

“Crisis de Mercados de Bonos Emergentes y Contagio: Dependencia Extrema.”

Diego Nicolás López*

Abstract

Las recientes crisis financieras han resaltado la importancia de los choques sobre los mercados de bonos soberanos emergentes como el mecanismo de difusión de éstos a un nivel internacional. A través del análisis de los eventos extremos sobre el spread de la deuda soberana de una muestra de países emergentes, el presente trabajo explora la dependencia extrema de la prima de riesgo colombiana a los mercados financieros internacionales. La arquitectura del mercado de capitales puede llevar al colapso de los mercados emergentes, haciendo que los fundamentales no determinen totalmente la liquidación de posiciones. La relación entre el riesgo país colombiano y los mercados de activos estado unidos evidencia que una mayor incertidumbre global lleva a un mayor “*flight to quality*” y por tanto a una mayor probabilidad de contagio para los bonos emergentes.

Clasificación JEL: C52; G15;

Palabras Claves: *Contagio, Cópula, Crisis Financieras, Mercados Emergentes, Teoría de Valores Extremos.*

* Email: diegonicolaslopez@hotmail.com. Las ideas expresadas en este trabajo son a título personal y no comprometen a la institución a la cual pertenezco. Agradezco los comentarios de Juan Camilo Cabrera, Mauricio Cárdenas, Andrés Escobar, Luis Fernando Melo, Enrique Pinzón, Miguel Urrutia, Andrés Villaquirán. Finalmente, los errores restantes son mi responsabilidad.

Índice:	Página
Introducción.....	4
<u>Revisión de la literatura.</u>	
1. Literatura teórica.	
1.1 Crisis no contingentes.....	5
1.2 Crisis contingentes.....	5
2. Literatura empírica.	
2.1 La correlación como medida de dependencia.....	6
3. Hechos estilizados.	
3.1 No normalidad, no estacionariedad, no linealidad, heteroscedasticidad.....	8
3.2 Modelando la dinámica de las marginales.....	10
3.2.1 Filtro a los spreads de la deuda: ARMA-GARCH.....	10
<u>Metodología.</u>	
4. Análisis univariado. Distribuciones marginales.	
4.1 Teoría de valores extremos.....	13
4.2 Punto de quiebre para la media de los excesos.....	13
4.3 Método gráfico para el estimador de Hill.....	16
4.4 Bootstrapping del error cuadrático medio.....	17
5. Análisis multivariado. Distribución conjunta.	
5.1 Identificación de la distribución conjunta.....	18
5.2 Cálculo de la cópula empírica a partir de los umbrales.....	20
5.3 Bondad de ajuste entre la cópula empírica y las diversas familias de cópulas teóricas.....	20
5.4 Estimación de distintas familias de cópulas por máxima verosimilitud.....	21
6. Resultados de la estimación.	
6.1 Picos sobre el umbral bivariados.....	22
6.2 Dependencia con los demás spreads de deuda soberana emergente.....	23
6.2.1 Dependencia extrema.....	23
6.2.2 Dependencia con los principales mercados de activos estado unidenses.....	26
Conclusiones y Recomendaciones.....	27
<u>Apéndices.</u>	
a. Teoría de valores extremos: Aproximación de picos sobre el umbral.....	29
b. Teoría de valores extremos multivariada: Cópulas.....	31

Gráficas:

Gráfica N°1: Spread de la deuda de Colombia y de Brasil.....	9
Gráfica N°2: Estimación de la varianza condicional para el spread de la deuda colombiana.....	11
Gráfica N°3: Residuos filtro ARMA-GARCH para el spread de la deuda colombiano.....	12
Gráfica N°4: Promedios de excesos. Spread de Colombia, spread de Brasil.....	14
Gráfica N°5: Estimador de Hill. Spread de Colombia, spread de Brasil.....	16
Gráfica N°6: Modelando las colas de la distribución bivariada. Residuos spread Colombia, spread Brasil.....	19
Gráfica N°7: Modelando las distribuciones en excesos bivariadas. Ajuste entre la cópula empírica y la cópula teórica. (Curvas de nivel).....	20

Gráficos Anexos:

Gráfica N°1: Crisis financieras recientes en mercados emergentes.....	37
Gráfica N°2: Retornos del spread de Colombia.....	37
Gráfica N°3: Error cuadrático medio. Bootstrapping del estimador de Hill.....	37
Gráfica N°4: Cópula teórica de Gumbel. (Curvas de nivel).....	38

Tablas:

Tabla N°1: Estadísticos descriptivos spreads de la deuda.....	38
Tabla N°2: Parámetros estimados y salidas. Filtro ARMA GARCH.....	39
Tabla N°3: Mínimos históricos sobre las series de residuos de los spreads.....	39
Tabla N°4: Parámetros estimados distribución generalizada de Pareto (DGP).....	40
Tabla N°5: Parámetros estimador de Hill.....	40
Tabla N°6: Probabilidad univariada. Método DGP, y Hill.....	41
Tabla N°7: Medidas de concordancia.....	41
Tabla N°8: Estimación de parámetros para distintas cópulas.....	42
Tabla N°9: Probabilidades: Picos sobre el umbral bivariados.....	43
Tabla N°10: Dependencia en colas.....	44

Introducción.

Las recientes crisis financieras se han difundido rápidamente a nivel de los mercados emergentes en general, e inclusive han afectado países cuyos fundamentales eran sanos. Es más, el nexo con el país originador de la crisis era insignificante. Las crisis más recientes han sido entre otras, México en 1994, Sudeste Asiático 1997, Rusia 1998, Brasil 1999, como Turquía y Argentina en 2001 (Anexos Gráfica N°1). En cada uno de estos casos, un choque sobre un país dispara una serie de eventos extremos en otros países, teniendo como uno de sus tantos síntomas el aumento en el spread de la deuda soberana.

El objetivo general de este trabajo es llevar a cabo un análisis de dependencia extrema entre una muestra de spreads de la deuda soberana de diversos países emergentes teniendo como centro del estudio el riesgo país colombiano. Esto con el fin de conocer las diferentes interacciones entre mercados emergentes, condicionalmente a periodos de alta volatilidad de los spreads. De esta manera se analizan las repercusiones directas sobre el riesgo país de Colombia bajo una estructura de dependencia extrema definida esta a través de la utilización de la función Cópula. Se busca saber si existe un fenómeno de contagio hacia la prima de riesgo de la deuda externa colombiana en periodos de alta volatilidad y las principales características que posee esta transmisión. A su vez, se va más allá de la literatura actual al llevar a cabo un análisis basado en los eventos extremos multivariados para los bonos de países emergentes, trabajo que no se ha realizado teniendo como objetivo principal la interrelación con el spread de la deuda colombiana. En la primera parte del trabajo, se revisa la literatura sobre la propagación de choques internacionales. En una segunda parte, se estudia la literatura empírica con la que se ha abordado este problema en general. Este es el soporte teórico del modelo empírico construido en seguida. En una tercera parte, se analizan los hechos estilizados sobre series financieras a frecuencia diaria. En una cuarta parte, se desarrolla un análisis univariado con el fin de estimar las distribuciones marginales de probabilidad. En una quinta parte, se lleva a cabo el análisis que estima la distribución conjunta del proceso estocástico. En la sexta parte, se presentan los resultados correspondientes.

Revisión de la Literatura.

1. Literatura teórica.

La literatura sobre contagio puede dividirse en dos grupos. El primero analiza el contagio bajo la óptica de una “*crisis de balanza de pagos*”. El segundo se enfoca en la

dependencia entre mercados financieros, bajo la óptica de la diversificación internacional de portafolios, es decir el funcionamiento del mercado de capitales, donde a causa de mercados incompletos como de asimetrías de información, los mercados emergentes exhiben equilibrios múltiples.

1.1 Crisis no contingentes.

Forbes y Rigobon (2000a) introducen una distinción entre la literatura de crisis no contingentes y la literatura de crisis contingentes. La primera se refiere a los choques que generan una propagación internacional, sin que el canal de transmisión haya cambiado después del choque inicial.

La propagación está justificada por los nexos económicos entre los países relacionados. En esta literatura los principales canales son el comercio internacional, como los choques aleatorios agregados.

Los *spillovers* de comercio internacional se refieren a devaluaciones significativas, las cuales pueden deprimir las exportaciones de los demás países. Esto se formaliza en Gerlach y Smets (1995) y empíricamente por Eichengreen, Rose, y Wyplosz (1997). Los choques aleatorios agregados, equivalen a un choque externo, el cual puede afectar simultáneamente los fundamentales de todo un grupo de países. Masson (2000) los define como grandes cambios en los países industrializados los cuales detonan una crisis en los mercados emergentes. En este caso un alza en las tasas de interés internacionales se considera como un choque exógeno de liquidez.

1.2 Crisis contingentes.

El enfoque en el cual nos centraremos en este documento se refiere a la propagación de choques internacionales, bajo una óptica en la cual el mecanismo de transmisión ha cambiado después del choque inicial. En este caso la transmisión no se justifica por fundamentales económicos o nexos reales entre los mercados, haciendo que los países con fundamentales sanos puedan verse afectados. La principal explicación detrás de esto han sido los equilibrios múltiples, los choques endógenos de liquidez, como el comportamiento en manada.

Los equilibrios múltiples se dan cuando una crisis en un mercado se transforma en mancha solar para otros mercados como lo señala Masson (2000). El cambio hacia un equilibrio malo se da por las expectativas de los inversionistas sin tener necesariamente un cambio significativo en los fundamentales.

Un modelo de choques de liquidez endógenos es el presentado por Valdes (1996), así como en Calvo (1999a). En este caso, ante las asimetrías de información del mercado, los agentes informados afrontan un choque de liquidez, mientras que los no informados no pueden distinguir entre un choque o una mala señal. El agente racional pero no informado sobre reacciona a la señal emitida por el inversor informado.

El comportamiento en manada está representado en Calvo (1996). Al no existir un seguimiento adecuado de los fundamentales, es óptimo salir simultáneamente de dos mercados cuando algún problema aparece en uno de estos.

En este trabajo nos centraremos en el enfoque de crisis contingentes. El contagio entre dos países se define como el hecho en el cual exceder determinado umbral en el spread de la deuda soberana de un país X_1 incrementa la probabilidad de exceder un umbral para el spread de la deuda de otro país X_2 , independientemente de los fundamentales.

$$P(X_2 > x_2 | X_1 > x_1) > P(X_2 > x_2 | X_1 \leq x_1) \quad (1)$$

Cuando un *crash*, visto como el sobrepaso de un umbral, ocurre en alguna parte del mundo, la probabilidad de que un *crash* ocurra en otro país de manera simultánea se incrementa. En este caso, la medida de contagio depende del condicionamiento de la probabilidad marginal bajo periodos de presión especulativa tal como lo señala Straetmans (2001).

2. Literatura empírica.

Gran parte de la literatura empírica reposa sobre las relaciones de largo plazo entre mercados y activos. En general, esta literatura toma periodos amplios para analizar la dependencia entre mercados sin enfocarse en periodos de crisis. Recientemente algunos estudios se han concentrado en la interacción de los mercados financieros en el corto plazo. Longin y Solnik (1995) señalan que la interacción entre mercados financieros es mayor en periodos de alta volatilidad.

Paralelamente, Koedijk, Schafgans and de Vries (1990), señalan que mientras el riesgo promedio ha disminuido, los riesgos “*extremos*” han surgido, definiendo los riesgos extremos, como amplios cambios en los retornos del activo subyacente.

2.1 La correlación como medida de dependencia.

Los antecedentes del tratamiento empírico de este tema se han basado en una frecuencia que es por lo menos mensual. Las aproximaciones llevadas a cabo han consistido en regresiones lineales como en comparaciones de correlaciones. En esta óptica están Kofman y Martens (1997). Otro enfoque ha sido el de Vectores Autorregresivos desarrollado en Von Furstenberg y Jeon (1989). Mas específicamente, las últimas aproximaciones se han basado en modelos dicotómicos. En este caso se trata de establecer la relación entre la evolución de los fundamentales y la probabilidad de ocurrencia de la crisis como en Kaminsky y Reinhart (1998).

Este tipo de análisis en general ha resaltado la relación entre variables en el largo plazo. Luego, el contagio es eminentemente un fenómeno de corto plazo entre mercados financieros lo cual implica datos a frecuencia diaria.

Por su parte, la correlación lineal es una medida de dependencia para distribuciones normales multivariadas. Las propiedades de dependencia en el mundo de las distribuciones elípticas no se sostienen en el mundo no elíptico. La correlación de Pearson no es una medida de dependencia de un vector de variables aleatorias como lo señala Embrechts, McNeil, Strautman (1999). La correlación es una medida de dependencia sólo en el caso de distribuciones normales multivariadas.

Luego, es un hecho estilizado el que series financieras a frecuencia diaria sean no normales, no estacionarias, no lineales, y heteroscedásticas.

Las series financieras a frecuencia diaria poseen colas anchas. Siguiendo a Embrecht et al (1999) la correlación está definida cuando las varianzas son finitas, por lo que en este caso la correlación no es una herramienta adecuada para estudiar la dependencia sobre las colas de una distribución. La correlación cuantifica una medida de dependencia sobre los momentos centrales de la distribución, no sólo sobre las colas de la distribución que es donde los eventos extremos se concentran. Una medida apropiada debe caracterizar la estructura de dependencia de manera completa.

Adicionalmente, la correlación de Pearson no es robusta a heteroscedasticidad como lo señalan Forbes y Rigobon (1999),y Boyer, Gibson, Loretan (1999). Las series financieras diarias siguen un proceso autorregresivo de volatilidad condicional, donde la volatilidad tiende a agruparse en periodos de crisis siguiendo el fenómeno conocido como “*Volatility Clustering*”¹, por lo que la correlación no debe utilizarse para un

¹ Ver Pagan (1996).

análisis de dependencia entre mercados financieros. Las propiedades que una medida de dependencia debe cumplir han sido analizadas por Nelsen (1998). Una medida de dependencia δ debe:

- δ debe estar definida para cualquier par (X_1, X_2)

- $\delta(X_1, X_2) = \delta(X_2, X_1)$; la medida de dependencia debe ser simétrica.

- $0 \leq \delta(X_1, X_2) \leq 1$;

- $\delta(X_1, X_2) = 0$; si y solo si X_1 y X_2 son independientes.

- $\delta(X_1, X_2) = 1$; si y solo si X_1 y X_2 son comonotónicas o contramonotónicas.

- $\delta(X_1, X_2) = \delta(T_1(X_1), T_2(X_2))$; la medida de dependencia debe ser invariante a transformaciones monotónicas en las marginales.

La correlación de Pearson no describe apropiadamente una medida de dependencia dado que ésta depende no solamente de la función de densidad conjunta, sino también de las distribuciones marginales. Por su parte, la Cópula cumple estos criterios y permite modelar la dependencia estadística al representar como las distribuciones marginales se agrupan con el fin de formar la distribución conjunta de un grupo de riesgos individuales. Al respecto, Longin y Solnik (2000) han propuesto la aproximación de valores extremos en un caso multivariado con el fin de analizar la dependencia entre activos financieros.

3. Hechos estilizados.

3.1 No normalidad, no estacionariedad, no linealidad, heteroscedasticidad

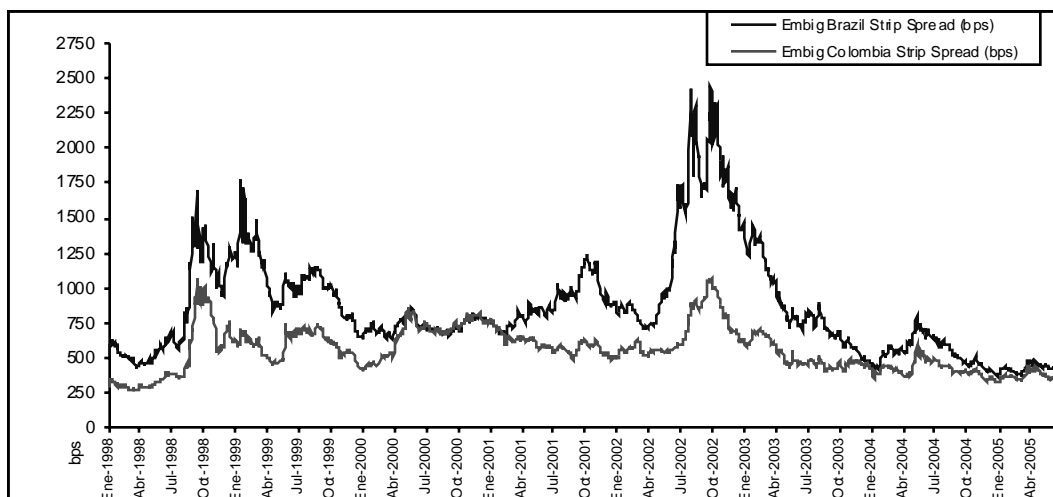
La base de datos es una muestra diaria del spread² en puntos básicos del Emerging Market Bond Index Global³. Los datos van desde el 02/01/98 hasta el 10/06/05. La muestra busca definir un periodo de presión especulativa. La fecha de corte se establece como el día en que se agrega al índice EMBIG las nuevas emisiones de deuda soberana Argentina, fecha a partir de la cual se agregan estos bonos al índice reemplazando los bonos en *default* de este país. El mercado de capitales vuelve a abrir sus puertas a este tipo de emisiones lo que representa una disminución en la incertidumbre y por tanto define el final de un periodo caracterizado por altos niveles de aversión al riesgo.

² Trabajar sobre diferenciales de retomos y por tanto sobre primas de riesgo controla el movimiento común generado por la curva de rendimientos de los tesoros americanos en el análisis.

³ El Emerging Markets Bond Index Global (EMBIG) publicado por J.P. Morgan replica los retomos totales para los instrumentos de deuda denominada en dólares emitidos por entidades soberanas en mercados emergentes.

Los spreads de la deuda soberana se tienen para cada uno de los siguientes países: Argentina, Brasil, Bulgaria, Colombia, China, Ecuador, Filipinas, Malasia, Marruecos, México, Nigeria, Panamá, Perú, Polonia, Rusia, Sur África, Tailandia, Turquía, y Venezuela. Adicionalmente se incorporó el índice Embig Asia, como representativo de los mercados emergentes asiáticos en general. Con el fin de completar el análisis y llevar a cabo una comparación con los principales activos estadounidenses, se incorporó en esta muestra el índice Moody's Seasoned Aaa Corporate Bond Yield, el índice Moody's Seasoned Baa Corporate Bond Yield, el índice Spx Vix del Cboe, el índice S&P 500, el índice Nasdaq, el índice Morgan Stanley Equity Latin America MSCI, como el índice de High Yields de Merrill Lynch⁴.

Gráfica N°1: Spread de la deuda de Colombia y de Brasil.



Fuente: J.P Morgan. Series en niveles.

Con el fin de construir el modelo econométrico es necesario identificar las principales características estadísticas de estas series. Al respecto las series financieras a frecuencia diaria son leptocurtóticas, por lo que poseen colas anchas. Luego, no son normales. A su vez, presentan una raíz unitaria en niveles por lo que no son estacionarias⁵. No se distribuyen independiente e idénticamente, existe evidencia de dependencia no lineal, lo

⁴ El Us High Yield bonds, está compuesto por aquellas calificaciones abajo del umbral Baa/BBB. El índice de volatilidad Vix es una ponderación de la volatilidad implícita de opciones put y call sobre el S&P500. Este índice es representativo de las expectativas sobre la volatilidad futura por lo que es "forward looking", al ser representativo de regímenes de alta volatilidad. Este aumenta su valor como resultado de una mayor incertidumbre. Este reduce su valor para periodos de baja volatilidad los cuales corresponden a periodos de menor stress financiero.

⁵ Al tomar la primera diferencia con el fin de hacer estacionaria las series es necesario tener en cuenta que ante un aumento del rendimiento el inversionista pierde en su PyG por lo que el retorno es,

$$-\left(\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right) \approx -(\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})) \quad \text{(Ver Anexo Gráfica N°2)}.$$

cual es una señal de caos en la serie y finalmente tienden a presentar periodos de agrupamiento de la volatilidad por lo que son heteroscedásticas⁶.

La normalidad univariada puede verificarse a través del test de Jarque Bera. Para cada una de las series de la muestra la hipótesis nula de normalidad se rechaza al 1%. La gran parte de las series en niveles poseen una asimetría distinta de cero y una curtosis mayor a tres (Tabla N°1).

Las series tampoco son lineales. El test de BDS rechaza la hipótesis nula de linealidad para cada una de las series a niveles (Tabla N°1). Este resultado es evidencia de autocorrelación serial, no estacionariedad, heteroscedasticidad condicional o caos.

Por su parte, el test de Dickey Fuller nos dice que las series poseen una raíz unitaria, además el autocorrelograma demuestra un amplio patrón de persistencia. Los estadísticos Q de Ljung Box son altamente significativos, las series por tanto no son estacionarias⁷ (Tabla N°1). Paralelamente, se lleva a cabo el análisis del autocorrelograma de segundo orden como el test arch lo cual identifica un proceso autorregresivo de heteroscedasticidad condicional para la mayoría de las series⁸ (Tabla N°2).

3.2 Modelando la dinámica de las marginales.

Es necesario modelar las dinámicas particulares de la media y la volatilidad condicional, con el fin de obtener la cola de la distribución univariada libre de ruidos. Esto, teniendo en cuenta los hechos estilizados presentados anteriormente. El filtro a llevar a cabo es el desarrollado en Mc Neil y Frey (2000).

3.2.1 Filtro a los spreads de la deuda: ARMA-GARCH.

Filtrar las series es un proceso en dos etapas, el cual determina la cola de la distribución condicional de las series heteroscedásticas de retornos de los spreads de la deuda soberana.

1- Se estima un modelo AR(1)-GARCH(1;1). La media sigue un proceso AR(1) con un error GARCH(1;1) (Tabla N°2).

⁶ Una caracterización de los principales hechos estilizados en series financieras como las técnicas que se han desarrollado para modelar estas características se encuentra en Pagan A, "The econometrics of financial markets". (1996). Journal of Empirical Finance.

⁷ A niveles la única serie estacionaria es el Vix.

⁸ No existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de que los datos no siguen un proceso arch en sus principales ordenes de rezago para el Embig Ecuador y el Embig Asia.

$$\begin{aligned}
X_t &= \varphi_t + \sigma_t \varepsilon_t \\
\varphi_t &= \lambda X_{t-1} \\
\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 (X_{t-1} - \varphi_{t-1})^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2
\end{aligned} \tag{2}$$

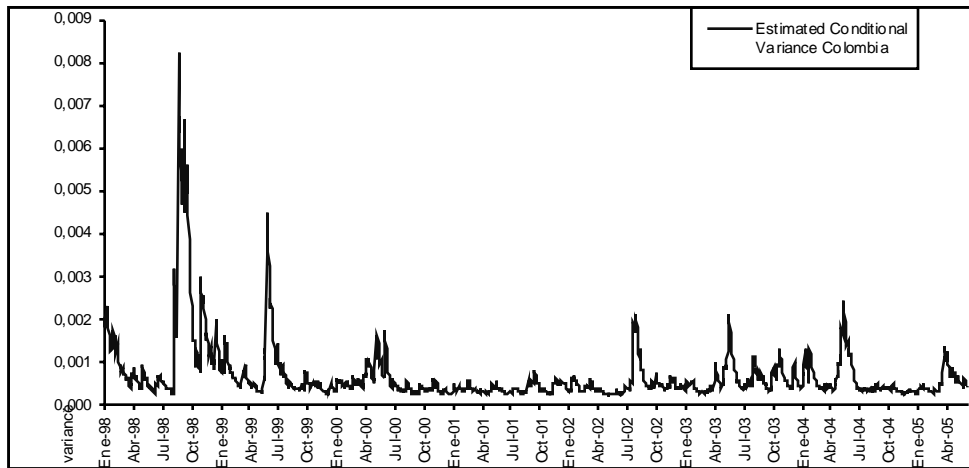
$$\alpha_0 > 0; \alpha_1, \beta_1 \geq 0; \alpha_1 + \beta_1 \leq 1; |\lambda| < 1; E(\varepsilon_t) = 0; E(\varepsilon_t^2) = 1; \varepsilon_t \sim iid;$$

Proceso que puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
X_t &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k y_{t-k} \\
y_t &= \sigma_t \varepsilon_t \\
\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2
\end{aligned} \tag{3}$$

Donde $(y_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ es un GARCH(1;1).

Gráfica N°2: Estimación de la varianza condicional (spread de Colombia).



Fuente: Cálculos del autor. La heteroscedasticidad es parte considerable del ancho de las colas de la distribución.

De este modelo se obtienen los residuales estandarizados, los cuales son tal que:

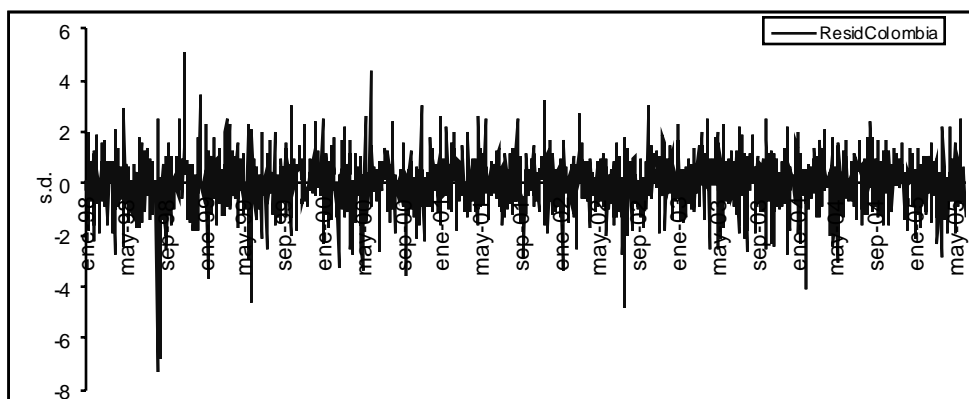
$$(\hat{z}_{t-n+1}, \dots, \hat{z}_t) = \left(\frac{X_{t-n+1} - \hat{\varphi}_{t-n+1}}{\hat{\sigma}_{t-n+1}}, \dots, \frac{X_t - \hat{\varphi}_t}{\hat{\sigma}_t} \right) \tag{4}$$

Llevando a cabo el test de BDS sobre los residuales, no existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de que, los residuos se distribuyen independiente e idénticamente para la mayoría de las series⁹(Tabla N°2). Paralelamente, no existe suficiente evidencia estadística, de cada una de las series, para rechazar la hipótesis nula de que los residuos no siguen un proceso ARCH en sus principales

⁹ Después de aplicar el filtro, las únicas series que no se distribuyen independiente e idénticamente (iid) son el Embig China y el Embig Tailandia. La aplicación de la teoría de valores extremos bajo series no lineales genera resultados un poco inestables, por lo que en la interpretación estas dos series tienen que tomarse con cautela.

órdenes de rezago. El filtro permite trabajar sobre residuos homoscedásticos e iid (Tabla N°2).

Gráfica N°3: Residuos estandarizados. Filtro ARMA GARCH (Spread de Colombia).



Fuente: Cálculos del autor. Los residuos estandarizados de cada AR(1)-GARCH(1;1) se expresan como unidades de desviaciones estándar de los retornos originales.

2- De los residuales estandarizados que, son en su mayoría un proceso ruido blanco (Tabla N°2), se utiliza la teoría de valores extremos (EVT) con el fin de estimar las probabilidades univariadas.

Los segundos momentos muestrales no son suficientes para explicar el fenómeno de difusión. Según la definición de contagio que seguimos, estamos interesados en movimientos catastróficos en los spreads. La teoría de valores extremos y en particular la metodología de “*Peaks over threshold*”¹⁰ se enfoca en aquellos eventos que exceden un alto umbral, por lo cual se busca modelar estos eventos de forma distinta al resto de observaciones.

Metodología.

4. Análisis univariado. Distribuciones marginales.

Para estimar la probabilidad condicional de un *crash* conjunto, tenemos que estimar tres probabilidades en dos etapas. En la primera etapa, se calculan las dos probabilidades univariadas de los retornos en exceso, es decir $P(X_1 > x_1)$ y $P(X_2 > x_2)$. En la segunda etapa, se estima la probabilidad en exceso bivariada, es decir, $P(X_1 > x_1 \cap X_2 > x_2)$.

¹⁰ Esta aproximación ofrece una forma paramétrica a la cola de la distribución y permite extrapolar las probabilidades en la cola donde por definición estas probabilidades son difíciles de estimar. Ver el apéndice (a) para una mejor explicación.

4.1 Teoría de valores extremos.

La solución metodológica es buscar los “*outliers*” de las series. Al respecto, se puede apreciar que los eventos extremos tienden a ocurrir al mismo tiempo en la mayor parte de países (Tabla N°3). Con el fin de asegurar la robustez del modelo en el caso univariado, se busca llegar a la determinación del umbral mediante tres enfoques distintos, con el fin de validar mediante la proximidad de los resultados el umbral encontrado. Esto a través del método gráfico de los promedios de excesos, del estimador de Hill, como a través de la minimización del error cuadrático medio de este mismo estimador a través del bootstrapping¹¹.

4.2 Punto de quiebre para la media de los excesos.

Bajo esta metodología, se recolectan las observaciones sobre la serie de residuos que exceden un cierto umbral, u , de donde se modelan estas observaciones de forma separada al resto de la distribución. La estimación es de inferencia por máxima verosimilitud sobre la Distribución Generalizada de Pareto (DGP). Esta es una distribución de dos parámetros con función de distribución:

$$G_{\xi, \beta} = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x / \beta)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-x / \beta) & \xi = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Donde $\beta > 0$, y $x \geq 0$ cuando $\xi \geq 0$ y $0 \leq x \leq -\beta/\xi$ cuando $\xi < 0$. La distribución se llama generalizada en el sentido que comporta otras distribuciones, como la distribución ordinaria de Pareto cuando $\xi > 0$, la distribución exponencial cuando $\xi = 0$ y la distribución de Pareto II cuando $\xi < 0$. ξ es el parámetro de forma y β es el parámetro de escala. Si $\xi > 0$, el parámetro de forma indica colas anchas.

La distribución de excesos sobre un umbral, u , se define como:

$$Fu(y) = P\{X - u \leq y | X > u\} \quad (6)$$

Para $0 \leq y \leq x_0 - u$, donde $x_0 \leq \infty$ es el punto final a la derecha de Fu .

La distribución de excesos representa la probabilidad de que una pérdida exceda el umbral u por un monto y , dada la información de que se ha excedido el umbral.

Usando el siguiente teorema del límite, desarrollado en Balkema y de Haan (1974) como en Pickands (1975), se puede demostrar la convergencia de la distribución de

¹¹ El Bootstrapping es una técnica de simulación histórica donde el remuestreo aleatorio es con reemplazo.

excesos hacia una Distribución Generalizada de Pareto, siempre que la secuencia de variables aleatorias sea iid, como es el caso de nuestros residuales.

$$\lim_{u \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq y \leq x_0 - u} |F_u(y) - G_{\xi, \beta(u)}(y)| = 0 \quad (7)$$

$$F_u(y) = G_{\xi, \beta(u)}(y) \quad (8)$$

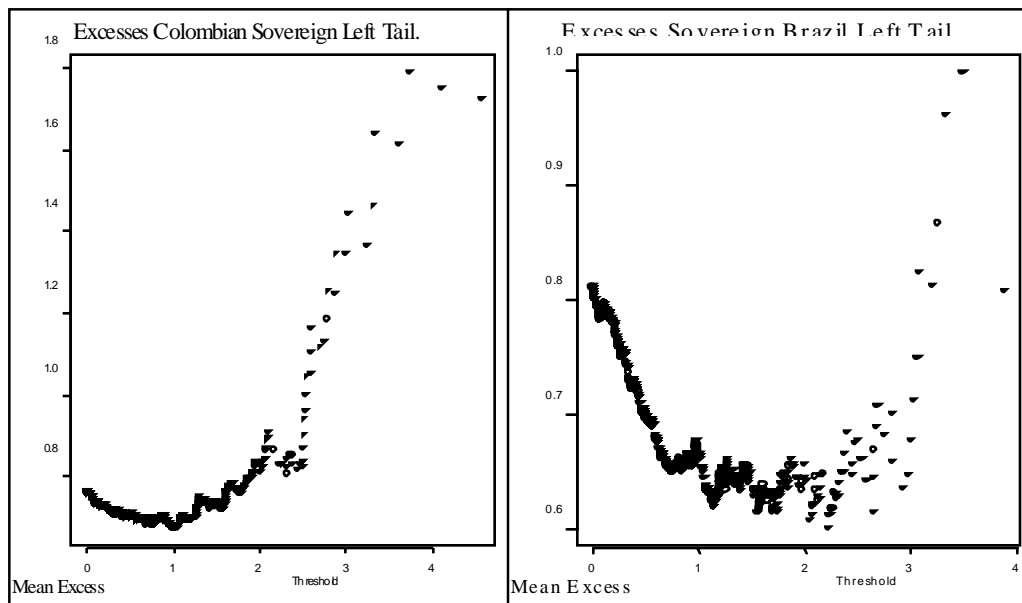
Asumiendo que N_u de n datos exceden el umbral, la DGP es ajustada a N_u excesos usando la estimación de máxima verosimilitud.

Una forma de determinar el umbral es gráficamente. Si el exceso sobre el umbral ($X-u$) sigue una distribución generalizada de Pareto con parámetros $\xi < 1$ y β , entonces el exceso sobre el umbral u es:

$$e(u) = E[X - u | X > u] = \frac{\beta + \xi u}{1 - \xi}; \quad (9)$$

Estas son las pérdidas esperadas en exceso, condicionadas a los excesos relativos a un umbral. Esta función de excesos medios es lineal en el umbral u y se constituye como una herramienta adecuada para escoger un valor apropiado del umbral.

Gráfica N°4: Promedios de excesos. Spread de Colombia, spread de Brasil.



Fuente: Cálculos del autor. El umbral se determina cuando el promedio de los excesos encuentra una discontinuidad y enseguida los datos siguen una tendencia lineal positiva.

La función de la distribución en exceso puede escribirse como:

$$1 - F(x) = (1 - F(u))(1 - F_u(x - u)) \quad (10)$$

La cual se puede reescribir como un estimador de colas tal que:

$$F(\hat{x}) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\hat{\xi} x - u}{\hat{\beta}} \right)^{-1/\hat{\xi}} \quad (11)$$

Así, se determinan el número de datos en la cola de la distribución tal que: $N = k$. Esto arroja un umbral para la estadística $(k+1)$. Los residuos ordenados son $u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_n$;

La distribución generalizada de Pareto cuyos parámetros son ξ y β se ajustan a los residuales en exceso sobre el umbral determinado, es decir $(u_{(1)} - u_{(k+1)}, \dots, u_{(k)} - u_{(k+1)})$.

De la forma funcional del estimador de colas se pueden tomar cuantiles sobre las colas incondicionales asociados con una probabilidad p .

$$VeR_q = u_q = u_{(k+1)} + \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\xi}_k} \left(\left(\frac{1-q}{k/n} \right)^{-\hat{\xi}_k} - 1 \right) \quad (12)$$

Los parámetros, β, ξ , se estiman entonces por máxima verosimilitud.

Finalmente, el “*Expected Shortfall*”¹³ se obtiene al combinar el promedio de los excesos de la distribución con el estimativo del VeR:

$$ES_q = \frac{VeR_q}{1 - \hat{\xi}} + \frac{\hat{\beta} - \hat{\xi} u}{(1 - \hat{\xi})} \quad (13)$$

La escogencia de un umbral implica un “*trade off*” entre escoger un umbral suficientemente alto, de tal forma que el teorema asintótico tenga relevancia y escoger un umbral lo suficientemente bajo, con el fin de tener suficientes observaciones para la estimación de los datos. La técnica gráfica para la determinación del umbral se basa en el hecho de que la distribución de excesos es lineal en el umbral. Al determinarse éste, se estima la DGP. Para la mayoría de las series se obtiene un valor positivo, para el parámetro ξ lo cual sugiere colas anchas (Tabla N°4).

¹² El VeR, responde a sus siglas Valor en Riesgo, el cual indica lo peor que puede pasar, con una confianza determinada, al asumir una posición sobre determinado activo.

¹³ El “*Expected Shortfall*” es una medida de riesgo subaditiva que indica que es lo peor que nos puede pasar dado que se ha excedido un umbral. Este es tal que: $ES_i = E(Perdida_i | Perdida_i > VeR_i)$. Ver el apéndice (a) para una mejor explicación.

4.3 Método gráfico para el estimador de Hill.

Otro método consiste en la determinación del umbral a través del estimador de Hill¹⁴. Las distribuciones a colas anchas poseen la característica de que la cola de la distribución decae muy lentamente, mientras las demás funciones decrecen exponencialmente.

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \frac{1 - F(qx)}{1 - F(x)} = x^{-\alpha}, x > 0, \alpha > 0. \quad (14)$$

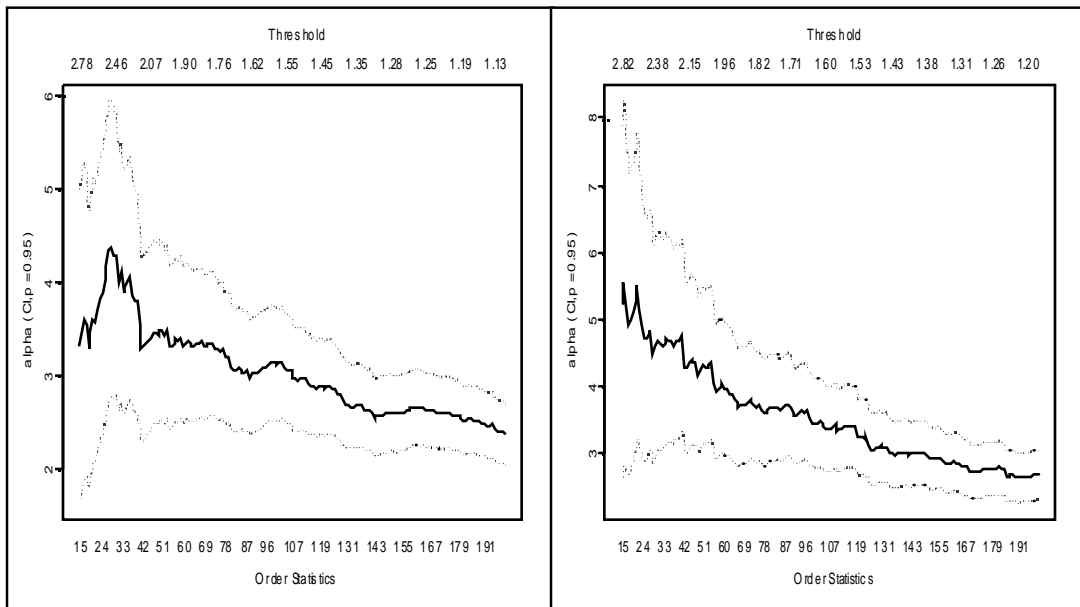
En este caso, F es el máximo dominio de atracción de la distribución de Frechet, lo cual caracteriza el comportamiento de la cola.

El índice de colas α nos dice que tan ancha es la cola de la distribución. Bajo observaciones independientes e idénticamente distribuidas se obtiene el siguiente estimador de máxima verosimilitud:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} \ln \left(\frac{X_{[n-j]}}{X_{[n-m]}} \right) \quad (15)$$

Este es el estimador de Hill, al ser menor alfa, mayor es el estimador de Hill, y por tanto más grande será la cola de la distribución.

Gráfica N°5: Estimador de Hill. Spread de Colombia, spread de Brasil.



Fuente: Cálculos del Autor. El umbral se determina a partir de la región en la cual el estimador de Hill es estable.

¹⁴ Ver Hill (1975).

$X_{[n-m]}$ denota el punto de corte desde donde se define la cola de la distribución. Existe de nuevo el mismo “*trade off*” entre sesgo y varianza. Si $X_{[n-m]}$ es demasiado grande, o si m es muy pequeño, estaremos muy cerca a la distribución y el alfa estaría sesgado. En el caso contrario, si $X_{[n-m]}$ es demasiado grande entonces estaremos muy lejos en las colas, luego el estimador será muy volátil al retirar o adicionar una observación. El conjunto de valores de k asociados con distintos umbrales se determina gráficamente basado en la región en la cual el estimador de Hill es lo más estable posible (Gráfica N°5). La tabla N°5, exhibe los parámetros respectivos al umbral mediante el método de Hill para la determinación de la cola de la distribución.

4.4 Bootstrapping del error cuadrático medio.

Otro camino a seguir para determinar el umbral óptimo es a través de la minimización del error cuadrático medio del estimador de Hill, lo cual le da una solución numérica al balance entre sesgo y varianza. Con el fin de explotar las propiedades asintóticas del estimador de Hill, se minimiza el error cuadrático medio mediante un procedimiento de bootstrap como en Hall (1990):

$$ECM(n_1, k_1) = E(\alpha_{n_1}^*(k_1) - \alpha_n(k) | \chi)^2 \quad (16)$$

De esta manera, se tienen tres métodos distintos para determinar el umbral de la cola y por tanto las probabilidades univariadas (Anexo Gráfica N°3).

Al comparar la determinación de cada uno de los umbrales (Tabla N°6), se puede apreciar que lo peor que le puede pasar a un inversionista con una posición sobre cada una de estas emisiones de deuda es muy semejante y los resultados de los distintos métodos no difieren en lo absoluto¹⁵.

Los resultados de esta aproximación univariada revelan una asimetría entre las colas de la distribución. La cola izquierda es mayor que la cola derecha para la mayoría de los casos. El promedio de datos utilizados en la cola izquierda es 7,386% del total de observaciones, mientras en la cola derecha se trabajó con 4,909% del total de observaciones. La probabilidad de que un inversionista tenga pérdidas extremas es mayor a la de presentar el mismo nivel pero de ganancias (Tabla N°6).

¹⁵ El VeR mediante el método del gráfico de Hill se calcula tal que: $VeR_{(hill)} = u \left(\left(\frac{n}{k} (1 - q) \right)^{-\alpha(n)} \right)$,

los resultados de la determinación de k , u , α se encuentra en la tabla N°5.

5. Análisis multivariado: Distribución conjunta.

Esta es la segunda etapa en la estimación del modelo, en la cual se busca estimar la probabilidad conjunta de eventos extremos. Por lo tanto, es necesario utilizar una función que ate las colas de dos distribuciones con el fin de investigar la dependencia de los residuales. Una primera aproximación consiste en analizar la concordancia entre las variables.

La concordancia surge si amplios valores de una variable se siguen de amplios valores en otra variable y paralelamente valores reducidos tienden a ser seguidos por reducidos valores en otra variable. La concordancia captura la dependencia extrema que puede surgir de las no linealidades. Para medir la concordancia se utiliza la tau de Kendall:

$$\tau = \tau_{x,y} = [P(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - [P(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \quad (17)$$

Esta es la probabilidad de concordancia menos la probabilidad de discordancia. Otra medida es la rho de Spearman:

$$\rho_s = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2}} \quad (18)$$

Estas dos medidas cuantifican el grado de dependencia monótonica entre dos variables. Podemos observar para la muestra que la correlación entre los residuales de los spreads es significativa (Tabla N°7). Sin embargo, el alto grado de concordancia vista a través de la tau y el rho, sugieren que gran parte de la dependencia está concentrada en las colas de la distribución. Los valores obtenidos para la tau de Kendall y la rho de Spearman, son bastante cercanos al “*Frechet upper bound*”¹⁶ evidencia de que los spreads de la muestra son una transformación creciente del spread de Colombia. Es decir, el riesgo país se incrementa de manera simultánea. Sin embargo, para el caso de las series representativas del valor de los activos Aaa y Baa en Estados Unidos, la tau y la rho se acercan al “*Frechet lower bound*” evidencia de una dependencia negativa sobre eventos extremos. Cuando uno sobre reacciona, el otro se mueve de manera contraria al caso colombiano (Tabla N°7).

5.1 Identificación de la distribución conjunta.

Una Cópula puede definirse como una función de dependencia entre variables aleatorias. Es una función que une las distribuciones marginales con la distribución

¹⁶ Ver el apéndice (a) para una explicación más detallada.

multivariada. La Cópula permite definir de manera completa la estructura de dependencia.

$$F(z_1, z_2; \theta) = C(F_1(z_1), F_2(z_2); \theta) \quad (19)$$

C es la función Cópula, la cual tiene existencia única como lo señala el teorema de Sklar¹⁷. Existe un amplio número de familias de Cópulas, y no todas son adecuadas en la modelación de eventos extremos. Las familias que interesan en este caso son las cópulas asociadas a la distribución de valor extremo generalizada.

Sea un vector bidimensional de variables aleatorias (X_1, X_2) con funciones de distribución F_1 y F_2 como una función Cópula C, la probabilidad de un fenómeno de contagio es:

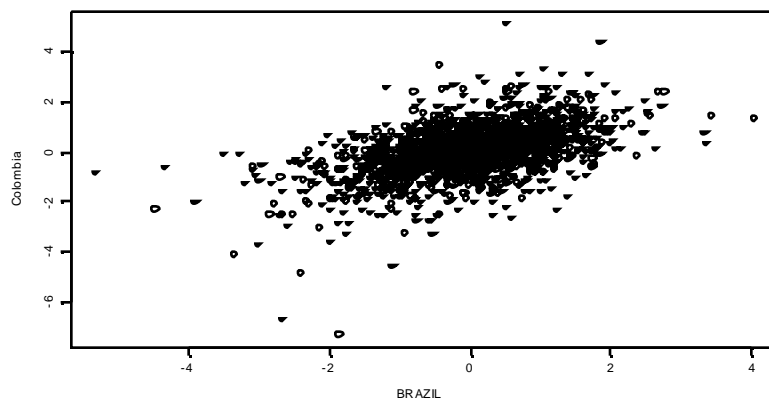
$$P(X_2 > x_2 | X_1 > x_1) > P(X_2 > x_2 | X_1 \leq x_1) \quad (20)$$

$$P(X_2 > F_2^{-1}(\alpha_2) | X_1 > F_1^{-1}(\alpha_1)) \geq P(X_2 > F_2^{-1}(\alpha_2) | X_1 \leq F_1^{-1}(\alpha_1)) \quad (21)$$

$$\lambda = \lim_{u \rightarrow 1^-} P\{X_2 \geq F_2^{-1}(u) | X_1 > F_1^{-1}(u)\} \quad (22)$$

El índice de dependencia Lambda¹⁹ denota entonces la probabilidad condicional de que un *crash* ocurra en un mercado determinado, dado que un *crash* ha ocurrido en otro mercado similar.

Gráfica N°6: Modelando las colas de la distribución bivariada. Residuos spread Colombia, spread Brasil.



Fuente: Cálculos del autor. Los eventos extremos caracterizados afuera del contorno de la elipse centrada en (0;0) son mas notorios para caídas del retorno, es decir aumentos del spread.

¹⁷ Ver Sklar (1959).

¹⁸ Este resultado es la prolongación asintótica de la definición de contagio establecida en el trabajo. Lambda es el coeficiente de “*upper tail dependence*”.

¹⁹ Ver el apéndice (b) para una explicación más detallada.

Con el objetivo de estimar la probabilidad conjunta, buscando inferir la probabilidad condicional de un *crash*, necesitamos utilizar una cópula. Para esto es necesario adoptar la mejor forma funcional la cual se determina a partir de la bondad de ajuste entre la cópula empírica y las diversas cópulas teóricas, como a partir de las propiedades características de cada familia.

5.2 Cálculo de la cópula empírica a partir de los umbrales.

Este estimador calcula la frecuencia con la que ambas variables son mayores a un par de umbrales.

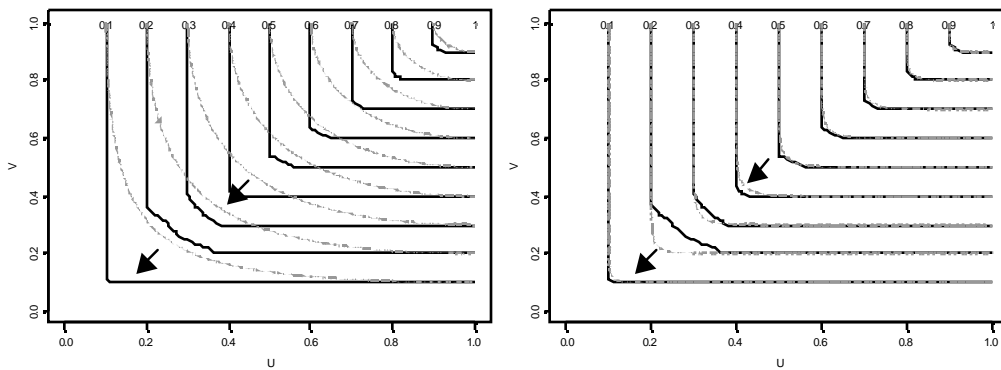
$$C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}\right) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I\{X_{1k} \leq x_{1(i)}; X_{2k} \leq x_{2(j)}\} \quad (23)$$

A partir de esta Cópula empírica, se busca saber del conjunto finito de Cópulas, $\bar{C} \subset C$, cual es la que mejor se ajusta a los datos. La Cópula empírica (Gráfica N°7) nos muestra la divergencia con el supuesto de normalidad, al ser distantes las curvas de nivel de la Cópula empírica y las curvas de nivel de la distribución normal bivariada. Esto sugiere que el ajuste de la Cópula debe tener en cuenta la dependencia positiva y negativa en las colas de la distribución.

5.3 Bondad de ajuste entre la Cópula empírica y las diversas familias de cópulas teóricas.

Se lleva a cabo una prueba de bondad de ajuste. Esto cuantificado a través de la distancia entre la Cópula empírica y las teóricas con el fin de determinar el mejor ajuste.

Gráfica N°7: Modelando las distribuciones en exceso bivariadas. Ajuste entre la cópula Empírica y la cópula teórica. (Curvas de nivel).



Fuente: Cálculos del autor. Bondad de Ajuste Cópula Empírica (líneas oscuras), Cópula Normal (líneas naranjas). Bondad de Ajuste Cópula Empírica (líneas oscuras), Cópula de Gumbel (líneas naranjas).

Los mejores ajustes se dan para las Cópulas derivadas de la familia “*Archimedean*”, como es el caso de la BB1, la BB4 y la Gumbel.

5.4 Estimación de distintas familias de cópulas por máxima verosimilitud.

Siguiendo a Longin y Solnik (2001) nos centramos en las Cópulas “*Archimedean*”. Para después calibrar las principales familias de Cópulas teóricas a partir de los datos históricos (Anexo Gráficas N°4). Para las siguientes cópulas, el parámetro delta, se incrementa al aumentar la dependencia. Esto para la normal bivariada, la Cópula Kimeldorf Sampson, la Cópula Joe, la Cópula Gumbel, la Cópula Galambos, y la Cópula Husler - Reiss (Tabla N°9). Estas Cópulas se diferencian por su forma funcional y por tanto por la forma que toma la densidad de probabilidad, la cual busca replicar el comportamiento probabilístico de las variables aleatorias. En nuestro caso calibramos las distintas familias con el fin de ver la robustez del modelo a esta escogencia. Sin embargo, la interpretación de los resultados se basa en las Cópulas constituidas a partir de la familia “*Archimedean*”, no solo por tener el mejor ajuste a la Cópula empírica sino por que las propiedades que cumple son claves en este análisis. En efecto, estas incluyen los casos de total dependencia e independencia asintótica. A su vez, son parsimoniosas al necesitarse solo la estimación de un parámetro.

La Cópula normal es la distribución normal bivariada. Esta es tal que:

$$C(u_1, u_2) = \Phi_\beta(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) \quad (24)$$

$$C(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\beta^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 - 2\beta xy + y^2}{1-\beta^2}\right)\right) dx dy \quad (25)$$

Donde Φ es la función de densidad acumulada de una $N(0;1)$ y Φ_β la función de densidad acumulada de una distribución normal bivariada con coeficiente de correlación β . La forma funcional de la familia de Cópulas a valores extremos es:

$$C(u_1^t, \dots, u_n^t) = C^t(u_1, \dots, u_n) \cdot t > 0. \quad (26)$$

Por su parte, la familia de Cópulas “*Archimedean*” tiene por forma funcional:

$$C(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (28)$$

Donde φ es una función en C^2 , y $\varphi(1) = 0$, $\varphi'(x) < 0$, $\varphi''(x) > 0$. Con $0 \leq x \leq 1$.

La Cópula de Gumbel es una Cópula “*Archimedean*”. Esta es:

$$C(u_1', u_2') = \left[\exp(-[(\ln u_1)^\alpha + (-\ln u_1)^\alpha]^{1/\alpha}) \right]^\alpha = C'(u_1, u_2) \quad (27)$$

Paralelamente, las familias de Cópulas que poseen dos parámetros, δ, θ son útiles para capturar más de un tipo de dependencia. Como la dependencia en colas positiva, y la dependencia en colas negativa. Si existe dependencia en colas negativa, entonces, un aumento en el spread de un país, movimientos negativos para un inversionista, se seguirán por aumentos en el spread de otro país.

Para la Cópula BB1²⁰, el spread de la deuda colombiano exhibe la mayor concordancia, tal como lo señala el mayor theta de la estimación para México (0.54292), Perú (0.44787), Filipinas (0.44636), Brasil (0.44255) y Panamá (0.42072) (Tabla N°9). Estos países tienen por similitud el ser cercanos en términos de la calificación de su deuda soberana y exhiben por principal debilidad un alto endeudamiento externo, como una debilidad estructural en sus finanzas públicas.

El menor valor del theta, para la dependencia en cola negativa de la Cópula BB1, refleja el grado de discordancia. Los menores valores son para las series del Nasdaq (0.11781), High Yield (0.14055), Marruecos (0.14832), S&P500 (0.17624), Nigeria (0.18503) y Malasia (0.19935). El hecho de que delta tienda a cero sugiere que la dependencia en cola negativa entre estas variables no es alta (Tabla N°8). Nigeria posee un stock de deuda externa bajo, como amplias reservas de gas y petróleo acompañados de planes para su explotación. Malasia posee como principal fortaleza el ser un prestamista externo en crecimiento, como el mantener una posición de liquidez internacional alta. Así, no existe evidencia empírica de que los principales índices estadounidenses, como que Nigeria y Malasia condicionen el aumento del spread colombiano, teniendo estos últimos una mayor liquidez internacional potencialmente al momento de tener que solventar su deuda.

6. Resultados de la estimación.

6.1 Picos sobre el umbral bivariados.

Con el fin de robustecer los resultados del modelo multivariado se calcula primero un modelo de picos sobre el umbral bivariados. Así, se ajusta un modelo de excesos conjuntos sobre un par de umbrales.

²⁰ La Cópula BB1, BB2, BB4 se construyen a partir de la “Archimedean” Cópula.

Podemos observar que las probabilidades condicionales son bastante altas (Tabla N°9). Además, la probabilidad de un *crash* conjunto es mucho mayor a la esperada individualmente. La probabilidad de que Colombia exceda 3 desviaciones estándar dado que otro spread la ha excedido es condicionada en los menores casos por Baa (0.0244), Aaa (0.0296), Marruecos (0.1014), High Yield (0.1170), y Malasia (0.1239). Por su parte, las mayores probabilidades de contagio son dadas por el condicionamiento de Rusia (0.4836), Polonia (0.4462), Panamá (0.3678), Brasil (0.3580), México (0.3569), Venezuela (0.3395), y Perú (0.3314).

En seis desviaciones estándar las series que menos contagian son Baa (0.05313143), High Yield (0.05575592), Aaa (0.06538039), Marruecos (0.07251475), Nigeria (0.1108772) y Malasia (0.112077). En seis desviaciones estándar las que más contagian son Rusia (0.810943), México (0.7629098), Polonia (0.7454879), Brasil (0.6350241), Panamá (0.6178745), y Filipinas (0.534747).

6.2 Dependencia con los demás spreads de deuda soberana emergente.

Se encuentra para el periodo de análisis una alta dependencia en la cola negativa con países cercanos geográficamente aunque ésta no sea la regla. A su vez la dependencia es alta para países pertenecientes al mismo grupo de pares o cercanos en términos de la calificación de la deuda soberana de largo plazo (Tabla N°10).

6.2.1 Dependencia extrema.

Para gran parte de los mercados emergentes, encontramos una dependencia en colas positivas y negativas. Esto quiere decir que los eventos extremos sean positivos o negativos están asociados.

Analizando las salidas de la estimación del lambda (la cual se interpreta como una probabilidad) para la cópula BB1 y la BB4, en algunos países, la dependencia en cola positiva es mayor a la dependencia en cola negativa (Tabla N°10). Por tanto la susceptibilidad al contagio es altamente no lineal. En efecto, los resultados univariados señalan que los distintos bonos de deuda son activos distintos. A su vez, los factores cuya dependencia es baja tienen una mayor probabilidad de tener un incremento conjunto. Por su parte, los factores cuya dependencia es baja tienen una probabilidad de subida conjunta mayor a la de una bajada (Tabla N°10). Para el Nasdaq (0.005145965), High Yield (0.007214396), Marruecos (0.01010107), S&P500 (0.02685441), Nigeria

(0.03321646), y Malasia (0.04030414), estas series tienen una probabilidad de *crash* conjunto con Colombia menor a la de un *boom* conjunto.

Por su parte, las mayores probabilidades de contagio hacia Colombia se dan desde México (0.3546541), Brasil (0.2758545), Perú (0.2756729), Filipinas (0.2646324) y Panamá (0.2551528) (Tabla N°10). Estas series tienen una probabilidad de *crash* conjunto con Colombia mayor a la de un *boom* conjunto.

La mayor probabilidad de contagio viene de México, país ampliamente apetecido por flujos de inversión extranjera directa en el corto plazo. A su vez, tanto México como Colombia comparten la misma debilidad estructural en sus finanzas públicas, como la misma necesidad de llevar a cabo reformas estructurales con el fin de hacer sostenible el servicio de su deuda.

Si bien las dependencias en la cola negativa más representativas son países cercanos geográficamente como en términos de nexos reales inclusive, ésta no es la regla, dándole relevancia a la información en el mercado de capitales antes que a los fundamentales. La crisis se contagia de países muy distantes geográficamente, como es el caso de Filipinas. En el espectro de posibilidades de inversión en deuda emergente hay países que no alcanzan a diferenciarse así sean muy distantes, este es el caso de las asociaciones entre Argentina y Turquía, Brasil y Rusia, como en este caso Filipinas y Colombia. Estos últimos poseen por principal debilidad un alto apalancamiento externo. Filipinas posee unos flujos fiscales insuficientes, lo cual aumenta su razón de deuda sobre ingresos. Siendo inciertos los flujos futuros para servir su deuda. Por su parte Colombia posee un alto stock de deuda externa relativo a su grupo de pares en términos de calificación, como un desequilibrio estructural en sus finanzas públicas.

Finalmente, se lleva a cabo el promedio de los lambda por grupos de países como en Laurent (2001) con el fin de establecer una medida de interdependencia a los demás países de la muestra ante choques extremos cualquiera que sea el origen de éstos. Se lleva a cabo el promedio de los lambda para la dependencia en cola negativa de la Cópula BB4. Al hacer el promedio de la dependencia en cola negativa con las series de activos estadounidenses (Nasdaq, High Yield, S&P500, Vix), el promedio de dependencia extrema es (0.019947924). Este es bastante bajo, lo que indica el bajo grado de dependencia negativa de estos activos hacia el spread colombiano.

Paralelamente, al analizar la dependencia en cola con los países asiáticos (Malasia, Filipinas), tenemos un nivel bastante bajo para Malasia, pero uno alto para Filipinas. En general los países asiáticos exceptuando a Filipinas, tienen una liquidez bastante alta al

tener unos superávits de cuenta corriente prolongados. Por su parte, la dependencia del Embig Asia a Colombia en cola negativa es de (0.2010134). Esto quiere decir que si bien la crisis asiática contagió a Colombia, ésta no fue mediante Malasia, sino a través de Filipinas y muy seguramente aquellos países asiáticos colocadores de deuda externa soberana que no aparecen directamente en la muestra pero que sí entran en el Embig Asia.

Haciendo el promedio de la dependencia extrema de aquellos países que están por debajo del grado de inversión²¹ para todo el periodo de la muestra (México, Brasil, Perú, Filipinas, Panamá, Venezuela, Turquía, Ecuador, Argentina, Nigeria). Se obtiene un promedio de (0.20672393).

Finalmente, se hace un promedio de cada uno de los países vecinos de Colombia, (Venezuela, Ecuador, Panamá, Perú y Brasil), lo cual arroja un lambda de (0.22980738). Este es mayor a la agregación de los demás países latinoamericanos en la muestra que son México y Argentina. Incluyendo a estos el promedio es (0.22858191) resultado mayor a lo agregado para el caso de países que poseen una calificación de deuda a carácter especulativo.

La cercanía geográfica tiene por tanto cierta incidencia en el mecanismo de condicionamiento. Cualquier choque independientemente de su origen puede contagiar el spread colombiano por medio de los spreads de países vecinos y aumentar el riesgo país sin tener que ser totalmente determinado por los fundamentales.

El efecto dominante de las crisis se da primordialmente dentro de la región geográfica en la cual la crisis se origina. Sin embargo, en periodos de estrés financiero el inversionista busca salir de aquellos activos que poseen una volatilidad potencial mayor, con el fin de reducir el valor en riesgo del portafolio. Inclusive portafolios especializados en zonas geográficas, aumentan su apetito por activos a mayor calidad crediticia. Lo anterior refuerza el hecho de que los fundamentales no determinen totalmente la decisión de toma de posiciones, sino en gran medida la lógica de administración de un portafolio que además de tener que calzar sus activos con sus pasivos en términos de duración, tiene que asegurar una rentabilidad mínima esperada en determinado horizonte temporal, por lo que la calidad crediticia del activo en su momento es determinante.

²¹ Las inversiones calificadas abajo del grado de inversión se califican como especulativas, señalando que la probabilidad de default ha pasado un punto de inflexión incrementándose esta a partir del umbral de las BBB- mas que proporcionalmente a los notches superiores.

Este resultado da fuerza al hecho de que el inversionista sigue la calificación soberana como señal de mercado y ante una pérdida de confianza, es gracias a ésta que guía sus decisiones de inversión y por tanto la recomposición de su portafolio. Se liquida una posición rentable en un país ante una pérdida dada por una crisis en otro país, cuya calificación de riesgo soberano es similar. Así, las ganancias de la liquidación positiva compensan las pérdidas de la posición deficitaria cubriendo la rentabilidad del portafolio pero castigando un activo que no necesariamente se ha tornado más riesgoso.

6.2.2 Dependencia con los principales mercados de activos estadounidenses.

Con el fin de entender la percepción de riesgo por parte del mercado de capitales, una comparación con los principales activos en Estados Unidos gana relevancia. En efecto, los inversionistas internacionales muchas veces comparan los rendimientos de los mercados emergentes con aquellos asociados al mercado de nueva tecnología, como a los bonos por debajo del grado de inversión estadounidense.

Desde el punto de vista univariado, los bonos de mercados emergentes son más riesgosos que los papeles de países industrializados, pero comparten la misma asimetría de riesgos (Tabla N°6).

En cuanto a la relación de dependencia con el riesgo país colombiano se encuentra disconcordancia con los principales indicadores estadounidenses (Tabla N°7). Así, la dependencia con los índices de activos estadounidenses se concentra mayormente en la cola positiva que en la negativa (Tabla N°8). Esto es evidencia de un “*flight to quality*”²² en periodos de stress. El inversionista vende el activo riesgoso con el fin de tomar el más seguro por lo que, los bonos de mercados emergentes pueden entrar en crisis así sus fundamentales sean sostenibles. Una mayor incertidumbre global genera por tanto una mayor probabilidad de contagio para los bonos emergentes. Finalmente, el riesgo país colombiano está más relacionado en la dependencia en cola negativa con el Vix que con los “*High Yield*” y con este último más que con el Nasdaq (Tabla N°10). Este resultado se explica por el hecho de que el Vix es representativo de la aversión al riesgo a nivel internacional, por tanto al aumentar éste, el efecto es negativo sobre el spread colombiano.

²² El “*flight to quality*” se refiere al flujo de inversiones de activos volátiles a activos más seguros, libres de riesgo y a mayor calidad crediticia, en periodos de crisis o de incertidumbre.

Conclusiones y recomendaciones.

El documento lleva a cabo un análisis empírico de las crisis en los mercados internacionales de capitales basado en eventos extremos. La metodología propuesta resuelve el problema de la modelación econométrica de la estructura de dependencia entre spreads de la deuda al aplicar la función Cópula. Resultados empíricos iniciales que se complementan al estudiar la dependencia con otro tipo de activo como es el caso de índices relativos al mercado de capitales estadounidense.

Se encuentra que existe evidencia de contagio sobre los bonos emergentes colombianos en relación con los principales factores de riesgo internacionales para el periodo de análisis. Los spreads de la deuda colombiana tienen una alta probabilidad de presentar eventos extremos durante periodos de alta volatilidad condicionados por los países cercanos geográficamente, como por su grupo de pares o cercanos a su calificación internacional de riesgo soberano aunque estos últimos no son necesariamente próximos ni en términos espaciales ni en términos de nexos económicos reales.

Siguiendo a Calvo, el mercado mundial de capitales se compone esencialmente de dos tipos de inversionistas. Los informados y los no informados. El primero lidera y el otro es seguidor. El desinformado lleva a cabo un proceso de extracción de señales. El “*virus ruso*” se puede desbordar gracias a la arquitectura de este mercado. El mercado de capitales puede ayudar a multiplicar y difundir el choque inicial y este trabajo es evidencia empírica al respecto. Economizar en información sobre un país, confiando en que la diversificación reduce el riesgo, no se cumple necesariamente. Así, el paro súbito del flujo de capitales genera un efecto que es capaz de dar nacimiento a una multiplicidad de equilibrios, los eventos extremos detonan un equilibrio inestable el cual genera el efecto contagio entre países.

Ante esta evidencia empírica, dado que los flujos de capital tienen un carácter especulativo en el corto plazo, una alternativa para cubrirse contra el efecto contagio consiste tanto en alargar la duración como en aumentar la diversificación de la deuda pública en moneda extranjera. Esto al buscar profundizar la parte larga de la curva de rendimientos con el fin de minimizar la exposición a un escenario de baja liquidez en el cual el “*roll over*” de la deuda a corto plazo encuentre restricciones de liquidez debido al comportamiento de los inversores. La curva de deuda externa debe entonces profundizarse idealmente en el tramo largo de la curva, mientras que las necesidades de liquidez deben fondearse en el tramo corto de la curva de deuda interna.

A su vez, la creación de mecanismos de recompra sobre las emisiones de deuda soberana a través de opciones estructuradas desde la emisión del título pueden reducir el riesgo de mercado del inversionista. Paralelamente, garantías especiales otorgadas por un agente a mayor calidad crediticia, las cuales se activarían en periodos de mayor riesgo de crédito, pueden reducir el pánico del mercado al cubrir al inversionista en momentos de stress.

Finalmente, alcanzar una calificación de riesgo soberano superior al grado de inversión, puede constituir una señal de mercado bastante atractiva ante la desinformación. De esta manera se minimiza la asimetría de información en el mercado de capitales y se accede a un seguro contra los cambios rápidos y extremos en la recomposición de portafolios externos debido a episodios de desinformación. Ataques especulativos, que pueden no sólo llevar a la moratoria de la deuda sino que pueden ir más allá al traducirse en un choque real afectando el ciclo económico.

Investigar la presencia de cambios en la estructura de dependencia condicional extrema a lo largo de la muestra, por ejemplo a través de la evaluación de criterios de información, es el paso siguiente a este trabajo. De esta manera llevar a cabo la validación estadística de cambios en la estructura de dependencia a partir de la interpretación de eventos macroeconómicos específicos e interpretar las razones de dichos cambios extremos es una tarea que se deja para una futura investigación.

Apéndice:

a. Teoría de valores extremos: Aproximación de picos sobre el umbral.

Las aproximaciones tradicionales en estadística están basadas en la normalidad de las series como en el estudio de la función de distribución de probabilidad en su totalidad. Por su parte, la teoría de valores extremos permite enfocarnos solo en las colas de la distribución.

Sean m variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas X_1, \dots, X_m . Estas tal que, $M_n = \max[X_1, \dots, X_n]$ donde M_n representa las mayores pérdidas observadas sobre n datos. La función de distribución subyacente es desconocida: $F(x) = P(X_i \leq x)$. La función de distribución de exceso de pérdidas contra un umbral u se define por:

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) \quad (29)$$

para $0 \leq y \leq x_0 - u$; con $x_0 = \sup\{x \in R : F(x) < 1\}$; Esta función representa la probabilidad de que una pérdida sobrepase el umbral u , por una cantidad mayor a y , sabiendo que se ha sobrepasado un umbral u . Expresión que puede escribirse como:

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{P(X \leq y + u \cap X \geq u)}{P(X \geq u)} = \frac{P(u \leq X \leq y + u)}{1 - P(X \leq u)} = \frac{P(X \leq y + u) - P(X \leq u)}{1 - F(u)}$$
$$F_u(y) = \frac{F(y + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (30)$$

Balkema y de Haan (1974) como Pickands (1975) demostraron que para $F_u(y)$ es posible encontrar una función tal que, cuando el umbral u aumenta, la función de distribución de excesos converja hacia una distribución dada.

$$\lim_{u \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq y \leq x_0 - u} |F_u(y) - G_{\xi, \beta(u)}(y)| = 0 \quad (31)$$

Para un u suficientemente amplio, se tiene entonces, $F_u(y) = G_{\xi, \beta}(y)$.

Así, la distribución $F_u(y)$ converge a una distribución generalizada de Pareto, esta es:

$$G_{\xi, \beta} = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x / \beta)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-x / \beta) & \xi = 0 \end{cases} \quad (32)$$

La distribución posee dos parámetros: β que es un parámetro de escala, y ξ que es un parámetro de forma o índice de colas. Cuando $\xi > 0$, la DGP posee colas anchas.

Ahora, como $F_u(y) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)}$ si tenemos un u grande y un $y > 0$, se llega a :

$F_u(y) = G_{\xi, \beta}(y)$. Definiendo $x = u + y$, un estimador de $F(x)$ es:

$$(1 - F(u)) \times F_u(y) = F(y + u) - F(u) \quad (33)$$

$$F(x) = (1 - F(u)) \times G_{\xi, \beta}(x - u) + F(u); \quad (34)$$

La proporción de observaciones que no exceden el umbral es $F(u)$, luego un estimador de éste es la proporción de observaciones sobre el umbral: $\hat{F}(u) = \frac{(n - N_u)}{n}$; donde N_u es el número de excesos sobre el umbral u . Este es un estimador empírico de la cola de la distribución. Insertándose en la última expresión y reemplazándolo en la forma funcional de la distribución generalizada de Pareto²³, tenemos:

$$\hat{F}(x) = \left(1 - \frac{N_u}{n}\right) + \frac{N_u}{n} \left(1 - \left(1 + \frac{\hat{\xi}(x-u)}{\hat{\beta}}\right)^{-\frac{1}{\hat{\xi}}}\right) \quad (35)$$

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\hat{\xi}(x-u)}{\hat{\beta}}\right)^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \quad (36)$$

La estimación de la distribución generalizada de Pareto se basa en la determinación del umbral u . Este debe ser grande para tener la convergencia en distribución pero tampoco debe ser tan amplio con el fin de enfocarse en los extremos.

El valor en riesgo de un activo es al que $q > F(u)$, lo que equivale a un cuantil de la distribución F , así: $VeR_q = F^{-1}(q)$. Este puede obtenerse al invertir el estimador de las colas de la distribución. De esta forma, $\hat{F}^{-1}(q)$ es entonces:

$$VeR_q = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} (1 - q) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (37)$$

El “*Expected Shortfall*” es el valor esperado de las pérdidas, si se tiene una pérdida en exceso del valor en riesgo.

$$ES(\alpha) = E[X | X > VeR(\alpha)] \quad (38)$$

El valor en riesgo nos dice lo más que podemos perder si un evento extremo no acontece, mientras el *expected shortfall* nos dice lo que podemos esperar perder si un

²³ ξ, β se determinan al ajustar la distribución generalizada de Pareto a los datos extremos, estimando los parámetros por el método de máxima verosimilitud.

evento extremo ocurre. El *expected shortfall* es entonces el valor en riesgo condicional. Este se puede escribir como:

$$ES(\alpha) = VeR(\alpha) + E[X - VeR(\alpha) | X > VeR(\alpha)] \quad (39)$$

El segundo término es el promedio de la distribución de excesos sobre el umbral, que en este caso es el valor en riesgo.

$$ES(\alpha) = VeR(\alpha) + \frac{\beta + \xi(VeR(\alpha) - u)}{1 - \xi} = \frac{VaR(\alpha)}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{1 - \xi} \quad (40)$$

Así, la aproximación de picos sobre el umbral busca aplicar la teoría de valores extremos a una distribución de los excesos sobre determinado umbral.

b. Teoría de valores extremos multivariada: Cópulas.

Una Cópula es la función de distribución de un vector de variables aleatorias en R^n con marginales uniformes (0,1). Es una función $C: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$. En el caso bivariado es una función de distribución bidimensional en $[0,1]^2$ con marginales uniformes (0,1).

Se trata de una función C que une las distribuciones marginales con la distribución conjunta, así: $F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2))$ ²⁴; Alternativamente, puede verse como una función de distribución conjunta con marginales uniformes.

Una Cópula bidimensional es una función C con las siguientes propiedades:

1- $\text{Dom } C = [0,1] \times [0,1]$

2- $C(0, u) = C(u, 0) = 0$ y $C(u, 1) = C(1, u) = u \quad \forall u \in [0,1]$;

3- C es creciente: $C(v_1, v_2) - C(v_1, u_2) - C(u_1, v_2) + C(u_1, u_2) \geq 0$. C es creciente en cada componente. Siempre que:

$$(u_1, u_2) \in [0,1]^2$$

$$(v_1, v_2) \in [0,1]^2, \text{ tal que, } 0 \leq u_1 \leq v_1 \leq 1 \text{ y } 0 \leq u_2 \leq v_2 \leq 1$$

La función Cópula de las variables aleatorias (X_1, X_2) es invariante bajo transformaciones estrictamente crecientes: $\partial_x F_n(x) > 0$. Se trata de una estadística exhaustiva de la dependencia.

Si las distribuciones marginales son continuas basados en el teorema de Sklar (1959) tenemos que la Cópula es única. Este teorema permite asociar a cada distribución una

²⁴ $F_n(X_n)$ es una función de distribución marginal.

Cópula específica. Así, por una parte se tienen las marginales, y de otra parte tenemos la Cópula, la cual permite atar las marginales al modelar la dependencia entre estas.

Se extrae entonces una única Cópula C de una función de distribución multivariada F con marginales continuas F_1, \dots, F_n al calcular:

$$C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) \quad (41)$$

$$C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) = P(F_1^{-1}(U_1) \leq x_1, F_2^{-1}(U_2) \leq x_2, \dots, F_n^{-1}(U_n) \leq x_n)$$

$$C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) = P(U_1 \leq F_1(x_1), U_2 \leq F_2(x_2), \dots, U_n \leq F_n(x_n))$$

La distribución multivariada contiene toda la información que existe en la estructura de dependencia entre las variables. Luego, la Cópula debe extraer esta misma información. El “*Frechet upper bound*”, como el “*Frechet lower bound*”, representan las acotaciones entre las cuales la medida de dependencia se define. El primer caso lo denominaremos C^+ y el segundo C^- . Estos se definen numéricamente como:

$$C^-(u_1, u_2) = \max(u_1 + u_2 - 1, 0)$$

$$C^+(u_1, u_2) = \min(u_1, u_2) \quad (42)$$

Donde para cualquier Cópula el siguiente orden debe respetarse:

$$C^- \prec C \prec C^+$$

Así, dos variables aleatorias X_1 y X_2 son contramonotónicas, $C = C^-$, si existe una variable aleatoria X tal que $X_1 = f_1(x)$ y $X_2 = f_2(x)$ con f_1 no creciente y f_2 no decreciente. Dos variables aleatorias X_1 y X_2 son comonotónicas, $C = C^+$, si existe una variable aleatoria X tal que $X_1 = f_1(x)$ y $X_2 = f_2(x)$ con f_1 y f_2 no decrecientes.

La dependencia en colas se refiere a la dependencia en el cuadrante de cola positivo o negativo de una distribución bivariada. Si una Cópula bivariada es tal que:

$$\lim_{u \rightarrow 1} \frac{\bar{C}(u, u)}{1 - u} = \lambda_u \quad (43)$$

si el límite existe, C posee una dependencia en cola positiva si $\lambda \in (0, 1]$ y no posee dependencia en colas positiva si $\lambda = 0$. Donde λ es el parámetro de dependencia en colas. De igual manera, si

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\bar{C}(u, u)}{u} = \lambda_L \quad (44)$$

si el límite existe, C posee una dependencia en cola negativa si $\lambda \in (0,1]$ y no posee dependencia en colas si $\lambda = 0$. Así,

$$\lambda_u = \lim_{u \rightarrow 1} P(U_1 > u | U_2 > u) = \lim_{u \rightarrow 0} P(U_2 > u | U_1 > u) \quad (45)$$

Si existe dependencia en colas negativa, amplios movimientos negativos en el precio de un activo se siguen por amplios movimientos negativos en el precio del otro activo. λ es la probabilidad de que una variable sea extrema dado que la otra es extrema, por lo que en términos del valor en riesgo, se puede escribir como:

$$\lambda(Ver) = p(X_2 > F_2^{-1}(Ver) | X_1 > F_1^{-1}(Ver)) = p(U_2 > Ver | U_1 > Ver) = \frac{\bar{C}(u,u)}{1-u} \quad (46)$$

Referencias:

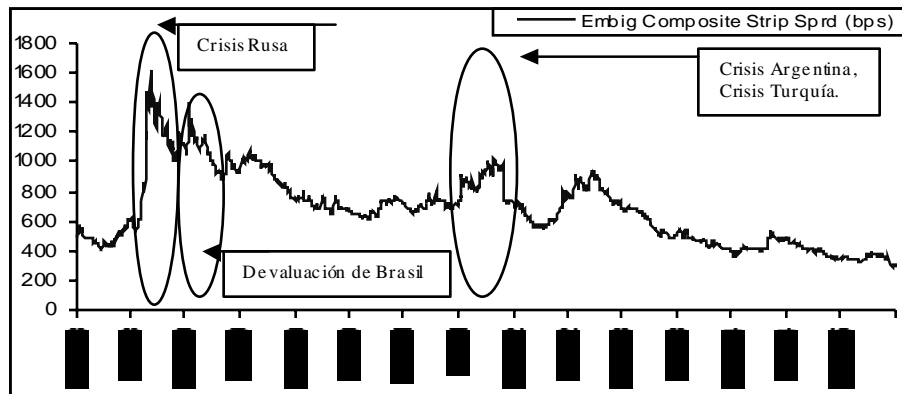
- 1- Balkema, A., y L. De Haan (1974): “Residual life time at great age.” Annals of Probability, 2, 792-804.
- 2- Bouyé Eric, (2000) “Copulas for Finance a Reading Guide and Some Applications.” Financial Econometrics Research Center.
- 3- Boyer, B., M. Gibson, y M. Loretan (1999), “Pitfalls in tests for changes in correlations.”, Board of Governors of the Federal Reserve System, International Finance Discussion Paper, 597.
- 4- Calvo, G. (1996), “Capital Inflows and Macroeconomic Management: Tequila lessons. *International Journal of Finance and Economics.*”, 1, 207-223.
- 5- Calvo Guillermo.(1998) “Understanding the Russian Virus with special reference to Latin America.” (Working Paper).
- 6- Calvo, G (1999a), “Contagion in Emerging Markets.”, University of Maryland, Working Paper.
- 7- Calvo, Guillermo (1999) “Contagion in Emerging Markets: When Wall Street is a Carrier.” Working Paper, University of Maryland.
- 8- Danielsson J. and C. de Vries (1997), “Tail index and quantile estimation with very high frequency data.”, *Journal of Empirical Finance*, 4, p. 241-257.
- 9- Eichengreen, B. , A. Rose, y C. Wyplosz (1997). “Contagious Currency Crises.”, CEPR, Working Paper.
- 10- Embrechts, P., McNeil, A.J. and D. Straumann (1999), “Correlation and dependency in risk management: properties and pitfalls.”, Department of Mathematik, ETHZ, Zurich, Working Paper.
- 11- Forbes, K. y R. Rigobon (1999), “Measuring Contagion: Conceptual and Empirical Issues.”, Massachusetts Institute of Technology, Sloan School of Management, Working Paper.
- 12- Forbes, K. y R. Rigobon (2000a), “Contagion in Latin America: Definitions, Measurement, and Policy Implications.”, NBER, Working Paper.
- 13- Forbes, K. y R. Rigobon (2000b), “No Contagion, only interdependence.”, Massachusetts Institute of Technology, Sloan School of Management, Working Paper.
- 14- Gerlacht, S y F. Smets (1995). “Contagious Speculative Attacks.”, *European Journal of Political Economy*, 11, 45-63.

- 15- Hall P (1990). "Using the bootstrap to estimate mean squared error and select smoothing parameter in nonparametric problems." Journal of Multivariate Analysis, Vol. 32, Issue 2, P. 177-203.
- 16- Hill, B. (1975). "A simple general approach to inference about the tail of a distribution." The Annals of Statistics. Vol. 3, N°5, 1163-1174.
- 17- Kaminsky, G., y C. Reinhart (1998), "On Crises, Contagion and Confusion.", University of Maryland, Working Paper.
- 18- Kaminsky, G., y S. Schmukler (1999), "What triggers market jitters? A chronicle of the Asian Crisis.", Journal of International Money and Finance, 18, 537-560.
- 19- Koedijk K., Schafgans M. and C. de Vries (1990), "The tail index of exchange rate returns.", Journal of International Economics, 29, p.93-108.
- 20- Kofman, P. y M. Martens (1997), "Interaction between stock Markets: an analysis of the common trading hours at the London and New York stock exchange.", Journal of International Money and Finance, 16, 387-414.
- 21- Laurent Pierre and Jérôme Teiletche (2001). "Emerging Sovereign Bond Markets: A view from the extremes." Preliminary Version.
- 22- Longin, F. and B. Solnik (1995), "Is the correlation in international equity returns constant: 1960-1990?." Journal of International Money and Finance, 14, 3-26.
- 23- Longin, F. and B. Solnik (2000), "Correlation structure of international equity markets during extremely volatile periods.", CEPR, Discussion Paper, 2538.
- 24- Longin F. and B. Solnik (2001), "Extreme correlation of international equity markets.", Journal of Finance, 56, p. 649-676.
- 25- Masson, P. (2000), "Multiple Equilibria, contagion and emerging markets crises." forthcoming in R. Glick, R. Moreno and M. Spiegel (eds), Financial Crises in Emerging Markets, Cambridge University Press
- 26- McNeil, A.J. and R. Frey, (2000), "Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach.", Journal of Empirical Finance 7, 271-300.
- 27- Nelsen R. (1998), "An Introduction to Cópulas", Lecture Notes in Statistics, 139, Springer Verlag.
- 28- Pagan A. "The Econometrics of Financial Markets." Journal of empirical finance. 3 (1996). 15-102.
- 29- Pickands, J. (1975): "Statistical inference using extreme order statistics.", The annals of Statistics, 3, 119-131.

- 30- Roncalli, Costinot y Teiletche, (2000). "Revisiting the dependence between financial markets with c opulas." (Work in Process). Groupe de Recherche Op rationnelle Cr dit Lyonnais.
- 31- Roncalli Thierry. "La th orie des Extremes et la gestion des Risques de March ." GRO Cr dit Lyonnais (2004).
- 32- Sklar, A (1959). "Fonctions de r partition a n dimensions et leurs marges." Publ. Inst. Statist. Univ. Paris, 8:229-231.
- 33- Straetmans, S. (2001), "Extreme financial returns and their comovements", Tinbergen Institute Research Series, PhD Thesis N  181, Erasmus University Rotterdam.
- 34- Valdes, R (1996), "Emerging Market Contagion: Evidence and Theory.", MIT, Working Paper.
- 35- Von Furstenberg Gm. AND B.n, Jeon (1989), "International Stock Prices Movements: Links and Messages", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1: 125-179.

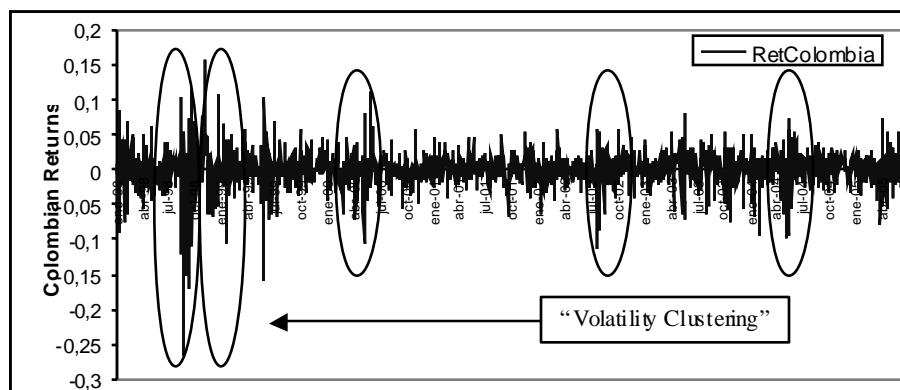
Gráficas:

Gráfica N°1: Crisis financieras recientes en mercados emergentes.



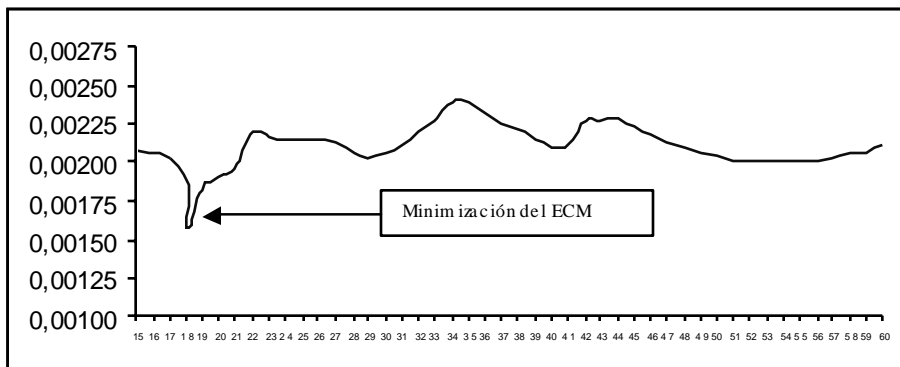
Fuente: J.P Morgan. Los episodios de estrés financiero se caracterizan por un aumento de la prima de riesgo en países similares para el inversionista como Brasil, Rusia y Turquía, Argentina.

Gráfica N°2: Retornos del spread de Colombia.



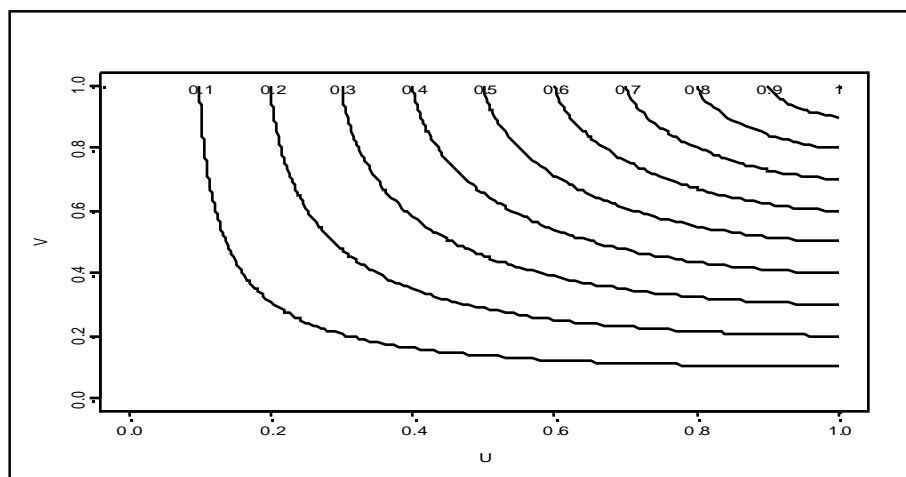
Fuente: Cálculos del autor. Primera diferencia del spread. Las subidas del spread, es decir las caídas en estos retornos implican pérdidas para el inversionista.

Gráfica N°3: Error cuadrático medio. Bootstrapping del estimador de Hill.



Fuente: Cálculos del autor. A partir del k asociado a la minimización de este ECM se determina el VeR .

Gráfica N°4: Cópula teórica de Gumbel. (Curvas de nivel).



Fuente: Cálculos del autor. Calibración de una Cópula teórica mediante datos históricos.

Tablas:

Tabla N°1: Estadísticos descriptivos spreads de la deuda.

	Mean	Maximum	Minimum	Std.Dev	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	Prob	Observations	Bds stat d'im 6	Prob	ADF Test Statistic	10% Critical Value	5% Critical Value
ARGENTINA	2974,962	7222	381	2348,892	0,186322	1,247335	248,6953	0	1859	0,541174	0	-0,601506	-2,5679	-2,8636
ASIA	302,7682	926	182	100,4254	3,086389	15,32121	14710,54	0	1859	0,535926	0	-2,579926	-2,5679	-2,8636
BRAZIL	858,4368	2451	372	377,4958	1,454563	5,347241	1082,291	0	1859	0,537767	0	-2,202651	-2,5679	-2,8636
BULGARIA	508,8838	1679	62	302,3005	0,358858	2,732952	45,42389	0	1859	0,552491	0	-1,486512	-2,5679	-2,8636
CHINA	113,1501	364	39	51,81876	1,043775	5,035421	658,4583	0	1859	0,526245	0	-1,870880	-2,5679	-2,8636
COLOMBIA	552,2813	1076	261	160,2875	0,572125	3,084432	101,969	0	1859	0,524895	0	-2,564833	-2,5679	-2,8636
ECUADOR	1575,764	4764	592	951,2388	1,516258	4,505747	887,9382	0	1859	0,551208	0	-1,866180	-2,5679	-2,8636
HIGHYIELD	387,9461	511,685	321,235	50,91225	1,147404	2,86817	409,2526	0	1859	0,574724	0	0,444832	-2,5679	-2,8636
MALAYSIA	236,787	1141	76	165,639	2,940323	13,30097	10897,76	0	1859	0,554768	0	-1,734588	-2,5679	-2,8636
MEXICO	365,8591	1149	152	171,1225	1,390139	5,094496	938,552	0	1859	0,539252	0	-1,753107	-2,5679	-2,8636
MOODYAAA	6,50184	8,12	4,76	0,783619	-0,105433	1,971509	85,37911	0	1859	0,542617	0	-0,623630	-2,5679	-2,8636
MOODYBAA	7,390226	9,08	5,64	0,768894	-0,350378	2,023603	111,8815	0	1859	0,546155	0	-0,600335	-2,5679	-2,8636
MOROCCO	432,5412	1606	128	207,5942	0,933402	5,342869	695,1105	0	1859	0,527977	0	-1,991863	-2,5679	-2,8636
MSCILATAM	955,2717	1668,95	522,22	224,6484	0,717822	3,482104	177,6505	0	1859	0,54004	0	-0,563467	-2,5679	-2,8636
NASDAQ	2205,193	5048,62	1114,21	779,99	1,468228	4,612307	869,2614	0	1859	0,556469	0	-1,538317	-2,5679	-2,8636
NIGERIA	1169,588	2937	389	561,4718	0,715064	2,836261	160,4997	0	1859	0,531881	0	-1,987809	-2,5679	-2,8636
PANAMA	404,6477	769	236	76,32097	0,403543	3,218156	54,14173	0	1859	0,508747	0	-2,852201	-2,5679	-2,8636
PERU	526,1269	1061	229	158,2386	0,243576	2,527937	35,64334	0	1859	0,519913	0	-1,859783	-2,5679	-2,8636
PHILLIPINES	477,0145	993	300	109,3717	1,496476	6,583987	1688,803	0	1859	0,523073	0	-2,771066	-2,5679	-2,8636
POLAND	180,581	410	17	82,90698	-0,279597	2,007253	100,5598	0	1859	0,541327	0	-1,318165	-2,5679	-2,8636
RUSSIA	1306,859	7063	160	1491,381	1,698567	4,754724	1132,407	0	1859	0,570045	0	-1,269754	-2,5679	-2,8636
SOUTHAFRICA	281,3249	757	85	127,7742	0,866875	3,770108	278,769	0	1859	0,545008	0	-1,437009	-2,5679	-2,8636
SP500	1161,911	1527,46	776,77	168,5978	0,106624	2,388735	32,46431	0	1859	0,530535	0	-1,881505	-2,5679	-2,8636
THAILAND	164,5788	951	31	123,8258	2,609367	12,36412	8901,666	0	1859	0,542256	0	-2,762990	-2,5679	-2,8636
TURKEY	593,7509	1188	236	214,8282	0,38009	2,233774	90,237	0	1859	0,530266	0	-1,853242	-2,5679	-2,8636
VENEZUELA	896,192	2658	388	320,6782	1,137671	6,630161	1421,767	0	1859	0,527901	0	-2,503375	-2,5679	-2,8636
VIX	22,78196	45,74	11,1	6,366798	0,679238	3,526631	16,44283	0	1859	0,454844	0	-3,607435	-2,5679	-2,8636

Fuente: Cálculos del autor. Series a Niveles.

Tabla N°2: Parámetros estimados y salidas. Filtro ARMA GARCH.

	Fstat ARCH test	Prob	AR(1)	Prob	C	Prob	ARCH(1)	Prob	GARCH(1)	Prob	Bds stat dim 6	Prob	F stat ARCH test	Prob
ARGENTINA	60,368260	0	0,039572	0,1354	4,94E-05	0	0,281974	0	0,701649	0	0,000189	0,9629	0,02117	0,884331
ASIA	1,011537	0,314666	0,059417	0,0201	2,15E-05	0	0,128017	0	0,830013	0	0,002483	0,5088	0,20783	0,648529
BRAZIL	10,448260	0	0,148458	0	2,42E-05	0	0,12507	0	0,844551	0	0,004178	0,1761	0,01141	0,914964
BULGARIA	12,038390	0	-0,020964	0,4107	4,59E-05	0	0,131037	0	0,813317	0	0,002707	0,4798	1,93459	0,164424
CHINA	39,393040	0	-0,274778	0	0,000167	0	0,15237	0	0,745589	0	0,025475	0	0,01817	0,892778
COLOMBIA	22,332130	0,000002	0,129449	0	2,32E-05	0	0,095996	0	0,869049	0	0,002672	0,4523	0,57647	0,447796
ECUADOR	1,339270	0,247312	0,125972	0	8,41E-06	0	0,096023	0	0,908962	0	0,008101	0,0207	0,02868	0,865535
HIGHYIELD	23,038610	0,000002	0,479422	0	2,75E-07	0	0,450052	0	0,671107	0	-3,44E-05	0,9249	0,04870	0,825359
MALAYSIA	11,016930	0,00092	0,017063	0,4993	9,44E-05	0	0,108685	0	0,724405	0	0,019821	0,0001	0,05521	0,814263
MEXICO	15,861490	0	0,074002	0,0039	4,67E-05	0	0,126444	0	0,811646	0	0,000536	0,8754	0,68060	0,409488
MOODYAAA	12,607570	0,000394	0,04736	0,0449	9,27E-07	0,002	0,053628	0	0,931329	0	0,002141	0,4964	0,31622	0,573959
MOODYBAA	23,206350	0,000002	0,037357	0,1117	1,14E-06	2E-04	0,052834	0	0,920551	0	0,001109	0,7236	0,98291	0,321611
MOROCCO	80,572260	0	-0,123905	0	0,000163	0	0,134809	0	0,767539	0	0,004342	0,3538	1,56892	0,210522
MSCILATAM	69,183030	0	0,171527	0	1,70E-05	0	0,112878	0	0,81557	0	-0,000852	0,7979	0,59345	0,441186
NASDAQ	61,865460	0	-0,027174	0	1,15E-06	0	0,065354	0	0,933613	0	0,002276	0,4196	1,71287	0,190775
NIGERIA	10,811320	0,001028	-0,103966	0	0,000103	0	0,077936	0	0,856503	0	0,002421	0,5773	0,00064	0,979812
PANAMA	27,457550	0	0,071664	0	5,65E-05	0	0,143801	0	0,735623	0	-0,000832	0,8181	0,65930	0,416911
PERU	15,429590	0,000089	0,083273	0	8,71E-05	0	0,127562	0	0,759031	0	0,003205	0,3775	0,09592	0,756822
PHILLIPINE S	12,741900	0,000367	0,078154	0	2,94E-05	0	0,137625	0	0,805775	0	0,001064	0,7656	1,12891	0,719611
POLAND	12,029680	0	-0,214759	0	8,04E-05	0	0,11448	0	0,867093	0	0,00906	0,0063	0,00050	0,982154
RUSSIA	14,741680	0,000127	0,100437	0	7,93E-05	0	0,20187	0	0,751528	0	-0,005019	0,1635	0,02016	0,887114
SOUTHAFRICA	34,798410	0,062279	-0,147985	0	4,93E-05	0	0,102389	0	0,86023	0	0,013225	0,001	0,11846	0,730752
SP500	53,892350	0	-0,024789	0	1,47E-06	0	0,076117	0	0,915957	0	-0,00132	0,6706	0,96310	0,326535
THAILAND	20,244850	0	-0,20587	0	0,000225	0	0,133817	0	0,828652	0	0,051388	0	0,28264	0,595041
TURKEY	93,143540	0	0,113317	0	3,98E-05	0	0,120121	0	0,831149	0	0,004366	0,2422	1,91204	0,166903
VENEZUELA	10,384900	0	0,112612	0	3,11E-05	0	0,21975	0	0,750837	0	-0,005551	0,0883	0,41258	0,520742
VIX	4,266035	0,03902	-0,048009	0	0,000115	4E-04	0,071762	0	0,890155	0	0,003889	0,2024	0,92748	0,335644

Fuente: Cálculos del autor. Parámetros estimados sobre la primera diferencia (Retornos logarítmicos) de las series.

Tabla N°3: Mínimos históricos sobre las series de residuos de los spreads.

	Min 5	Min 4	Min 3	Min 2	Min 1		Min 5	Min 4	Min 3	Min 2	Min 1
Argentina	07-08-98 -4,37772296	13-01-99 -6,80766969	29-10-01 -3,88329127	04-12-01 -3,87776988	19-04-05 -4,90756419	MSCILatam	27-08-98 -3,64971091	13-01-99 -4,0915637	04-01-00 -4,98420175	13-09-01 -7,17956652	29-01-04 -3,66884662
Brazil	18-05-98 -5,2952334	07-08-98 -4,33017884	04-01-00 -4,4530578	29-07-02 -3,49357097	15-04-04 -3,8866085	Nasdaq	31-08-98 -4,56883579	19-04-99 -3,49265616	04-01-00 -3,78169533	17-09-01 -3,87018019	02-07-02 -3,28128429
Bulgaria	07-08-98 -3,6366897	13-01-99 -5,60607763	21-05-99 -4,30636782	11-07-01 -3,85212561	20-06-02 -4,74117188	Nigeria	07-08-98 -4,18080964	19-04-00 -3,86243844	28-08-02 -10,1517191	24-03-03 -5,74312507	09-02-04 -4,527527
China	29-07-98 -5,597622	29-01-99 -8,7704829	14-09-01 -6,57450293	31-12-02 -7,08797288	01-08-03 -5,05368794	Panama	20-08-98 -4,17818255	21-08-98 -3,84544111	21-06-02 -4,11249886	27-02-04 -4,5458235	06-05-04 -4,23597807
Colombia	10-08-98 -7,30309087	21-08-98 -6,73096825	27-05-99 -4,56981698	23-07-02 -4,85154864	29-01-04 -4,11603039	Peru	13-01-99 -4,59548924	30-03-00 -5,13771256	18-09-00 -4,74005205	23-10-00 -6,12052561	29-01-04 -5,3272826
Ecuador	20-08-98 -7,12923304	13-01-99 -3,98003003	09-05-02 -5,21406959	20-04-04 -4,12855524	20-04-05 -3,81272225	Poland	21-08-98 -4,15977185	13-01-99 -2,72943384	16-03-04 -4,02730786	08-12-04 -2,65567759	10-03-05 -3,90161932
Asia	21-08-98 -6,85394789	28-04-00 -4,71507926	01-08-03 -5,01123876	30-04-04 -11,0507863	28-02-05 -5,80239662	Russia	18-05-98 -3,92224642	13-01-99 -3,16547482	12-05-99 -3,23575859	29-01-04 -3,70397398	25-06-04 -2,93485909
Philippines	21-08-98 -5,37109777	30-03-00 -4,11030264	12-10-00 -3,97416676	01-08-03 -3,55021901	22-10-03 -3,67977114	sp500	31-08-98 -4,55323224	04-01-00 -4,80720032	14-04-00 -4,36522156	12-03-01 -3,65595122	17-09-01 -4,34647836
HighYield	27-04-98 -4,24676681	11-08-98 -4,70817887	08-10-98 -5,97923186	14-09-01 -18,2838836	26-06-02 -14,6308536	SouthAfrica	10-06-98 -4,20379954	21-08-98 -6,19574373	27-08-98 -7,74112334	31-12-98 -6,430158	07-05-99 -4,24236842
Malaysia	09-01-98 -3,97719356	10-02-98 -5,34050633	02-09-98 -6,17160458	10-10-02 -8,10203635	01-08-03 -5,49720213	Thailand	04-04-00 -5,49668884	26-04-01 -6,96867273	30-05-01 -7,06970591	29-08-02 -7,01815221	26-06-03 -5,32787646
Morocco	07-08-98 -5,43066451	12-01-04 -6,26277515	30-03-04 -5,40151212	05-08-04 -5,65660803	04-05-05 -5,58313208	Turkey	21-08-98 -5,41083304	31-01-00 -7,61813571	20-02-01 -5,31846796	06-07-01 -6,06354483	17-03-03 -6,0809794
Mexico	07-08-98 -5,14039093	13-01-99 -4,98965338	30-03-00 -3,65836804	06-06-02 -3,37050994	01-08-03 -3,79687502	Venezuela	18-05-98 -3,59682418	07-08-98 -7,39987868	20-08-98 -8,3234535	07-01-99 -3,3546464	03-01-03 -3,63567076
AAA	08-10-98 -5,38508991	30-04-99 -3,60484033	06-08-99 -3,17673786	02-01-03 -3,12932206	02-04-04 -3,62016405	Vix	27-04-98 -3,48738896	12-03-01 -3,41543193	17-09-01 -5,28961512	03-09-02 -3,58401553	22-02-05 -3,63946171
BAA	08-10-98 -5,66705166	30-04-99 -3,11858086	04-09-01 -3,14865057	08-05-02 -3,93482324	02-04-04 -3,63646663						

Fuente: Cálculos del autor. Las fechas de extremos negativos son muy cercanas entre países. En amarillo están resaltados las fechas que comprenden los quince días anteriores y posteriores a la devaluación Rusa del 17/08/98.

Tabla N°4: Parámetros estimados distribución generalizada de pareto (DGP).

	Negative Residuals					Positives Residuals					Tail (-) Tail (+) Data (-) Data (+)			
	Threshold	Xi	ses	Beta	ses	Threshold	Xi	ses	Beta	ses	Tail (-)	Tail (+)	Data (-)	Data (+)
Poland	1,25481	0,00422	0,08014	0,49943	0,05933	1,25169	0,27752	0,09470	0,46428	0,05694	130	153	924	926
Russia	0,91058	-0,02076	0,07958	0,57273	0,06008	1,80081	0,35824	0,15793	0,61606	0,12735	214	50	891	961
Nasdaq	1,60065	0,15625	0,10602	0,35931	0,05095	1,50078	0,08132	0,08946	0,39907	0,05148	111	115	876	981
AAA	1,49761	-0,00259	0,08363	0,56990	0,06964	1,70084	0,12941	0,13821	0,40332	0,07219	127	76	865	973
BAA	1,25016	-0,00289	0,06758	0,59820	0,06019	1,50220	-0,03659	0,08953	0,50181	0,06627	181	107	873	961
Vix	1,37805	0,00063	0,05660	0,58424	0,05681	1,60669	-0,19454	0,10458	0,48865	0,07357	161	83	872	985
S&P 500	1,52176	0,08566	0,09688	0,51482	0,06828	1,61463	-0,14741	0,10310	0,47578	0,06901	123	95	901	956
Phillipines	1,25115	0,01383	0,08994	0,65945	0,07998	1,75820	0,24835	0,13936	0,45127	0,08043	152	77	922	929
Brazil	1,25103	0,00087	0,12600	0,63741	0,09309	1,50183	0,11470	0,11464	0,36412	0,05489	184	104	879	978
Panama	1,25564	-0,00371	0,09395	0,68923	0,08555	1,60413	0,05505	0,11203	0,58927	0,08989	153	93	929	921
Mexico	1,40476	-0,07678	0,07600	0,77031	0,08925	1,50111	-0,02738	0,10970	0,59952	0,09119	131	90	873	971
Venezuela	1,25991	0,13963	0,08430	0,47758	0,05364	1,59637	0,26354	0,13116	0,41505	0,06860	178	92	901	953
Argentina	1,30534	0,03275	0,08632	0,76304	0,09406	1,75888	0,35643	0,18836	0,60797	0,13739	131	57	1000	856
Bulgaria	1,25263	0,17693	0,11807	0,55886	0,08207	1,75234	0,07612	0,13339	0,65200	0,11049	127	92	903	939
MsciLatam	1,41254	0,14567	0,10169	0,57425	0,07652	1,49185	-0,01581	0,11730	0,50337	0,07695	134	104	902	955
Peru	1,51372	0,11935	0,10705	0,64719	0,09325	1,75476	0,13014	0,14844	0,47557	0,08961	106	73	905	947
Colombia	1,40513	0,14442	0,09309	0,62322	0,07975	1,35045	0,01098	0,08646	0,56853	0,07044	129	127	889	966
Ecuador	1,25215	0,30627	0,11919	0,43793	0,06277	1,76553	0,39436	0,17393	0,59028	0,12863	144	50	928	928
Nigeria	1,25326	0,13427	0,08923	0,73031	0,09222	1,50168	0,01526	0,10422	0,84786	0,12399	124	95	950	906
SouthAfrica	1,25774	0,16224	0,10139	0,69508	0,09498	1,74885	0,02272	0,12236	0,91549	0,16012	117	65	891	950
Malaysia	1,31062	0,09252	0,09681	0,83850	0,11156	1,53335	0,09568	0,09098	0,74788	0,10113	120	99	857	881
Morocco	1,30251	0,18195	0,12348	0,77274	0,12001	1,50508	0,15805	0,12269	0,71756	0,11279	131	101	866	937
Turkey	1,51051	0,21866	0,11234	0,68276	0,10035	1,50183	-0,11921	0,10401	0,60321	0,08876	106	91	867	987
Thailand	1,00023	0,21855	0,11491	0,75518	0,11033	1,75091	0,44050	0,19905	0,83941	0,19012	117	69	855	864
Asia	1,49655	0,35367	0,13509	0,55028	0,09072	1,75573	0,15399	0,15747	0,50799	0,10108	99	66	898	938
China	1,10255	0,35267	0,11897	0,57674	0,08139	1,26271	0,06762	0,10062	0,86905	0,11730	152	124	802	843
High Yield	1,50968	0,51508	0,16676	0,52963	0,10386	1,37670	0,18850	0,13850	0,42648	0,07655	69	75	820	1037

Fuente: Cálculos del autor. ($\xi = Xi$).

Tabla N°5: Parámetros estimador de Hill.

	MSE Left Tail			MSE Right Tail		
	k	miu	alpha	k	miu	alpha
Poland	25	2,05864	0,2749	17	2,6731	0,1924
Russia	56	1,72896	0,2391	32	2,2481	0,3319
Nasdaq	30	2,06872	0,2437	21	2,2483	0,1781
AAA	20	2,58447	0,1512	27	2,2282	0,1656
BAA	34	2,23979	0,2214	25	2,2807	0,1385
Vix	33	2,31544	0,218	25	2,171	0,1364
S&P 500	60	1,94479	0,2203	51	1,9167	0,1859
Phillipines	20	2,72497	0,1748	60	1,8939	0,2401
Brazil	60	1,97357	0,2493	15	2,3901	0,1578
Panama	38	2,28642	0,2543	16	2,7515	0,1931
Mexico	28	2,55158	0,1803	15	2,57	0,1817
Venezuela	17	2,63132	0,0015	33	2,0783	0,2611
Argentina	19	2,78879	0,2597	60	1,7179	0,348
Bulgaria	60	1,6858	0,3379	15	3,0989	0,1879
MsciLatam	60	1,86105	0,3129	48	1,9216	0,2015
Peru	60	1,88654	0,2968	17	2,7049	0,1924
Colombia	18	2,70431	0,2825	36	2,1675	0,1832
Ecuador	29	2,29826	0,261	33	2,1054	0,3079
Nigeria	25	2,61678	0,2604	52	2,0852	0,2898
SouthAfrica	60	1,78841	0,3295	30	2,5469	0,2416
Malaysia	22	2,82783	0,2836	60	2,0318	0,2652
Morocco	20	2,8436	0,3582	19	3,0577	0,2222
Turkey	17	2,91471	0,371	34	2,056	0,2121
Thailand	19	2,66597	0,0003	15	4,4196	0,2858
Asia	60	1,79522	0,3576	60	1,798	0,2616
China	18	3,03982	0,3565	35	2,4902	0,2875
High Yield	29	2,09242	0,4198	15	2,2517	0,2202

Fuente: Cálculos del autor. MSE = Error Cuadrático Medio. miu = u.

Tabla N°6: Probabilidad univariada. Método DGP y Hill.

	VaR (gpd)	VaR (hill)	sfal 0,95 (-)	sfal 0,99 (-)	VaR (gpd) (+)	VaR (hill) (+)	sfal 0,95 (+)	sfal 0,99 (+)	Left Tail	Right Tail
Poland	1,772630689	1,738858519	2,27637	3,08986	1,909768074	2,204410058	2,79931	4,61274	7,027%	8,270%
Russia	1,79491691	1,826149006	2,33802	3,19766	1,825496731	1,964359899	2,77962	4,88420	11,555%	2,700%
Nasdaq	1,960264468	1,886463003	2,44826	3,34813	1,852886524	1,933064901	2,31845	3,11900	5,977%	6,193%
AAA	2,110651003	2,299866518	2,67302	3,58344	1,886052477	2,021221512	2,37686	3,25507	6,910%	4,135%
BAA	2,099223239	2,119257063	2,68996	3,64382	1,898111173	2,083333502	2,36382	3,09886	9,869%	5,834%
Vix	2,141579316	2,179023384	2,72302	3,66514	1,849209203	1,979266309	2,21430	2,72619	8,670%	4,470%
S&P 500	2,061740581	2,071525322	2,66532	3,72275	1,925421622	1,939913627	2,29618	2,83392	6,624%	5,116%
Philippines	2,044445045	2,354871239	2,71978	3,82607	2,001213646	2,013922915	2,67299	4,01538	8,212%	4,160%
Brazil	2,164304958	2,13282366	2,79959	3,82837	1,788849601	1,983484819	2,23300	3,02485	9,908%	5,600%
Panama	2,075431932	2,17260178	2,75461	3,85167	2,026430659	2,243432039	2,67464	3,76549	8,270%	5,027%
Mexico	2,216592602	2,35528227	2,86905	3,86508	1,868035344	2,076118832	2,44180	3,34519	7,104%	4,881%
Venezuela	1,983277309	2,627517392	2,65575	3,86930	1,884536805	1,888179664	2,56480	3,90840	9,601%	4,962%
Argentina	2,051994459	2,169132492	2,85362	4,19842	1,942275631	1,93222519	2,97007	5,22991	7,058%	3,071%
Bulgaria	1,886860407	1,855818639	2,70219	4,22032	2,202368938	2,500921767	2,93705	4,20779	6,895%	4,995%
MsciLatam	2,090206002	2,03493556	2,86610	4,29171	1,881282515	1,923628019	2,37076	3,14861	7,216%	5,600%
Peru	2,093585302	2,051321413	2,90706	4,35048	1,966536373	2,221027046	2,54494	3,58052	5,724%	3,942%
Colombia	2,12294549	2,094824598	2,95927	4,49512	1,903009412	2,053893005	2,48399	3,42736	6,954%	6,846%
Ecuador	1,84499592	2,032933985	2,73178	4,58541	1,810288926	1,895669071	2,79387	5,03230	7,759%	2,694%
Nigeria	2,001182014	2,214007615	2,95320	4,67529	2,133139945	2,170249597	3,00393	4,42276	6,681%	5,119%
SouthAfrica	1,984305799	1,972755829	2,94638	4,72857	2,037021376	2,279239309	2,96587	4,51189	6,355%	3,531%
Malaysia	2,216564177	2,340681635	3,22441	4,98685	2,163068336	2,205368176	3,05671	4,61164	6,904%	5,696%
Morocco	2,250212833	2,156290814	3,19670	5,28606	2,091141789	2,5021082	3,05341	4,81693	7,266%	5,602%
Turkey	2,184751446	2,059535309	3,24728	5,29691	1,857807197	1,899826464	2,35885	3,09262	5,717%	4,908%
Thailand	1,850683512	2,665253205	3,05491	5,37763	2,187457341	3,26560858	4,03146	8,35106	6,806%	4,014%
Asia	1,998569768	1,991325436	3,11326	5,54627	1,933927551	1,917635496	2,56682	3,72276	5,392%	3,595%
China	2,083577661	2,284711693	3,50899	6,59701	2,235517518	2,36060754	3,23003	4,93384	9,240%	7,538%
High Yield	1,825866218	1,809324499	3,25390	6,83315	1,539734919	1,713562233	2,09559	3,15227	3,716%	4,039%

Fuente: Cálculos del autor. $sfal = Expect\ ed\ Shortfall$.

Tabla N°7: Medidas de concordancia.

	Pearson Correlation	t stat	p value	Kendalls Tau Empirical Copula	Spearman's Rho Empirical Copula	Kendalls Tau	Spearman Rho
AAA	-0,307565	-13,9216	0	0,8589447	0,968504	-0,2359757	-0,341431
Argentina	0,3169358	14,3923	0	0,4726965	0,6506408	0,2196448	0,3223714
Asia	0,4474138	21,5469	0	0,7300058	0,8962963	0,324278	0,4669401
BAA	-0,3143621	-14,2626	0	0,9303556	0,9885967	-0,2396501	-0,3473207
Brazil	0,5061904	25,2794	0	0,8923644	0,9768512	0,3442862	0,4925896
Bulgaria	0,3099721	14,042	0	0,7578884	0,9107542	0,1931485	0,2828483
China	0,1850843	8,1117	0	0,9023592	0,980623	0,1277836	0,1896523
Ecuador	0,3321496	15,1666	0	0,376424	0,5303499	0,2467405	0,3605758
High Yield	0,1273108	5,5282	0	0,265027	0,3618243	0,05405398	0,07976648
Malaysia	0,24564	10,9138	0	0,6688973	0,8428979	0,1783141	0,2628404
Mexico	0,5450044	27,9965	0	0,8417637	0,9578104	0,3867258	0,5479392
Morocco	0,1389808	6,0445	0	0,5518704	0,745091	0,09003677	0,1335303
MsciLatam	0,3468471	15,9273	0	0,785005	0,9319485	0,2152439	0,3156112
Nasdaq	0,25467	11,3426	0	0,5970733	0,7859569	0,1656518	0,2440621
Nigeria	0,2235483	9,8781	0	0,798868	0,9356664	0,1968803	0,2903545
Panama	0,4791406	23,5109	0	0,6836817	0,8526992	0,3306803	0,4728485
Peru	0,4930545	24,4089	0	0,7816034	0,9328941	0,3427682	0,4932103
Philippines	0,4581359	22,1984	0	0,6663498	0,8460907	0,315644	0,4521779
Poland	0,394439	18,4873	0	-0,3560236	-0,4873968	0,3017125	0,4343636
Russia	0,3495805	16,0703	0	-0,3851039	-0,5133605	0,2860861	0,4124317
S&P 500	0,2592966	11,5633	0	0,9461973	0,9902304	0,1636347	0,2427403
SouthAfrica	0,35545	16,3787	0	0,8517817	0,9652051	0,2513782	0,3627926
Thailand	0,1721845	7,5284	0	0,6418561	0,8196451	0,1147986	0,1693481
Turkey	0,4236986	20,1463	0	0,7177409	0,8950285	0,305814	0,4409844
Venezuela	0,3912646	18,3115	0	0,8455645	0,9629466	0,2846441	0,4115216
Vix	0,2546675	11,3424	0	0,8690683	0,9734541	0,1594404	0,2360781

Fuente: Cálculos del autor.

Tabla N°8: Estimación de parámetros para distintas cópulas.

		Argentina	Asia	Brazil	Bulgaria	China	Ecuador	High Yield	Malaysia	Mexico	Morocco	Ms cilatam	Nasdaq	Nigeria	Panama	Peru	Philippines	S&P 500	SouthAfrica	Thailand	Turkey	Venezuela	Vix
Normal	Normal Copula Delta	0,33312	0,46844	0,50985	0,30503	0,19552	0,36892	0,09430	0,26550	0,55236	0,13914	0,33894	0,25956	0,27211	0,48295	0,49771	0,46008	0,26392	0,36644	0,17768	0,44350	0,41181	0,25422
Frank	Frank Copula Delta	2,07711	3,22553	3,46519	1,82032	1,18825	2,35592	0,48917	1,65349	4,00696	0,82614	2,03676	1,53509	1,84061	3,30878	3,43381	3,15790	1,51256	2,42725	1,06689	3,01670	2,77820	1,47759
Kim et al of Sampson	Theta Archimedean Copula	0,41551	0,66751	0,77135	0,40850	0,22270	0,48971	0,14055	0,31094	0,91225	0,16964	0,46345	0,26644	0,31901	0,72884	0,75354	0,70090	0,29084	0,49869	0,19281	0,60615	0,58278	0,30022
Gumbel	Gumbel Copula Delta	1,23128	1,39810	1,43930	1,20101	1,11639	1,27014	1,03438	1,16914	1,50969	1,07055	1,22528	1,16737	1,18566	1,41709	1,42672	1,38450	1,16037	1,28013	1,10949	1,36997	1,32796	1,15322
Galambos	Galambos Copula Delta	0,47752	0,65497	0,69978	0,44034	0,34128	0,51996	0,00000	0,40770	0,77251	0,27857	0,47041	0,41017	0,42065	0,67481	0,68555	0,63860	0,40243	0,52554	0,32801	0,62358	0,58020	0,39048
Husler Reiss	Husler and Reiss Delta	0,81673	1,00851	1,06914	0,77016	0,64633	0,85669	0,00000	0,73242	1,13153	0,56969	0,81218	0,74741	0,73606	1,02383	1,04223	0,98741	0,73903	0,85597	0,63487	0,98058	0,92106	0,71633
BB1 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	0,25922	0,35520	0,44255	0,31173	0,15459	0,31151	0,14055	0,19935	0,54292	0,14832	0,35439	0,11781	0,18503	0,42072	0,44787	0,44636	0,17624	0,30412	0,11407	0,28964	0,34116	0,20804
BB1 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	1,11349	1,21631	1,21615	1,06858	1,05342	1,12598	1,00000	1,08275	1,23161	1,01702	1,07498	1,11653	1,10028	1,20619	1,20109	1,16810	1,08726	1,13765	1,06446	1,22337	1,16487	1,06898
BB2 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	0,00021	0,00019	0,00019	0,00045	0,22083	0,00020	0,07324	0,00016	0,00020	0,16940	0,00027	0,00019	0,00013	0,00027	0,00023	0,00025	0,00017	0,00023	0,01917	0,00015	0,00018	0,00023
BB2 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	1968,93879	3495,04951	4071,37770	909,87033	41357,40077	2389,49918	0,83282	1901,76347	4489,32242	3,28658	1688,02604	1424,34564	2403,52840	2742,36329	3341,27846	2812,47568	1664,92588	2156,99151	0,00000	3990,39945	3163,03281	1313,55628
BB3 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	1,16578	1,21920	1,23261	1,15740	1,11785	1,17829	1,07371	1,13951	1,24542	1,09406	1,16420	1,14125	1,14214	1,22970	1,22815	1,21806	1,13678	1,18508	1,11530	1,21309	1,19760	1,13341
BB3 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	0,28262	0,39495	0,44993	0,29299	0,17805	0,32324	0,13469	0,22770	0,51752	0,15034	0,32545	0,19379	0,22710	0,42851	0,44292	0,42627	0,21563	0,32514	0,15771	0,36152	0,36581	0,22694
BB4 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	0,26537	0,37090	0,45096	0,32064	0,16020	0,32333	0,14055	0,20243	0,55299	0,14674	0,35866	0,11413	0,20355	0,43534	0,46019	0,46604	0,17090	0,32484	0,12312	0,30503	0,35452	0,20821
BB4 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	0,33629	0,45136	0,45950	0,26932	0,24735	0,34691	0,03714	0,29662	0,47510	0,18438	0,28518	0,35086	0,30284	0,44135	0,43893	0,39066	0,31463	0,35082	0,25987	0,45768	0,39113	0,28078
BB5 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	1,23120	1,39810	1,43917	1,20018	1,11639	1,27014	1,03438	1,16914	1,50969	1,04580	1,20806	1,00000	1,18566	1,41709	1,42672	1,38450	1,00000	1,28013	1,10773	1,36997	1,32796	1,12105
BB5 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	0,07348	0,03174	0,07566	0,09808	0,02881	0,02935	0,00000	0,03170	0,03080	0,19677	0,17218	0,41017	0,02849	0,03357	0,03108	0,03136	0,40243	0,02875	0,11155	0,03387	0,03034	0,20963
BB6 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	1,10000	1,15000	1,15000	1,10000	1,05000	1,10000	1,05000	1,10000	1,20000	1,05000	1,10000	1,10000	1,10000	1,15000	1,15000	1,15000	1,10000	1,15000	1,15000	1,15000	1,15000	1,10000
BB6 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	1,18201	1,31548	1,31548	1,18201	1,07993	1,18201	1,07993	1,18201	1,49573	1,07993	1,18201	1,18201	1,18201	1,31548	1,31548	1,31548	1,18201	1,31548	1,07993	1,31548	1,31548	1,18201
BB7 Theta	Lower Tail Dependence and Concordance	1,12711	1,24262	1,25208	1,08153	1,05736	1,14308	1,00000	1,08629	1,25486	1,01694	1,08826	1,13418	1,09489	1,24128	1,22211	1,18980	1,10086	1,15611	1,07524	1,25516	1,18400	1,08026
BB7 Delta	Upper Tail Dependence and Concordance	0,34545	0,53780	0,63932	0,36488	0,19145	0,41286	0,14055	0,26189	0,78222	0,16064	0,41694	0,19081	0,26444	0,60241	0,63643	0,60190	0,23599	0,41318	0,15297	0,46367	0,48075	0,25690
Normal Mix	P	0,81268	0,76881	0,50000	0,57877	0,51269	0,55212	0,81676	0,07333	0,61616	0,31397	0,20172	0,03985	0,51345	0,66044	0,57363	0,46613	0,50001	0,74163	0,22774	0,76184	0,35867	0,50001
	Delta 1	0,25016	0,36363	0,50985	0,50731	0,00000	0,55624	0,00000	0,84008	0,72074	0,45120	0,69615	0,94432	0,08081	0,65598	0,33522	0,73742	0,26392	0,21513	0,62509	0,32602	0,74320	0,25422
	Delta 2	0,69683	0,82643	0,50985	0,01666	0,40571	0,14366	0,51823	0,22202	0,29093	0,00000	0,24623	0,23297	0,49298	0,15203	0,71959	0,22111	0,26392	0,81665	0,04621	0,83425	0,23341	0,25422
Joe	Joe Copula Theta	1,26419	1,47554	1,51407	1,21510	1,12463	1,30676	1,02031	1,18751	1,58682	1,06479	1,23673	1,20290	1,20946	1,49117	1,49849	1,43950	1,18080	1,32324	1,12482	1,45055	1,38148	1,16523

Fuente: Cálculos del autor.

Tabla N°9: Probabilidades: Picos sobre el umbral bivariados.

		AAA	Argentina	Asá	BAA	Brazil	Bulgaria	China	Ecuador	High Yield	Malaysia	Mexico	Morocco	MsciLaam	Nesdaq	Nigeria	Panama	Peru	Phillipines	Poland	Russia	S&P500	SouthAfrica	Thailand	Turkey	Venezuela	Vix	
6sd	P(Y>y)	0004878	0009990	0007808	0005365	0008895	0006782	0002657	0006723	0006288	0000142	0007838	0002472	0008888	0002878	0002855	0004672	0007475	0006020	0002884	0002842	0009007	0002830	0007983	0008988	0003037	0005374	
	P(X>X>y)	0000428	0000783	0002828	0000287	0002275	0000744	0003482	0004687	0000742	0000563	0002886	0008878	0008828	0008623	0000934	0002889	0002455	0008842	0008872	0002842	0008828	0002882	0008823	0008879	0002833	0008813	0003079
	P(X>P(Y>y))	0000377	0000274	0000884	0008898	0000482	0000439	0000741	0000439	0000857	0000787	0000857	0000765	0000857	0000289	0000844	0000498	0000811	0000465	0000693	0000280	0000385	0000580	0000682	0000761	0000985	0000468	
	P(Y>Y>x)	0018833	0188830	0261882	0062289	0288884	0228888	0178888	0188888	0098888	0188888	0338888	0128888	0288888	0088888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888	0388888
	P(X>Y>y)	0028889	0128888	0288888	0024782	0388888	0388888	0148888	0288888	0118888	0128888	0388888	0188888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888
4sd	P(Y>y)	0008887	0028888	0005888	0004782	0008888	0008888	0004657	0002888	0004888	0008888	0004888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888
	P(X>X>y)	0000283	0000746	0000746	0000289	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888
	P(X>P(Y>y))	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283	0000283
	P(Y>Y>x)	0012888	0248888	0288888	0011488	0228888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888
	P(X>Y>y)	0038888	0088888	0228888	0038888	0488888	0288888	0118888	0288888	0098888	0188888	0488888	0088888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888
2sd	P(Y>y)	0000471	0004888	0008888	0007888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888
	P(X>X>y)	0000074	0000044	0000038	0000077	0000045	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048	0000048
	P(X>P(Y>y))	0000005	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008
	P(Y>Y>x)	0007465	0388888	0341888	0088888	0148888	0288888	0288888	0288888	0148888	0188888	0288888	0148888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888	0188888
	P(X>Y>y)	0051888	0088888	0188888	0043442	0588888	0288888	0094448	0288888	0078888	0128888	0688888	0088888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888
0sd	P(Y>y)	0000288	0007888	0001188	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888	0008888
	P(X>X>y)	0000007	0000088	0000078	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088	0000088
	P(X>P(Y>y))	0017888	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008
	P(Y>Y>x)	0007888	0488888	0388888	0088888	0088888	0248888	0288888	0288888	0188888	0188888	0488888	0188888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888
	P(X>Y>y)	0068888	0018888	0188888	0088888	0688888	0288888	0078888	0188888	0088888	0128888	0788888	0088888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888	0288888
0sd	P(Y>y)	0000008	0000888	0000888	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008	0000008
	P(X>X>y)	0000000	0000002	0000002	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000
	P(X>P(Y>y))	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000
	P(Y>Y>x)	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	
	P(X>Y>y)	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	

Fuente: Cálculos del autor.

Tabla N°10: Dependencia en colas.

	BB1		BB4		BB7	
	Lower Tail	Upper Tail	Lower Tail	Upper Tail	Lower Tail	Upper Tail
Thailand	0,003317529	0,0822117	0,004782294	0,06944055	0,01076708	0,09469109
Nasdaq	0,005145965	0,1395753	0,004323648	0,1386828	0,02644584	0,1574621
High Yield	0,007214396	0	0,007214396	7,84735E-09	0,007214396	0
Morocco	0,01010107	0,02306583	0,009621197	0,0232991	0,01336775	0,02295983
China	0,01417322	0,06907921	0,01601114	0,06067078	0,02676895	0,07380778
S&P 500	0,02685441	0,1082215	0,02415148	0,1104652	0,05301455	0,1230624
Nigeria	0,03321646	0,1224393	0,04286438	0,1013857	0,07271636	0,1166074
Malaysia	0,04030414	0,1031912	0,04160698	0,09663457	0,07088396	0,1071442
Vix	0,04429867	0,08748482	0,04410217	0,08469924	0,06733194	0,1003902
Argentina	0,09058797	0,1364194	0,094028	0,1273063	0,1344578	0,1503852
Bulgaria	0,1248246	0,08702056	0,1299602	0,07625337	0,1496198	0,101821
SouthAfrica	0,1348733	0,1608936	0,1476522	0,1384953	0,1868234	0,1786987
Ecuador	0,1386	0,1492433	0,1456368	0,135598	0,1865807	0,1662088
Turkey	0,1413973	0,2377554	0,1509974	0,2199225	0,2242677	0,2628634
MsciLatam	0,1621125	0,09439399	0,1641194	0,08798752	0,1896713	0,1093294
Venezuela	0,1747892	0,186892	0,1818346	0,1699645	0,2365008	0,2042399
Asia	0,2010134	0,2319503	0,2097727	0,215308	0,2755857	0,2531554
Panama	0,2551528	0,2234765	0,2618388	0,2079379	0,3164394	0,2521032
Philipines	0,2646324	0,1898728	0,2733041	0,1696025	0,316131	0,2093574
Peru	0,2756729	0,2191363	0,2808771	0,2061451	0,3365133	0,2367257
Brazil	0,2758545	0,2318177	0,2788496	0,2212457	0,3381741	0,260502
Mexico	0,3546541	0,2444229	0,3570085	0,2324802	0,4122488	0,2626341

Fuente: Cálculos del autor. Cola inferior y superior para tres tipos de Cópulas a valor extremo. En color amarillo aparecen resaltados los países para los cuales dentro del periodo de la muestra el “Long term foreign currency rating” asignado por Fitchratings está siempre por debajo del grado de inversión.