

MODELO DINÁMICO DE MOVIMIENTOS HUMANOS

ANA MARÍA POLANCO GUTIÉRREZ

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
BOGOTÁ D.C.
2006

MODELO DINÁMICO DE MOVIMIENTOS HUMANOS

ANA MARÍA POLANCO GUTIÉRREZ

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA

ASESOR:
PHD. CARLOS FRANCISCO RODRÍGUEZ H.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
BOGOTÁ D.C.

2006

CONTENIDO

	pág.
1	INTRODUCCIÓN..... 6
1.1	Justificación 6
1.2	Objetivos..... 7
1.2.1	Objetivo General 7
1.2.2	Objetivos Específicos..... 8
1.3	Estado del Arte..... 8
2	SELECCIÓN DE ECUACIONES DINÁMICAS 9
2.1	Modelo Biomecánico 9
2.2	Ecuaciones de Lagrange..... 10
2.3	Ecuaciones de Kane 10
2.3.1	Aplicaciones de las Ecuaciones de Kane a modelos Biomecánicos 13
2.4	Selección 16
2.4.1	Número de ecuaciones a solucionar..... 16
2.4.2	Número de términos de las ecuaciones 19
2.4.3	Facilidad de cambio de las condiciones de frontera del problema 21
3	MODELO DE ACTUACIÓN DE HILL..... 24
4	INTEGRACIÓN DE LOS MODELOS..... 28
5	EJEMPLOS DE MOVIMIENTOS..... 29
5.1	Extensión de Rodilla 29
5.2	Marcha 33
5.2.1	Modelo Biomecánico 33
5.2.2	Modelo Muscular en Marcha..... 35
5.2.3	Condiciones Iniciales 37
5.2.4	Ajuste de Parámetros del Modelo de Actuación..... 37
5.2.5	Resultados 38
6	CONCLUSIONES 41
7	NOTACIÓN..... 42
8	REFERENCIAS..... 43

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1 Análisis computarizado de movimiento	7
Figura 2 Justificación	7
Figura 3 Talón Derecho	13
Figura 4 Dos cuerpos	17
Figura 5 Talón y Pierna unidos por la articulación del tobillo.....	19
Figura 6 Choque.....	21
Figura 7 Resultados del choque	22
Figura 8 Actuadores del sistema	24
Figura 9 Dinámica músculo – tendón	24
Figura 10 Algoritmo de solución	28
Figura 11 Extensión de Rodilla.....	29
Figura 12 Activación del cuádriceps en extensión.....	30
Figura 13 Respuesta del Sistema	30
Figura 14 Sistema con masa en el extremo.....	30
Figura 15 Respuesta del sistema a diferentes masas	31
Figura 16 Sistema con antagonista.....	31
Figura 17 Respuesta con diferentes músculos	32
Figura 18 Fuerza entregada por los actuadores.....	32
Figura 19 Activación actuadores.....	32
Figura 20 Respuesta dos actuadores activos.....	33
Figura 21 Modelo Multicuerpo.....	33
Figura 22 Coordenadas generalizadas.....	34
Figura 23 Actuadores del modelo	36
Figura 24 Activación muscular	36
Figura 25 Resultados Parciales: flexión y extensión de cadera	38
Figura 26 Resultados Parciales: aducción y abducción de cadera.....	39
Figura 27 Resultados Parciales: rotación de cadera.....	39
Figura 28 Resultados Parciales: flexión y extensión de rodilla	39
Figura 29 Resultados Parciales: Flexión dorsal y flexión plantar del tobillo	40

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1 Derivadas parciales no holonómicas del talón en apoyo	15
Tabla 2 Número de ecuaciones a solucionar	17
Tabla 3 Distribución coordenadas generalizadas	35
Tabla 4 Propiedades músculo-tendón	37
Tabla 5 Parámetros optimizados para el paciente	38

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A: Evacuaciones dinámicas de los ejemplo de movimiento, numeral 5	44
AnexoB: Archivos de Autlev y Matlab de las simulaciones computacionales	CD

1 INTRODUCCIÓN

Actualmente el estudio del aparato locomotor se encuentra muy avanzado gracias a los laboratorios de movimiento donde es posible realizar análisis cinético y cinemático de las extremidades. Con el uso de marcadores y el planteamiento de un modelo biomecánico es posible determinar cuales son las fuerzas y cuales los momentos que actúan sobre articulaciones por medio de formulaciones de dinámica inversa. Sin embargo, el cuerpo humano actúa de forma contraria, ya que debido a una función de fuerza entregada por el sistema músculo-esquelético, se coordinan los cuerpos de las extremidades, haciendo que estos se aceleren o desaceleren generando movimiento. De aquí es posible plantear dos interrogantes: ¿Cómo es la función de fuerza entregada por el sistema músculo-esquelético? y dada esta función de fuerza, ¿Cual es el movimiento que se genera?

En este proyecto se resuelven estos interrogantes con el uso de dos modelos: el *Modelo de Hill*, que determina la fuerza de los actuadores, en este caso músculo-tendones en función de sus propiedades, y las *ecuaciones de Kane*, que permiten resolver dinámica directa en sistemas multicuerpos. Las ecuaciones de Kane son fundamentales en el desarrollo de este proyecto porque permiten plantear ecuaciones más eficientes computacionalmente y cambiar fácilmente las condiciones de frontera del modelo biomecánico.

En el siguiente documento se presentan ejemplos de movimientos humanos donde se integra un modelo de actuadores músculo-tendón a un sistema biomecánico. Esto es considerado un primer paso para el desarrollo de un simulador de operaciones quirúrgicas, que permite estimar como es el movimiento de los cuerpos de un sistema biomecánico después de una cirugía ortopédica.

1.1 JUSTIFICACIÓN

El estudio de movimiento humano tradicionalmente se realiza por medio de exámenes paraclínicos, entre ellos el análisis computarizado del movimiento. En este análisis el paciente realiza el movimiento en estudio con unos marcadores sobre superficies óseas palpables con los cuales es posible determinar la posición de los cuerpos de un modelo biomecánico en tres dimensiones. Con una placa de fuerza, y ecuaciones de dinámica inversa es posible determinar la cinemática y la cinética del movimiento durante su ciclo (ver Figura 1).

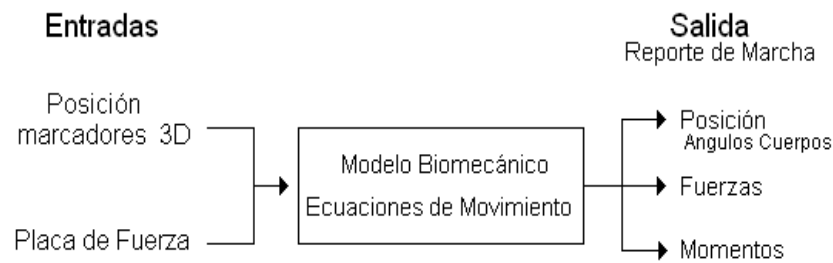


Figura 1 Análisis computarizado de movimiento

Ahora, ¿cómo se debe realizar el procedimiento si lo que se quiere es encontrar como será la posición de los cuerpos del modelo biomecánico partiendo de fuerza entregada por los actuadores? (ver Figura 2)

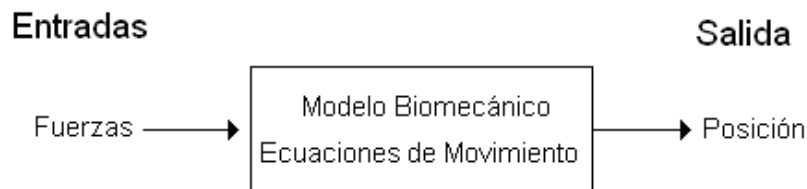


Figura 2 Justificación

La simulación dinámica de movimientos humanos, en donde se integra un modelo de actuación de músculos- tendones que entregan fuerza a un modelo biomecánico para generar movimiento con ecuaciones de dinámica directa, entrega datos cuantitativos de la posición de los cuerpos de las extremidades. Esto permite planear y pronosticar cuales son los cambios cinemáticos sobre el movimiento que sufre un paciente como resultado de una cirugía ortopédica.

Este proyecto es un acercamiento hacia una primera versión de un simulador de operaciones ortopédicas, que permite entender las consecuencias mecánicas sobre movimientos debidas a manipulaciones quirúrgicas.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Integrar un modelo de actuación con un modelo de dinámica directa para representar movimientos humanos

1.2.2 Objetivos Específicos

- Plantear un adecuado modelo biomecánico para representar los movimiento en estudio.
- Realizar un estudio de modelos matemáticos que permitan solucionar dinámica directa en sistemas multicuerpo.
- Realizar un estudio de los modelos de actuación que representen adecuadamente la entrega de fuerza por parte del sistema músculo esquelético al el modelo biomecánico.
- Integrar el modelo de actuación con las ecuaciones de dinámica directa
- Realizar simulaciones computacionales de los movimientos

1.3 ESTADO DEL ARTE

Actualmente las herramientas utilizadas en los laboratorios de marcha para realizar estudios asociados con dificultades de movimiento se basan en mediciones estáticas (ejemplo: radiografías, resonancia magnética) y mediciones de dinámica inversa, es decir se conoce la posición de los cuerpos y se encuentran las fuerzas que lo producen de forma indirecta.

Para encontrar cual es la posición de los cuerpos debido a una función de fuerza se han desarrollado programas comerciales como SIMM (<http://www.musculographics.com>) y LIFEMOD (<http://www.lifemodeler.com>) que funcionan sobre interfaces graficas que permiten cambiar parámetros del sistema músculo esquelético y determinar cuales son consecuencias mecánicas de estos cambios. Estos programas utilizan dinámica inversa en el análisis del movimiento en el laboratorio, y cargan los archivos al programa para realizar un “entrenamiento muscular”. Este entrenamiento consiste en que los grupos musculares definidos en la interfaz desarrollen el proceso de contracción necesario para hacer que los cuerpos repitan las trayectorias del laboratorio de marcha, para luego especificar la interacción entre el modelo biomecánico y el ambiente y utilizar dinámica directa.

2 SELECCIÓN DE ECUACIONES DINÁMICAS

2.1 MODELO BIOMECÁNICO

Para representar los movimientos humanos es necesario inicialmente plantear un modelo en el cual se especifiquen cuales son los cuerpos que están en movimiento y cuales son los tipos de unión entre ellos.

En general en modelo biomecánico está compuesto los cuerpos que realicen los movimientos más significativos, por ejemplo los cuerpos más utilizados para representar un brazo humano son la mano, el antebrazo y el brazo, y aunque estos estén realmente compuestos por varios huesos, se mueven como una unidad cuando se están observando sus movimientos a nivel macro, por eso son considerados cuerpos rígidos. El número de cuerpos del modelo depende el movimiento en estudio, si se quiere estudiar como una persona batea una pelota, el modelo anterior el valido para interpretar el movimiento, pero si lo que se quiere estudiar es como se apresa una lata, el necesario incluir los dedos como cuerpos del modelo.

Con los cuerpos del modelo definidos se deben determinar como son las uniones entre ellos. En este proyecto se asumen que las uniones del cuerpo humano son “uniones simples”, donde siempre existe un punto de contacto entre los dos cuerpos. Estas uniones entre los cuerpos son las articulaciones fisiológicas del cuerpo, como el tobillo, la rodilla, el codo, el hombro, entre otras; y sus grados de libertad están determinados por el movimiento que realicen, por ejemplo la rodilla puede considerarse como una unión de un grado de libertad porque su movimiento más significativo se realiza con respecto al plano sagital, y sus movimientos en los otros planos son insignificantes en comparación a este.

El modelo biomecánico dice cuales son los cuerpos y como son las uniones entre ellos, para determinar los grados de libertad del sistema. De acuerdo a esos grados de libertad el sistema debe moverse de una única forma como respuesta a una fuerza. Para determinar como es el movimiento del modelo biomecánico o como evolucionan los grados de libertad en el tiempo, se debe seleccionar una formulación dinámica de ecuaciones. En esta selección hay que tener en cuenta que entre más cuerpos y más grados de libertad tenga el modelo, mayor va a ser la complejidad de la solución del sistema, por eso es necesario seleccionar una formulación simple y eficiente computacionalmente. Esta selección se realiza en los numerales a continuación:

2.2 ECUACIONES DE LAGRANGE

Si se tiene un sistema multicuerpo en el espacio, una forma de representar sus grados de libertad es por medio de un sistema de coordenadas en cada cuerpo, y variables que especifiquen la posición y orientación de los sistemas de coordenadas en un sistema global o newtoniano. Estas variables son conocidas como variables de configuración q_i , que se agrupan en un vector de coordenadas generalizadas. Cada cuerpo en el espacio tiene 6 grados de libertad, pero al unirse con otros cuerpos se pierden algunos debido a las uniones físicas entre ellos que son representadas por las restricciones de configuración o movimiento. Las restricciones de configuración junto con restricciones de actuación (fuentes de potencia externas), forman un sistema en general no lineal $\Phi(q, t)$ que constituye las ecuaciones cinemáticas del sistema multicuerpo.

Con la posición del sistema definida se puede encontrar la velocidad como la derivada de cada coordenada generalizada q_i en el tiempo y la aceleración como la segunda derivada de cada coordenada generalizada q_i en el tiempo. Luego para realizar el análisis cinético del sistema se utiliza la formulación de fuerzas de la ecuación (1).

$$F - M\ddot{q} = 0 \quad (1)$$

Donde F son las fuerzas externas y M la masa de los cuerpos

La ecuación (1) solo tiene en cuenta las fuerzas inerciales y externas del sistema. Para poder encontrar las fuerzas de unión entre los cuerpos, es necesario recurrir al calculo variacional, el cual con ayuda de la ecuaciones(2) entrega ecuaciones de movimiento algebraico – diferenciales.

$$\ddot{q} = -\Phi_q^{-1} \left[(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} + 2\Phi_{qt} \dot{q} + \Phi_{tt} \right] \quad (2)$$

2.3 ECUACIONES DE KANE

Si se tiene un cuerpo rígido H que se mueve libremente en el espacio con respecto a un marco de referencia A , su posición y orientación se puede definir con 6 variables de configuración o coordenadas generalizadas $q_i (i=1, \dots, 6)$: una para cada grado de libertad (3 rotaciones y 3 translaciones). Si H se une con otros cuerpos formando un sistema S de j cuerpos rígidos, se crean m restricciones de configuración sobre las variables q que hacen perder grados de libertad a H por el contacto con los demás cuerpos. El sistema S tiene un número de coordenadas generalizadas n igual a $6j-m$. Este numero de coordenadas generalizadas del sistema en A corresponde al menor número posible de cantidades escalares, tales que a todo valor asignado a estas, corresponda una única configuración permisible de S en A .

Las consideraciones cinemáticas de S hacen parte fundamental de sus ecuaciones dinámicas porque facilitan el análisis de movimiento. Con el uso de las velocidades angulares de los cuerpos y de las velocidades de puntos de S , se introducen variables u llamadas “rapicedes generalizadas” que tienen la forma

$$u_r = \sum_{s=1}^n Y_{rs} \dot{q}_s + Z_r \quad (r = 1, \dots, n) \quad (3)$$

Donde Y_{rs} y Z_r son funciones de q_1, \dots, q_n y del tiempo, y u_r tienen una única solución para $\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n$.

Cuando S se encuentra sujeto a restricciones de movimiento, algunas rapicedes generalizadas pierden su independencia. Estas restricciones se conocen como restricciones no-holonómicas y u_r tienen la forma

$$u_r = \sum_{s=1}^p A_{rs} u_s + B_r \quad (r = 1, \dots, p) \quad (4)$$

Donde $p=n-m$ es el número de grados de libertad de S . A_{rs} y B_r son funciones de q_1, \dots, q_n y del tiempo.

Ahora la velocidad angular en N de un cuerpo P que pertenece a S , y la velocidad en N de una partícula Q que pertenece a S puede escribirse de una única forma como

$$\omega = \sum_{r=1}^n \varpi_r u_r + \varpi_t \quad (5)$$

$$v = \sum_{r=1}^n v_r u_r + v_t \quad (6)$$

Donde ω_r, v_r ($r=1, \dots, p$), ω_t y v_t son funciones de q_1, \dots, q_n y del tiempo; y ω_r, v_r son conocidas como la r -ésima velocidad angular parcial no-holonómica de P en N y la r -ésima velocidad parcial no-holonómica de Q en N .

Con las rapicedes generalizadas especificadas, se pueden definir las fuerzas activas generalizadas no-holonómicas F_r en la ecuación (7) y las fuerzas inerciales generalizadas no-holonómicas F_r^* en la ecuación (8)

$$F_r = \sum_{i=1}^N (R^B \cdot v_r^B + T^B \cdot \omega_r^B) \quad (r = 1, \dots, p) \quad (7)$$

$$F_r^* = \sum_{i=1}^N (\dot{L}^B \cdot v_r^B + \dot{H}^B \cdot \omega_r^B) \quad (r=1, \dots, p) \quad (8)$$

Donde

R^B Fuerza que actúa sobre el punto B

T^B Torque que actúa sobre el cuerpo B

\dot{L}^B Derivada del Momentum lineal que se calcula como

$$\dot{L}^B = m_B \cdot a^{B_0} \quad (9)$$

\dot{H}^B Derivada del Momentum angular que se calcula como

$$\dot{H}^B = I^{B \cdot N} \alpha^B + \varpi^B \times I^{B \cdot N} \varpi^B \quad (10)$$

m_B Masa del cuerpo B

I^B Tensor de Inercias del cuerpo B

v_r^B r -ésima velocidad parcial de la partícula B en N

ω_r^B r -ésima velocidad angular parcial de cuerpo B en N

No todas las fuerzas que actúan sobre los cuerpos de S contribuyen a las fuerzas activas generalizadas. Las fuerzas de contacto entre los cuerpos no contribuyen a menos que los cuerpos se deslicen o se rompan las uniones. Algunas fuerzas que contribuyen son las fuerzas gravitacionales y las fuerzas entregadas por elementos que unen dos cuerpos entre si almacenando o disipando energía. Las fuerzas externas del sistema contribuyen parcialmente dependiendo de la formulación de las rapidezces generalizadas (Kane, 1985).

Si S es un sistema en A y, F_r y F_r^* son sus respectivas fuerzas generalizadas, las ecuaciones dinámicas de **Kane** que gobiernan el movimiento de los cuerpos de S son:

$$F_r + F_r^* = 0 \quad (r=1,2,\dots,p) \quad (11)$$

Esta formulación dinámica entrega p ecuaciones que son función de u_r ($r=1, \dots, p$) y \dot{u}_r ($r=1, \dots, p$), las cuales se pueden desacoplar para \dot{u}_r y obtener un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Una se encuentra la solución para u , es posible resolver \dot{q} de las ecuaciones cinemáticas o rapidezces generalizas (ver ecuación (3)) del sistema e integrar para obtener la evolución de las coordenandas generalizadas q en el tiempo.

2.3.1 Aplicaciones de las Ecuaciones de Kane a modelos Biomecánicos

Dado que las ecuaciones de Kane no son comúnmente utilizadas para resolver sistemas biomecánicos, aquí se resuelve un ejemplo donde el talón se encuentra en contacto con el piso.

Sea el talón derecho el cuerpo TD una esfera de radio R con un sistema ortonormal de coordenadas $TD1>$, $TD2>$, $TD3>$, masa m_{TD} e inercia I que rota sobre un plano horizontal fijo (piso) en un sistema de coordenadas Newtoniano con vectores unitarios perpendiculares entre si $N1>$, $N2>$, $N3>$. El talón tiene 6 grados de libertad, sin embargo su posición y orientación se puede describir por medio cinco (5) variables de configuración permisibles ya que se encapsula la restricción de configuración del movimiento del talón sobre el eje $N3>$ como se ve en la Figura 3, donde solo se muestra un corte de la esfera (disco) para ver claramente su orientación con respecto a $N3>$.

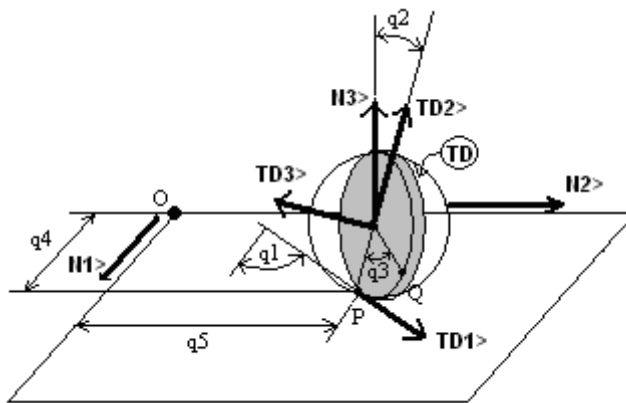


Figura 3 Talón Derecho

Si Q un punto fijo sobre la superficie del talón, la velocidad angular TD con respecto al sistema Newtoniano es:

$${}^N \omega^{TD} = \dot{q}_1 \cdot N1> - \dot{q}_2 \cdot TD1> + \dot{q}_3 \cdot TD3> \quad (12)$$

La posición del punto de contacto es

$${}^N P^P = q_4 \cdot N1> + q_5 \cdot N2> \quad (13)$$

Para la formulación de las rapidezces generalizadas u se utilizan las definiciones de velocidad angular y velocidad lineal, por lo tanto las rapidezces generalizadas se definen como:

$$u_i = {}^N \boldsymbol{\omega}^{TD} \cdot TDi > (i = 1, 2, 3) \quad (14)$$

$$u_4 = {}^N V^P \cdot N1 > \quad (15)$$

$$u_5 = {}^N V^P \cdot N2 > \quad (16)$$

Entonces la velocidad angular del talón y la velocidad del punto de contacto son

$${}^N \boldsymbol{\omega}^{TD} = u_1 \cdot TD1 > + u_2 \cdot TD2 > + u_3 \cdot TD3 > \quad (17)$$

$${}^N V^P = u_4 \cdot N1 > + u_5 \cdot N2 > \quad (18)$$

Las ecuaciones cinemáticas del talón son

$$u_1 = -\dot{q}_2 \quad (19)$$

$$u_2 = \dot{q}_1 \cos(q_2) \quad (20)$$

$$u_3 = \dot{q}_3 + \dot{q}_1 \sin(q_2) \quad (21)$$

$$u_4 = \dot{q}_4 \quad (22)$$

$$u_5 = \dot{q}_5 \quad (23)$$

Como el sistema de coordenadas del talón no rota por estar fijo en el cuerpo, la velocidad angular que siente el centro de masa del talón (B) con respecto al sistema Newtoniano es

$${}^N \boldsymbol{\omega}^B = \dot{q}_1 \cdot N1 > - \dot{q}_2 \cdot TD1 > \quad (24)$$

La aceleración angular del talón en el sistema Newtoniano es

$${}^N \boldsymbol{\alpha}^{TD} = (\dot{u}_1 + u_2 u_3 - t_2 u_2^2) \cdot TD1 > + (\dot{u}_2 - u_1 u_3 + t_2 u_1 u_2) \cdot TD2 > + \dot{u}_3 \cdot TD3 > \quad (25)$$

La velocidad y aceleración del centro de masa del talón (TDo) son

$$\begin{aligned} {}^N V^{TDo} &= {}^N V^P + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times R \cdot TD2 > \\ {}^N V^{TDo} &= (c_1 u_4 + s_1 u_5 - R t_2 u_2) \cdot TD1 > + (c_1 s_2 u_5 - s_1 s_2 u_4) \cdot TD2 > + (s_1 c_2 u_4 - c_1 c_2 u_5 + R u_1) \cdot TD3 > \end{aligned} \quad (26)$$

$${}^N a^{TD0} = \left(c_1 \dot{u}_4 + s_1 \dot{u}_5 - R t_2 \dot{u}_2 + R u_1 u_2 + \frac{R u_1 u_2}{c_2^2} \right) \cdot TD1 > + (c_1 s_2 \dot{u}_5 - s_1 s_2 \dot{u}_4 - R t_2 u_2^2 - R u_1^2) \cdot TD2 > \quad (27)$$

$$+ (s_1 c_2 \dot{u}_4 - c_1 c_2 \dot{u}_5 + R \dot{u}_1 + R t_2 u_2^2) \cdot TD3 >$$

Ahora si se encuentra la velocidad y la aceleración del punto de contacto desde la esfera (punto \bar{P}), su velocidad y aceleración es

$${}^N V^{\bar{P}} = {}^N V^{TD0} + {}^N \omega^{TD} \times -R \cdot TD2 > \quad (28)$$

$${}^N V^{\bar{P}} = (u_4 - R c_1 t_2 u_2 + R c_1 u_3) \cdot N1 > + (u_5 - R s_1 t_2 u_2 + R s_1 u_3) \cdot N2 >$$

$${}^N a^{\bar{P}} = \left(c_1 \dot{u}_4 + s_1 \dot{u}_5 - R t_2 \dot{u}_2 + R \dot{u}_3 + \frac{R u_1 u_2}{c_2^2} \right) \cdot TD1 > + (c_1 s_2 \dot{u}_5 - s_1 s_2 \dot{u}_4 + R u_3^2 - R t_2^2 u_2^2) \cdot TD2 > \quad (29)$$

$$+ (s_1 c_2 \dot{u}_4 - c_1 c_2 \dot{u}_5 + R \dot{u}_1 + 2 R t_2 u_2^2 - 2 R u_2 u_3) \cdot TD3 >$$

Como el talón se encuentra en rodadura (Perry, 1992), el punto de contacto (\bar{P}) debe tener velocidad nula por su condición de no deslizamiento, entonces

$${}^N V^{\bar{P}} = (u_4 - R c_1 t_2 u_2 + R c_1 u_3) \cdot N1 > + (u_5 - R s_1 t_2 u_2 + R s_1 u_3) \cdot N2 > = 0 \quad (30)$$

La ecuación (30) forma la restricción no- holonómica de movimiento porque u_4 y u_5 ya son dependientes de las demás rapidezces generalizadas y siguen las funciones:

$$u_4 = R c_1 t_2 u_2 - R c_1 u_3 \quad (31)$$

$$u_5 = R s_1 t_2 u_2 - R s_1 u_3 \quad (32)$$

Debido a las restricciones movimiento, las condiciones cinemáticas del talón durante la fase de apoyo cambian. Para encontrar las fuerzas activas generalizadas y las fuerzas inerciales se utiliza la Tabla 1 donde se encuentran las velocidades angulares parciales y de las velocidades parciales para cada rapidez generalizada.

Tabla 1 Derivadas parciales no holonómicas del talón en apoyo

u	${}^N \omega_r^{TD}$	${}^N \bar{V}^{TD0}_r$	${}^N \bar{V}_r^P$
1	$TD1 >$	$R \cdot TD3 >$	0
2	$TD2 >$	0	0
3	$TD3 >$	$-R \cdot TD1 >$	0

Si el sistema está formado solo por el talón y la única fuerza externa actuando sobre él es la gravedad (g), las ecuaciones dinámicas de Kane son:

$$\dot{u}_1 = \frac{-gm_{TD}R \sin(q_2) + m_{TD}R^2 u_2 u_3 + I \tan(q_2) u_2^2 u_3}{I + m_{TD}R^2} \quad (33)$$

$$\dot{u}_2 = u_1 u_3 - \tan(q_2) u_1 u_2 \quad (34)$$

$$\dot{u}_3 = \frac{m_{TD}R^2 u_1 u_2}{I + m_{TD}R^2} \quad (35)$$

La fuerza de reacción con el piso no contribuye a las fuerzas activas generalizadas porque la restricción de movimiento hace que la velocidad del punto de contacto sea 0.

Como se puede ver en este ejemplo, se tienen 5 variables de configuración, 5 rapidez generalizadas, 5 ecuaciones diferenciales cinemáticas y 3 ecuaciones dinámicas no-holónicas de Kane, las cuales se pueden resolver fácilmente con métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a ser función solo de u y su derivada.

2.4 SELECCIÓN

Para seleccionar cual de las formulaciones matemáticas se van a utilizar en el desarrollo de este proyecto se estudian tres factores

- i. Número de ecuaciones a solucionar
- ii. Número de términos en las ecuaciones
- iii. Facilidad del cambio de restricciones o condiciones de frontera del problema

2.4.1 Número de ecuaciones a solucionar

De acuerdo con las formulaciones de ecuaciones anteriores, para ambas es necesario definir los grados de libertad del modelo que van a ser las variables de configuración del sistema (coordenadas generalizadas), para luego limitar los movimientos no permitidos con un vector de restricciones de configuración en la formulación de Lagrange. Este vector no es necesario con las ecuaciones de Kane porque solo se utilizan las variables de configuración permisibles. En total el número de ecuaciones cinemáticas y dinámicas con la formulación de Lagrange va a ser mayor al número de ecuaciones con la formulación de Kane (ver Tabla 2)

Tabla 2 Número de ecuaciones a solucionar

	Ecuaciones de Lagrange	Ecuaciones de Kane
No. Cuerpos	j	j
No. Restricciones de Configuración	m	m
No. Restricciones no-holonómicas	h	h
No. De Coordenadas Generalizadas	$6j$	$6j-m$
No. Ecuaciones cinemáticas	$6j$	$6j-m$
No. Ecuaciones dinámicas	$6j-h$	$6j-m-h$

Es deseable poder caracterizar la configuración de un modelo biomecánico con el menor número de ecuaciones posibles, porque a medida que el número de cuerpos crece así mismo crece el número de coordenadas generalizadas, haciendo más compleja la solución numérica del sistema.

A continuación se encuentran las variables de movimiento para un sistema de dos cuerpos que permiten ver la diferencia en el número de ecuaciones con las dos formulaciones para llegar a una representación de velocidad del sistema.

Sean N un sistema newtoniano de coordenadas en el plano con los cuerpos M y P de la Figura 4. M y P tienen sistemas de ortonormales de coordenadas asociados en su centro de masa y longitudes l_M y l_P respectivamente. P está unido a M con una unión de revolución de un grado de libertad.

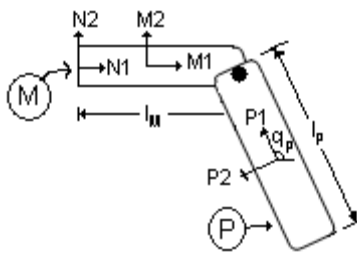


Figura 4 Dos cuerpos

El vector de coordenadas generalizadas (ecuación (36)) y el vector de restricciones de configuración (ecuación (37)) con la formulación de Lagrange son:

$$q = [M1 \quad M2 \quad q_M \quad P1 \quad P2 \quad q_P]^T \quad (36)$$

$$\Phi(q) = \begin{bmatrix} M1 - \frac{L_M}{2} \cos(q_M) \\ M2 - \frac{L_M}{2} \sin(q_M) \\ q_M \\ M1 + \frac{L_M}{2} \cos(q_M) - P1 - \frac{L_P}{2} \cos(q_P) \\ M2 + \frac{L_M}{2} \sin(q_M) - P2 - \frac{L_P}{2} \sin(q_P) \\ q_P - {}^N \omega^P t \end{bmatrix} = 0 \quad (37)$$

La derivada del vector de restricciones de configuración en el tiempo es

$$\Phi_t = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -{}^N \omega^P]^T \quad (38)$$

La matriz Jacobiana del sistema es

$$\Phi_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{L_M}{2} \sin(q_M) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{L_M}{2} \cos(q_M) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -\frac{L_M}{2} \sin(q_M) & -1 & 0 & \frac{L_P}{2} \sin(q_P) \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{L_P}{2} \cos(q_P) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Con las ecuaciones (38) y (39) es posible llegar a la representación de velocidad del sistema con el uso de la ecuación (40).

$$\dot{q} = -\Phi_q^{-1} \cdot \Phi_t \quad (40)$$

Ahora con la formulación de Kane, se plantea la velocidad angular de M en N (ecuación (41)) y de P en N (ecuación (42)) como

$${}^N \omega^M = 0 \quad (41)$$

$$\begin{aligned} {}^N \omega^P &= {}^N \omega^M + {}^M \omega^P \\ {}^N \omega^P &= \dot{q}_P * M3 > \end{aligned} \quad (42)$$

Y se define su rapidez generalizada como

$$u_p = {}^N \omega^P * M3 > \tag{43}$$

Entonces la variable de movimiento del sistema con la formulación de Kane se encuentra en la ecuación (44), que es la velocidad del sistema.

$$u_p = \dot{q}_p * M3 > \tag{44}$$

Como se puede ver en el ejemplo la formulación de Kane entrega menos y más simples ecuaciones al encapsular las variables de configuración que no tienen movimiento. La ecuación (44) es más simple que la (40).

2.4.2 Número de términos de las ecuaciones

Existe una formulación tradicional para encontrar la velocidad angular de un cuerpo con respecto a sistema newtoniano o global con el uso de marcos de referencia auxiliares donde la velocidad de un cuerpo B en un marco de referencia A puede ser escrita como

$${}^A \omega^B = {}^A \omega^{A_1} + {}^{A_1} \omega^{A_2} + \dots + {}^{A_n} \omega^B \tag{45}$$

Donde A_1, A_2, \dots, A_n son marcos de referencia auxiliares (Kane, 1985)

Sin embargo dependiendo del tipo de unión entre los cuerpos es posible utilizar estrategias (Mitiguy, 1996) para plantear variables de movimiento que lleguen a ecuaciones computacionalmente eficientes (menos términos), para mostrar esto ahora suponga que el sistema del numeral 2.3 Figura 3 esta compuesto por dos cuerpos, el talón y la pierna, unidos entre si con una unión de revolución de un grado de libertad como se muestra en la Figura 5

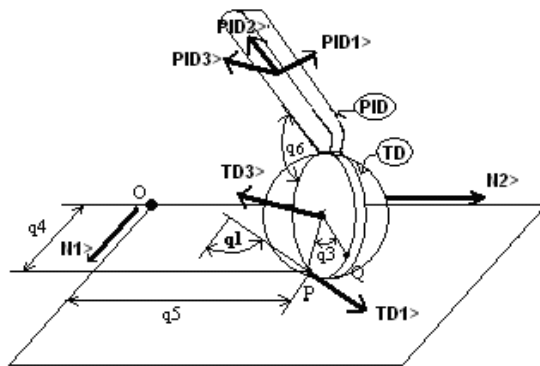


Figura 5 Talón y Pierna unidos por la articulación del tobillo

La velocidad angular del cuerpo PID (pierna) con respecto a al cuerpo adyacente TD (talón) es

$${}^{TD}\omega^{PID} = \dot{q}_6 \cdot TD3 > \quad (46)$$

De acuerdo con la ecuación (45), la velocidad angular del cuerpo PID con respecto al sistema global de coordenadas es

$$\begin{aligned} {}^N\omega^{PID} &= {}^N\omega^{TD} + {}^{TD}\omega^{PID} \\ {}^N\omega^{PID} &= u_1 \cdot TD1 > + u_2 \cdot TD2 > + (u_3 + u_6) \cdot TD3 > \end{aligned} \quad (47)$$

Donde

$$u_6 = \dot{q}_6 \quad (48)$$

La ecuación (48) es el planteamiento tradicional de las derivadas de las variables de configuración. Sin embargo es posible seleccionar rapidezces generalizadas con las estrategias de Mitiguy que simplifican las expresiones y entregan ecuaciones de movimiento las eficientes computacionalmente el momento de calcular las fuerzas activas generalizadas. De acuerdo con la estrategia de tipo 1 de Mitiguy (1996), para este tipo de unión se debe definir la rapidez generalizada del cuerpo PID como

$$u_6 = {}^N\omega^{PID} \cdot TD3 > \quad (49)$$

Donde la velocidad angular del cuerpo PID es

$${}^N\omega^{PID} = u_1 \cdot TD1 > + u_2 \cdot TD2 > + u_6 \cdot TD3 > \quad (50)$$

Las ecuaciones diferenciales cinemáticas del sistema son las ecuaciones (19), (20), (21), (22), (23) y (51). La ecuación (51) es la única que se añade por ser una unión de un grado de libertad.

$$u_6 = \dot{q}_6 + \dot{q}_3 + \dot{q}_1 \sin(q_2) \quad (51)$$

La ecuación (50) es más simple que la (47) porque tiene un término menos, lo que la hace más eficiente computacionalmente al calcular las fuerzas activas y fuerzas inerciales generalizadas del sistema.

En sistemas multicuerpo de más de dos cuerpos rígidos estas estrategias de selección de son fundamentales para realizar soluciones numéricas. Estas estrategias no pueden ser

utilizadas en las ecuaciones de Lagrange porque sus ecuaciones cinemáticas son función de sus restricciones de movimiento, no de las rapidezces generalizadas.

2.4.3 Facilidad de cambio de las condiciones de frontera del problema

Para probar la facilidad del cambio de restricciones con las ecuaciones de Kane, se realiza una prueba con los mismos cuerpos del numeral 2.4.2, pero el cuerpo P choca (ver Figura 6A), lo que hace que el cuerpo M adquiera una velocidad angular y comience un movimiento (ver Figura 6B)

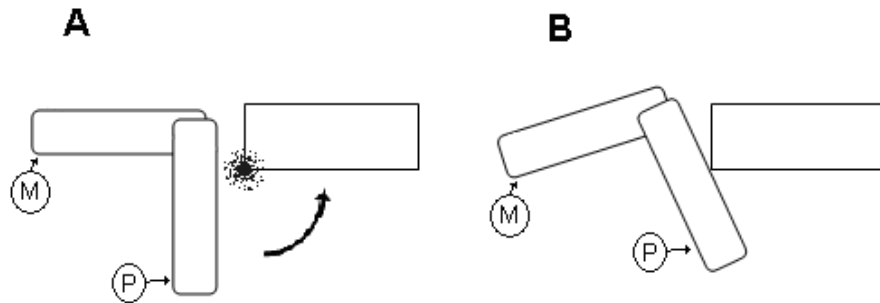


Figura 6 Choque

La Figura 6A tiene inicialmente una restricción de movimiento sobre el cuerpo M, donde su velocidad angular y su velocidad del centro de masa son nulos. La velocidad angular de P en N se encuentra en la ecuación (53), y la ecuación cinemática del sistema se encuentra en la ecuación (54).

$${}^N \omega^M = 0 \quad (52)$$

$$\begin{aligned} {}^N \omega^P &= {}^N \omega^M + {}^M \omega^P \\ {}^N \omega^P &= \dot{q}_P * M3 > \end{aligned} \quad (53)$$

$$u_P = \dot{q}_P \quad (54)$$

La ecuación dinámica del sistema antes del choque es

$$\dot{u}_P = \frac{-4FR_M(L_M \sin(q_p) + 1.3R_p \cos(q_p))}{((4 * I_p + M_p * L_p^2)(L_M^2 + 1.7R_M^2 + 1.7 * R_p^2 + 2.6L_M R_M \cos(q_p) - 3.5R_M R_p \sin(q_p)))^{0.5}} \quad (55)$$

Cuando el cuerpo P choca, la restricción de movimiento se traslada al cuerpo P que ahora no tiene ni velocidad angular ni velocidad en su centro de masa. Ahora la

velocidad angular de M en N es la ecuación (57) y la ecuación cinemática del sistema es la (58).

$${}^N \omega^P = 0 \quad (56)$$

$$\begin{aligned} {}^N \omega^M &= {}^N \omega^P + {}^P \omega^M \\ {}^N \omega^M &= \dot{q}_M * P3 > \end{aligned} \quad (57)$$

$$u_M = \dot{q}_M \quad (58)$$

La ecuación dinámica del sistema después del choque es

$$\dot{u}_M = \frac{1.3F(4 * L_M R_p - 4R_M R_p \cos(q_M) - LM * RM * \sin(q_M))}{((4I_M + M_M * L_M^2)(L_M^2 + 1.7R_M^2 + 1.7R_p^2 - 3.5R_M R_p \sin(q_M) - 2.6L_M R_M \cos(q_M))^{0.5}} \quad (59)$$

Los resultados de la simulación de este movimiento se encuentran en la Figura 7, donde la variable de configuración del cuerpo P se mide con respecto a la vertical y la variable de configuración del cuerpo M se mide con respecto a la horizontal.

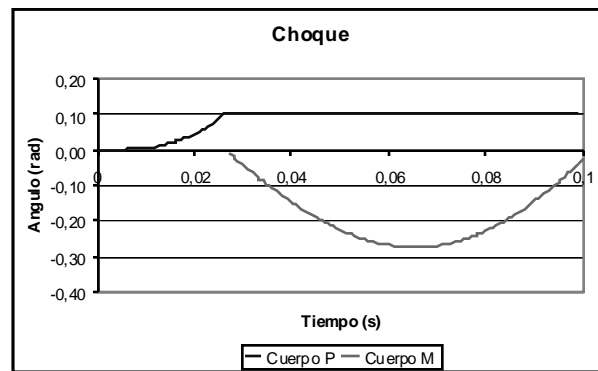


Figura 7 Resultados del choque

La variable de configuración de la pierna tiene un comportamiento igual creciente hasta 0.1rad porque este haciendo un movimiento de extensión de rodilla. Cuando se choca, debido a su restricción permanece constante. La variable de configuración del cuerpo M, comienza en cero porque no se esta moviendo y cuando choca comienza a moverse negativamente debido a la fuerza de gravedad y actúa como un péndulo. Si la unión entre los cuerpos es un pin, esta variable comienza a oscilar debido a sus fuerzas activas e inerciales generalizadas.

Por las razones expuestas en los numerales 2.4.1, 2.4.2 y 2.4.3, en este proyecto se utiliza la formulación de Kane para resolver la dinámica directa de los movimientos

humanos. Estas ecuaciones entregan un menor número de ecuaciones en comparación con la formulación de Lagrange, a sus ecuaciones se les pueden reducir el número de términos y las condiciones de frontera se pueden cambiar fácilmente sin encontrar saltos en las simulaciones.

3 MODELO DE ACTUACIÓN DE HILL

En el proceso de marcha el sistema muscular es excitado por manifestaciones eléctricas del sistema nervioso central para realizar funciones motoras, haciendo que los cuerpos de las extremidades inferiores se aceleren o desaceleren dependiendo la fase de movimiento en la que se encuentren. Para determinar como los elementos del sistema muscular o actuadores coordinan el movimiento, es necesario conocer como es su entrega de fuerza a los cuerpos. Cada actuador del sistema esta formado por fibras paralelas que forman músculos que se unen al sistema óseo por medio de tendones a un ángulo de penación α (ver Figura 8).

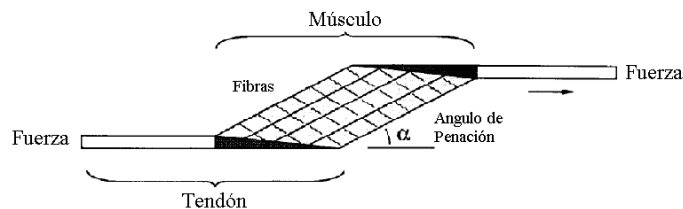


Figura 8 Actuadores del sistema
Fuente: Delp (1990)

La entrega de fuerza en tensión (los actuadores no desarrollan fuerzas compresivas) de cada actuador o fuerza del músculo-tendón F^{MT} se determina por medio de una aproximación macro de las propiedades músculo-tendónicas conocida como el modelo de Hill (Zajac, 1989); donde esta fuerza se encuentra gobernada por dos procesos fundamentales independientes entre si que son “dinámica de activación” y “dinámica de contracción” (ver Figura 9)



Figura 9 Dinámica músculo – tendón
Fuente: Zajac, 1989

El proceso de activación muscular recibe los impulsos neuronales $u(t)$ para entregar una activación neta $a(t)$ al actuador. La dinámica de activación puede ser relacionada con datos experimentales de electromiografía (EMG) dinámica, donde $a(t)$ es la envolvente de la curva de EMG normalizada con respecto a la prueba muscular manual¹ (MMT)

¹ Máxima fuerza en estado estático

(Perry, 1992). Esta activación $a(t)$ entrega información de que tan fuerte está trabajando un músculo, siendo $a(t)=1$ su activación máxima y $a(t)=0$ en estado inactivo o pasivo.

El proceso de contracción muscular entrega una fuerza del músculo-tendón F^{MT} que es modelada con una ecuación diferencial de primer orden, la cual es función de la activación, la longitud del músculo-tendón y las propiedades del actuador (propiedades musculares y propiedades de los tendones). Los actuadores de este modelo siempre están formados por músculos y tendones porque funcionan como una entidad a no poderse separar. Las propiedades encontradas a partir de pruebas experimentales son la fuerza pico isométrica F_o^M , la longitud de reposo l_o^M (longitud a la cual el músculo comienza a entregar fuerza pasiva), y la velocidad máxima de acortamiento v^M .

Los tendones son modelados como elementos elásticos con propiedades mecánicas conocidas (Hoy, 1990) que comienzan a desarrollar fuerza elástica a partir de una longitud de reposo l_s^T que esta definida por su deformación. La rigidez del tendón k^T esta definida como

$$k^T = \frac{dF^T}{dl^T}, \text{ donde } F^T \text{ es la fuerza del tendón y } l^T \text{ es la longitud del tendón.}$$

Debido a que los músculos utilizados durante la mayoría de movimientos humanos, en especial movimientos de las extremidades inferiores tienen ángulos de penación α pequeños que se pueden aproximar a 0, entonces $F^{MT}=F^M=M^T$ (ver Figura 8)

La ecuación diferencial que modela la dinámica de contracción (entidad músculo-tendón) es (Zajac, 1989)

$$\frac{d\tilde{F}^{MT}}{d\tau} = \tilde{k}^T [\tilde{v}^{MT} - \tilde{v}^M] \quad (60)$$

Donde

$$\tilde{F}^{MT} = \frac{F^{MT}}{F_o^M} \quad (61)$$

$$\tau_c = 0.1 s \text{ (Constante de tiempo)} \quad (62)$$

$$\tilde{k}^T = \frac{30}{\tilde{l}_s^T} \quad (63)$$

$$\tilde{l}_S^T = \frac{l_S^T}{l_o^M} \quad (64)$$

$$v^{MT} = \frac{dl^{MT}}{dt} \quad (65)$$

$$\tilde{v}^{MT} = \frac{v^{MT}}{\left(\frac{l_o^M}{\tau_c} \right)} \quad (66)$$

$$\tilde{v}^M = \frac{v^M}{\left(\frac{l_o^M}{\tau_c} \right)} = f(l^{MT}, F^M, a(t)) \quad (67)$$

La velocidad muscular (ecuación (67)) depende de cómo el músculo responde a sus entradas. Si el músculo responde de una forma lenta a sus entradas, este actúa como un actuador de velocidad donde la impedancia mecánica es constante, si actúa de una forma rápida a sus entradas este responde como un actuador de longitud con impedancia mecánica nula. El límite entre sus actuaciones se define con la frecuencia de corte $\tilde{\omega}_c$ que se aproxima a \tilde{k}^T . Si la frecuencia del actuador es inferior a su frecuencia de corte, el actuador es de velocidad, de lo contrario es de longitud.

La función de la velocidad muscular para un actuador que responde a cambios en la longitud es

$$-\tilde{v}^M = a(\tau) - \tilde{F}^M \quad (68)$$

La función de la velocidad muscular para un actuador que responde a cambios en la velocidad es

$$-\tilde{v}^M = (2\tilde{l}^M - 1)a(\tau) - \tilde{F}^M \quad (69)$$

Los propiedades de fuerza-longitud-velocidad muscular, las propiedades de los tendones y las activaciones musculares se obtienen de pruebas experimentales reportadas por Zajac (1989), Hoy (1990) y Perry (1992).

La ecuación (60) con un actuador que responde a longitud se convierte en

$$\frac{d\tilde{F}^{MT}}{d\tau} + \tilde{k}^T \tilde{F}^M = \tilde{k}^T [\tilde{v}^{MT} + a(\tau)] \quad (70)$$

La ecuación (60) con un actuador que responde a velocidad se convierte en

$$\frac{d\tilde{F}^{MT}}{d\tau} + \tilde{k}^T \tilde{F}^M = \tilde{k}^T [\tilde{v}^{MT} + (2\tilde{l}^M - 1)a(\tau)] \quad (71)$$

4 INTEGRACIÓN DE LOS MODELOS

Para la formulación de las ecuaciones dinámicas se utiliza Autolev 4.0 de Online Dynamics, el cual permite realizar una manipulación simbólica y definir la geometría del modelo, cuerpos, masas, inercias, plantear las variables de configuración, y las rapidezces generalizadas del sistema. Las ecuaciones dinámicas se exportan en un código de Matlab para su solución. Dentro de Autolev es necesario definir las fuerzas de los actuadores como constantes porque aun no se conoce su función que cambia en e tiempo con el modelo de actuación ($F^{MT}=f(L^{MT}, V^{MT})$), sin embargo en la simulación las fuerzas cambian en el tiempo con la ecuación (60).

La simulación se realiza en Matlab 7.1 de Mathworks con funciones que cargan las condiciones iniciales del sistema, la activación muscular y resuelven las ecuaciones diferenciales dinámicas y de fuerza.

Las ecuaciones dinámicas se solucionan con un algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden y las ecuaciones diferenciales de fuerza se solucionan con un algoritmo de Euler Modificado. El algoritmo de integración para realizar la simulación se encuentra en la Figura 10. Los algoritmos de solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias se seleccionaron por velocidad computacional.

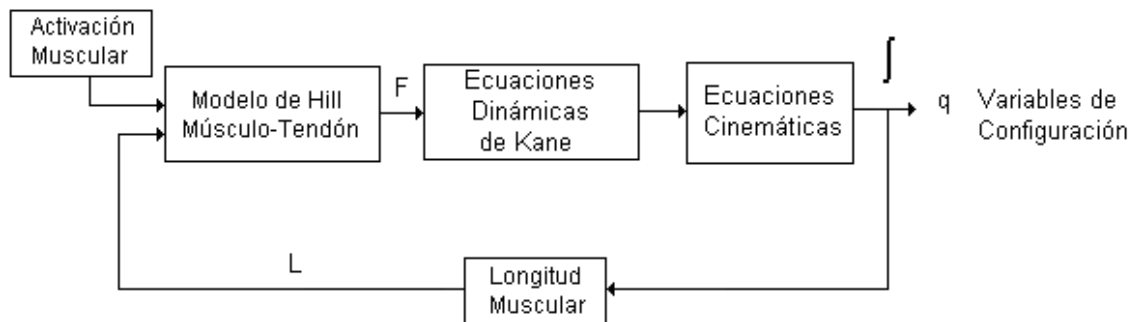


Figura 10 Algoritmo de solución

A continuación se presentan simulaciones de algunos movimientos donde las entradas son fuerzas entregadas por los músculo-tendones de acuerdo con el modelo de Hill (Zajac, 1989) y las ecuaciones de movimiento se encuentran con la formulación de Kane (Kane1 1985) (ver Figura 2).

5 EJEMPLOS DE MOVIMIENTOS

5.1 EXTENSIÓN DE RODILLA

Si se realiza un movimiento de extensión de rodilla con un grado de libertad, donde los cuerpos son activados por un actuador músculo-tendón con propiedades del cuádriceps (Hoy, 1990). Sea la pierna (P) y el muslo (M) cuerpos con masas m_P , m_M ; inercias I_P e I_M ; longitudes l_M , l_P y radios r_M y r_P respectivamente (ver Figura 11) y sistemas de coordenadas ortonormales asociadas a cada cuerpo sobre un sistema newtoniano. El actuador tiene un punto de origen (O) y un punto de inserción (I). La variable de configuración del sistema es q_1 y represente el ángulo del cuerpo P con respecto a la vertical.

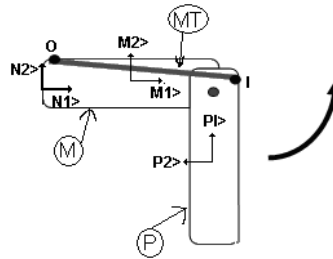


Figura 11 Extensión de Rodilla

El cuerpo M permanece estático mientras el cuerpo P se levanta con la fuerza entregada por el músculo-tendón MT. La velocidad angular del cuerpo P de la Figura 11 son:

$${}^N \omega^P = u_1 * P3 > \quad (72)$$

Donde la ecuación diferencial cinemática es

$$u_1 = \dot{q}_1 \quad (73)$$

La fuerza entregada por MT se encuentra resolviendo la ecuación (60) en respuesta a velocidad, la cual se aplica sobre los puntos de origen e inserción en dirección de un vector unitario entre O e I. La simulación de la ecuación dinámica de Kane de este movimiento (ver anexo A) con la activación de la Figura 12 se encuentra en la Figura 13 para una persona que mide 1.5m y pesa 53Kg

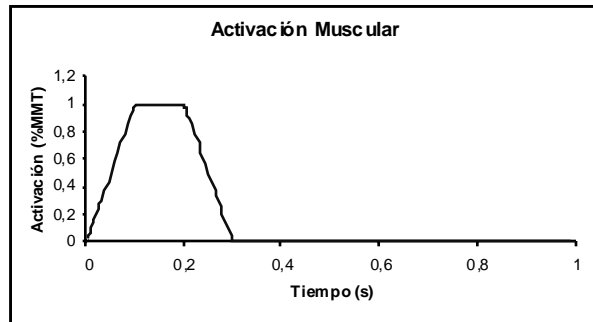


Figura 12 Activación del cuádriceps en extensión

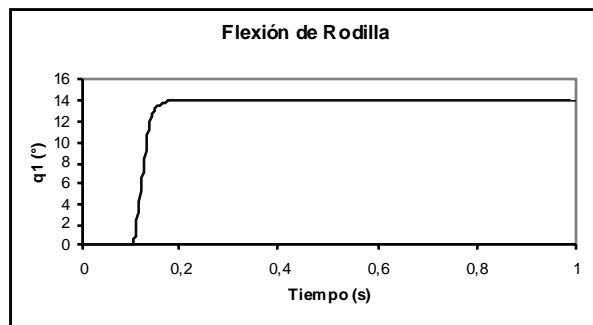


Figura 13 Respuesta del Sistema

De acuerdo con la Figura 13 la persona solo está en la capacidad de extender su pierna 14° si parte desde el reposo con la activación de la Figura 12. Para lograr un movimiento de 90° es necesario tener más actuadores en el sistema o una función de activación diferente.

Ahora, si a este mismo sistema se le agrega una masa P en el extremo de la pierna (Peso) como se muestra en la Figura 14.

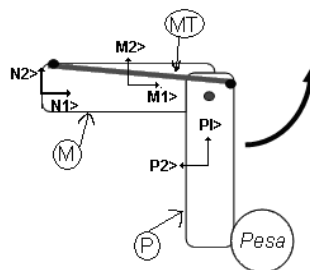


Figura 14 Sistema con masa en el extremo

La respuesta del sistema a la ecuación dinámica (ver Anexo A) con diferentes masas de P y con la misma activación de la Figura 12 es

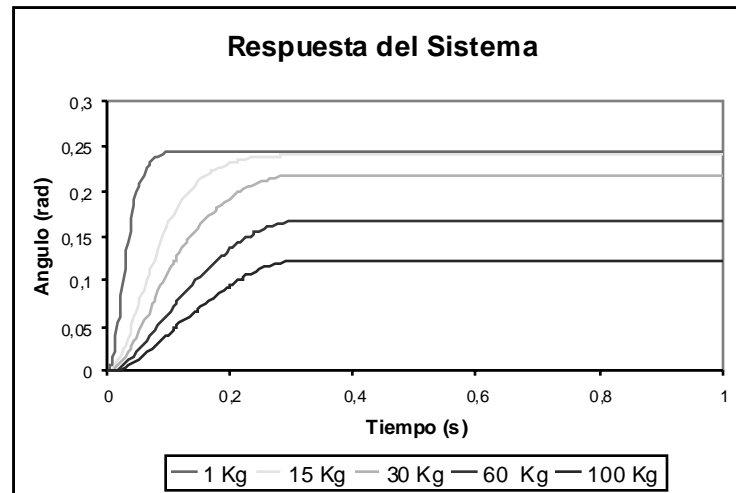


Figura 15 Respuesta del sistema a diferentes masas

En la Figura 15 es posible ver como con mayores masas el tiempo de respuesta del sistema cambia, y a medida que la masa aumenta, el actuador no puede levantarla lo suficiente.

Ahora, si al sistema se le introduce un músculo tendón antagonista con las propiedades del hamstrings como se muestra en la Figura 16

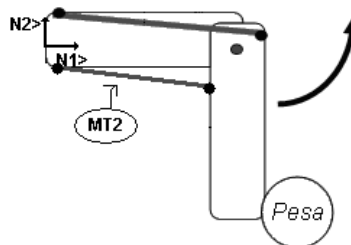


Figura 16 Sistema con antagonista

La respuesta del sistema disminuye en comparación con la respuesta con un solo actuador (MT1) y una masa de la pesa de 15 kg como se muestra en la Figura 17 (la ecuación dinámica se encuentra en el anexo A)

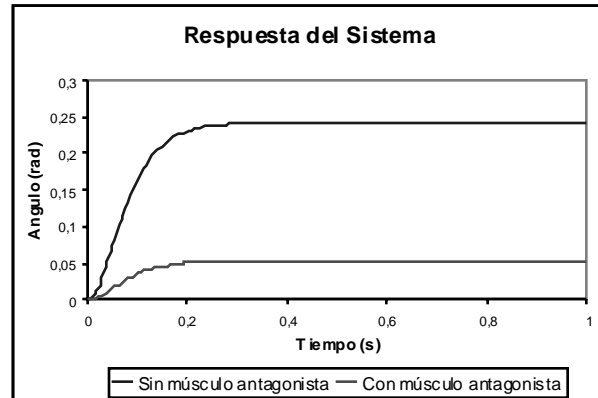


Figura 17 Resposta con diferentes músculos

Esto se debe a que el actuador antagonista (MT2) entrega una fuerza pasiva como respuesta a su cambio de longitud a pesar no estar activo. (ver Figura 18).

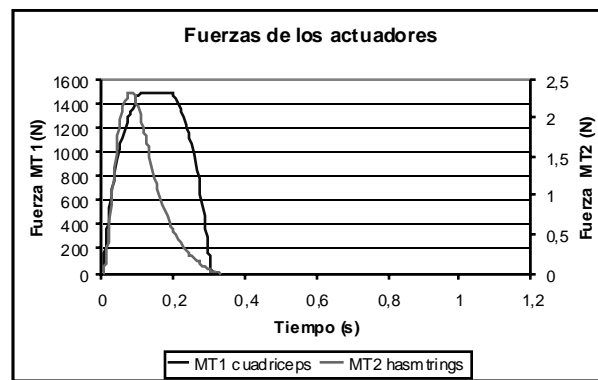


Figura 18 Fuerza entregada por los actuadores

Si el actuador MT2 se activa después del MT1 como se muestra en la Figura 19.

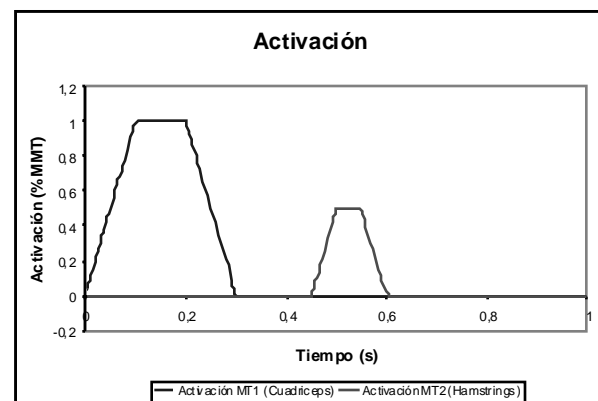


Figura 19 Activación actuadores

El movimiento debe retornar como se muestra en la Figura 20, el cual logra sobrepasar el cero, creando un movimiento de flexión.

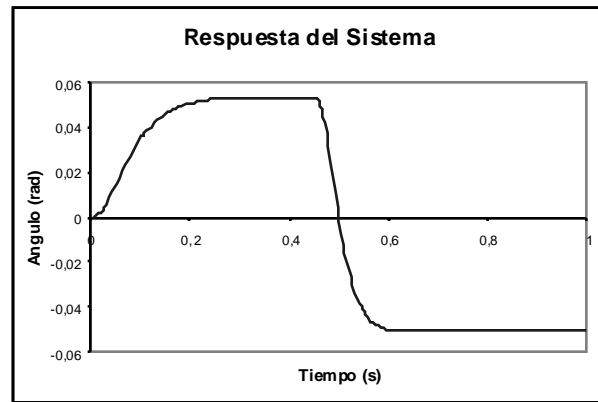


Figura 20 Respuesta dos actuadores activos

En este sistema tiene mayor importancia el tiempo y no el porcentaje de activación, como se ve en la Figura 19 la activación de MT2 el inferior a la activación del MT1, sin embargo la fuerza de gravedad ayuda a que este movimiento ser mayor.

5.2 MARCHA

5.2.1 Modelo Biomecánico

El modelo biomecánico tridimensional multicuerpo de marcha está compuesto por 7 cuerpos rígidos unidos entre si con uniones simples que representan las articulaciones fisiológicas primordiales (ver Figura 21A). Las articulaciones del tobillo y rodilla tienen un grado de libertad y la articulación de la cadera tiene tres grados de libertad. Durante la fase de apoyo, el talón se encuentra unido al piso con una restricción de rodadura.

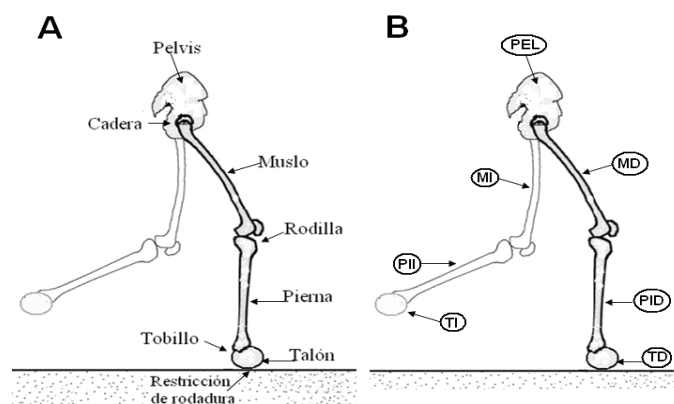


Figura 21 Modelo Multicuerpo

El talón es modelado como una esfera y los demás cuerpos como cilindros, sus propiedades de masa se encuentran especificadas y la pelvis tiene asociada la masa del tronco. El nombre que se utiliza para cada cuerpo se encuentra en la Figura 21B y sus sistemas de coordenadas asociados a cada cuerpo están formados por vectores ortonormales alineados con los ejes principales de inercia de cada cuerpo para simplificar los cálculos (Mitiguy, 1996).

Durante la marcha existen dos fases fundamentales de contacto entre los talones y el piso: contacto de apoyo doble (entre 0 y 10%CM y entre 50 y 60%CM) y contacto de apoyo simple (entre el 10 y el 50%CM y el 60 y el 100%CM), donde la pierna que no se encuentra apoyada está en fase de oscilación. La formulación de las ecuaciones de Kane permite cambiar fácilmente las restricciones del sistema para cumplir todas las fases de marcha (ver numeral 2.4.3).

Durante la fase de apoyo simple se utilizan 15 variables de configuración q que representan los movimientos permitidos entre cuerpos adyacentes cuando uno de los cuerpos se encuentra apoyado en el piso (ver Figura 22A). Tanto para el apoyo derecho como para el izquierdo, se utilizan 5 q para definir completamente la posición y orientación del talón en el piso (se restringe una coordenada generalizada porque el talón no se puede levantar, ver numeral 2.3) y luego se utiliza una q para cada grado de libertad del sistema. Cada q introduce una rapidez generalizada u . Durante la fase de apoyo doble se introducen 17 q porque se debe especificar la posición en el piso del segundo talón (ver Figura 22B).

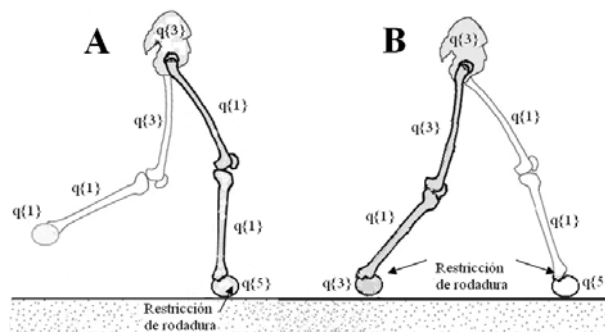


Figura 22 Coordenadas generalizadas

Para facilitar la simulación en total se utilizan 20 coordenadas generalizadas q distribuidas como se muestra en la Tabla 3, y 20 rapideces generalizadas asociadas a cada q . Dependiendo de la fase de apoyo en la que se encuentre, las restricciones del sistema cambian, lo que hace que algunas coordenadas generalizadas no tengan sentido físico, por ejemplo durante el apoyo del pie derecho, las coordenadas q_1, \dots, q_{15} representan la posición y orientación de todos los cuerpos del sistema, y las coordenadas q_{16}, \dots, q_{20} no representan ningún movimiento. Cuando el sistema pasa a apoyo doble se introducen dos coordenadas más que definen la posición del talón izquierdo en el piso

(q_{16} y q_{17}). Finalmente cuando el pie derecho pasa a fase de oscilación, la orientación del pie izquierdo puede cambiar, para lo cual se necesitan 3 coordenadas más (q_{18} y q_{20}) y las coordenadas de posición y orientación del talón derecho no tienen significado.

Tabla 3 Distribución coordenadas generalizadas

Variable de Configuración	Representa
q_1, \dots, q_5	Orientación talón derecho en rodadura (apoyo derecho)
q_6	Unión de revolución entre talón y pierna derecha
q_7	Unión de revolución entre pierna y muslo derecho
q_8, \dots, q_{10}	Unión esférica entre muslo derecho y pelvis
q_{11}, \dots, q_{13}	Unión esférica pelvis y muslo izquierdo
q_{14}	Unión de revolución entre muslo y pierna izquierda
q_{15}	Unión de revolución entre pierna y talón izquierdo
q_{16}, \dots, q_{20}	Orientación talón izquierdo en rodadura (apoyo izquierdo)

El sistema a pesar de tener 20 variables de configuración solo utiliza 15 o 17 coordenadas por fase. En las fases de apoyo simple el sistema tiene una restricción no-holonómica de rodadura que limita el movimiento de dos coordenadas, por lo tanto, el sistema tiene 15 ecuaciones cinemáticas y 13 ecuaciones dinámicas. Para la fase de apoyo doble, el sistema tiene dos restricciones no-holonómicas de movimiento, que restringen 4 coordenadas, por lo tanto el sistema tiene 17 ecuaciones cinemáticas y 13 ecuaciones dinámicas de movimiento.

5.2.2 Modelo Muscular en Marcha

Para coordinar el movimiento de los cuerpos rígidos del modelo biomecánico se utilizan 7 actuadores por pierna, los cuales contribuyen con el 70% de la energía mecánica de la marcha (Pandy, 2001 y Zajac, 2003). Todos los actuadores se asumen como líneas rectas con un punto de inserción y un punto de origen. Las fuerzas entregadas por estos actuadores contribuyen activamente en las fuerzas de la formulación de Kane ya que se consideran fuerzas externas al sistema. Estas fuerzas no contribuyen si la velocidad del punto de inserción u origen durante algún momento de la marcha es nula. Los actuadores del sistema o grupos musculares están dispuestos de tal manera que controlen el movimiento de las articulaciones (uniones del modelo biomecánico), así, si un actuador se contrae en una dirección, su actuador antagonista se contrae en la dirección contraria.

Los actuadores del sistema son (ver Figura 23): Soleo, Extensor largo de los dedos (controlan la articulación del tobillo); Hamstrings², el Cuadriceps (controlan la

² Grupo muscular formado por Bíceps femoral, semimembranosos y semitendinoso

articulación de la rodilla); Aductor largo, Soas-Iliaco y el Glúteo Mayor (controlan la articulación de la cadera).

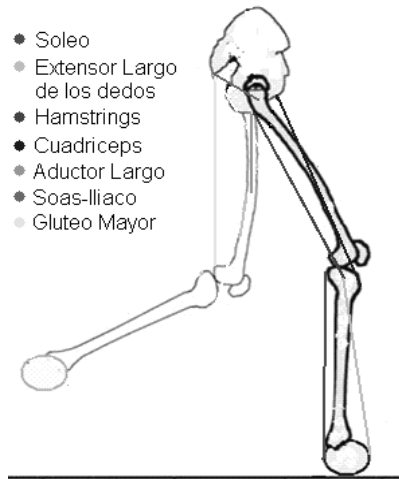


Figura 23 Actuadores del modelo

La secuencia de activación de los actuadores del modelo conocida por pruebas de electromiografía dinámica (EMG) durante el ciclo de marcha se encuentra en la Figura 24 (Perry, 1992)

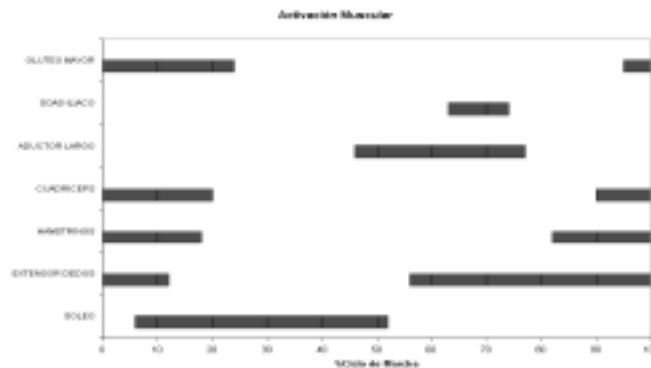


Figura 24 Activación muscular

Los propiedades de fuerza-longitud y las propiedades del tendón para estos actuadores se encuentra en la Tabla 4 (Hoy, 1990). De acuerdo con estos resultados encontrados experimentalmente en el estudio de Hoy y Zajac, y los rangos de activación de Perry, la frecuencia de todos los actuadores de la Figura 23 es menor a su frecuencia de corte por lo que son actuadores que responden a velocidad.

Tabla 4 Propiedades músculo-tendón

	F_o^M (N)	l_o^M (m)	l_s^T (m)
SOLEO	4234	0,024	0,27
EXTENSOR DEDOS	1400	0,101	0,235
HAMSTRINGS	2348	0,107	0,385
CUADRICEPS	5402	0,084	0,225
ADUCTOR LARGO	840	0,132	0,04
SOAS-ILIACO	1474	0,127	0,085
GLUTEO MAYOR	1798	0,18	0,001

Fuente: Hoy, 1990

5.2.3 Condiciones Iniciales

Las condiciones iniciales del sistema se obtienen del análisis computarizado de la marcha, el cual para cada cuadro de tiempo (cámaras de video 60 Hz) entrega la posición de los cuerpos, fuerza y momentos en las articulaciones. Con la placa de fuerza se determina el cuadro de video en el cual se realiza el apoyo derecho y este se establece como el 0%CM (cuadro cero). Las condiciones iniciales de las variables de configuración se obtienen del reporte de posición de los cuerpos para el cuadro definido como el cero y las condiciones iniciales de las rapidezces generalizadas se calculan con las ecuaciones diferenciales cinemáticas del sistema, donde las derivadas de las variables de configuración se calculan con las condiciones del cuadro cero del video y el anterior. Para las condiciones iniciales de fuerza se utiliza el momento en las articulaciones, donde el momento realizado por los actuadores debe ser igual el momento experimental en el cuadro cero.

5.2.4 Ajuste de Parámetros del Modelo de Actuación

En general cuando un actuador músculo-tendón está activado, su fuerza entregada tiende a la fuerza pico F_o^M . Sin embargo existen actuadores que no necesariamente entregan esa fuerza pico porque el momento que realizan sobre la articulación es pequeño en marcha normal o pueden existir actuadores espásticos en marcha patológica. Para encontrar el valor de los parámetros que cambian dependiendo del paciente, se realiza un proceso de ajuste, en el cual se encuentran los valores de F_o^M , L_o^M y L_s^T que minimicen la función de error entre la función de fuerza experimental que deben entregar los actuadores (se obtiene de los resultados del laboratorio de marcha) y la función de fuerza entregada por el modelo (ver ecuación (74)) con un proceso de búsqueda simplex.

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=0}^t (F_{Experimental} - F_{Modelo})^2} \quad (74)$$

Para 3 de los actuadores se encontraron parámetros diferentes a los propuestos por Hoy que minimizan el error en el paciente en estudio. Los demás actuadores minimizaban el error en los parámetros propuestos por Hoy.

Tabla 5 Parámetros optimizados para el paciente

	F_o^M (N)	l_o^M (m)	l_s^T (m)
SOLEO	3,54	0,5874	0,0147
EXTENSOR DEDOS	12,03	0,29	0,6
GLUTEO MAYOR	1630	0,5874	0,0147

Los parámetros de F_o^M de los actuadores Soleo y Extensor de los dedos son significativamente más pequeños, esto se debe a que el momento en la articulación del tobillo para el paciente en estudio es pequeño, y el brazo que contribuye al momento de los actuadores también es pequeño por el modelo utilizado (talón es una esfera).

5.2.5 Resultados

A continuación se presentan los resultados parciales de la simulación de marcha comparados con los resultados del laboratorio de análisis de movimiento comenzando en el 8%CM hasta el 14%CM. El paciente tiene una altura de 1.58 m y una masa de 49 kg. El cambio de apoyo doble a apoyo simple derecho se realiza en 0.11s y la duración del paso derecho es 1.15s.

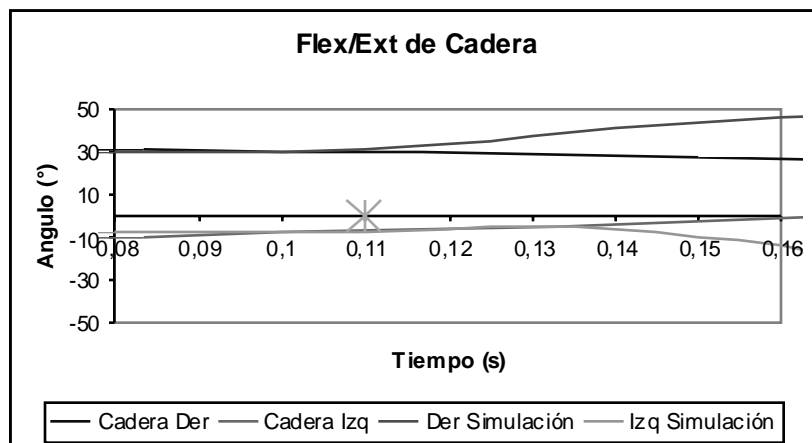


Figura 25 Resultados Parciales: flexión y extensión de cadera

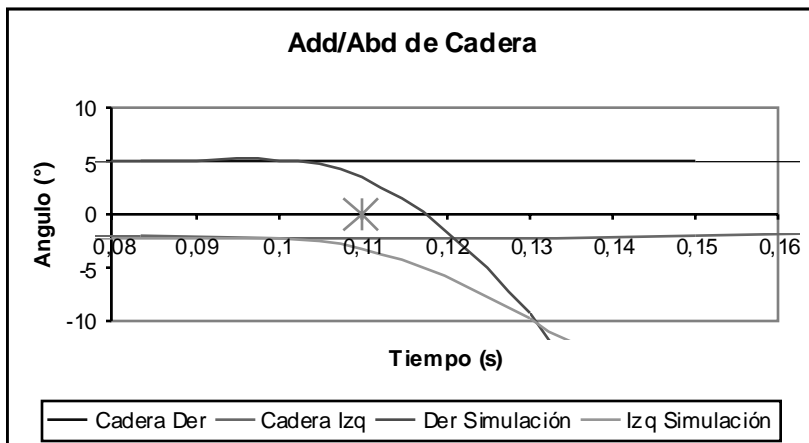


Figura 26 Resultados Parciales: aducción y abducción de cadera

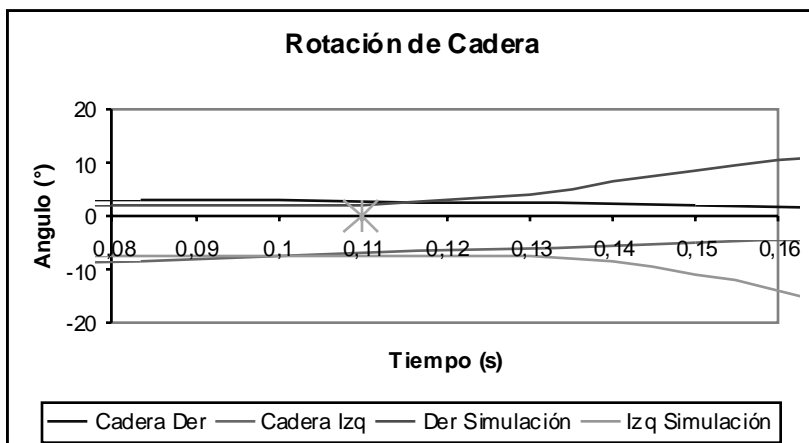


Figura 27 Resultados Parciales: rotación de cadera

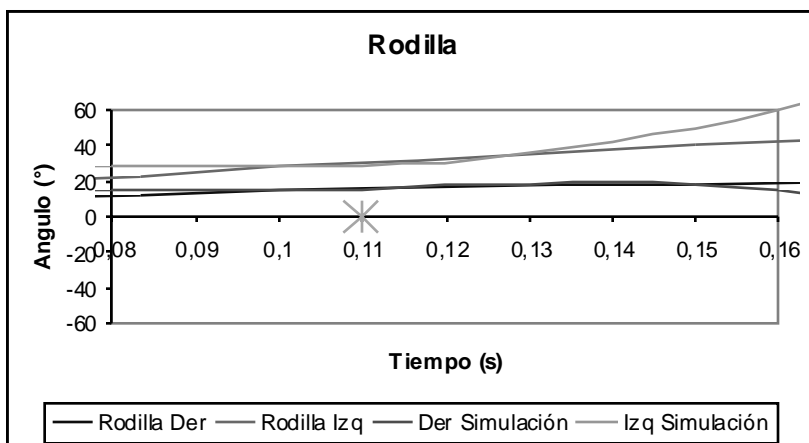


Figura 28 Resultados Parciales: flexión y extensión de rodilla

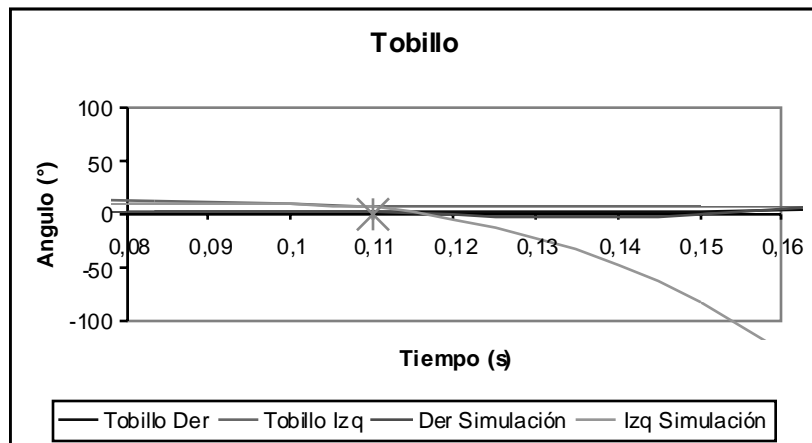


Figura 29 Resultados Parciales: Flexión dorsal y flexión plantar del tobillo

Como se puede ver en las gráficas, el movimiento simulado de las variables siguen el movimiento experimental, hasta que una de las variables crece y hace que todo el sistema caiga. Con solo una variable que se salga del rango permitido, se salen todas las otras porque se encuentran acopladas. También es posible ver como las variables que tiene un tiempo de respuesta lento continúan a pesar del cambio de restricciones del sistema (apoyo doble a simple).

Estos resultados permiten concluir que falta realizar un ajuste de masa. El modelo está formado por cilindros y esferas con inercias diferentes a las de los cuerpos reales del paciente. Un cambio en la inercia implica un tiempo de respuesta más lento del sistema y un error en una fuerza genera un error de orden cuadrático en la posición.

El modelo muscular utilizado en esta simulación es insuficiente para controlar la articulación de la cadera, especialmente en el plano frontal porque solo hay un músculo-tendón en esa dirección.

6 CONCLUSIONES

En este proyecto fue posible integrar un modelo de actuación a un modelo biomecánico para simular movimientos humanos con dinámica directa.

El uso de las ecuaciones de Kane para simular los movimientos entrega ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden que pueden solucionarse fácilmente con métodos numéricos y con menos términos en comparación con las formulaciones tradicionales, lo que las hace más eficientes. Las simulaciones realizadas con modelos biomecánicos de las extremidades entregaron resultados razonables, dentro de los rangos de movimiento esperados.

Las ecuaciones que Kane permiten cambiar fácilmente las restricciones de configuración o condiciones de frontera, lo cual es útil en simulaciones de movimientos, ya que en la mayoría de las actividades humanas se cambian las condiciones al entrar en contacto con elementos externos como por ejemplo, el piso (en marcha), un balón (en patadas), entre otros.

Para realizar una simulación más compleja como la marcha humana donde el equilibrio es un elemento fundamental es necesario:

- Incluir más actuadores que controlen la articulación de la cadera, puesto que estas variables salen fácilmente de los rangos físicamente permitidos al tener pocos músculo-tendones que contrarresten las fuerzas.
- Realizar un ajuste de masas, ya que la inercia de los cuerpos juega un papel fundamental porque contribuye en el movimiento (no parte del reposo)
- Incluir un control de posición en modelo de actuación como sucede en el cuerpo humano, para que si una variable se está saliendo de su rango de movimiento permitido, se activen actuadores para evitarlo.

7 NOTACIÓN

${}^j\alpha^i$	Aceleración angular del cuerpo i en el marco de referencia j
${}^j a^i$	Aceleración del punto i en el marco de referencia j
r	Rapidez generalizada ($r = 1, 2, \dots, n$)
R^B	Fuerzas resultantes actuando en B
T^B	Momentos resultantes actuando en B
F^M	Fuerza del músculo
F^T	Fuerza del tendón
F^{MT}	Fuerza del músculo-tendón
k^T	Rigidez del tendón
l^M	Longitud del músculo
l^T	Longitud del tendón
l^{MT}	Longitud del músculo-tendón ($l^M + l^T$)
l_o^M	Longitud de reposo
l_s^T	Longitud de reposo del tendón
F_o^M	Fuerza pico entregada por el músculo
N_i	Vector unitario del marco de referencia N en la dirección i
q_i	Coordenada Generalizada i
\dot{q}_i	Primera derivada de la coordenada generalizada q_i en el tiempo
u_i	Rapidez generalizada i
${}^j v^i$	Velocidad del punto i en el marco de referencia j
v^M	Velocidad de elongación/acortamiento músculo
v^{MT}	Velocidad del músculo tendón
v_r^B	Velocidad parcial del punto B con respecto a r
${}^j \omega^i$	Velocidad angular del cuerpo i en el marco de referencia j
ω_r^B	Velocidad angular parcial de B con respecto a r

8 REFERENCIAS

- [1] CRAIK, R. OATIS, C. Gait Analysis: Theory and application. Mosby 1995.
- [2] DELP, S. An interactive graphics – based model of the lower extremity to study orthopedic surgical procedures. IEEE transactions on biomedical engineering. Vol 37 No.8 August 1990
- [3] GILLESPIE, B. Kane's equations for haptic display of multibody systems. University of Michigan. Department of mechanics Engineering. August 2003
- [4] HAUG, E. Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems. Allyn and Bacon. Boston 1989
- [5] HARRIS, G. SMITH, M. Human Motion Analysis. Current applications and future directions. IEEE Press. 1996.
- [6] HOY, M. A musculoskeletal model of the human lower extremity: the effect of muscle, tendon and moment arm on the moment-angle relationship of musculotendon actuators at the hip, knee, and ankle. Journal of Biomechanics. Vol 23. 1990
- [7] KANE, T. LEVINSON, D. Dynamics: Theory and applications. McGraw-Hill, Inc. 1985
- [8] MITIGUY, P. KANE, T. Motion Variables leading to efficient equations of motion. The international journal of robotics research. Vol 15 No.5 October 1996
- [9] NEPTUNE, R.R. Muscle mechanical work requirements during normal walking. Journal of biomechanics. Vol 37 2004
- [10] NIKRAVESH, P. Computer-aided analysis of mechanical systems. Prentice Hall, Englewood cliffs, New Jersey 1988
- [11] PANDY, M. Computer modeling and simulations of human movement. Annu. Rev. Biomed. Eng. 2001
- [12] PERRY, J. Gait Analysis: normal and pathological function. Slack Incorporated. 1992
- [13] SCHMITDT, D. Length changes of the hamstrings and adductors resulting from derotational osteotomies of the femur. Journal of orthopedic research. Vol 17 1999
- [14] VALMASSY, R. Clinical biomechanics of the lower extremities. Mosby. 1996. cap.11 p.244-277; cap.19 p.406-423
- [15] ZAJAC, F. Muscle and Tendon: Properties, models, scaling and application to biomechanics and motor control. Critical Reviews of biomedical engineering. Vol 17 1989
- [16] ZAJAC, F. Biomechanics and muscle coordination of human walking. Part I: Introduction to concepts, power transfer, dynamics and simulations. Gait and Posture Vol 16 2002
- [17] ZAJAC, F. Biomechanics and muscle coordination of human walking. Part II: Lessons for dynamical simulations and clinical implications. Gait and Posture Vol 17 2003
- [18] LIFEMOD. Biomechanics Research Group, Inc. Disponible en Internet en <http://www.lifemodeler.com/>
- [19] SIMM. Musculographics, Inc. Disponible en Internet en <http://www.musculographics.com/>

ANEXO A: ECUACIONES DINÁMICAS

Ecuación dinámica antes del choque

$$U_1' = -4 * R_M * (L_M * \sin(q_1) + 1.3 * R_P * \cos(q_1)) / ((4 * I_P + M_{PIERNA} * L_P^2) * (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 + 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1) - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1))^{0.5})$$

Ecuación dinámica después del choque

$$U_1' = 1.3 * (4 * L_M * R_P - 4 * R_M * R_P * \cos(q_1) - L_M * R_M * \sin(q_1)) / ((4 * I_M + M_{MUJLO} * L_M^2) * (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1) - 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1))^{0.5})$$

Ecuación dinámica de extensión de rodilla con un músculo tendón

$$U_1' = -4 * R_M * (F_{CUAD} * (L_M * \sin(q_1) + 1.3 * R_P * \cos(q_1)) / (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 + 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1) - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1))^{0.5}) / (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1) - 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1))^{0.5}) / (4 * I_P + M_{PIERNA} * L_P^2)$$

Ecuación dinámica de extensión de rodilla con un músculo tendón y peso

$$U_1' = -4 * R_M * (F * (L_M * \sin(q_1) + 1.3 * R_P * \cos(q_1)) / (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 + 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1) - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1))^{0.5}) - (L_M * \sin(q_1) - 1.3 * R_P * \cos(q_1)) / (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1) - 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1))^{0.5}) / (4 * I_P + M_{PIERNA} * L_P^2 + 4 * M_{PESA} * (L_P^2 + R_P^2))$$

Ecuación dinámica de extensión de rodilla con un músculo tendón cuádriceps y hamstrings

$$U_1' = -4 * R_M * (F_{CUAD} * (L_M * \sin(q_1) + 1.3 * R_P * \cos(q_1)) / (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 + 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1) - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1))^{0.5}) - F_{HAMS} * (L_M * \sin(q_1) - 1.3 * R_P * \cos(q_1)) / (L_M^2 + 1.7 * R_M^2 + 1.7 * R_P^2 - 3.5 * R_M * R_P * \sin(q_1) - 2.6 * L_M * R_M * \cos(q_1))^{0.5}) / (4 * I_P + M_{PIERNA} * L_P^2 + 4 * M_{PESA} * (L_P^2 + R_P^2))$$

Las velocidades, velocidades angulares, aceleraciones, ecuaciones cinemáticas, entre otras, se encuentran en el anexo digital en los archivos con extensión *.all

Las ecuaciones de marcha, junto con los archivos de simulación se encuentran en el anexo digital.