62	97.29
2004	1	100.17	102.04	108.73	100.20	109.91	100.17
2004	2	100.43	102.88	109.16	100.49	110.21	100.43
2004	3	100.86	103.95	109.22	100.75	110.25	100.86
2004	4	102.16	103.77	108.24	101.88	108.44	102.16
2004	5	92.72	96.22	103.86		103.16	92.72
2004	6	94.41	96.00	104.30	94.48	103.94	94.41
2004	7	95.18	97.77	105.86	95.28	105.63	95.18
2004	8	97.38	99.61	105.90	96.45	106.71	97.38
2004	9	99.10	101.83	107.00	98.94	107.71	99.10
2004	10	101.42	103.87	107.71	101.20	109.46	101.42
2004	11	103.00	104.53	107.58	103.42	109.28	103.00
2004	12	105.11	105.94	108.27	105.02	109.72	105.11
2005	1	107.49	108.31	108.79	108.40	110.79	107.49
2005	2	109.49	109.51	108.96	108.49	111.65	109.49
2005	3	103.53	105.82	107.76	105.13	109.32	103.53
2005	4	101.00	104.10	106.65	101.16	108.55	101.00
2005	5	102.38	105.20	106.75	102.36	109.14	102.38
2005	6	104.68	107.10	106.39	104.71	109.09	104.68
2005	7	109.76	110.37	106.34	109.03	109.19	109.76
2005	8	109.96	111.11	105.36	109.61	108.64	109.96

Fuente: SEN. Cálculos de los autores.

Tabla 2.6 – Retornos sobre las series utilizadas

RETORNOS LOGARITMICOS DE LAS SERIES								
Año	Mes	Ret_TIPS	Ret_TES_Feb15	Ret_TES_May12	Ret_TES_Ene12	Ret_TES_Sep10	Ret_TES_Ju07	Ret_TES_Sep06
2005	8	0.0343	0.0087	0.0018	0.0053	0.0067	-0.0050	-0.0092
2005	7	0.0355	0.0638	0.0475	0.0405	0.0301	0.0009	-0.0004
2005	6	-0.0182	0.0290	0.0221	0.0227	0.0179	-0.0005	-0.0034
2005	5	-0.0066	0.0103	0.0136	0.0117	0.0105	0.0054	0.0009
2005	4	-0.0065	-0.0111	-0.0247	-0.0384	-0.0164	-0.0070	-0.0103
2005	3	0.0132	-0.0517	-0.0560	-0.0315	-0.0343	-0.0211	-0.0111
2005	2	-0.0299	0.0124	0.0185	0.0008	0.0110	0.0077	0.0016
2005	1	0.0119	0.0239	0.0223	0.0317	0.0222	0.0097	0.0048
2004	12	0.0121	0.0127	0.0203	0.0153	0.0133	0.0040	0.0064
2004	11	-0.0062	0.0223	0.0155	0.0217	0.0064	-0.0016	-0.0013
2004	10	0.0377	0.0205	0.0231	0.0226	0.0199	0.0161	0.0067
2004	9	-0.0178	0.0271	0.0175	0.0255	0.0220	0.0093	0.0103
2004	8	0.0007	0.0163	0.0229	0.0122	0.0187	0.0102	0.0004
2004	7	0.0135	0.0085	0.0081	0.0084	0.0183	0.0161	0.0148
2004	6	0.0049	-0.0028	0.0180		-0.0022	0.0076	0.0042
2004	5	-0.0275	-0.0684	-0.0970		-0.0756	-0.0499	-0.0413
2004	4	-0.0268	-0.0024	0.0129	0.0111	-0.0017	-0.0166	-0.0091
2004	3	0.0031	0.0101	0.0042	0.0026	0.0103	0.0004	0.0005
2004	2	0.0171	0.0014	0.0027	0.0029	0.0082	0.0027	0.0039
2004	1	-0.0132	0.0235	0.0291	0.0265	0.0255	0.0304	0.0256
2003	12	0.0212	-0.0008	0.0009	0.0037	0.0063	0.0116	0.0071
2003	11	-0.0240		-0.0002			0.0017	0.0020
2003	10	0.0086		-0.0042			-0.0081	-0.0099
2003	9	0.0149		-0.0023	0.0047		0.0084	0.0124
2003	8	-0.0145					0.0052	0.0049
2003	7	0.0296					-0.0004	-0.0060
2003	6	0.0031					-0.0107	0.0018
2003	5	0.0218	0.0225	0.0254			0.0077	-0.0001
2003	4	-0.0740	-0.0077	0.0053	0.0159		-0.0145	-0.0043
2003	3	0.0691	-0.0175	-0.0311	-0.0364		-0.0211	-0.0316
2003	2	-0.0862					0.0320	0.0250
2003	1	0.0488					0.0103	0.0285
2002	12	0.0514					0.0063	



Tabla 2.7 – Retornos sobre las series utilizadas – Descomposición de Cholesky

RETORNOS LOGARÍTMICOS DE LAS SERIES - PANEL COMPLETO								
Año	Mes	Ret_TIPS	Ret_TES_Feb15	Ret_TES_May12	Ret_TES_Ene12	Ret_TES_Sep10	Ret_TES_Jul07	Ret_TES_Sep06
2005	8	0.0343	0.0087	0.0018	0.0053	0.0067	-0.0050	-0.0092
2005	7	0.0355	0.0638	0.0475	0.0405	0.0301	0.0009	-0.0004
2005	6	-0.0182	0.0290	0.0221	0.0227	0.0179	-0.0005	-0.0034
2005	5	-0.0066	0.0103	0.0136	0.0117	0.0105	0.0054	0.0009
2005	4	-0.0065	-0.0111	-0.0247	-0.0384	-0.0164	-0.0070	-0.0103
2005	3	0.0132	-0.0517	-0.0560	-0.0315	-0.0343	-0.0211	-0.0111
2005	2	-0.0299	0.0124	0.0185	0.0008	0.0110	0.0077	0.0016
2005	1	0.0119	0.0239	0.0223	0.0317	0.0222	0.0097	0.0048
2004	12	0.0121	0.0127	0.0203	0.0153	0.0133	0.0040	0.0064
2004	11	-0.0062	0.0223	0.0155	0.0217	0.0064	-0.0016	-0.0013
2004	10	0.0377	0.0205	0.0231	0.0226	0.0199	0.0161	0.0067
2004	9	-0.0178	0.0271	0.0175	0.0255	0.0220	0.0093	0.0103
2004	8	0.0007	0.0163	0.0229	0.0122	0.0187	0.0102	0.0004
2004	7	0.0135	0.0085	0.0081	0.0084	0.0183	0.0161	0.0148
2004	6	0.0049	-0.0028	0.0180	-0.0073	-0.0022	0.0076	0.0042
2004	5	-0.0275	-0.0684	-0.0970	-0.0199	-0.0756	-0.0499	-0.0413
2004	4	-0.0268	-0.0024	0.0129	0.0111	-0.0017	-0.0166	-0.0091
2004	3	0.0031	0.0101	0.0042	0.0026	0.0103	0.0004	0.0005
2004	2	0.0171	0.0014	0.0027	0.0029	0.0082	0.0027	0.0039
2004	1	-0.0132	0.0235	0.0291	0.0265	0.0255	0.0304	0.0256
2003	12	0.0212	-0.0008	0.0009	0.0037	0.0063	0.0116	0.0071
2003	11	-0.0240	0.0477	-0.0002	-0.0108	0.0041	0.0017	0.0020
2003	10	0.0086	0.0147	-0.0042	0.0054	0.0086	-0.0081	-0.0099
2003	9	0.0149	0.0036	-0.0023	0.0047	-0.0128	0.0084	0.0124
2003	8	-0.0145	0.0007	-0.0096	0.0086	-0.0096	0.0052	0.0049
2003	7	0.0296	-0.0400	-0.0282	-0.0176	-0.0105	-0.0004	-0.0060
2003	6	0.0031	0.0242	0.0379	0.0295	0.0247	-0.0107	0.0018
2003	5	0.0218	0.0225	0.0254	-0.0345	-0.0379	0.0077	-0.0001
2003	4	-0.0740	-0.0077	0.0053	0.0159	-0.0483	-0.0145	-0.0043
2003	3	0.0691	-0.0175	-0.0311	-0.0364	0.0305	-0.0211	-0.0316
2003	2	-0.0862	-0.0229	-0.0082	-0.0193	-0.0239	0.0320	0.0250
2003	1	0.0488	0.0173	-0.0205	0.0061	0.0088	0.0103	0.0285
2002	12	0.0514	0.0228	0.0244	-0.0058	-0.0245	0.0063	0.0124

### 2.3. La aplicación del modelo

El modelo se ejecutó a través del paquete estadístico SPSS 13.0 para Microsoft Windows. La función utilizada fue la de regresión lineal. Se procede a tomar como variable dependiente la serie de retornos logarítmicos de TIPS y como independientes cada una de las series de TES, tomadas una a la vez. Se corre una regresión por cada serie de TES.

Tras correr las seis regresiones, se encuentra que aquella con el mejor ajuste es la correspondiente a la serie de TES de 7 años con vencimiento el 22 de septiembre de 2010, para la cual se obtuvo un coeficiente de 0.48. (Las salidas de SPSS se encuentran en el ANEXO 5).

Conforme con la ecuación (5), el valor del coeficiente  $\beta$  mide la volatilidad del precio de los TIPS E-2 de 10 años con respecto a los TES de septiembre de 2010. El valor obtenido, de acuerdo con Pinkus y Chandoha (1986), indicaría que para un cambio del 1% en el precio de los TES, el precio de los TIPS aumentaría un 0.48%.

Ahora bien, para calcular la duración como lo indican Pinkus y Chandoha (1986), se debe despejar el término  $Dimp_{MBS}$  de la ecuación (6), teniendo en cuenta que el coeficiente  $\beta$  de la ecuación (5) es el mismo  $v_{T-MBS}$  de la ecuación (6):

$$Dimp_{MBS} = \frac{D_T}{v_{T-MBS}} \quad (7)$$

Para este caso,

- $D_T$  : Duración del TES de referencia para el modelo
- $v_{T-MBS}$  : Volatilidad relativa del TES de referencia respecto del TIPS
- $Dimp_{MBS}$  : Duración implícita del TIPS

La duración modificada para el TES UVR de septiembre de 2010, calculada al 31 de agosto de 2005 con una tasa de mercado de 4.18% (ultimo cierre SEN para la fecha) es de 3.74 años. Teniendo una volatilidad relativa calculada de 0.48, se obtiene una duración implícita para TIPS E-2 2012 de 7.74 años. Sin duda, el modelo no se ajusta para la serie y arroja un resultado de difícil interpretación.

### 3. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS

El resultado obtenido indica que el modelo presenta deficiencias frente a la naturaleza de los precios de los TIPS y la relación de estos con los precios de los TES. Un buen *proxy* de la duración se puede obtener calculando la duración modificada a través de la proyección de un flujo de caja afectado por cierto nivel de prepagos. Lo observado, luego de casi 4 años de emitidos los primeros títulos, es un comportamiento de prepagos muy cercano al nivel medio-alto simulado por la Dirección de Estructuración y Riesgo de la Titularizadora Colombiana. Por tanto, el mejor estimativo de la duración de un TIPS se logra a través de la utilización de la calculadora de precios publicada en la página *web* de dicha institución.

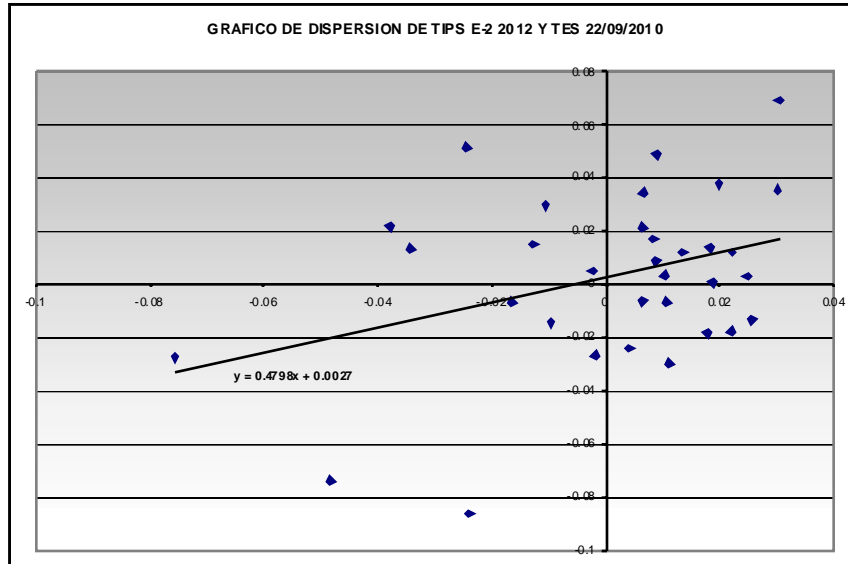
Utilizando el escenario medio alto de la calculadora de TIPS E-2 del mes de agosto de 2005, la duración modificada del título es de 1.88 años, mientras que en escenario de amortización contractual es de 3.85 años. (Ver ANEXO 6).

Por tanto, una “duración implícita” de 7.74 años contradice cualquier tipo de intuición, pues es a todas luces ilógico que un título que cuenta con pagos programados de capital y que además reduce su vida media gracias a los prepagos, presente el doble de duración que un título tipo *bullet*, como es el caso de los TES. Graficando la dispersión de los retornos se confirman los resultados obtenidos, encontrándose que no existe relación o no se pueden deducir un comportamiento lineal entre las dos variables. (Gráfico 3.1)

Al analizar las posibles causas del resultado no satisfactorio, se encuentra en primera medida el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de la regresión. El valor obtenido de 0.129 indica que la variable independiente (retornos de los precios del TES de referencia) explica en cerca del 13% la variable dependiente (retornos de los precios de TIPS E-2 2012)

Asimismo, al revisar los resultados de la ecuación ANOVA se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0: \beta = 0$ , dado que el  $p$ -value es menor al 5%. Sin embargo, la suma de los cuadrados de la regresión arroja un valor de 0.004, frente al 0.029 de los residuales, lo cual indica que el modelo es explicado mayormente por los errores.

Gráfico 3.1. – Dispersión de retornos sobre precios



Fuente: MEC, INVERLACE, SEN. Cálculos de los autores.

De lo anterior se puede concluir que existen otras variables, a parte de los retornos sobre precios de TES, que explicarían las variaciones en los precios de los TIPS. Sin embargo, sabiendo que los TES UVR son un sustituto natural para los TIPS, además de que los títulos denominados en UVR se valoran contra la curva cero cupón para TES UVR, se puede considerar la existencia de algún factor en el precio de los TIPS que está provocando la baja correlación frente a los TES. Por tanto se procedió a desarrollar el ejercicio de construir una serie de precios para el periodo analizado teniendo en cuenta el escenario medio-alto de prepago, la curva cero cupón UVR y un *spread* obtenido a partir del precio de subasta de la emisión.

### 3.1. Construcción de una nueva serie de precios para TIPS y análisis de los resultados

El precio de subasta para los TIPS E-2 2012 fue de 108.9880. Con la curva cero cupón para el 30 de noviembre de 2002 se obtiene un margen o *spread* bajo la curva de 1.6359%. Manteniendo ese margen fijo, se calcularon precios con la curva de fin de mes desde diciembre de 2002 hasta agosto de 2005. (Tabla 3.1. Procedimiento detallado en el ANEXO 7).

Se corrieron nuevamente las regresiones en SPSS 13.0 con las series escogidas de retornos de TES UVR. Los resultados fueron mejores a los anteriores, aunque no del todo satisfactorios. Se encuentran tres referencias que se ajustan al modelo de regresión:

- 10 años con vencimiento el 15 de mayo de 2012
- 7 años con vencimiento el 26 de julio de 2007
- 7 años con vencimiento el 21 de septiembre de 2006

De las tres, la más ajustada (aunque con estadístico  $d$  de Durbin-Watson de 2.79<sup>61</sup>) fue la tercera serie. Con un  $R^2 = 0.683$  y un  $\rho = 0.827$ , de la regresión se obtuvo un  $\beta$  de 1.045. Al aplicar la fórmula (7), para una duración modificada de 0.96 años (tasa de cierre a 31 de agosto de 2005 igual a 3.01% EA), se obtiene una duración implícita para los TIPS de 0.91 años.

Para los TES de julio de 2007 ( $R^2 = 0.646$ ,  $\rho = 0.804$ ,  $d = 2.819$ ), con duración modificada de 1.78 (tasa de mercado a cierre de agosto = 3.18%EA), se obtiene una duración implícita para TIPS de 1.91 años, a partir de un  $\beta$  de 0.928.

---

<sup>61</sup> Evidencia de autocorrelación negativa, para una muestra de 33 datos. Uno de los supuestos del modelo de regresión lineal es que no existe correlación serial en los residuos. Ver Gujarati (1997). Econometría. Tercera Edición. McGraw Hill. pp. 412-415, 800.

Finalmente, para la referencia de 10 años ( $R^2 = 0.603$ ,  $\rho = 0.777$ ,  $d = 2.035$ ), con duración modificada de 5.28 años (tasa de mercado a cierre de agosto = 4.99%EA), se obtiene una duración implícita de 10.83 años ( $\beta = 0.488$ )

En este orden de ideas, se puede considerar que las referencias explicativas de la volatilidad relativa de los precios de TIPS E-2 2012 son las dos primeras series en mención. Si bien existe una unidad entera de diferencia en el valor de la duración, al comparar dichos valores con la duración modificada obtenida a través de la calculadora de precios de la Titularizadora Colombiana, la serie de Julio de 2007 es la más cercana.

Tabla 3.1. Serie de precios y retornos sintéticos de TIPS E-2 2012

Fecha	Precio	Retorno
30/08/2005	110.439	-0.008054278
30/07/2005	111.332	0.006261438
30/06/2005	110.637	0.004460221
30/05/2005	110.145	-0.003466696
30/04/2005	110.527	0.002064395
30/03/2005	110.300	-0.030437429
28/02/2005	113.708	0.005235326
30/01/2005	113.115	0.000781187
30/12/2004	113.026	0.006994635
30/11/2004	112.239	0.005837714
30/10/2004	111.585	0.004871603
30/09/2004	111.043	0.009711425
30/08/2004	109.970	0.012282232
30/07/2004	108.627	0.013202922
30/06/2004	107.203	0.003785564
30/05/2004	106.798	-0.065571944
30/04/2004	114.035	0.013761941
30/03/2004	112.477	-0.013944206
29/02/2004	114.066	0.007756672
30/01/2004	113.175	0.021185996
30/12/2003	110.802	0.01242554
30/11/2003	109.434	-0.000643765
30/10/2003	109.504	-0.002443077
30/09/2003	109.772	0.002168839
30/08/2003	109.534	0.000139046
30/07/2003	109.519	-0.008586126
30/06/2003	110.464	0.004520967
30/05/2003	109.965	0.008473367
30/04/2003	109.037	0.001267837
30/03/2003	108.899	-0.045034023
28/02/2003	113.916	0.019289679
30/01/2003	111.739	0.009405339
30/12/2002	110.693	0.015524874
30/11/2002	108.988	

Fuente: Titularizadora Colombiana S.A. y Bolsa de Valores de Colombia S.A.. Cálculos de los autores.

#### 4. CONCLUSIONES

- La titularización hipotecaria exige a los inversionistas aprender a desarrollar el mercado al tiempo que deben saber medir riesgos inherentes a estos títulos como el riesgo de no pago, el riesgo de liquidez, el riesgo de tasa de interés y, sobre todo, el riesgo de prepago.
- El prepago se da por causas variadas y puede definirse como la cantidad de dinero que se paga a una deuda antes de la fecha programada. Dependiendo si la cantidad pagada corresponde o no al saldo de la deuda, se puede hablar de prepago total o prepago parcial.
- El prepago es la variable que más afecta a los títulos hipotecarios en lo que se refiere a la incertidumbre que genera en el flujo de caja futuro, que a su vez deriva en un riesgo de reinversión. Adicionalmente, dependiendo de si un título hipotecario está comprado a prima, par o descuento se puede ver afectada la rentabilidad esperada en mayor o menor medida, positiva o negativamente.
- La principal causa del cambio en precio, rentabilidad y valoración de los títulos hipotecarios por causa del prepago es el hecho que su duración se ve afectada por cuanto se están adelantando pagos de capital. Este análisis del cambio en la duración de los títulos hipotecarios es de mucha importancia ya que el mercado aplica principalmente la herramienta de la duración como instrumento para medir la sensibilidad del precio de los títulos ante cambios en la tasa de interés de mercado.
- La Titularizadora Colombiana ha emitido en el mercado de capitales, entre los años 2002 y 2005, cerca de 4 billones de pesos en títulos hipotecarios con opción de prepago, convirtiéndose en el mayor emisor de deuda privada del país. Debido a que los TIPS y TECH son una porción importante de los portafolios de

inversión y la emisión de títulos con opción de prepago ha sido una novedad en el mercado de capitales colombiano, los títulos hipotecarios han experimentado falta de liquidez y profundidad.

- Teniendo en cuenta el impacto sobre el precio y la rentabilidad de los títulos hipotecarios por efecto del cambio en la duración debido a los prepagos, se ha propuesto un cambio en la valoración que entró a regir a partir del mes de noviembre de 2005. Este cambio obliga a que se generen nuevas tablas de valoración cada vez que haya prepago, en donde se muestren unos flujos proyectados con base en los prepagos observados históricamente y que permita la valoración de los TIPS teniendo en cuenta su duración real y no los días al vencimiento del título contractualmente.
- Las medidas tradicionales para la medición de la sensibilidad del precio a la tasa de interés, fallan en su ajuste al comportamiento del flujo de caja de los títulos con prepago. En mercados avanzados se han desarrollado varias medidas que de alguna u otra forma intentan explicar la verdadera sensibilidad del precio de estos títulos a los movimientos de la tasa de interés de mercado. Estas medidas distan de ser perfectas y no todas son aplicables a las distintas gamas de MBS presentes en los mercados. En los capítulos anteriores se intentó una aproximación de un modelo de duraciones implícitas o empíricas para el mercado colombiano, adaptándolo a las características particulares del mismo, que hacen de la aplicación de modelos avanzados una tarea especialmente difícil.
- Los resultados obtenidos del primer ejercicio de regresión demuestran lo descrito en el acápite anterior. Los valores de volatilidad relativa y duración implícita contradicen la intuición, dado el comportamiento observado de prepago, por lo cual es incorrecto pensar que un título hipotecario tenga mayor duración que un TES tipo *bullet*.



- El ejercicio desarrollado a partir del precio primario y la curva cero cupón para TES UVR arroja luces acerca de lo que debían haber sido los precios correctos de los TIPS durante el periodo de análisis. Si bien los resultados no son perfectos, demuestran que los precios que se encuentran en el mercado contienen algún factor que indica la baja correlación encontrada en los primeros análisis. Los autores consideran que los TES UVR son un refugio o sustituto natural para los inversionistas en TIPS.
- Es importante entonces indagar sobre el origen de los factores que inciden en la baja correlación observada. Un punto importante es la alta prima que algunos inversionistas han pagado por los títulos. Conforme con lo explicado en el presente trabajo, omitir el análisis del comportamiento del activo subyacente de los TIPS conlleva a una mala valoración del efecto prepago y por tanto un mal *pricing* del título. Otra posibilidad es que el precio alto haya sido un reflejo del valor que los inversionistas le dan al beneficio tributario sobre los rendimientos que la Ley otorga a los tenedores: un precio alto es la compensación por la renuncia a dicho beneficio.
- Sumado a lo anterior, se encuentra el hecho que la mala valoración normativa ha sido una de las causas de la baja liquidez y profundidad del mercado secundario, lo que ha llevado a *spreads bid-offer* bastante amplios. En la medida que el mercado gane liquidez y profundidad como resultado de la puesta en marcha de la nueva metodología de valoración por parte de los entes de control, se esperaría que los precios empiecen a revelar las verdaderas expectativas de los inversionistas con respecto al riesgo de prepago. Una vez transcurrido un buen tiempo de aplicada dicha valoración, se debería probar nuevamente la bondad del modelo, esta vez con las series de precios “construidas” por la interacción del mercado.

- El presente trabajo pretende sentar una primera base para el desarrollo de futuros proyectos de investigación en temas relacionados. Como se mencionó en la segunda parte del marco teórico, son múltiples las metodologías desarrolladas en el mercado de MBS de Estados Unidos. La presentada es una buena aproximación. En la medida que el mercado gane sofisticación, otros modelos igualmente sofisticados deberían aplicarse.

## REFERENCIAS

**Bierwag, G.O., George G. Kaufman and Alden Toevs (1983).** “Duration: its development and use in bond portfolio management”. Financial Analysts Journal. July - August.

**Breedon, Douglas (1991).** “Risk, Return and Hedging of Fixed-Rate Mortgages”. The Journal of Fixed Income. September.

**Buitrago Escobar, Jorge Enrique (2005).** “Valoración basada en opciones de los Títulos Hipotecarios emitidos por la Titularizadora Colombiana”. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

**Cárdenas, Mauricio y Alejandro Badel (2003).** “La Crisis de Financiamiento Hipotecario en Colombia: Causas y Consecuencias”. Julio. p. 9. Disponible en: [http://www.titularizadora.com/DocumentosInvestigacion2/Cardenas\\_Badel\\_Colombiana\\_Versión\\_Julio\\_03.pdf](http://www.titularizadora.com/DocumentosInvestigacion2/Cardenas_Badel_Colombiana_Versión_Julio_03.pdf)

**Fabozzi, Frank (1996).** “Bond Markets, Analysis and strategies”. Prentice Hall. New Jersey. USA

**Fabozzi, Frank. (2001).** The Handbook of Mortgage-Backed Securities. Eds. Fifth Edition. McGraw Hill. NY, USA.

**Fabozzi, Frank and Franco Modigliani (2003).** “Capital Markets: Institutions and Instruments”. Third Edition. Prentice Hall, New Jersey, USA

**Giraldo, Liliana y Ricardo Vega (2002).** “Consideraciones sobre la titularización como instrumento para la financiación de vivienda en Colombia”. Tesis de grado.

Executive MBA, Facultad de Administración. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Agosto.

**Gujarati, Damodar N (1997).** “Econometría”. Tercera Edición. McGraw Hill.

**Jorion, Philip (2001).** “Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk”. McGraw Hill. New York, USA.

**Kendall, Leon T. and Michael J. Fishman (2000).** “Primer on Securitization”. Massachusetts, USA: The MIT Press.

**Leiva, Oscar, Javier Sánchez y María Alexandra Sánchez (2005).** “Metodología para Estimar el precio de los TIPS”, en “Informe de Actualidad No. 11 Enero – Marzo de 2005”, Titularizadora Colombiana S.A. Disponible en:

<http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/Metodología%20para%20Estimar%20el%20Precio%20de%20los%20TIPS%20Feb%202005.pdf>

**Martínez, Jimmy (2004).** “Metodología de Valoración *Option Adjusted Spread (OAS)* Para Títulos garantizados con Hipotecas”. Banco de la República, Diciembre. Disponible en:

<http://www.banrep.gov.co/docum/Repo-estab-financiera/2004/temas-estabilidad-financiera>.

**Martínez, Jimmy (2005).** “Valuation of Mortgage-Backed Securities in Colombia: An Option Adjusted Spread Approach”. Tesis de grado, M.A. en Economía. Facultad de Economía. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Junio.

**Pinkus, Scott M. y Marie A. Chandoha (1986).** “The relative price volatility of mortgage securities”. The Journal of Portfolio Management. Summer.

**República de Colombia**, Ley 546 de 1999, Diciembre 23 de 1999.

**Tenjo, Fernando y Enrique López (2003)**. “Burbuja y Estancamiento del Crédito en Colombia”. Enero. p. 29. Disponible en:

<http://www.banrep.gov.co/junta/publicaciones/Tenjo/BurbujaCreditoFinal.pdf>

**Titularizadora Colombiana S.A. (2005)**. “Efectos del prepago sobre los Títulos Hipotecarios”. Dirección de Planeación. Disponible en:

<http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/2%20Efectos%20Prepago%20Títulos%20Hipotecarios.PDF>

**Titularizadora Colombiana S.A. (2005)**. “Los Determinantes teóricos del Prepago”. Dirección de Planeación. Junio. Disponible en:

<http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/DeterminantesTeoricosPrepago.PDF>

**Titularizadora Colombiana S.A. (2005)**. “Valoración Riesgo Hipotecario – Caso Titularizadora Colombiana S.A”. Presentación ante la UNIAPRAVI. Miami, octubre.

## BIBLIOGRAFÍA

**Bierwag, G.O., George G. Kaufman and Alden Toevs (1983).** “Duration: its development and use in bond portfolio management”. Financial Analysts Journal. July - August.

**Bohórquez, Daniel (2001).** “Análisis de la titularización hipotecaria y propuesta de un modelo para determinar el comportamiento de los prepagados en los créditos hipotecarios en Colombia”. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

**Breeden, Douglas (1991).** “Risk, Return and Hedging of Fixed-Rate Mortgages”. The Journal of Fixed Income. September.

**Breeden, Douglas (1994).** “Complexities of Hedging Mortgages”. The Journal of Fixed Income. 4.

**Buitrago Escobar, Jorge Enrique (2005).** “Valoración basada en opciones de los Títulos Hipotecarios emitidos por la Titularizadora Colombiana”. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

**Cárdenas, Mauricio y Alejandro Badel (2003).** “La Crisis de Financiamiento Hipotecario en Colombia: Causas y Consecuencias”. Julio. Disponible en:  
[http://www.titularizadora.com/DocumentosInvestigacion2/Cardenas\\_Badel\\_Colombiana\\_Versión\\_Julio\\_03.pdf](http://www.titularizadora.com/DocumentosInvestigacion2/Cardenas_Badel_Colombiana_Versión_Julio_03.pdf)

**Cheyette, Oren (1994).** “OAS Analysis for CMOs”. The Journal of Portfolio Management. Summer.

**Choi, Sam (1996).** “Effective durations for mortgage-backed securities: recipes for improvement”. The Journal of Fixed Income. March.

**DeRosa, Paul, Laurie Goodman and Mike Zazzarino (1993).** “Duration Estimates of Mortgage-Backed Securities” Journal of Portfolio Management. Winter.

**Fabozzi, Frank (1996).** “Bond Markets, Analysis and strategies”. Prentice Hall. New Jersey. USA

**Fabozzi, Frank. (2001).** The Handbook of Mortgage-Backed Securities. Eds. Fifth Edition. McGraw Hill. NY, USA.

**Fabozzi, Frank and Franco Modigliani (2003).** “Capital Markets: Institutions and Instruments”. Third Edition. Prentice Hall, New Jersey, USA

**Gabaix, Xavier and Olivier Vigneron (2000).** “The Valuation of Mortgage-Backed Securities: Theory and Evidence”. Working paper. MIT, Goldman Sachs. January.

**Gabaix, Xavier, Arvind Krishnamurthy and Olivier Vigneron (2005).** “Limits of Arbitrage: Theory and Evidence from the Mortgage-Backed Securities Market”. MIT. Disponible en: [http://econ.www.mit.edu/faculty/?prof\\_id=xgabaix](http://econ.www.mit.edu/faculty/?prof_id=xgabaix)

**Giraldo, Liliana y Ricardo Vega (2002).** “Consideraciones sobre la titularización como instrumento para la financiación de vivienda en Colombia”. Tesis de grado. Executive MBA, Facultad de Administración. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Agosto.

**Gujarati, Damodar N. (1997).** “Econometría”. Tercera Edición. McGraw Hill.

**Hu, Joseph. (2001).** “Basics of Mortgage-Backed Securities”. Second Edition. Frank J. Fabozzi Associates. New York, USA.

**Jorion, Philip (2001).** “Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk”. McGraw Hill. New York, USA.

**Kendall, Leon T. and Michael J. Fishman (2000).** “Primer on Securitization”. Massachusetts, USA: The MIT Press.

**Kon, Stanley J. and Christine Y. Polek (1998).** “Time-Varying Empirical Duration and Slope Effects for Mortgage-Backed Securities”. The Journal of Fixed Income. September.

**Kupiec, Paul and Adama Kah (1999).** “On the Origin and Interpretation of OAS”. The Journal of Fixed Income. December.

**Leiva, Oscar, Javier Sánchez y María Alexandra Sánchez (2005).** “Metodología para Estimar el precio de los TIPS”, en “Informe de Actualidad No. 11 Enero – Marzo de 2005”, Titularizadora Colombiana S.A. Disponible en:  
<http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/Metodología%20para%20Estimar%20el%20Precio%20de%20los%20TIPS%20Feb%202022%202005.pdf>

**Levin, Alexander and Andrew Davidson (2005).** “Prepayment Risk and Option-Adjusted Valuation of MBS”. Summer.

**Martínez, Jimmy (2004).** “Metodología de Valoración *Option Adjusted Spread (OAS)* Para Títulos garantizados con Hipotecas”. Banco de la República, Diciembre. Disponible en:



<http://www.banrep.gov.co/docum/Repo-estab-financiera/2004/temas-estabilidad-financiera>.

**Martínez, Jimmy (2005).** “Valuation of Mortgage-Backed Securities in Colombia: An Option Adjusted Spread Approach”. Tesis de grado, M.A. en Economía. Facultad de Economía. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Junio.

**Penagos Forero, Nicolás (2005).** “Valoración de contratos hipotecarios a través del modelo de opciones. Tesis de grado Ingeniero Industrial. Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

**Pinkus, Scott M. y Marie A. Chandoha (1986).** “The relative price volatility of mortgage securities”. The Journal of Portfolio Management. Summer.

**República de Colombia,** Ley 546 de 1999, Diciembre 23 de 1999.

**Tenjo, Fernando y Enrique López (2003).** “Burbuja y Estancamiento del Crédito en Colombia”. Enero. p. 29. Disponible en:

<http://www.banrep.gov.co/junta/publicaciones/Tenjo/BurbujaCreditoFinal.pdf>

**Titularizadora Colombiana S.A. (2005).** “Efectos del prepago sobre los Títulos Hipotecarios”. Dirección de Planeación. Disponible en:

<http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/2%20Efectos%20Prepago%20Títulos%20Hipotecarios.PDF>

**Titularizadora Colombiana S.A. (2005).** “Los Determinantes teóricos del Prepago”. Dirección de Planeación. Junio. Disponible en:

<http://www.titularizadora.com/Documentos/Interes/InformeActualidad/DeterminantesTeoricosPrepago.PDF>

**Titularizadora Colombiana S.A. (2005).** “Valoración Riesgo Hipotecario – Caso Titularizadora Colombiana S.A”. Presentación ante la UNIAPRAVI. Miami, octubre.

## ANEXOS

### Anexo 1

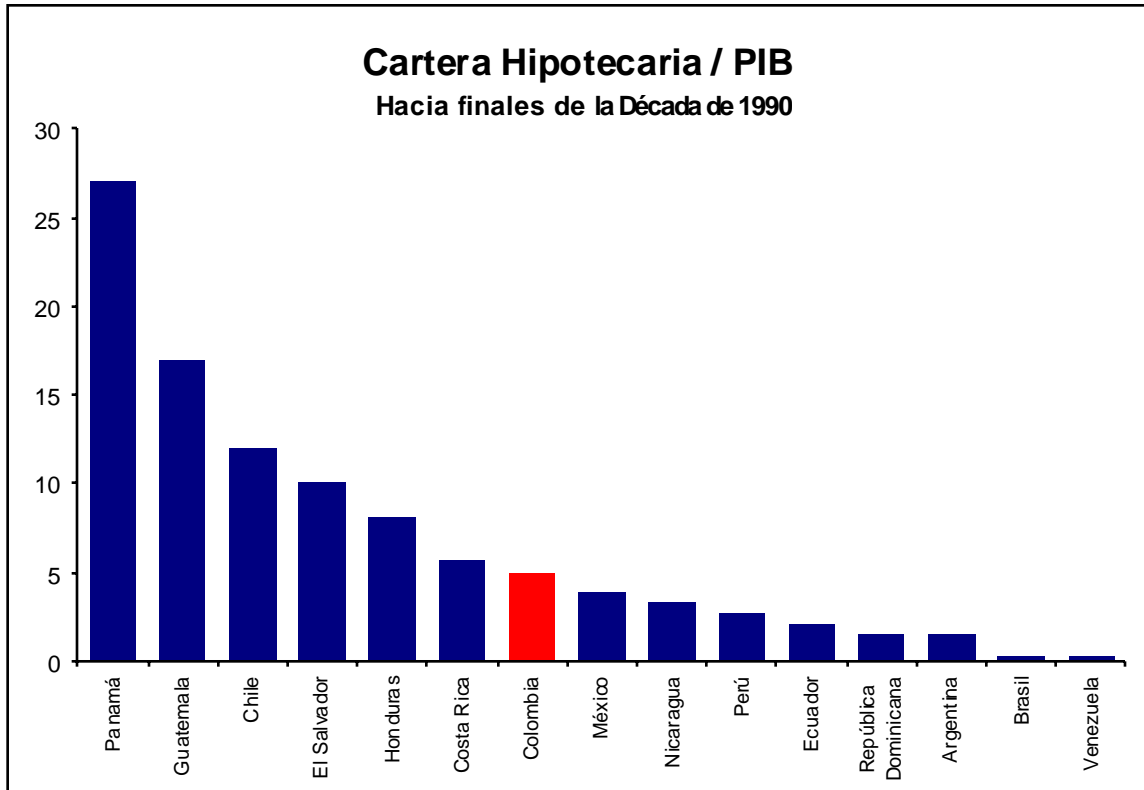


Gráfico A1. Fuente: Titularizadora Colombiana S.A.

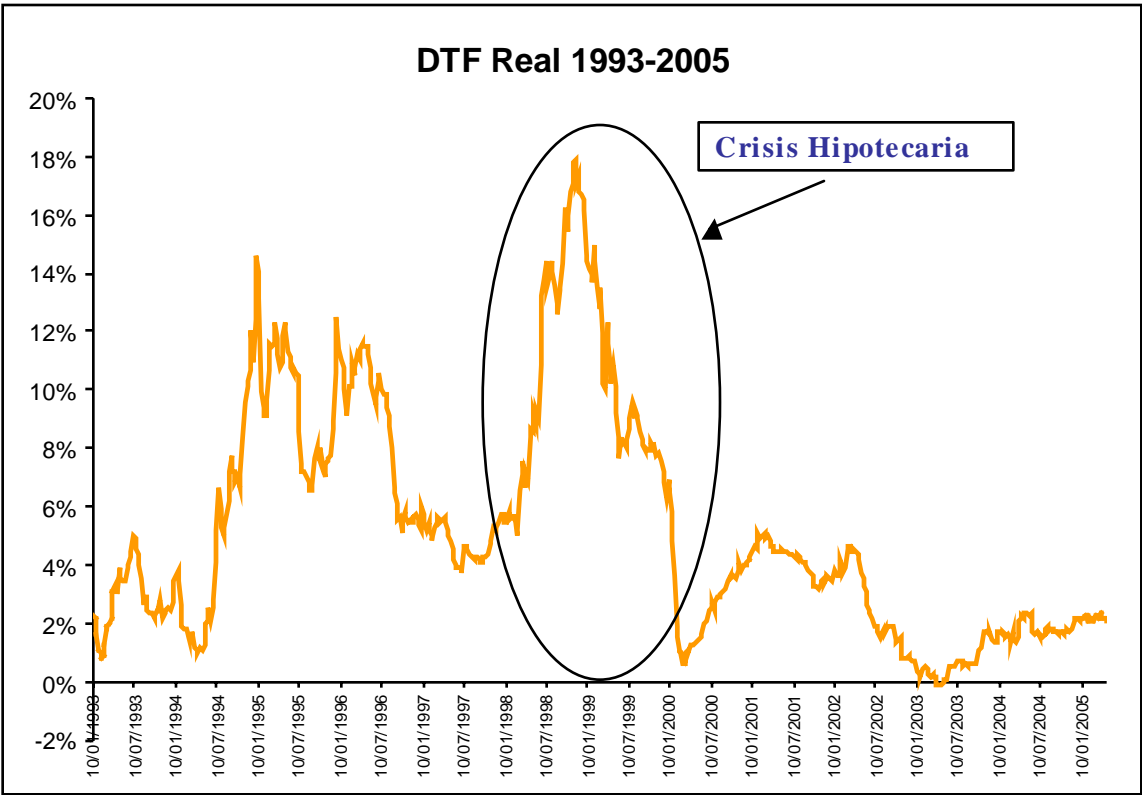


Gráfico B1. Fuente: Titularizadora Colombiana S.A.

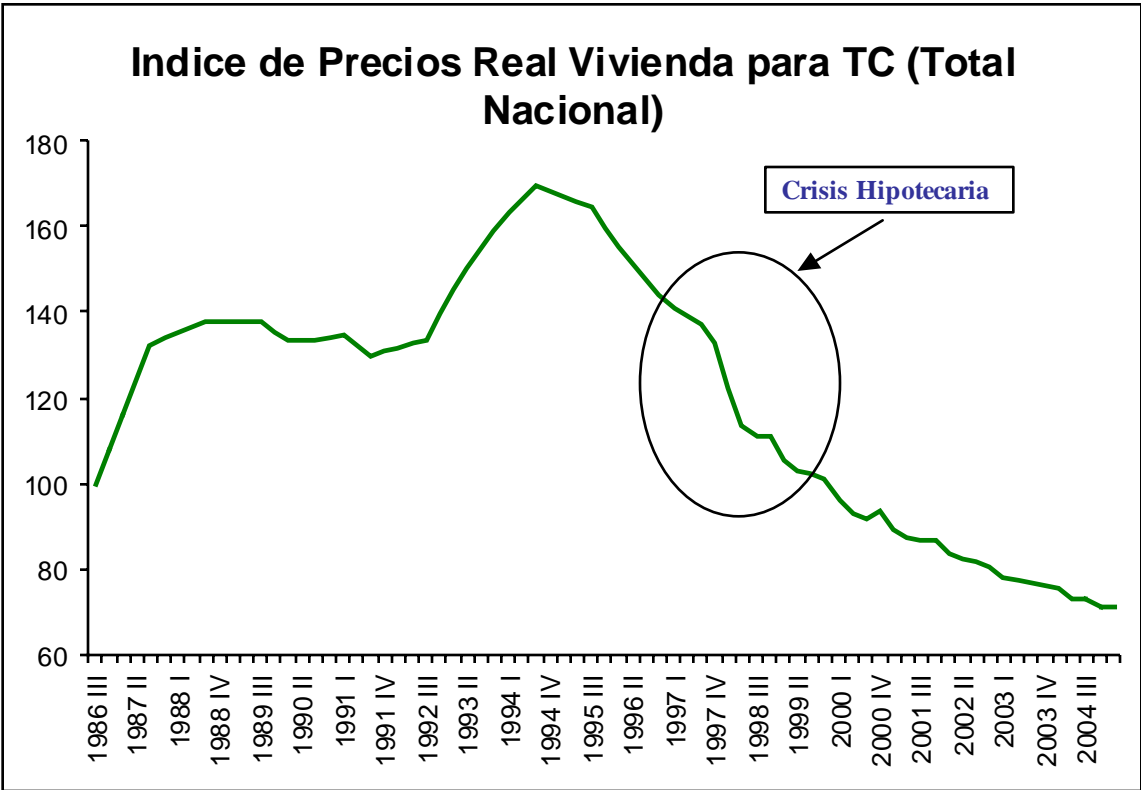


Gráfico C1. Fuente: Titularizadora Colombiana S.A.

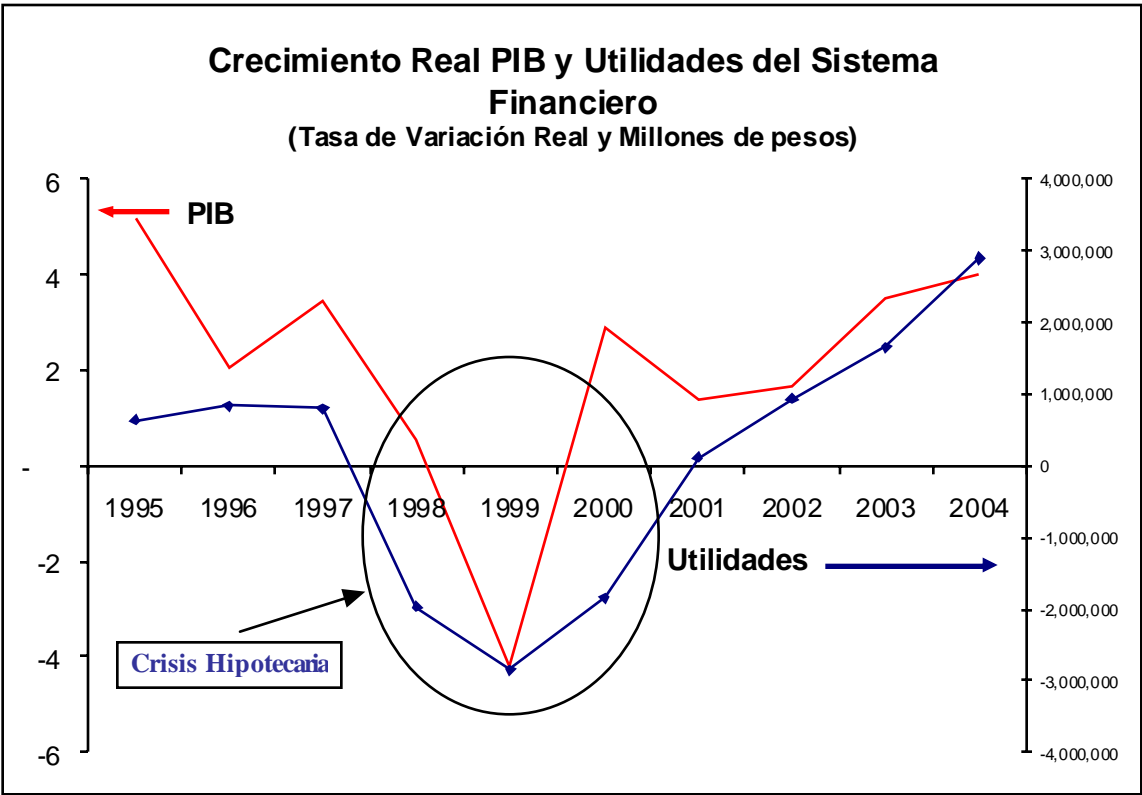


Gráfico D1. Fuente: Titularizadora Colombiana S.A.

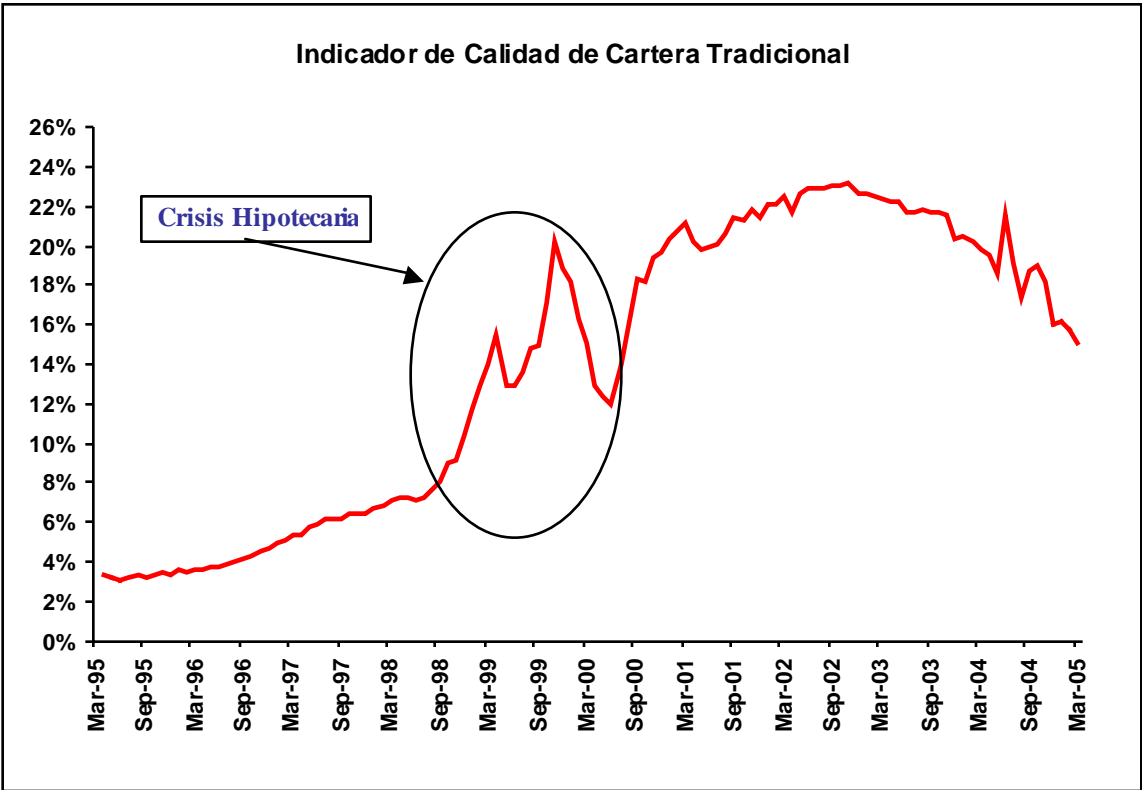


Gráfico E1. Fuente: Titularizadora Colombiana S.A.

## Anexo 2<sup>62</sup>

En Estados Unidos:

**Federal National Mortgage Association (Fannie Mae)**, que proporciona productos y servicios financieros que hacen posible que familias de recursos bajos o moderados compren vivienda; se considera que una de cada cinco hipotecas de casas en Estados Unidos está fondeada por Fannie Mae.

**Federal Home Loan Mortgage Corporation (Freddie Mac)**, que desde 1970 es competencia de Fannie Mae, y desde entonces ha ganado un importante terreno en ese mercado. Su misión es desarrollar el mercado secundario de hipotecas y expandir las oportunidades para adquirir vivienda, asegurando un flujo constante de fondos a las entidades de crédito.

**Government National Mortgage Association (Ginnie Mae)**, es una corporación de propiedad directa del Gobierno que desarrolla el mercado secundario de hipotecas garantizadas por éste. Estas entidades tienen una misión pública, aunque con excepción de Ginnie Mae son de propiedad privada, razón por la cual el Gobierno les otorga una garantía implícita. Esto les permite captar recursos a un costo inferior al de otras corporaciones que emiten papeles de calidad similar (Triple A).

En Canadá:

**Canada Mortgage & Housing Corporation (CHMC)**, la cual desde 1946 desarrolla nuevas maneras de financiar vivienda y ayuda a las personas de mayor edad e ingresos más bajos para tener viviendas saludables y seguras. La entidad tiene planes para discapacitados, hipersensitivos y para niños víctimas de la violencia familiar.

---

<sup>62</sup> [www.titularizadora.com](http://www.titularizadora.com)



En Asia:

**The Hong Kong Mortgage Corporation Limited (HLMC)**, creada en 1997 para facilitar el mercado secundario de hipotecas permitiendo a las entidades de crédito manejar efectivamente sus riesgos.

**Komoco**, que fue creada en 1999 para promover la economía coreana a través de la emisión de títulos para vender en el mercado de capitales y la transferencia de estos dineros a las entidades de crédito.

En América Latina el proceso de Titularización de Cartera Hipotecaria ha sido tardío. No fue sino hasta 1994 cuando fue introducida en Chile la *securitización* y desde entonces han nacido importantes entidades securitizadoras que operan en el mercado, entre las que se encuentran: BCI Securitizadora, BICE Securitizadora, Securitizadora Santander, Boston Securitizadora, Securitizadora Security, Transa Securitizadora, ABN Amro Securitizadora, Banedwards Securitizadora y la Securitizadora La Construcción. El mercado ha evolucionado a tal punto que de negociarse USD 8,000 Millones en 1996 se pasó a negociar USD 210,000 Millones en 2001<sup>63</sup>. En 1995, nació el mercado hipotecario en Argentina, el cual fue desarrollado por la Secretaría de Defensa de la Competencia y del Consumidor del Ministerio de la Economía, aunque la experiencia no fue satisfactoria ya que este nacimiento se dio en momentos de coyuntura económica que llevaron a proyectos como este a fracasar.

Por su parte, en México existe la Sociedad Hipotecaria Federal (SHF), cuyas principales labores incluyen otorgar préstamos y garantías, emitir seguros hipotecarios y buscar la estandarización de los créditos.

Por último, en Brasil, en 1997, se crea el SFI (Sistema Financiero Inmobiliario) que busca el desarrollo de un mercado de titularización, orientado al mercado y donde el Gobierno regula pero no interviene. Para ello se crean la Securitizadora de Créditos

---

<sup>63</sup> Giraldo, Liliana y Ricardo Vega (2002) Op.cit. p. 48

Inmobiliarios, los Certificados Receptivos Inmobiliarios: MBS y la Alienación Fiduciaria, que es una figura fiduciaria.

### Anexo 3

Flujo de caja y rendimiento real y contractual de los TIPS E-1 2007

Fecha	% Amort.	Saldo	Pago Capital	Pago Interés	Flujo Total
06-May-02					-107,081%
02-Jun-02	0,00%	100,00%	-	-	0,00%
02-Jul-02	0,00%	100,00%	-	-	0,00%
02-Ago-02	8,77%	91,23%	8,77%	1,71%	10,48%
02-Sep-02	3,43%	87,80%	3,43%	0,52%	3,94%
02-Oct-02	4,31%	83,49%	4,31%	0,50%	4,81%
02-Nov-02	3,78%	79,70%	3,78%	0,47%	4,26%
02-Dic-02	2,78%	76,93%	2,78%	0,45%	3,23%
02-Ene-03	4,27%	72,66%	4,27%	0,43%	4,70%
02-Feb-03	3,37%	69,29%	3,37%	0,41%	3,78%
02-Mar-03	4,62%	64,68%	4,62%	0,39%	5,01%
02-Abr-03	3,73%	60,95%	3,73%	0,37%	4,10%
02-May-03	3,38%	57,57%	3,38%	0,34%	3,72%
02-Jun-03	3,01%	54,56%	3,01%	0,33%	3,33%
02-Jul-03	2,57%	51,99%	2,57%	0,31%	2,87%
02-Ago-03	3,39%	48,61%	3,39%	0,29%	3,68%
02-Sep-03	2,99%	45,61%	2,99%	0,27%	3,27%
02-Oct-03	3,13%	42,48%	3,13%	0,26%	3,39%
02-Nov-03	2,71%	39,77%	2,71%	0,24%	2,95%
02-Dic-03	2,36%	37,41%	2,36%	0,22%	2,59%
02-Ene-04	2,88%	34,54%	2,88%	0,21%	3,09%
02-Feb-04	2,38%	32,16%	2,38%	0,20%	2,57%
02-Mar-04	2,35%	29,81%	2,35%	0,18%	2,53%
02-Abr-04	2,29%	27,53%	2,29%	0,17%	2,46%
02-May-04	2,25%	25,28%	2,25%	0,16%	2,40%
02-Jun-04	2,69%	22,59%	2,69%	0,14%	2,83%
02-Jul-04	2,88%	19,71%	2,88%	0,13%	3,01%
02-Ago-04	2,58%	17,13%	2,58%	0,11%	2,69%
02-Sep-04	2,35%	14,79%	2,35%	0,10%	2,44%
02-Oct-04	2,40%	12,39%	2,40%	0,08%	2,48%
02-Nov-04	2,16%	10,23%	2,16%	0,07%	2,23%
02-Dic-04	2,55%	7,68%	2,55%	0,06%	2,61%
02-Ene-05	3,15%	4,53%	3,15%	0,04%	3,19%
02-Feb-05	1,98%	2,54%	1,98%	0,03%	2,01%
02-Mar-05	2,35%	0,20%	2,35%	0,01%	2,36%
02-Abr-05	0,20%	0,00%	0,20%	0,00%	0,20%
				<b>TIR</b>	<b>1,51%</b>

Fecha	% Amort.	Saldo	Pago Capital	Pago Interés	Flujo Total
06-May-02					-107,08%
02-Jun-02	0,00%	100,00%	-	-	0,00%
02-Jul-02	0,00%	100,00%	-	-	0,00%
02-Ago-02	3,98%	96,02%	3,98%	1,71%	5,68%
02-Sep-02	1,50%	94,52%	1,50%	0,54%	2,04%
02-Oct-02	1,51%	93,01%	1,51%	0,53%	2,05%
02-Nov-02	1,52%	91,49%	1,52%	0,53%	2,05%
02-Dic-02	1,51%	89,98%	1,51%	0,52%	2,03%
02-Ene-03	1,50%	88,48%	1,50%	0,51%	2,01%
02-Feb-03	1,58%	86,90%	1,58%	0,50%	2,08%
02-Mar-03	1,55%	85,35%	1,55%	0,49%	2,04%
02-Abr-03	1,56%	83,79%	1,56%	0,48%	2,04%
02-May-03	1,60%	82,19%	1,60%	0,47%	2,07%
02-Jun-03	1,55%	80,64%	1,55%	0,46%	2,02%
02-Jul-03	1,63%	79,01%	1,63%	0,46%	2,09%
02-Ago-03	1,61%	77,40%	1,61%	0,45%	2,05%
02-Sep-03	1,61%	75,79%	1,61%	0,44%	2,05%
02-Oct-03	1,62%	74,17%	1,62%	0,43%	2,05%
02-Nov-03	1,63%	72,54%	1,63%	0,42%	2,05%
02-Dic-03	1,62%	70,93%	1,62%	0,41%	2,03%
02-Ene-04	1,61%	69,32%	1,61%	0,40%	2,01%
02-Feb-04	1,70%	67,62%	1,70%	0,39%	2,09%
02-Mar-04	1,65%	65,97%	1,65%	0,38%	2,03%
02-Abr-04	1,66%	64,31%	1,66%	0,37%	2,03%
02-May-04	1,71%	62,61%	1,71%	0,36%	2,07%
02-Jun-04	1,64%	60,97%	1,64%	0,35%	1,99%
02-Jul-04	1,73%	59,24%	1,73%	0,34%	2,07%
02-Ago-04	1,69%	57,55%	1,69%	0,33%	2,03%
02-Sep-04	1,70%	55,85%	1,70%	0,33%	2,03%
02-Oct-04	1,70%	54,15%	1,70%	0,32%	2,01%
02-Nov-04	1,71%	52,44%	1,71%	0,31%	2,01%
02-Dic-04	1,69%	50,75%	1,69%	0,30%	1,99%
02-Ene-05	1,67%	49,08%	1,67%	0,29%	1,96%
02-Feb-05	1,76%	47,32%	1,76%	0,28%	2,04%
02-Mar-05	1,72%	45,60%	1,72%	0,27%	1,98%
02-Abr-05	1,72%	43,89%	1,72%	0,26%	1,97%
02-May-05	1,75%	42,13%	1,75%	0,25%	2,00%
02-Jun-05	1,69%	40,45%	1,69%	0,24%	1,92%
02-Jul-05	1,78%	38,67%	1,78%	0,23%	2,00%
02-Ago-05	1,73%	36,94%	1,73%	0,22%	1,95%
02-Sep-05	1,74%	35,21%	1,74%	0,21%	1,95%
02-Oct-05	1,73%	33,48%	1,73%	0,20%	1,93%
02-Nov-05	1,74%	31,74%	1,74%	0,19%	1,93%
02-Dic-05	1,72%	30,02%	1,72%	0,18%	1,90%
02-Ene-06	1,70%	28,32%	1,70%	0,17%	1,87%
02-Feb-06	1,78%	26,53%	1,78%	0,16%	1,94%
02-Mar-06	1,74%	24,79%	1,74%	0,15%	1,89%
02-Abr-06	1,74%	23,05%	1,74%	0,14%	1,88%
02-May-06	1,79%	21,27%	1,79%	0,13%	1,92%
02-Jun-06	1,72%	19,55%	1,72%	0,12%	1,84%
02-Jul-06	1,82%	17,73%	1,82%	0,11%	1,93%
02-Ago-06	1,77%	15,96%	1,77%	0,10%	1,87%
02-Sep-06	1,78%	14,19%	1,78%	0,09%	1,87%
02-Oct-06	1,77%	12,42%	1,77%	0,08%	1,85%
02-Nov-06	1,78%	10,64%	1,78%	0,07%	1,85%
02-Dic-06	1,75%	8,88%	1,75%	0,06%	1,81%
02-Ene-07	1,74%	7,15%	1,74%	0,05%	1,79%
02-Feb-07	1,82%	5,33%	1,82%	0,04%	1,86%
02-Mar-07	1,77%	3,56%	1,77%	0,03%	1,80%
02-Abr-07	1,76%	1,80%	1,76%	0,02%	1,78%
02-May-07	1,80%	0,00%	1,80%	0,01%	1,81%
				<b>TIR</b>	<b>3,99%</b>

## Anexo 4

### Factorización o descomposición de Cholesky<sup>64</sup>

Supóngase un vector con  $N$  valores de  $\varepsilon$  del que se quiere mostrar una estructura de correlación  $V(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = R$ . Dado que la matriz  $R$  es simétrica real, ella puede descomponerse en sus Factores de *Cholesky*.

$$R = TT'$$

donde  $T$  es una matriz triangular baja con ceros en la esquina superior derecha.

Entonces, partimos desde un  $N$ -vector  $\eta$ , que se compone de variables independientes con todas las unidades de varianzas. En otras palabras,  $V(\eta) = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad con ceros en todas partes excepto en su diagonal. Enseguida, se construye la variable  $\varepsilon = T \eta$ . Su matriz de covarianza es  $V(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = E(T \eta \eta' T') = TE(\eta \eta')T' = TIT' = R$ . Así, se confirma que los valores de  $\varepsilon$  tienen las correlaciones deseadas.

A manera de ejemplo, considere un caso de 2 variables. La matriz se puede descomponer en

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \rho \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{12} \\ a_{11}a_{12} & a_{12}^2 + a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

Como la matriz de Cholesky es triangular, los factores se pueden encontrar mediante sustituciones sucesivas cambiando

$$a_{11}^2 = 1$$

$$a_{11}a_{12} = \rho$$

---

<sup>64</sup> Jorion, Philip (2001). Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk. McGraw Hill. New York, USA. pp. 304-305. Traducción realizada por los autores.

$$a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1$$

lo que lleva a

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ 0 & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix}$$

Y de hecho, esta es la forma de ver si las variables están correlacionadas obteniendo de

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

un sistema de dos ecuaciones con un conjunto de variables independientes  $\eta$ , que son transformadas en  $\varepsilon$ . En un conjunto de 2 variables se construye entonces un sistema:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \eta_1 \\ \varepsilon_2 &= \rho\eta_1 + (1-\rho^2)^{1/2}\eta_2 \end{aligned}$$

donde  $\rho$  es el coeficiente de correlación entre las variables  $\varepsilon$ .

## Anexo 4A

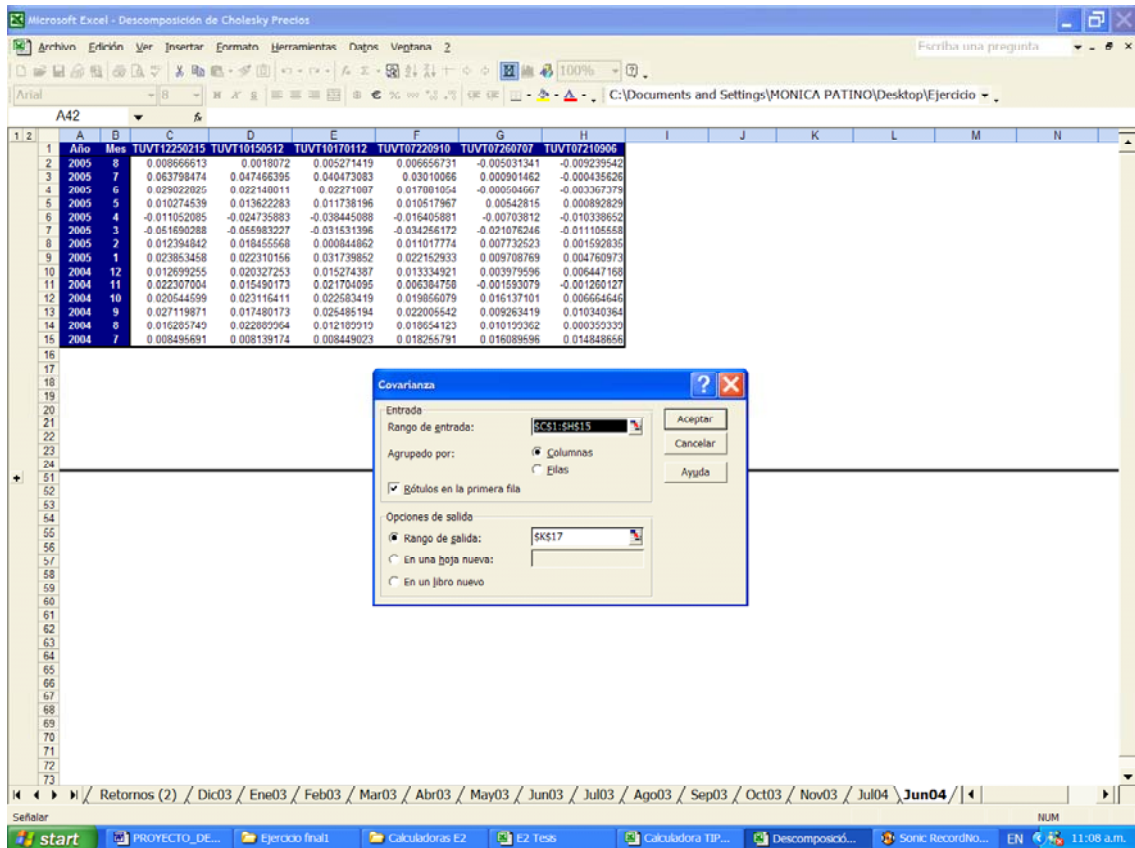
### Proceso de generación de retornos para TES UVR mediante descomposición de Cholesky

De la Tabla 2.6. se toman los datos hasta el mes de julio de 2004, fecha a partir de la cual todas las series presentan información hasta agosto de 2005. Se procede a calcular una matriz triangular inferior de varianza covarianza a través de la función de análisis de datos contenida en la hoja de cálculo electrónica Microsoft Excel.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled 'Descomposición de Cholesky Precios'. The data table is as follows:

1	2	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	Año	Mes	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906						
3	2005	8	0.008666613	0.0018072	0.005271419	0.006556731	-0.005031341	-0.009239542							
4	2005	7	0.063798474	0.047466395	0.040473083	0.03010096	0.000901462	-0.000435626							
5	2005	6	0.029022025	0.022140011	0.022716007	0.017001054	-0.000040667	-0.003367378							
6	2005	5	0.010274539	0.013622283	0.011738196	0.010517967	0.00542815	0.000892829							
7	2005	4	-0.011052085	-0.024735883	-0.038445088	-0.016405881	-0.00703812	-0.010338652							
8	2005	3	-0.051690288	-0.056983227	-0.031531396	-0.034256172	-0.021076246	-0.011105558							
9	2005	2	0.012394842	0.018455568	0.000844862	0.011017774	0.007732523	0.001592835							
10	2005	1	0.023853458	0.022310156	0.031739852	0.022152933	0.009708769	0.004760973							
11	2004	12	0.012699255	0.020327253	0.015274307	0.013334921	0.003979596	0.006447165							
12	2004	11	0.022307004	0.015450173	0.021704095	0.006394758	-0.001593079	-0.001250127							
13	2004	10	0.020544599	0.023116411	0.022583419	0.019856079	0.016137101	0.006864646							
14	2004	9	0.027119871	0.017480173	0.025485194	0.022005542	0.009263419	0.010340364							
15	2004	8	0.016285740	0.022889964	0.012189919	0.018654123	0.010199362	0.000359339							
16	2004	7	0.008495691	0.008139174	0.008449023	0.018255791	0.016089596	0.014848650							

The 'Análisis de datos' dialog box is open, showing the 'Covarianza' option selected under 'Funciones para análisis'. The dialog box includes buttons for 'Aceptar', 'Cancelar', and 'Ayuda'.



Se obtiene así la matriz triangular inferior, la cual se complementa a fin de correr sobre ella la descomposición de Cholesky.

	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906
TUVT12250215	0.000579343					
TUVT10150512	0.000546404	0.000567009				
TUVT10170112	0.000449242	0.000455547	0.000450626			
TUVT07220910	0.00035611	0.00037129	0.000313513	0.00026343		
TUVT07260707	0.00013156	0.000163132	0.000123592	0.000126371	9.2258E-05	
TUVT07210906	7.77468E-05	9.84297E-05	9.10722E-05	8.26532E-05	6.13934E-05	5.43467E-05

Matriz CoVar	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906
TUVT12250215	0.000579343	0.000546404	0.000449242	0.00035611	0.00013156	7.77468E-05
TUVT10150512	0.000546404	0.000567009	0.000455547	0.00037129	0.000163132	9.84297E-05
TUVT10170112	0.000449242	0.000455547	0.000450626	0.000313513	0.000123592	9.10722E-05
TUVT07220910	0.00035611	0.00037129	0.000313513	0.00026343	0.000126371	8.26532E-05
TUVT07260707	0.00013156	0.000163132	0.000123592	0.000126371	9.2258E-05	6.13934E-05
TUVT07210906	7.77468E-05	9.84297E-05	9.10722E-05	8.26532E-05	6.13934E-05	5.43467E-05



Gracias a la macro suministrada por Javier Sánchez, analista senior de riesgo de crédito de la Titularizadora Colombiana, se corre el proceso que genera la matriz  $T$  de Cholesky.

Matriz Co Var	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906
TUVT 12250215	0.000579343	0.000546404	0.000449242	0.00035611	0.00013156	7.77468E-05
TUVT 10150512	0.000546404	0.000567009	0.000455547	0.00037129	0.000163132	9.84297E-05
TUVT 10170112	0.000449242	0.000455547	0.000450626	0.000313513	0.000123592	9.10722E-05
TUVT 07220910	0.00035611	0.00037129	0.000313513	0.00026343	0.000126371	8.26532E-05
TUVT 07260707	0.00013156	0.000163132	0.000123592	0.000126371	9.2258E-05	6.13934E-05
TUVT 07210906	7.77468E-05	9.84297E-05	9.10722E-05	8.26532E-05	6.13934E-05	5.43467E-05

Matriz T	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906
TUVT 12250215	0.024069542	0	0	0	0	0
TUVT 10150512	0.022701042	0.007188334	0	0	0	0
TUVT 10170112	0.018664345	0.004430343	0.009090696	0	0	0
TUVT 07220910	0.014795057	0.004928391	0.001709233	0.004162371	0	0
TUVT 07260707	0.005465824	0.005432697	-0.00027426	0.004612296	0.003394127	0
TUVT 07210906	0.003230092	0.003492217	0.001684465	0.003549329	0.002609686	0.00307766

Choleski

Se construye la matriz  $Z$  de números aleatorios con  $N\sim(0,1)$ , la cual se multiplica por la matriz  $T$ , resultando así la matriz  $A$  de retornos sintéticos.

Matriz Co Var	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906
TUVT 12250215	0.000579343	0.000546404	0.000449242	0.00035611	0.00013156	7.77468E-05
TUVT 10150512	0.000546404	0.000567009	0.000455547	0.00037129	0.000163132	9.84297E-05
TUVT 10170112	0.000449242	0.000455547	0.000450626	0.000313513	0.000123592	9.10722E-05
TUVT 07220910	0.00035611	0.00037129	0.000313513	0.00026343	0.000126371	8.26532E-05
TUVT 07260707	0.00013156	0.000163132	0.000123592	0.000126371	9.2258E-05	6.13934E-05
TUVT 07210906	7.77468E-05	9.84297E-05	9.10722E-05	8.26532E-05	6.13934E-05	5.43467E-05

Matriz T	TUVT12250215	TUVT10150512	TUVT10170112	TUVT07220910	TUVT07260707	TUVT07210906
TUVT 12250215	0.024069542	0	0	0	0	0
TUVT 10150512	0.022701042	0.007188334	0	0	0	0
TUVT 10170112	0.018664345	0.004430343	0.009090696	0	0	0
TUVT 07220910	0.014795057	0.004928391	0.001709233	0.004162371	0	0
TUVT 07260707	0.005465824	0.005432697	-0.00027426	0.004612296	0.003394127	0
TUVT 07210906	0.003230092	0.003492217	0.001684465	0.003549329	0.002609686	0.00307766

Choleski

Z	T x Z = A
1.055223375	0.025398743
-0.260585449	0.022081495
-0.94219858	0.009975329
0.498456214	0.014792146
0.595683926	0.008931245
0.328999771	0.005247629

A'	0.025398743	0.022081495	0.009975329	0.014792146	0.008931245	0.005247629

Los valores obtenidos se adicionan a la tabla inicial de retornos únicamente para aquellas series que no cuenten con un retorno para el mes calculado. Es decir, si para

junio de 2004 solo faltaba el dato del TES con vencimiento en enero de 2012, solo se adiciona ese valor en la tabla; el resto de valores son los obtenidos de los precios de mercado.

El proceso se corre sucesivamente, calculando nuevas tablas de varianza covarianza a medida se adicionan retornos.

## Anexo 4B

### Código de la macro generadora de la descomposición de Cholesky

```
Option Explicit
Sub simretornos()
    Returnos.Show
End Sub
Sub retorno()
    Application.ScreenUpdating = False
    Dim j As Variant
    Dim copiar As Range
    Set copiar = Range("h12:an12")

    Sheets("Estadísticas").Select
    Range("G13").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
    Selection.ClearContents

    For j = 1 To Returnos.Iteraciones.Value

        copiar.Copy
        ActiveCell.Offset(j - 1, 0).Value = j
        ActiveCell.Offset(j - 1, 1).Select
        ActiveSheet.PasteSpecial Format:=3, Link=1, Display AsIcon:=False, _
            IconFileName:=False
        Range("g13").Activate
        Returnos.progreso.Value = j
    Next j

    Application.ScreenUpdating = True

End Sub

Sub CholCalc()
    UserForm1.Show
End Sub

Function choldc(a() As Single, ByVal n As Integer, vol() As Single) As Integer
    Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer
    Dim sum As Single

    For i = 1 To n
        For j = i To n
            sum = a(i, j)
            For k = i - 1 To 1 Step -1
                sum = sum - a(i, k) * a(j, k)
            Next
            If (i = j) Then
                If (sum <= 0#) Then choldc = -1: Exit Function
                vol(i) = Sqr(sum)
            Else
                a(j, i) = sum / vol(i)
            End If
        Next
    Next
    For i = 1 To n
        a(i, i) = vol(i)
        For j = i + 1 To n
            a(i, j) = 0
        Next
    Next
Next
```

```

choldc = 0
End Function

Sub CalculateCholesky()
Dim aRng As Range, bRng As Range, txtstr As String, aSht As Worksheet, bSht As Worksheet
Dim sigma() As Single, vols() As Single
Dim i As Integer, j As Integer, aObj As Object
Dim nstock As Integer
txtstr = UserForm1.RefEdit1.Text
If (txtstr = "") Then
    MsgBox "Please specify an input range"
    Exit Sub
End If
i = InStr(txtstr, "!")
Set aSht = Worksheets(Left$(txtstr, i - 1))
txtstr = Right$(txtstr, Len(txtstr) - i)
Set aRng = aSht.Range(txtstr)
txtstr = UserForm1.RefEdit2.Text
If (txtstr = "") Then
    MsgBox "Please specify an output range"
    Exit Sub
End If
i = InStr(txtstr, "!")
Set bSht = Worksheets(Left$(txtstr, i - 1))
txtstr = Right$(txtstr, Len(txtstr) - i)
Set bRng = aSht.Range(txtstr)

nstock = aRng.Rows.Count
If (nstock <> aRng.Columns.Count) Then
    MsgBox "Number of rows must equal number of columns"
    Exit Sub
End If
ReDim sigma(nstock, nstock)
For i = 1 To nstock
    For j = 1 To nstock
        sigma(i, j) = aRng.Cells(i, j).Value
    Next
Next
ReDim vols(nstock)
i = choldc(sigma(), ByVal nstock, vols())
If (i = -1) Then
    MsgBox "Singular Matrix"
    Exit Sub
End If
For i = 1 To nstock
    For j = 1 To nstock
        bRng.Cells(i, j).Value = sigma(i, j)
    Next
Next
Next
End Sub

```

## Anexo 5

### Salidas de SPSS 13.0 para el modelo inicial

TES Feb/15

#### Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	,0030655	,03233142	33
TUVT12250215	,0066297	,02595570	33

#### Correlations

		TIPS	TUVT12250215
Pearson Correlation	TIPS	1,000	,166
	TUVT12250215	,166	1,000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	,179
	TUVT12250215	,179	.
N	TIPS	33	33
	TUVT12250215	33	33

#### Model Summary<sup>b</sup>

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,166 <sup>a</sup>	,027	-,004	,03239542	3,007

a. Predictors: (Constant), TUVT12250215

b. Dependent Variable: TIPS

#### ANOVA<sup>b</sup>

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,001	1	,001	,874	,357 <sup>a</sup>
	Residual	,033	31	,001		
	Total	,033	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT12250215

b. Dependent Variable: TIPS

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,002	,006		,292	,773	-,010	,014
	TUVT12250215	,206	,221	,166	,935	,357	-,244	,656

a. Dependent Variable: TIPS

**TES May/12**

**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	,0030655	,03233142	33
TUVT10150512	,0033956	,02798015	33

**Correlations**

		TIPS	TUVT10150512
Pearson Correlation	TIPS	1,000	,045
	TUVT10150512	,045	1,000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	,401
	TUVT10150512	,401	.
N	TIPS	33	33
	TUVT10150512	33	33

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,045 <sup>a</sup>	,002	-,030	,03281497	2,924

a. Predictors: (Constant), TUVT10150512

b. Dependent Variable: TIPS

**ANOVA<sup>b</sup>**

Mode		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,000	1	,000	,064	,802 <sup>a</sup>
	Residual	,033	31	,001		
	Total	,033	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT10150512

b. Dependent Variable: TIPS

**Coefficients<sup>a</sup>**

Mode		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,003	,006		,502	,619	-,009	,015
	TUVT10150512	,052	,207	,045	,253	,802	-,370	,475

**TES Enc/12**

**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	,0030655	,03233142	33
TUVT10170112	,0034492	,02048411	33

**Correlations**

		TIPS	TUVT10170112
Pearson Correlation	TIPS	1,000	-,067
	TUVT10170112	-,067	1,000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	,355
	TUVT10170112	,355	.
N	TIPS	33	33
	TUVT10170112	33	33

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,067 <sup>a</sup>	,005	-,028	,03277418	2,804

a. Predictors: (Constant), TUVT10170112

b. Dependent Variable: TIPS

**ANOVA<sup>b</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,000	1	,000	,141	,710 <sup>a</sup>
	Residual	,033	31	,001		
	Total	,033	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT10170112

b. Dependent Variable: TIPS

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,003	,006		,593	,557	-,008	,015
	TUVT10170112	-,106	,283	-,067	-,376	,710	-,683	,471

**TES Sep/10 – El de mejor ajuste inicial**

**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	,0030655	,03233142	33
TUVT07220910	,0007911	,02423220	33



### Correlations

		TIPS	TUVT07220910
Pearson Correlation	TIPS	1,000	,360
	TUVT07220910	,360	1,000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	,020
	TUVT07220910	,020	.
N	TIPS	33	33
	TUVT07220910	33	33

### Model Summary<sup>b</sup>

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,360 <sup>a</sup>	,129	,101	,03065103	2,781

a. Predictors: (Constant), TUVT07220910

b. Dependent Variable: TIPS

### ANOVA<sup>b</sup>

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,004	1	,004	4,605	,040 <sup>a</sup>
	Residual	,029	31	,001		
	Total	,033	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT07220910

b. Dependent Variable: TIPS

### Coefficients<sup>a</sup>

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,003	,005		,503	,618	-,008	,014
	TUVT07220910	,480	,224	,360	2,146	,040	,024	,936

**Casewise Diagnostics<sup>a</sup>**

Case Number	Std. Residual	TIPS	Predicted Value	Residual
7	-1,234	-,02986	,0079726	-.037830
12	-1,014	-,01785	,0132448	-.031091
26	1,042	,02957	-,0023745	.0319451
28	1,217	,02184	-,0154776	.0373150
29	-1,747	-,07404	-,0205002	-.053545
30	1,692	,06915	,0172995	.0518466
31	-2,526	-,08623	-,0087877	-.077439
32	1,368	,04885	,0069284	.0419188
33	1,971	,05136	-,0090704	.0604266

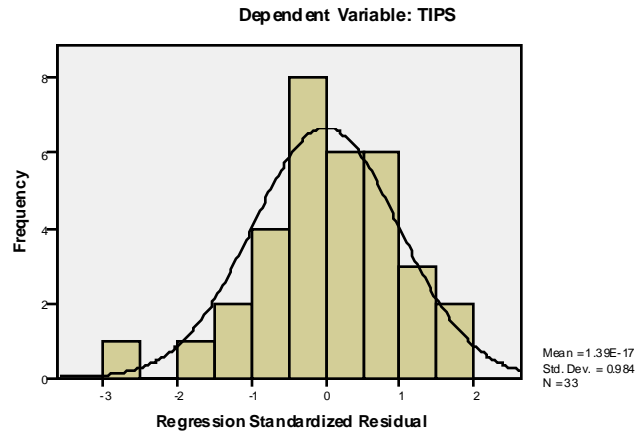
a. Dependent Variable: TIPS

**Residuals Statistics<sup>a</sup>**

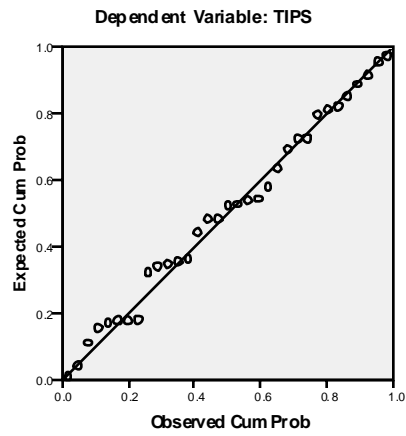
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	-,0335686	,0172995	,0030655	,01162729	33
Residual	-.077439	.0604266	.0000000	,03016830	33
Std. Predicted Value	-3,151	1,224	,000	1,000	33
Std. Residual	-2,526	1,971	,000	,984	33

a. Dependent Variable: TIPS

Histogram

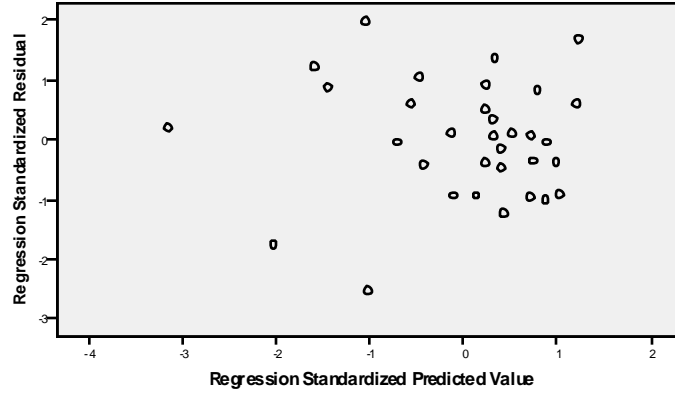


Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual



Scatterplot

Dependent Variable: TIPS



**Anexo 5A**

**Salidas de SPSS 13.0 para serie construida de precios TIPS E-2**

**TES May/12**

**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	.0004008	.01757589	33
TUVT10150512	.0033956	.02798015	33

**Correlations**

		TIPS	TUVT101 50512
Pearson Correlation	TIPS	1.000	.777
	TUVT101 50512	.777	1.000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	.000
	TUVT101 50512	.000	.
N	TIPS	33	33
	TUVT101 50512	33	33

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.777 <sup>a</sup>	.603	.591	.01124441	2.035

a. Predictors: (Constant), TUVT10150512

b. Dependent Variable: TIPS

**ANOVA<sup>b</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	.006	1	.006	47.183	.000 <sup>a</sup>
	Residual	.004	31	.000		
	Total	.010	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT10150512

b. Dependent Variable: TIPS

Coefficients<sup>a</sup>

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-.001	.002		-.637	.529	-.005	.003
	TUVT10150512	.488	.071	.777	6.869	.000	.343	.633

a. Dependent Variable: TIPS

Casewise Diagnostics<sup>a</sup>

Case Number	Std. Residual	TIPS	Predicted Value	Residual
1	-.683	-.00805	-.0003743	-.007680
2	-1.391	.00626	.0219066	-.015645
3	-.453	.00446	.0095516	-.005091
4	-.788	-.00347	.0053912	-.008858
5	1.369	.00206	-.0133268	.0153912
6	-.166	-.03044	-.0285750	-.001862
7	-.224	.00524	.0077498	-.002514
8	-.787	.00078	.0096308	-.008850
9	-.148	.00699	.0086631	-.001669
10	-.041	.00584	.0063027	-.000465
11	-.458	.00487	.0100242	-.005153
12	.217	.00971	.0072738	.0024376
13	.211	.01228	.0099137	.0023685
14	.933	.01320	.0027156	.0104873
15	-.333	.00379	.0075305	-.003745
16	-1.511	-.06557	-.0485840	-.016988
17	.776	.01376	.0050366	.0087253
18	-1.310	-.01394	.0007834	-.014728
19	.685	.00776	.0000538	.0077029
20	.732	.02119	.0129500	.0082360
21	1.177	.01243	-.0008085	.0132341
22	.064	-.00064	-.0013659	.0007221
23	.075	-.00244	-.0032905	.0008475
24	.406	.00217	-.0024013	.0045702
25	.539	.00014	-.0059209	.0060599
26	.570	-.00859	-.0149970	.0064108
27	-1.130	.00452	.0172224	-.012701
28	-.236	.00847	.0111240	-.002651
29	-.005	.00127	.0013213	-.000053
30	-2.542	-.04503	-.0164457	-.028588
31	2.181	.01929	-.0052392	.0245289
32	1.836	.00941	-.0112437	.0206491
33	.433	.01552	.0106549	.0048699

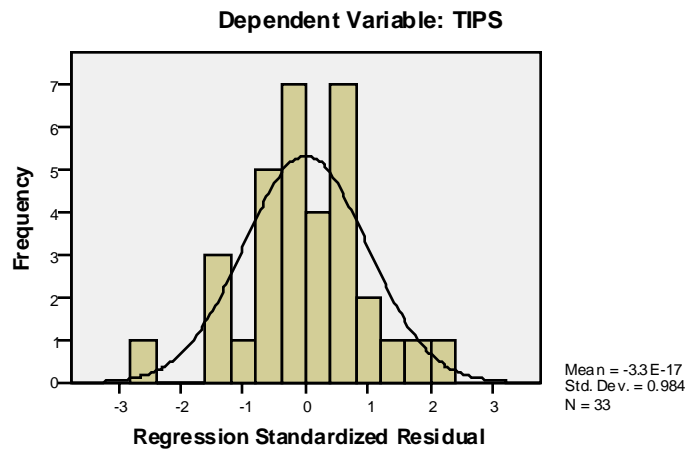
a. Dependent Variable: TIPS

### Residuals Statistics<sup>a</sup>

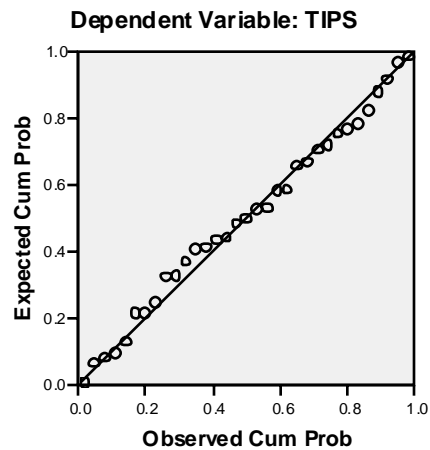
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	-.0485840	.0219066	.0004008	.01365380	33
Residual	-.028588	.0245289	.000000	.01106732	33
Std. Predicted Value	-3.588	1.575	.000	1.000	33
Std. Residual	-2.542	2.181	.000	.984	33

a. Dependent Variable: TIPS

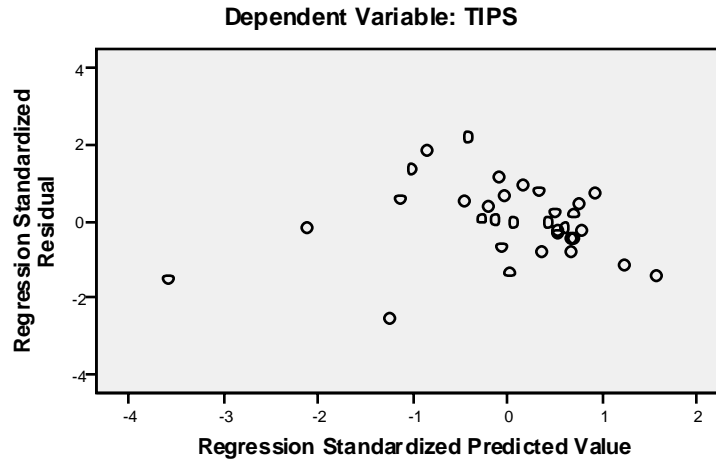
### Histogram



### Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual



**Scatterplot**



**TES Jul/07**

**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	.0004008	.01757589	33
TUVT07260707	.0014296	.01522345	33

**Correlations**

		TIPS	TUVT07260707
Pearson Correlation	TIPS	1.000	.804
	TUVT07260707	.804	1.000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	.000
	TUVT07260707	.000	.
N	TIPS	33	33
	TUVT07260707	33	33

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.804 <sup>a</sup>	.646	.635	.01062009	2.819

a. Predictors: (Constant), TUVT07260707

b. Dependent Variable: TIPS



**ANOVA<sup>b</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	.006	1	.006	56.645	.000 <sup>a</sup>
	Residual	.003	31	.000		
	Total	.010	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT07260707

b. Dependent Variable: TIPS

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-.001	.002		-.499	.622	-.005	.003
	TUVT07260707	.928	.123	.804	7.526	.000	.677	1.180

a. Dependent Variable: TIPS

**Casewise Diagnostics<sup>a</sup>**

Case Number	Std. Residual	TIPS	Predicted Value	Residual
1	-.231	-.00805	-.0055959	-.002458
2	.598	.00626	-.0000894	.0063508
3	.551	.00446	-.0013945	.0058547
4	-.714	-.00347	.0041121	-.007579
5	.897	.00206	-.0074585	.0095229
6	-.937	-.03044	-.0204881	-.009949
7	-.096	.00524	.0062509	-.001016
8	-.688	.00078	.0080852	-.007304
9	.398	.00699	.0027676	.0042270
10	.776	.00584	-.0024047	.0082424
11	-.864	.00487	.0140517	-.009180
12	.192	.00971	.0076719	.0020396
13	.352	.01228	.0085406	.0037417
14	-.076	.01320	.0140076	-.000805
15	-.219	.00379	.0061085	-.002323
16	-1.722	-.06557	-.0472861	-.018286
17	2.832	.01376	-.0163119	.0300739
18	-1.264	-.01394	-.0005167	-.013428
19	.580	.00776	.0016014	.0061553
20	-.574	.02119	.0272781	-.006092
21	.247	.01243	.0098025	.0026230
22	-.124	-.00064	.0006685	-.001312
23	.561	-.00244	-.0084002	.0059571
24	-.440	.00217	.0068390	-.004670
25	-.351	.00014	.0038718	-.003733
26	-.689	-.00859	-.0012715	-.007315
27	1.450	.00452	-.0108816	.0154025
28	.210	.00847	.0062384	.0022350
29	1.472	.00127	-.0143657	.0156335
30	-2.312	-.04503	-.0204808	-.024553
31	-.892	.01929	.0287577	-.009468
32	.075	.00941	.0086116	.0007937
33	1.000	.01552	.0049075	.0106174

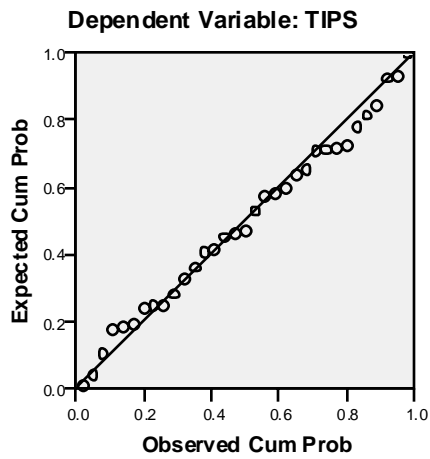
a. Dependent Variable: TIPS

**Residuals Statistics<sup>a</sup>**

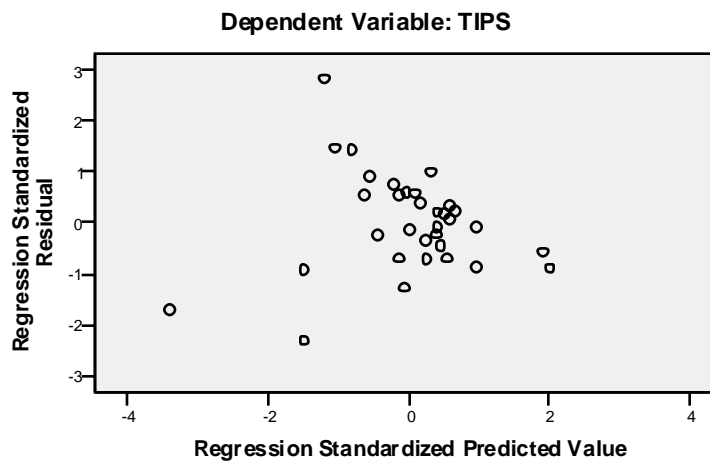
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	-.0472861	.0287577	.0004008	.01412976	33
Residual	-.024553	.0300739	.0000000	.01045284	33
Std. Predicted Value	-3.375	2.007	.000	1.000	33
Std. Residual	-2.312	2.832	.000	.984	33

a. Dependent Variable: TIPS

**Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual**



**Scatterplot**



**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
TIPS	.0004008	.01757589	33
TUVT07210906	.0010984	.01390820	33

**Correlations**

		TIPS	TUVT07210906
Pearson Correlation	TIPS	1.000	.827
	TUVT07210906	.827	1.000
Sig. (1-tailed)	TIPS	.	.000
	TUVT07210906	.000	.
N	TIPS	33	33
	TUVT07210906	33	33

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.827 <sup>a</sup>	.683	.673	.01004634	2.799

a. Predictors: (Constant), TUVT07210906

b. Dependent Variable: TIPS

**ANOVA<sup>b</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	.007	1	.007	66.942	.000 <sup>a</sup>
	Residual	.003	31	.000		
	Total	.010	32			

a. Predictors: (Constant), TUVT07210906

b. Dependent Variable: TIPS

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-.001	.002		-.426	.673	-.004	.003
	TUVT07210906	1.045	.128	.827	8.182	.000	.784	1.305

a. Dependent Variable: TIPS

**Casewise Diagnostics<sup>a</sup>**

Case Number	Std. Residual	TIPS	Predicted Value	Residual
1	.233	-.00805	-.0103997	.0023454
2	.743	.00626	-.0012018	.0074633
3	.868	.00446	-.0042648	.0087250
4	-.364	-.00347	.0001861	-.003653
5	1.355	.00206	-.0115480	.0136124
6	-1.800	-.03044	-.0123492	-.018088
7	.430	.00524	.0009174	.0043179
8	-.343	.00078	.0042273	-.003446
9	.100	.00699	.0059889	.0010057
10	.786	.00584	-.0020632	.0079009
11	-.134	.00487	.0062162	-.001345
12	-.034	.00971	.0100564	-.000345
13	1.260	.01228	-.0003713	.0126535
14	-.156	.01320	.0147664	-.001563
15	.010	.00379	.0036871	.0000985
16	-2.154	-.06557	-.0439289	-.021643
17	2.385	.01376	-.0102027	.0239647
18	-1.370	-.01394	-.0001773	-.013767
19	.437	.00776	.0033665	.0043902
20	-.483	.02119	.0260421	-.004856
21	.569	.01243	.0067075	.0057180
22	-.194	-.00064	.0013003	-.001944
23	.866	-.00244	-.0111388	.0086957
24	-.999	.00217	.0122079	-.010039
25	-.422	.00014	.0043812	-.004242
26	-.155	-.00859	-.0070300	-.001556
27	.338	.00452	.0011230	.0033980
28	.924	.00847	-.0008141	.0092874
29	.652	.00127	-.0052821	.0065499
30	-1.119	-.04503	-.0337898	-.011244
31	-.603	.01929	.0253450	-.006055
32	-1.951	.00941	.0290098	-.019604
33	.325	.01552	.0122601	.0032648

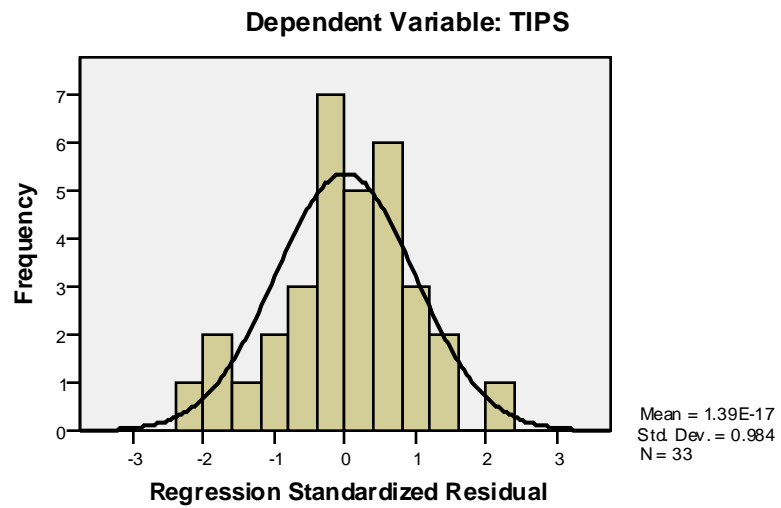
a. Dependent Variable: TIPS

### Residuals Statistics<sup>a</sup>

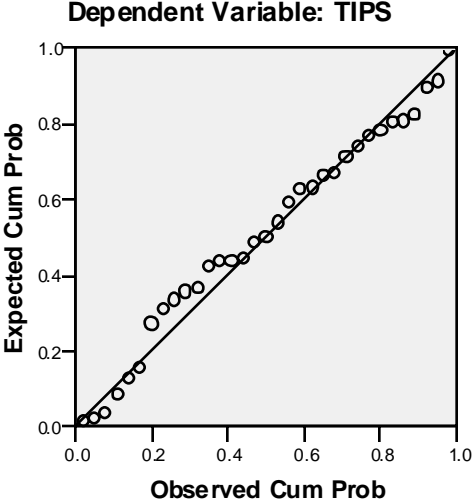
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	-.0439289	.0290098	.0004008	.01453056	33
Residual	-.021643	.0239647	.000000	.00988812	33
Std. Predicted Value	-3.051	1.969	.000	1.000	33
Std. Residual	-2.154	2.385	.000	.984	33

a. Dependent Variable: TIPS

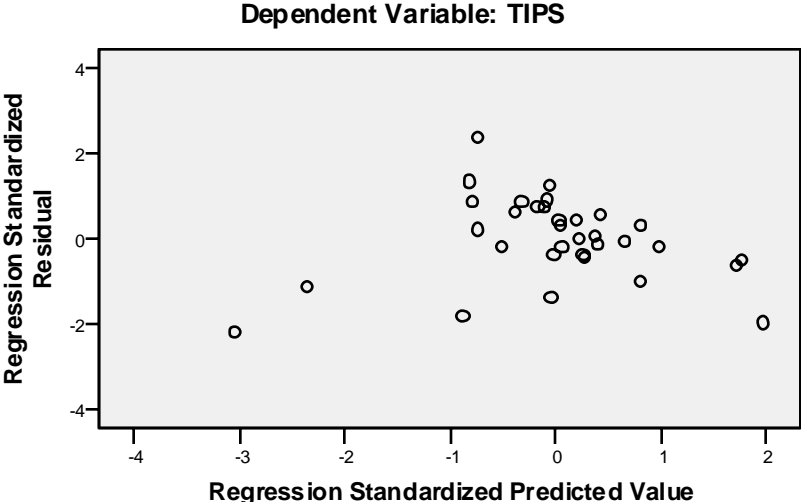
### Histogram



**Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual**



**Scatterplot**




## Anexo 6

### Calculadora TIPS E-2 – Agosto de 2005 – Cálculos de duración modificada

En nivel de prepago medio alto

"Titularizadora Colombiana S.A publica el presente documento con un carácter estrictamente informativo para los inversionistas. Aunque la información aquí contenida ha sido obtenida de fuentes que la compañía considera confiables, Titularizadora Colombiana S.A no garantiza su exactitud. En ningún caso su contenido se puede considerar como una opinión financiera o legal ni como una recomendación de negocios o de inversión por parte de nuestra compañía. Tampoco puede ser considerado como una invitación a realizar negocios ni como una oferta para comprar o vender ningún tipo de valor. En ningún caso Titularizadora Colombiana S.A asume responsabilidad por las decisiones de inversión que se tomen, o el resultado de cualquier operación que se efectúe por parte de los destinatarios o de terceras personas, sobre la información aquí contenida. Tal responsabilidad es exclusiva de los inversionistas que hagan uso de ella. Dicha información puede tener variaciones posteriores a la fecha de su publicación razón por la cual Titularizadora Colombiana S.A se reserva el derecho de modificarla o actualizarla en cualquier tiempo y sin previo aviso."



### CALCULADORA PRECIO CON PREPAGOS TIPS E-2

Fecha de Emisión (dd/mm/aaaa)	18/11/2002
Fecha de Cumplimiento (dd/mm/aaaa)	18/08/2005
Última fecha de pago (dd/mm/aaaa)	18/08/2005

CELIDAS MODIFICABLES EN ROJO

TASA CUPON	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
EFFECTIVA ANUAL	7.00%	7.50%	8.25%
TASA MV	0.5654%	0.6045%	0.6628%
TV	1.7059%	1.8245%	2.0016%

Vida Promedio Restante	Meses	Años
Serie A-2007	1.00	0.08
Serie A-2012	24.99	2.08
Serie A-2017	79.00	6.58

TASA DE DESCUENTO	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
EFFECTIVA ANUAL	7.00%	7.50%	8.25%
PRECIO SUCIO / Vr			
Nominal Inicial	1.548	100.000	100.000
PRECIO SUCIO / Vr			
Nominal Actual	100.000	100.000	100.000

Vida Promedio Desde Emisión	Meses	Años
Serie A-2007	16.73	1.39
Serie A-2012	57.99	4.83
Serie A-2017	112.00	9.33

Duración Macaulay	Meses	Años
Serie A-2007	1.00	0.08
Serie A-2012	22.60	1.88
Serie A-2017	61.50	5.12

Duración Modificada	Meses	Años
Serie A-2007	0.93	0.08
Serie A-2012	21.02	1.75
Serie A-2017	56.81	4.73

**CALCULAR TIR CONTRACTUAL DESDE PRECIO SUCIO Y FLUJO CONTRACTUAL**

\*Nivel de Prepagos\*

Flujo Contractual

Nivel Bajo

Nivel Medio - Bajo

Nivel Medio

Nivel Medio - Alto

Nivel Alto

\*Nivel de Prepagos

**Nivel Bajo: Percentil 5**  
El 5% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Medio-Bajo: Percentil 25**  
El 25% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Medio: Percentil 50**  
El 50% de las veces el nivel de prepago es menor


**Nivel Medio-Alto: Percentil 75**  
El 75% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Alto: Percentil 95**  
El 95% de las veces el nivel de prepago es menor

Tabla de Amortización			
FECHA	TIPS A-2007	TIPS A-2012	TIPS A-2017
18/12/2002	0.000000%	0.000000%	0.000000%
18/01/2003	0.000000%	0.000000%	0.000000%
18/02/2003	8.1960340%	0.000000%	0.000000%
18/03/2003	3.7803740%	0.000000%	0.000000%
18/04/2003	3.7981550%	0.000000%	0.000000%
18/05/2003	3.1199830%	0.000000%	0.000000%
18/06/2003	3.6158920%	0.000000%	0.000000%
18/07/2003	3.4411780%	0.000000%	0.000000%
18/08/2003	2.9102360%	0.000000%	0.000000%
18/09/2003	3.4161470%	0.000000%	0.000000%
18/10/2003	2.9613350%	0.000000%	0.000000%
18/11/2003	2.6909360%	0.000000%	0.000000%
18/12/2003	3.1119810%	0.000000%	0.000000%
18/01/2004	3.5929010%	0.000000%	0.000000%
18/02/2004	2.9621530%	0.000000%	0.000000%
18/03/2004	3.1777490%	0.000000%	0.000000%
18/04/2004	3.0510690%	0.000000%	0.000000%
18/05/2004	2.9987120%	0.000000%	0.000000%
18/06/2004	2.8584250%	0.000000%	0.000000%
18/07/2004	2.4998610%	0.000000%	0.000000%
18/08/2004	2.8969400%	0.000000%	0.000000%
18/09/2004	4.6254280%	0.000000%	0.000000%
18/10/2004	2.5345950%	0.000000%	0.000000%
18/11/2004	2.6053430%	0.000000%	0.000000%
18/12/2004	2.6215620%	0.000000%	0.000000%
18/01/2005	2.4316300%	0.000000%	0.000000%
18/02/2005	2.8662910%	0.000000%	0.000000%
18/03/2005	2.5872180%	0.000000%	0.000000%
18/04/2005	2.4294390%	0.000000%	0.000000%
18/05/2005	2.4574930%	0.000000%	0.000000%
18/06/2005	2.6496840%	0.000000%	0.000000%
18/07/2005	2.9767410%	0.000000%	0.000000%
18/08/2005	2.5867920%	0.000000%	0.000000%
18/09/2005	1.5477230%	0.7587170%	0.000000%

## En flujo contractual

\*Titularizadora Colombiana S.A publica el presente documento con un carácter estrictamente informativo para sus inversionistas. Aunque la información aquí contenida ha sido obtenida de fuentes que la compañía considera confiables, Titularizadora Colombiana S.A no garantiza su exactitud. En ningún caso su contenido se puede considerar como una opinión financiera o legal ni como una recomendación de negocios o de inversión por parte de nuestra compañía. Tampoco puede ser considerado como una invitación a realizar negocios ni como una oferta para comprar o vender ningún tipo de valor. En ningún caso Titularizadora Colombiana S.A asume responsabilidad por las decisiones de inversión que se tomen, o el resultado de cualquier operación que se deduce por parte de los destinatarios o de terceras personas, sobre la información aquí contenida. Tal responsabilidad es exclusiva de los inversionistas que hagan uso de ella. Dicha información puede tener variaciones posteriores a la fecha de su publicación razón por la cual Titularizadora Colombiana S.A se reserva el derecho de modificarla o actualizarla en cualquier tiempo y sin previo aviso.\*



### CALCULADORA PRECIO CON PREPAGOS TIPS E-2

Fecha de Emisión (d/d/mm/aaaa)	18/11/2002
Fecha de Cumplimiento (d/d/mm/aaaa)	18/08/2005
Última fecha de pago (d/d/mm/aaaa)	18/08/2005

CELIDAS MODIFICABLES EN ROJO

TASA CUPON	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
EFFECTIVA ANUAL	7.00%	7.50%	8.25%
TASA MV	0.5654%	0.6045%	0.6628%
TV	1.7059%	1.8245%	2.0016%

Vida Promedio Restante	Meses	Años
Serie A-2007	27.00	2.25
Serie A-2012	54.81	4.57
Serie A-2017	104.18	8.68

TASA DE DESCUENTO	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
EFFECTIVA ANUAL	7.00%	7.50%	8.25%
PRECIO SUCIO / Vr			
Nominal Inicial	1.548	100.000	100.000
PRECIO SUCIO / Vr			
Nominal Actual	100.000	100.000	100.000
	100.000	100.000	100.000

Vida Promedio Desde Emisión	Meses	Años
Serie A-2007	17.13	1.43
Serie A-2012	87.81	7.32
Serie A-2017	137.18	11.43

Duración Macaulay	Meses	Años
Serie A-2007	25.12	2.09
Serie A-2012	46.19	3.85
Serie A-2017	75.32	6.28

Duración Modificada	Meses	Años
Serie A-2007	23.47	1.96
Serie A-2012	42.97	3.58
Serie A-2017	69.58	5.80

**CALCULAR TIR CONTRACTUAL DESDE PRECIO SUCIO Y FLUJO CONTRACTUAL**

\*Nivel de Prepagos\*

Flujo Contractual

Nivel Bajo

Nivel Medio - Bajo

Nivel Medio

Nivel Medio - Alto

Nivel Alto

\*Nivel de Prepagos

**Nivel Bajo: Percentil 5**  
El 5% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Medio-Bajo: Percentil 25**  
El 25% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Medio: Percentil 50**  
El 50% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Medio-Alto: Percentil 75**  
El 75% de las veces el nivel de prepago es menor

**Nivel Alto: Percentil 95**  
El 95% de las veces el nivel de prepago es menor

Tabla de Amortización			
FECHA	TIPS A-2007	TIPS A-2012	TIPS A-2017
18/12/2002	0.000000%	0.000000%	0.000000%
18/01/2003	0.000000%	0.000000%	0.000000%
18/02/2003	8.1960340%	0.000000%	0.000000%
18/03/2003	3.7803740%	0.000000%	0.000000%
18/04/2003	3.7981550%	0.000000%	0.000000%
18/05/2003	3.1199830%	0.000000%	0.000000%
18/06/2003	3.6158920%	0.000000%	0.000000%
18/07/2003	3.4411780%	0.000000%	0.000000%
18/08/2003	2.9102360%	0.000000%	0.000000%
18/09/2003	3.4161470%	0.000000%	0.000000%
18/10/2003	2.9613350%	0.000000%	0.000000%
18/11/2003	2.6909360%	0.000000%	0.000000%
18/12/2003	3.1119810%	0.000000%	0.000000%
18/01/2004	3.5929010%	0.000000%	0.000000%
18/02/2004	2.9621530%	0.000000%	0.000000%
18/03/2004	3.1777490%	0.000000%	0.000000%
18/04/2004	3.0510690%	0.000000%	0.000000%
18/05/2004	2.9987120%	0.000000%	0.000000%
18/06/2004	2.8584250%	0.000000%	0.000000%
18/07/2004	2.4998610%	0.000000%	0.000000%
18/08/2004	2.8969400%	0.000000%	0.000000%
18/09/2004	4.6254280%	0.000000%	0.000000%
18/10/2004	2.5345950%	0.000000%	0.000000%
18/11/2004	2.6053430%	0.000000%	0.000000%
18/12/2004	2.6215620%	0.000000%	0.000000%
18/01/2005	2.4316300%	0.000000%	0.000000%
18/02/2005	2.8662910%	0.000000%	0.000000%
18/03/2005	2.5872180%	0.000000%	0.000000%
18/04/2005	2.4294390%	0.000000%	0.000000%
18/05/2005	2.4574930%	0.000000%	0.000000%
18/06/2005	2.6496840%	0.000000%	0.000000%
18/07/2005	2.9767410%	0.000000%	0.000000%
18/08/2005	2.5867920%	0.000000%	0.000000%
18/09/2005	0.000000%	0.000000%	0.000000%



## Anexo 7

### Generación de series de precios para TIPS E-2

A partir de un modelo de valoración montado en Microsoft Excel, se toma el escenario de prepago medio alto para noviembre de 2002. Con la curva cero cupón UVR calculada a partir de la metodología Nelson & Siegel y proporcionada por el servicio INFOVAL de la Bolsa de Valores de Colombia, se descuentan los flujos proyectados. Conociendo el precio de emisión, se aplica un algoritmo de optimización que resuelva el término *MARGEN* la siguiente ecuación:

$$P = \left[ \frac{F_1}{[(1 + TR_1)(1 + MARGEN)]^{n_1/365}} + \frac{F_2}{[(1 + TR_2)(1 + MARGEN)]^{n_2/365}} + \dots + \frac{F_k}{[(1 + TR_k)(1 + MARGEN)]^{n_k/365}} \right]$$

Donde:

*P*: Precio

*F<sub>k</sub>*: Flujo en el día *k*

*TR<sub>k</sub>*: Tasa cero cupón en el día *k*

*n<sub>k</sub>*: Días transcurridos entre la fecha de emisión y el momento del flujo *F<sub>k</sub>*, con base 365.

Mediante la función “Buscar Objetivo” de Microsoft Excel se obtiene el valor del margen sobre la curva cero cupón. El resultado fue -1.6359%. Manteniendo ese margen fijo, se procede a calcular precios con la curva cero cupón de fin de mes para cada uno de los meses del período de análisis, afectada por dicho margen. En este caso, la variable a buscar en la anterior ecuación es el término *P*.

<b>VALORACION</b>	<b>TIPS A E2 012</b>	<b>CONVERSION</b>	<b>NOMINAL UVR</b>
18/11/2002	7.500%	EA	100.0000
	<b>7.2978%</b>	NA TV	<b>MARGEN</b>
	<b>1.8245%</b>	Per. trimestral	<b>-1.6369%</b>
	<b>7.2539%</b>	NA MV	<b>TIR MCO</b>
	<b>0.0064%</b>	Per. mensual	<b>5.6100%</b>

Buscar Tasa

FECHA	NOM. REST.	AMORT	INTERESES	FLUJO	Me dio al to	DAV	Cur va	Tasa	VPN	VPN TIR
18/11/2002	100.00									
18/02/2003	100.00	0.00	1.82	1.82	0.00000000	92	0.000000	0.000000	0.00	1.80
18/03/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	120	0.000000	0.000000	0.00	0.59
18/04/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	150	0.000000	0.000000	0.00	0.59
18/05/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	180	0.000000	0.000000	0.00	0.59
18/06/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	210	0.000000	0.000000	0.00	0.59
18/07/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	240	0.000000	0.000000	0.00	0.58
18/08/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	270	0.000000	0.000000	0.00	0.58
18/09/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	300	0.000000	0.000000	0.00	0.58
18/10/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	330	0.000000	0.000000	0.00	0.58
18/11/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	360	0.000000	0.000000	0.00	0.57
18/12/2003	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	390	0.000000	0.000000	0.00	0.57
18/01/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	420	0.000000	0.000000	0.00	0.57
18/02/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	450	0.000000	0.000000	0.00	0.56
18/03/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	480	0.000000	0.000000	0.00	0.56
18/04/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	510	0.000000	0.000000	0.00	0.56
18/05/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	540	0.000000	0.000000	0.00	0.56
18/06/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	570	0.000000	0.000000	0.00	0.55
18/07/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	600	0.000000	0.000000	0.00	0.55
18/08/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	630	0.000000	0.000000	0.00	0.55
18/09/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	660	0.000000	0.000000	0.00	0.55
18/10/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	690	0.000000	0.000000	0.00	0.54
18/11/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	730	0.000000	0.000000	0.00	0.54
18/12/2004	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	760	0.000000	0.000000	0.00	0.54
18/01/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	790	0.000000	0.000000	0.00	0.54
18/02/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	820	0.000000	0.000000	0.00	0.53
18/03/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	850	0.000000	0.000000	0.00	0.53
18/04/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	880	0.000000	0.000000	0.00	0.53
18/05/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	910	0.000000	0.000000	0.00	0.53
18/06/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	940	0.000000	0.000000	0.00	0.53
18/07/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	970	0.000000	0.000000	0.00	0.52
18/08/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1000	0.000000	0.000000	0.00	0.52
18/09/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1030	0.14053	-0.02536	0.61	0.52
18/10/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1064	0.27028	-0.010227	0.59	0.52
18/11/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1098	0.26610	0.009816	0.59	0.51
18/12/2005	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1128	0.26144	0.009357	0.59	0.51
18/01/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1158	0.25692	0.008913	0.59	0.51
18/02/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1189	0.25250	0.008476	0.59	0.51
18/03/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1219	0.24855	0.008063	0.59	0.50
18/04/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1249	0.24466	0.007706	0.59	0.50
18/05/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1278	0.24060	0.007307	0.59	0.50
18/06/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1307	0.23637	0.006947	0.59	0.50
18/07/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.00000000	1337	0.23237	0.006596	0.59	0.49
18/08/2006	100.00	0.00	0.60	0.60	0.0071053	1368	0.22977	0.006238	0.66	0.55
18/09/2006	99.95	2.41	0.60	3.02	0.0241149	1398	0.22608	0.005898	2.95	2.45
18/10/2006	97.55	2.12	0.59	2.73	0.0213334	1428	0.22197	0.005474	2.67	2.20
18/11/2006	95.38	2.14	0.58	2.73	0.02141748	1460	0.21876	0.005159	2.66	2.19
18/12/2006	93.24	2.30	0.56	2.86	0.02295409	1490	0.21497	0.004787	2.80	2.29
18/01/2007	90.95	2.12	0.55	2.67	0.02122966	1521	0.21135	0.004430	2.62	2.13
18/02/2007	88.82	2.19	0.54	2.73	0.02191669	1552	0.20787	0.004088	2.68	2.16
18/03/2007	86.65	2.24	0.52	2.76	0.02239242	1580	0.20438	0.003746	2.74	2.16
18/04/2007	84.38	2.11	0.51	2.63	0.02189781	1611	0.20107	0.003396	2.95	2.06
18/05/2007	82.28	2.00	0.50	2.59	0.02020202	1644	0.19710	0.003029	2.67	1.96
18/06/2007	80.28	2.17	0.48	2.65	0.02165188	1672	0.19352	0.002676	2.62	2.06
18/07/2007	78.12	2.14	0.47	2.62	0.02144653	1702	0.18995	0.002325	2.59	2.03
18/08/2007	75.97	2.11	0.46	2.57	0.02114076	1733	0.18655	0.001994	2.59	1.99
18/09/2007	73.86	2.14	0.45	2.53	0.02138929	1764	0.18338	0.001679	2.56	1.99
18/10/2007	71.72	0.43	0.43	2.34	0.01936926	1794	0.17964	0.001311	2.34	1.79
18/11/2007	69.81	1.95	0.43	2.38	0.01954261	1823	0.17626	0.000977	2.34	1.81
18/12/2007	67.88	2.04	0.41	2.45	0.02042555	1855	0.17099	0.000460	2.48	1.86
18/01/2008	65.81	1.95	0.40	2.35	0.01952790	1888	0.16857	0.000222	2.35	1.77
18/02/2008	63.86	1.98	0.39	2.37	0.01979042	1917	0.16622	0.000188	2.36	1.78
18/03/2008	61.88	1.98	0.37	2.35	0.01977839	1945	0.16760	0.000127	2.35	1.76
18/04/2008	59.91	1.97	0.36	2.34	0.01973679	1978	0.16591	-0.000038	2.34	1.74
18/05/2008	57.93	1.89	0.35	2.24	0.01893956	2008	0.16238	-0.000369	2.25	1.66
18/06/2008	56.04	1.96	0.34	2.31	0.01957943	2037	0.15715	0.000898	2.31	1.69
18/07/2008	54.08	1.91	0.33	2.24	0.01910719	2067	0.15490	-0.001122	2.25	1.64
18/08/2008	52.17	2.05	0.32	2.40	0.02087381	2098	0.15178	-0.001425	2.42	1.76
18/09/2008	50.08	1.83	0.30	2.14	0.01832534	2128	0.14616	-0.001982	2.16	1.55
18/10/2008	48.25	1.81	0.29	2.10	0.01809948	2158	0.14150	-0.002444	2.13	1.52
18/11/2008	46.44	1.70	0.28	1.98	0.01699691	2190	0.14047	-0.002542	2.01	1.43
18/12/2008	44.74	1.77	0.27	2.04	0.01766155	2225	0.13878	-0.002902	2.07	1.46
18/01/2009	42.98	1.62	0.26	1.98	0.01619096	2257	0.13452	-0.003127	1.95	1.34
18/02/2009	41.38	1.59	0.25	1.84	0.01503699	2282	0.13219	-0.003356	1.88	1.31
18/03/2009	39.76	1.62	0.24	1.86	0.01619210	2310	0.12760	-0.003808	1.91	1.32
18/04/2009	38.15	1.63	0.23	1.88	0.01628960	2341	0.12332	-0.004225	1.91	1.31
18/05/2009	36.52	1.57	0.22	1.73	0.01565830	2370	0.12018	-0.004538	1.84	1.25
18/06/2009	34.95	1.64	0.21	1.85	0.01641596	2402	0.11725	-0.004829	1.91	1.29
18/07/2009	33.31	1.63	0.21	1.83	0.01632101	2432	0.11445	-0.005110	1.94	1.27
18/08/2009	31.63	1.64	0.19	1.83	0.01635518	2463	0.11159	-0.005382	1.88	1.26
18/09/2009	30.04	1.56	0.18	1.74	0.01562260	2494	0.10862	-0.005675	1.81	1.20
18/10/2009	28.48	1.48	0.17	1.65	0.01475968	2524	0.10540	-0.005991	1.72	1.13
18/11/2009	27.00	1.43	0.16	1.59	0.01426957	2555	0.10359	-0.006169	1.66	1.09
18/12/2009	25.58	1.47	0.15	1.62	0.01468630	2585	0.10133	-0.006392	1.70	1.10
18/01/2010	24.11	1.37	0.15	1.52	0.01389962	2618	0.09904	-0.006617	1.59	1.02
18/02/2010	22.74	1.36	0.14	1.48	0.01348039	2647	0.09696	-0.006832	1.54	1.00
18/03/2010	21.33	1.36	0.13	1.49	0.01360908	2675	0.09468	-0.007045	1.57	1.00
18/04/2010	20.03	1.36	0.12	1.48	0.01357075	2706	0.09247	-0.007264	1.56	0.99
18/05/2010	18.67	1.31	0.11	1.42	0.01311843	2736	0.09029	-0.007478	1.51	0.95
18/06/2010	17.36	1.36	0.10	1.40	0.01357485	2767	0.08829	-0.007675	1.55	0.97
18/07/2010	16.00	1.36	0.10	1.40	0.01362624	2797	0.08628	-0.007874	1.55	0.96
18/08/2010	14.64	1.35	0.09	1.43	0.01345631	2828	0.08256	-0.013852	1.60	0.94
18/09/2010	13.25	1.36	0.08	1.38	0.01300110	2859	0.08000	-0.000000	0.00	0.90
18/10/2010	11.93	1.23	0.07	1.30	0.01228882	2889	0.08000	-0.000000	0.00	0.84
18/11/2010	10.77	1.20	0.07	1.28	0.01196976	2920	0.08000	-0.000000	0.00	0.82
18/12/2010	9.57	1.22	0.06	1.28	0.01219989	29				