

MODELAJE Y SIMULACIÓN DE MICROSISTEMAS ACTUADOS
ELECTROSTÁTICAMENTE

CARLOS ERNESTO VILLARRAGA PINZÓN

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
BOGOTÁ, DC.
2006

MODELAJE Y SIMULACIÓN DE MICROSISTEMAS ACTUADOS
ELECTROSTÁTICAMENTE

CARLOS ERNESTO VILLARRAGA PINZÓN

Tesis para optar al título de: Magíster en Ingeniería Electrónica y de
Computadores

Asesores:

Dr. ANTONIO GARCÍA ROZO
Dra. ALBA GRACIELA ÁVILA BERNAL

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
BOGOTÁ, DC.
2006

Bogotá, D.C. Enero 15 de 2006

Doctor
ROBERTO BUSTAMANTE MILLER
Director Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Universidad de los Andes
Ciudad

Respetado doctor:

Someto a consideración y juicio suyo el proyecto de grado titulado “MODELAJE Y SIMULACIÓN DE MICROSISTEMAS ACTUADOS ELECTROSTÁTICAMENTE”.

Considero que este proyecto cumple con sus objetivos y lo presento como requisito parcial para obtener el título de Magíster en Ingeniería Electrónica y de Computadores.

Cordialmente,

Ing. Carlos Ernesto Villarraga Pinzón
Asistente de Investigación
Centro de Microelectrónica de la Universidad de los Andes
CC 93409574

CONTENIDO

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Simulación y Análisis a Nivel de Sistema de MEMS	1
1.2 Reducción de Orden	3
1.3 Metodología de Diseño	5
1.4 Solución Propuesta	6
2. MARCO TEÓRICO	7
2.1 Método de Elementos Finitos FEM	7
2.1.1 Fenómenos Acoplados	9
2.2 Microactuadores Electroestáticos	11
2.2.1 Modelo de Parámetros Concentrados	15
2.3 Microinterruptores RF	17
2.3.1 Análisis Mecánico de MEMS RF	20
2.3.2 Ecuaciones para un Microinterruptor	22
2.3.3 Voltaje de Pull-In	24
2.4 Análisis de Superposición Modal Aplicado al Acople Electroestático-Estructural	25
2.4.1 Introducción al Análisis Modal	25
2.4.2 Propiedades	28
2.4.3 Normalización	30
2.4.4 Respuestas Modal y Espacial	31
2.4.5 Reducción de Orden en el Dominio Mecánico	31
3. DESARROLLO DEL PROYECTO	33
3.1 Algoritmo de Reducción	33

3.1.1 Técnica de Reducción de Orden para Modelos ROM	34
3.1.2 Excitación Externa	37
3.1.3 Algoritmo de Generación	37
3.2 Modelos Reducidos en ANSYS®	39
3.2.1 Fase de preparación	40
3.2.2 Fase de generación	41
3.2.3 Fase de Uso	43
3.3 Análisis de Sistemas Amortiguados debido al Efecto de Thin-Film	44
3.3.1 Análisis de Squeeze Film	45
3.3.2 Amortiguamiento debido al medio	48
3.3.2.1 Cálculo de la matriz de amortiguamiento	48
3.3.2.2 Cálculo de las constantes de amortiguamiento	51
3.3.3 Efecto de Perforaciones	52
4 PRUEBAS Y RESULTADOS	54
4.1 Resultados	54
4.2 Simulaciones Multifísicas a Nivel de Sistema	58
4.3 Efecto de “Squeeze-Film Damping”	62
5 CONCLUSIONES	65
6 BIBLIOGRAFÍA	67
7 APÉNDICES	69

LISTA DE TABLAS

- Tabla 2.1. Comparación de tecnologías para interruptores RF
Tabla 4.1. Resultados del análisis de superposición modal
Tabla 4.2. Coeficientes y Radios de amortiguamiento y rigidez
Tabla 4.3 Constantes del modelo Modal

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1. Flujo de diseño para MEMS
Figura 2.1. Estructura de un actuador electrostático de placas paralelas
Figura 2.2. Circuito equivalente para un actuador electrostático de placas paralelas
Figura 2.3. Aplicaciones típicas de un switch RF. (a) Duplexor, (b) Modulación digital, (c) Generador RF-BW
Figura 2.4. Configuración serie (izquierda) paralelo (derecha) de un interruptor RF.
Figura 2.5. Switch RF basado en un microcantilever: (a) Estructura (b) Condición de conmutación
Figura 2.6. Switch RF basado en membrana: (a) Estructura (b) Conmutación
Figura 2.7. Cargas y momentos en una microviga doblemente anclada
Figura 3.1. Fases de generación del modelo ROM
Figura 3.2. Diagrama para Extracción del Modelo ROM
Figura 3.3. Preparación de modelo y características físicas
Figura 3.4. Fase de generación
Figura 3.5. Proceso de Reducción
Figura 3.6. Efecto de Squeeze Film. (a) Esquema (b) Vista transversal
Figura 3.7. Microviga y efecto de squeeze film damping
Figura 3.8. Eficiencia de ligamento (perforaciones en una microestructura)
Figura 4.1. Modelo de la micro-viga
Figura 4.3. Creación del modelo (componentes)

Figura 4.4. Modelo 3-D enmallado

Figura 4.5. Función de capacitancia (modo3 = 0)

Figura 4.6. Relación Gap-Voltaje de Pull-Down

Figura 4.7. Barrido DC. (a) Deflexión total de la micro-viga,

(b) contribución de cada modo

Figura 4.8. Respuesta transiente. (a) Excitación de voltaje tipo diente de sierra.

(b) Respuesta modal (c) Respuesta total

Figura 4.9. Respuesta en frecuencia (a) 800 (b) 1600 voltios de polarización

Figura 4.10. Perfil de velocidad y presión para cada modo

Figura 4.11. Respuesta escalón amortiguada. (a) 20, (b) 27 perforaciones

RESUMEN

En este proyecto se abordó el tema de cómo modelar y simular eficientemente microsistemas actuados electrostáticamente. Como es sabido los microsistemas son dispositivos de medidas micrométricas. Básicamente los microsistemas se dividen en actuadores y sensores.

A nivel de modelaje, típicamente, se ha tenido que recurrir a herramientas del análisis numérico para solucionar las ecuaciones resultantes de los distintos análisis típicos en la ingeniería como: estático, transiente armónico y modal. Dentro de estas herramientas sobresale el método de los elementos finitos (FEM) como el más usado para dichos análisis.

Desafortunadamente, a pesar de sus bondades, la cantidad de información manejada en los modelos FEM resultantes suelen ser incompatible con el modelaje a nivel de sistema en donde además de tener en cuenta el comportamiento individual de cada componente o dispositivo, se debe tener en cuenta su interoperabilidad.

Como soluciones al problema planteado se han propuesto distintas aproximaciones tales como modelar matemáticamente los sistemas continuos a partir de una serie de elementos discretos (modelos de parámetros concentrados). En este proyecto se abordó el problema mediante técnicas de modelaje reducido. Estas técnicas permiten obtener el modelo de un sistema, quitando la redundancia presente en el modelo, permitiendo así obtener un modelo de unas pocas ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas.

Por su naturaleza los microsistemas involucran distintos dominios o fenómenos energéticos o físicos, dependiendo del tipo o mecanismo de actuación o sensación deseado. En este proyecto se analiza la aplicación de la técnica mencionada para el caso de los microsistemas actuados de forma electrostática.

Los microactuadores electroestáticos encuentran su principal aplicación en los sistemas de comunicación modernos. Es así por ejemplo que se tienen dispositivos como los microinterruptores (microswitches) de radiofrecuencia, microresonadores, microfiltros entre otros. Como resultado de este proyecto se tiene la aplicación de la metodología de modelaje reducida a un microinterruptor RF.

Temas centrales de este trabajo constituyen: Análisis Modal y Análisis de Superposición Modal, Método de Elementos Finitos usando ANSYS®, Lenguajes de Descripción Mixtos (VHDL-AMS).

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Simulación y Análisis a Nivel de Sistema de MEMS

Realizar la simulación a nivel físico de un microsistema, con un gran número de componentes sensores, actuadores y microelectrónica (digital y analógica), se requeriría un simulador que permitiera tener en cuenta el detalle de cada componente y el acoplamiento entre los distintos dominios físicos. Quizás en un futuro (todavía lejano) este tipo de simulación será posible, pero el costo en tiempo requerido hoy en día para esta tarea sería muy grande. Por tanto, para lograr la simulación y el análisis de microsistemas se debe recurrir a otro tipo de estrategia.

Por otro lado, la extracción de expresiones analíticas a partir de las ecuaciones constitutivas del problema solo puede realizarse para casos muy sencillos (tanto en geometría como en condiciones de frontera) y, en la mayoría de casos, con aproximaciones importantes que reducen en gran medida la validez de la expresión. Sin embargo, ante la falta de herramientas que faciliten la modelaje de microsistemas, éste ha sido el primer recurso para predecir su comportamiento. Además, debido a su sencillez, es el método preferido de modelaje cuando es posible y fiable. Estas expresiones suelen extraerse de bibliografía sobre la materia que se esté tratando. Algunos ejemplos realizados sobre estructuras muy sencillas los podemos encontrar en: sensores de flujo, microválvulas, efecto de deflexión en membranas y vigas, micromotores, entre otros [1].

Es obligado, por tanto, bajar el nivel de detalle en la descripción del microsistema por debajo del nivel físico, pero con un nivel suficientemente alto como para describir el microsistema con suficiente precisión. Sin embargo, esta especificación directa de un

dispositivo a un nivel alto de abstracción es, en la mayoría de casos, imposible. Así, hablamos de distintos niveles de abstracción en el diseño de microsistemas [2]. En lo que se refiere al diseño digital, estos niveles de abstracción están mucho más claramente definidos que para el diseño análogo y más aun que para el caso multifísico, debido principalmente a que los problemas en dominios continuos no suelen presentar un número de dispositivos tan grande como los digitales, requiriendo así menos niveles para una buena representación del sistema [2]. En sistemas continuos, los distintos niveles de abstracción pueden clasificarse, de menor complejidad a mayor, como:

- Nivel funcional: El modelaje de cada componente se basa en la descripción del flujo de la señal. Cada componente puede poseer distintas entradas y salidas pero claramente definidas de forma que el flujo de información es unidireccional. A este nivel de abstracción pueden no existir leyes de conservación. Un ejemplo lo constituye una función de transferencia.
- Nivel de comportamiento: A este nivel, los modelos se describen directamente mediante ecuaciones matemáticas, sin tener en cuenta su construcción física. A este nivel sí se han de cumplir leyes de conservación. La mayoría de modelos de microsistemas se realizan a este nivel.
- Nivel de Primitivo o de Circuito: Los distintos componentes formados en este nivel se forman a partir de elementos básicos (primitivos) como resistencias, capacitancias, fuentes, vigas, cantileveres, etc., con un comportamiento conocido. Este nivel de abstracción es, con seguridad, uno de los más usados debido a la gran extensión del programa SPICE para la simulación de circuitos electrónicos.
- Nivel Físico o de Dispositivo: El modelaje se realiza a partir de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento de cada componente. Este nivel suele requerir un tiempo de dedicación importante para sistemas algo complejos, acoplados, etc. La modelaje por elementos finitos (FEM) entra dentro de esta

categoría. Un ejemplo en este nivel, lo podemos ver en apartados anteriores. Por ejemplo, para sensores de presión se utiliza el método de los elementos finitos para obtener la deformación y esfuerzos en la membrana, permitiéndonos calcular la variación de capacidad medida.

En ciertas ocasiones se considera otro nivel entre el funcional y el de comportamiento, el nivel de macromodelo. Sin embargo, más que un nivel de abstracción, debe considerarse como un procedimiento de descripción de sistemas. Consiste en la unión jerárquica de un número pequeño de componentes del nivel más inferior para formar un componente con el comportamiento deseado.

Las distintas herramientas de modelaje pueden clasificarse por el grado de abstracción utilizado en los modelos que utiliza (aunque pueden haber herramientas de simulación multinivel). El nivel de simulación requerido dependerá de varios factores como la precisión y tiempo de análisis.

Un método común en la modelaje de microistemas consiste en la modelaje inicial a un nivel alto de abstracción mediante relaciones simples entre las distintas variables, disminuyendo este nivel de abstracción para ir perfeccionando el modelo inicial (modelaje *top-down*). Otro método consiste en el camino inverso al anterior; se parte de modelos detallados a un nivel bajo de abstracción y se van extrayendo modelos a niveles mayores (modelaje de *bottom-up*) [2]. El primer método tiene el inconveniente de necesitar simulaciones de alto nivel en el comienzo de cada iteración en el proceso de diseño, mientras que en el segundo los modelos extraídos a alto nivel pueden estar muy alejados del comportamiento real del dispositivo.

1.2 Reducción de Orden

El modelaje a nivel físico permite considerar muchos detalles del sistema que se está analizando. Sin embargo, a nivel de sistemas se pierde mucho de este detalle. De las

ecuaciones diferenciales parciales, se pasa a ecuaciones diferenciales ordinarias. Por tanto, existirá un proceso de promediado espacial de las características del sistema. Para salvar en el mayor grado posible este inconveniente, se deben escoger variables del sistema (calculadas por las ecuaciones diferenciales ordinarias) que lo representen de forma consistente y precisa y que sean suficientes como para describir su funcionamiento. Dichos modelos son conocidos en la literatura como modelos de orden reducido (ROM) [3].

En el modelamiento físico también pueden variarse con bastante facilidad las distintas condiciones de frontera (p.ej.: en el caso de un modelo FEM). Al extraer un modelo a nivel de sistemas se debe garantizar que el modelo sea invariable para las distintas condiciones de frontera posibles. En caso contrario, este modelo solo será válido para las condiciones de frontera concretas para el cual fue creado, sin posibilidad de analizar la conexión con otros dispositivos o variaciones de las condiciones de entorno, entre otros.

Adicionalmente, también es conveniente que los modelos a nivel de sistema sean parametrizados; es decir, que dependan de variables importantes del sistema, como por ejemplo el grosor de una membrana, separaciones entre distintos elementos, etc. Esto permite que podamos realizar optimizaciones del sistema a nivel de simulación, además de poder volver a reutilizarlo para futuras variaciones de estos parámetros [3]. Sin embargo, la validez del modelo se verá restringida a un cierto rango de variación de estos parámetros.

La elección del número de grados de libertad es importante para reducir la complejidad del modelo ROM y su tiempo de simulación. Se debe reducir al máximo este número de grados de libertad aunque su limitación estará en el nivel de detalle que necesitemos del modelo. Por tanto habrá un compromiso entre grados de libertad y nivel de detalle; conociendo los distintos procesos a tener en cuenta en el modelo, se intenta reducirlo al máximo, sin pérdida de precisión.

1.3 Metodología de Diseño

A nivel de diseño, en microsistemas, es usual realizar una partición en la cual cada uno de los dispositivos involucrados se diseña de manera individual, siguiendo generalmente un esquema top-down, para posteriormente en un análisis general a nivel de sistema evaluar la interacción entre dispositivos y obtener así la respuesta total, el diagrama de la siguiente figura muestra el proceso convencional de diseño para MEMS [2].

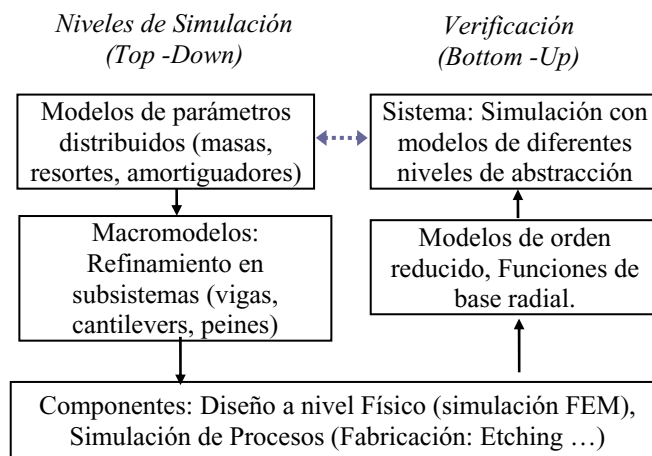


Figura 1.1. Flujo de diseño para MEMS

Se hace necesaria entonces una metodología de diseño que permita realizar de manera consistente el modelamiento del microsistema en cuestión la cual siga la secuencia mostrada de manera adecuada. Como se mencionó anteriormente, el cuello de botella dentro de esta metodología es poder obtener modelos que sean consistentes a nivel de sistema, por ejemplo un modelo ROM que exprese mediante unas pocas ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) el comportamiento del dispositivo en estudio (tal como en el caso de los circuitos microelectrónicos).

1.3 Solución Propuesta

En este trabajo se presenta una metodología para obtener de manera eficaz modelos de orden reducido de microsistemas actuados de manera electrostática. La metodología, incluye la aplicación de una técnica automatizada de análisis para micro-actuadores electrostáticos, la cual permite obtener un modelo de orden reducido a partir de una serie de simulaciones físicas FEM [4,5]. Particularmente, se desarrolla todo el proceso de diseño mencionado al modelamiento de un microinterruptor el cual está compuesto básicamente por una microviga doblemente anclada, además de dos electrodos de actuación.

El modelo ROM obtenido captura comportamientos lineales y no-lineales de forma precisa. Adicionalmente, dicho modelo se genera de forma tal que puede ser traspasado a simuladores de nivel de sistema de forma que se pueden desarrollar simulaciones típicas en el nivel de sistema como barridos DC o estáticas, transientes y armónicas [6].

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Método de Elementos Finitos (FEM)

En esta sección se presentará el método general de los elementos finitos. Un aspecto importante de este método con respecto a los microsistemas es la implementación de fenómenos acoplados, que también se menciona en esta sección.

El Método de los Elementos Finitos (FEM) es un método de cálculo numérico de ecuaciones diferenciales e integrales. Este método de cálculo se aplica a distintos dominios energéticos: mecánico, transferencia de calor, fluidos, electromagnetismo, etc. También se aplica a fenómenos acoplados entre distintos dominios energéticos [7]. Particularmente, es aplicable al acople entre los dominios electrostático-estructural.

En este proyecto se optó por la utilización del simulador comercial ANSYS®. ANSYS® es un programa de simulación ampliamente distribuido y usado ya que permite simulaciones en múltiples dominios (mecánico, térmico, fluídico, electrostático, magnético, etc.), además de permitir simulaciones acopladas. En el ámbito de microsistemas es uno de los programas de simulación FEM más utilizados [8].

Básicamente, este método consiste en la subdivisión de un medio continuo en elementos discretos (compuestos por nodos, puntos por los que se unen los distintos elementos) donde se conoce su respuesta a partir de los valores proporcionados en sus nodos. La variable física a calcular se interpola en todo el volumen mediante determinadas funciones (llamadas funciones de forma) a partir de los valores nodales [8]. Se establece entonces un

sistema de valores nodales que equilibren todas las cargas aplicadas al dominio. La solución de este sistema nos dará los valores nodales.

Procedimiento del método FEM:

- Subdivisión del Dominio: El primer paso en este método de cálculo consiste en subdividir el dominio en subdominios menores usando algún algoritmo o estrategia de enmallado. Distribuidos por estos elementos existen nodos, que serán los puntos donde se calculará la solución del problema. Los valores de la solución en los demás puntos del elemento se interpolarán de los valores nodales mediante una serie de funciones, llamadas funciones de forma.

Las funciones de forma deben cumplir otra serie de condiciones indispensables, como la de continuidad de la variable primaria (por ejemplo: desplazamiento, flujo eléctrico, etc.) entre elementos. La densidad de elementos a lo largo del dominio dependerá del problema, requiriendo una mayor densidad donde el gradiente de la solución sea mayor (generalmente cerca de las cargas).

- Definición de las Propiedades del Elemento: Según el tipo de problema a resolver, cada nodo tendrá asociados unos ciertos grados de libertad (que serán las variables a resolver). Por ejemplo, para un problema térmico, el grado de libertad será la temperatura; para un problema mecánico, serán desplazamientos y rotaciones; para un problema fluídico, presiones y velocidades; etc.

Los elementos deben tener una relación que nos dé su comportamiento a partir de los valores nodales y las cargas aplicadas. Esta relación puede extraerse a partir de las ecuaciones diferenciales constitutivas del problema (p.ej.; ecuaciones de Maxwell).

- **Ensamble y Solución:** Existen 2 técnicas para obtener las expresiones de equilibrio en cada elemento; principios variacionales o residuos ponderados. Para obtener la solución global, se procede al ensamble de las ecuaciones de toda la estructura, procurando que se cumplan dos reglas fundamentales: continuidad de la variable a calcular (primaria, como la temperatura o desplazamiento, etc.) y compensación de las variables secundarias (como el flujo térmico). Después del ensamble, la solución de la ecuación algebraica anterior nos dará los valores incógnitas.

En el ámbito de microsistemas, muchos los programas que utilizan un simulador a nivel físico implementan el método FEM [7,8]. Y es que este método de cálculo permite la simulación para geometrías complejas de problemas de diferentes dominios energéticos: mecánico, térmico, fluídico, etc. Para el caso concreto de un sensor de presión capacitivo, se utiliza para conocer el campo de desplazamientos exacto del elemento sensor, una membrana, lo cual permite calcular el cambio de capacidad producido por la presión. Sin embargo, muchos otros microsistemas han sido analizados con este tipo de cálculo, como pueden ser microválvulas, membranas, microespejos, sistemas térmicos, sensor de presión capacitivo, microresonadores y microinterruptores, entre otros.

Comparado con otros métodos de cálculo a nivel físico, la ventaja principal de este método consiste en la generalidad del proceso, haciendo su uso posible en multitud de problemas. Además, el enmallado generado puede ajustarse a las necesidades del problema, reduciendo la densidad allá donde no se obtienen variaciones importantes de las variables independientes. De esta forma podemos mejorar la precisión del cálculo. A pesar de esto, el gran problema del método FEM consiste en las enormes matrices que se generan, incluso en geometrías no muy complejas, necesitando de un tiempo de cálculo excesivamente alto en muchas ocasiones.

2.1.1 Fenómenos Acoplados

Una de las ventajas del método de cálculo FEM es que pueden tenerse en cuenta fenómenos acoplados a nivel físico [7]. En muchos casos es necesario recurrir a procesos iterativos

para obtener la solución final, llevando a un excesivo tiempo de cálculo. Una definición general dada en [7] para fenómenos acoplados a nivel FEM es:

"Un sistema acoplado es aquel aplicable a dominios múltiples y variables dependientes que a menudo (pero no siempre) describen fenómenos físicos diferentes y en los que: a) ningún dominio puede resolverse de forma separada de los demás; b) ningún conjunto de variables dependientes puede ser eliminado explícitamente a nivel de ecuación diferencial." En la misma referencia [7] se dividieron los problemas acoplados en 2 tipos:

- Clase I: Los dominios se sobrelapan, ya sea total o parcialmente. El acoplamiento se produce por la dependencia en las ecuaciones de cada uno de los fenómenos físicos. Un ejemplo sería la interacción termo-mecánica.
- Clase II: El acoplamiento se produce en la frontera entre los diferentes dominios. Por tanto, el acoplamiento vendrá dado por las condiciones de frontera que cada fenómeno físico imponga sobre el otro. Un ejemplo sería la interacción mecánica-fluídica.

Para la solución de estos fenómenos, existen varios métodos, enunciados a continuación:

- Obtención de un modelo matemático específico común: Consiste en generar un modelo matemático que incluya todas las relaciones relevantes del comportamiento físico del dispositivo concreto. De este modelo se extraen las relaciones y acoplamientos para cada componente. El problema de esta técnica es la necesidad de crear herramientas de cálculo especializadas en ese modelo.
- Por eliminación de campo: Se toma una de las variables de campo como la fundamental, y el resto se elimina a través de las ecuaciones de acoplamiento. El principal problema es que se restringe a problemas lineales donde se pueda proceder

con la eliminación de variables. Otro problema es que la simetría de las matrices generadas se ve disminuida.

- Solución Simultánea: Las diferentes ecuaciones que describen los fenómenos individuales se unen en un sistema homogéneo. Esta forma de solucionar el problema es el utilizado por ANSYS. La principal ventaja de este método es la posibilidad de mezclar cualesquiera modelos de continuidad temporal, permitiendo así simular conjuntamente modelos obtenidos en diferentes niveles (físico o de sistema). Las desventajas son un aumento del frente de onda (distancia máxima a la diagonal de los elementos no nulos de una matriz) y una reformulación de las matrices no muy eficiente.
- Solución separada: Es un método iterativo en el que para una de los subsistemas, el acoplamiento de otro subsistema aparece como una fuerza externa. Para problemas estáticos, este método es igual al llamado acoplamiento por vector de carga, también implementado en ANSYS. Las ventajas de este método son: la posibilidad de utilizar diferentes simuladores para cada fenómeno físico además de que puede usarse computación en paralelo.

2.2 Microactuadores Electroestáticos

La actuación electroestática es el tipo de conversión de energía electromecánica más usado en microsistemas [9]. Este es un ejemplo típico de un transductor que basa su accionar en la capacidad de almacenamiento de energía. Estos dispositivos (microactuadores) almacenan energía cuando trabajo mecánico o eléctrico se realiza sobre ellos. Asumiendo que el dispositivo no tiene pérdidas, esta energía almacenada se conserva y posteriormente se convierte en otra forma de energía, generalmente cinética y/o elástica. Un actuador electroestático tipo generalmente esta constituido de una capacitancia o arreglo de capacitancias, en donde una de las placas del transductor es móvil (electrodo móvil) por la aplicación de un voltaje de polarización mientras la otra placa esta fija o anclada [1,9].

Para obtener una expresión del coeficiente de acople, se considerara el caso de una capacitancia de placas paralelas, en la cual su placa superior es móvil y su placa inferior esta anclada (generalmente la placa fija es la placa de referencia o tierra). La figura 2.1 muestra un esquema de dicho actuador.

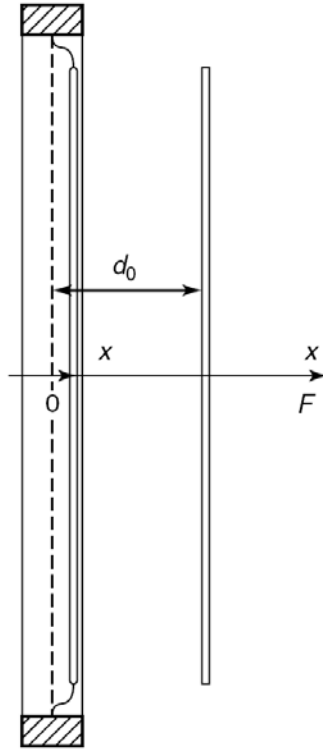


Figura 2.1. Estructura de un actuador electrostático de placas paralelas [10]

Las relaciones constitutivas de esta estructura para el voltaje aplicado V y la fuerza producida F están dadas en términos del desplazamiento del eje central x y la carga almacenada Q . Asumiendo que no hay campos marginales causados por el efecto borde, la capacitancia de esta configuración, en reposo, es:

$$C_0 = \frac{\varepsilon A}{d_0} \quad (2.1)$$

Sin embargo, cuando un voltaje de polarización se aplica entre los electrodos, la placa móvil se desplaza hacia el electrodo referencia, lo cual resulta en una reducción de la separación entre placas (gap) de:

$$d = d_0 - x \quad (2.2)$$

Por tanto la capacitancia con los electrodos en la nueva posición es:

$$C = C_0 \left(1 - \frac{x}{d_0} \right)^{-1} \quad (2.3)$$

Dado que la carga se conserva, el voltaje instantáneo a través de los platos de la capacitancia se da en términos de la carga (cantidad eléctrica) y el desplazamiento (cantidad mecánica) como:

$$V(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q(t)}{C_0} \left(1 - \frac{x}{d_0} \right) \quad (2.4)$$

$$V(t) = \frac{Q(t)}{C_0} - \frac{x(t)Q(t)}{C_0 d_0} \quad (2.5)$$

Si deseamos obtener una relación fuerza-carga, usamos la ley de Coulomb [9]. Así, por el principio de la conservación de la energía, el trabajo mecánico hecho para mover la placa superior debe balancearse con la variación de la energía eléctrica. Por tanto, el trabajo neto será:

$$dW = dW_{elect} + F_{Coulomb} dx = 0 \quad (2.6)$$

$$F_{Coulomb} = -\frac{\partial W_{elect}}{\partial x} \quad (2.7)$$

Con:

$$W_{elect} = \frac{1}{2} CV^2 \quad (2.8)$$

Usando las ecuaciones de voltaje instantáneo y capacitancia en la ecuación constitutiva tenemos que:

$$F_{Coulomb} = -\frac{1}{2} \frac{Q^2(t)}{C_0 d_0} \quad (2.9)$$

Como se observa, la ecuación 2.9 es una relación de acople claramente no-lineal. Esta no-linealidad es significativa en la realización de micro-interruptores, sin embargo, para aplicaciones como capacitancias sintonizales, filtros y resonadores esta característica suele ser un defecto no deseable.

Para pequeñas variaciones alrededor de la posición de reposo, estas relaciones pueden asumirse lineales. Como se demostrará a continuación, el voltaje entre las placas se puede expresar en términos de la carga estática Q_0 y un componente dinámico como [9,10]:

$$V(t) = \frac{Q_0}{C_0} + \frac{Q_d}{C_0} - \frac{Q_0}{C_0 d_0} x - \frac{Q_d}{C_0 d_0} x \quad (2.10)$$

Donde:

$$Q(t) = Q_0 + Q_d \quad (2.11)$$

Considerando, únicamente la componente dinámica del voltaje y asumiendo $Q_d \ll Q_0$ y $x \ll d_0$ tenemos que:

$$V_d(t) \approx \frac{Q_d}{C_0} - \frac{V_0}{d_0} x \quad (2.12)$$

Como se ve, esta relación electro-mecánica es lineal. De la misma forma, se pueden linealizar otras relaciones de acople para esta microestructura, como por ejemplo la relación entre fuerza y carga:

$$(F_{Coulomb})_d = \frac{V_0}{d_0} Q_d \quad (2.13)$$

Se debe tener en cuenta, que estas ecuaciones, linealizadas, son validas únicamente para pequeños desplazamientos de la placa superior. En microsistemas esto no suele ser un problema ya que la relación entre el área superficial del los electrodos versus la distancia entre estos es bastante grande [4,5].

2.2.1 Modelo de Parámetros Concentrados

Como se introdujo, una de las formas de modelaje de microsistemas es mediante la técnica de parámetros concentrados. En esta ocasión obtendremos una red que modela efectivamente el acople de los microactuadores electrostáticos. Para esto consideramos las ecuaciones anteriores en forma fasorial (estado senoidal) [10].

$$V_{ca} = \frac{\tilde{I}}{j\omega C_0} - \frac{V_0}{j\omega d_0} \tilde{v} \quad (2.14)$$

$$F_{ca} = \frac{V_0}{j\omega d_0} \tilde{I} \quad (2.15)$$

El coeficiente \tilde{T} de las ecuaciones es el factor de acople electrostático. Debido a que este es un número puramente imaginario (no contiene parte real) la conversión de energía es puramente reactiva y por ende la energía disipada en el mecanismo de actuación es nula.

Si deseamos construir un macromodelo a nivel de circuito que represente el actuador electrostático tenemos el esquemático de la siguiente figura.

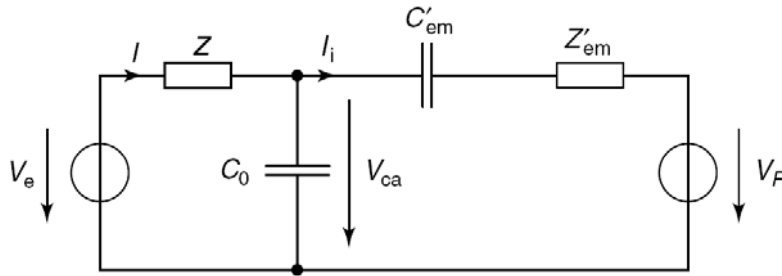


Figura 2.2. Circuito equivalente para un actuador electrostático de placas paralelas [10]

Los parámetros del circuito son:

$$C'_{em} = \frac{C_m}{1 - C_0 C_m \left(\frac{V_0}{d_0} \right)^2} \left(\frac{V_0 C_0}{d_0} \right)^2 \quad (2.16)$$

Z_m es la impedancia mecánica del electrodo móvil.

La fabricación de microactuadores electrostáticos es relativamente sencilla ya que en gran parte su efectividad es independiente de las propiedades de los materiales usados. Adicionalmente al actuador de placas paralelas existen los actuadores tipo peine (comb-drives) en los cuales las no-linealidades descritas se reducen significativamente.

2.3 Microinterruptores RF

Una de las principales aplicaciones de los microsistemas se encuentra en los sistemas de comunicación inalámbricos o de radiofrecuencia (RF). Los primeros dispositivos desarrollados fueron los microinterruptores RF a principios de los 80's. Básicamente los microinterruptores son dispositivos que usan el movimiento o la deflexión de una estructura para causar una condición de corto circuito o circuito abierto en una línea de transmisión [11].

Durante los últimos 15 años, los microinterruptores RF han tenido un avance abrumador debido a inmenso potencial los ámbitos comercial y militar. La razón de esto es que mientras hubo un tremendo crecimiento en dispositivos GaAs HEMT (transistores de Arsenurio de Galio basado en tecnología de alta movilidad de electrones) y en transistores CMOS (semiconductores de metal-oxido complementarios) de silicio (Si), apenas hubo un pequeño avance en diodos interruptores semiconductores (switching diodes) desde 1985 al 2000 [10].

En 1980, la frecuencia de corte de los transistores CMOS estaba alrededor de 500 Mhz y actualmente es del orden de 100 Ghz. También en 1980, la frecuencia de corte de la tecnología de transistores GaAs HEMT estaba en el rango de 10-20 Ghz y actualmente esta por encima de 800 Ghz. Por otra parte, la frecuencia de corte de los diodos de conmutación de GaAs o InP incrementó de 500 Ghz en 1985 a tan solo 2000 Ghz en el 2001.

Claramente, una nueva tecnología, alternativa, para implementar interruptores RF era necesaria para incrementar la frecuencia de corte de dispositivos de conmutación a valores del orden de los 40000 Ghz. Esto fue alcanzado por los microinterruptores RF o MEMS RF. La siguiente tabla compara las distintas tecnologías para realizar switches RF [11].

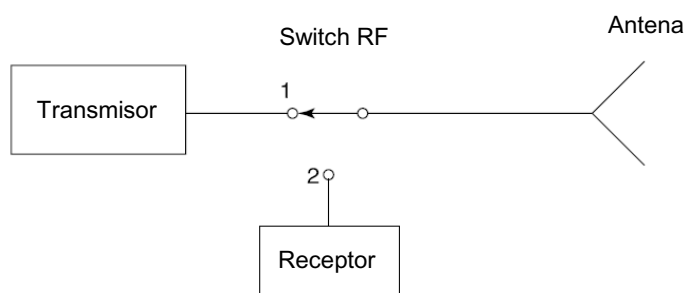
	Relay	Schottky	MOSFET	P-I-N diode	MMIC	MEMS switches
Transition time (ns)	N/A	5	N/A	300	5	N/A
Switching speed (S)	2×10^{-3}	N/A	3×10^{-9} to 10^{-8}	650×10^{-9}	25×10^{-9}	$\sim 10^{-6}$
Voltage (V)	100–200	N/A	5–50	3–5	N/A	3–30
Current (μ A)	1–2	N/A	<10	10 000	N/A	<10
Contact resistance (Ω)	0.005–0.075	N/A	<1	1	N/A	3–5
Figure of merit (GHz) ^a	N/A	N/A	300–400	1500–2000	N/A	>3000
Life-cycles	10^7 – 10^8	$>10^9$	$>10^9$	N/A	N/A	$>10^{13}$
Loss at 1 GHz (dB)	0.25	0.85	0.5–1.0	0.5–1.0	1.1	0.1
Isolation at 1 GHz (dB)	70	62	20–40	40	60	>40
Size (mm ²)	N/A	N/A	1–5	0.1	N/A	<0.1
Total current (mA)	~ 60	180	N/A	30	0.15	N/A
Supply voltage	+12	+5	N/A	± 5	+5	N/A
Transient signals (mV)	N/A	10	N/A	210	100	N/A
Bandwidth, MHz	dc to 1200	2–500	N/A	20–2000	5–4000	dc–40 000
Design flexibility?	N/A	N/A	N/A	Yes	N/A	N/A

Tabla 2.1. Comparación de tecnologías para interruptores RF [10]

Actualmente las investigaciones en MEMS RF se dividen en las siguientes áreas [11]:

- Interruptores, varactores e inductores.
- Líneas de transmisión micromaquinadas, resonadores, filtros y antenas.
- Resonadores acústicos.

La figura 1.3 presenta algunas de las aplicaciones típicas de los microinterruptores de radiofrecuencia.



(a)

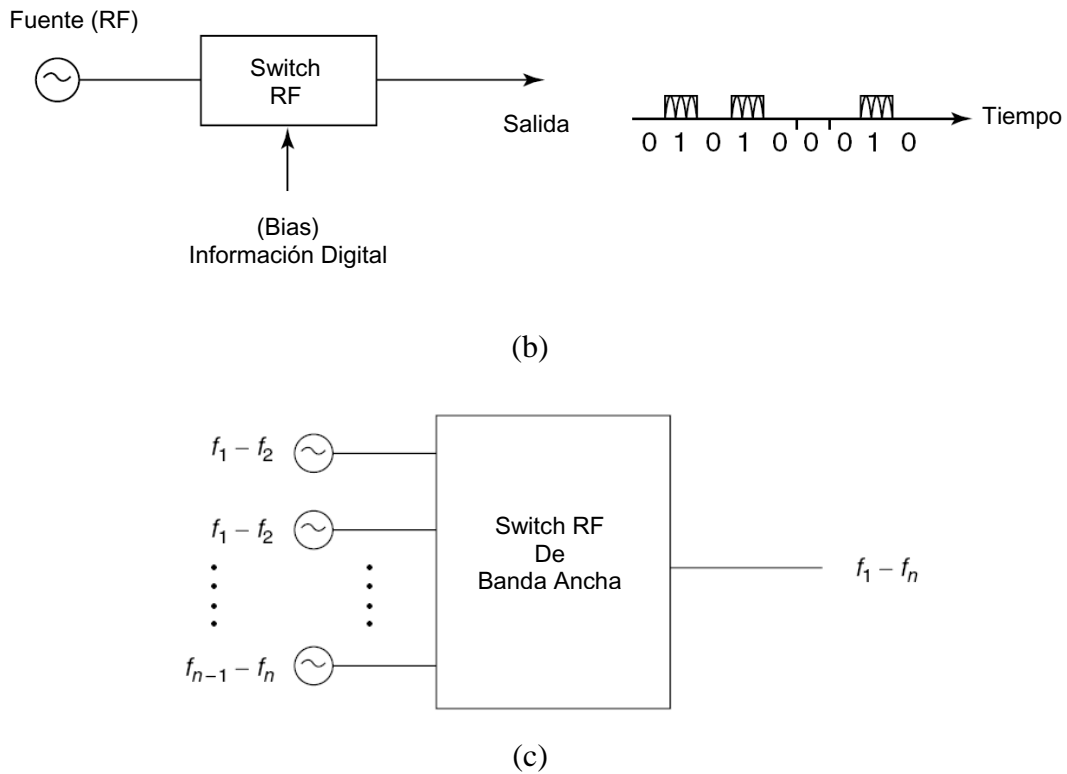


Figura 2.3. Aplicaciones típicas de un switch RF. (a) Duplexor, (b) Modulación digital, (c) Generador RF-BW

La figura 2.3a muestra como el un switch puede usarse para compartir una antena entre un transmisor y un receptor (esta operación se conoce generalmente como un duplexor). En modo transmisor el interruptor esta en la posición 1, mientras que en modo receptor el switch esta en la posición 2. En modulación digital, un switch funciona como compuerta de paso para conmutar por ejemplo una señal portadora (figura 2.3b). Finalmente la figura 2.3c presenta un generador RF de banda ancha (BW) el cual se implementa por medio de de unos pocos generados de banda angosta (CW) [10,11].

Existen dos componentes básicos de un microdispositivo RF; la sección mecánica relacionada con el mecanismo de actuación y la sección eléctrica o de transmisión. En cuanto a los mecanismos de actuación se tienen fuerzas electrostáticas, magnetoestáticas,

térmicas y piezoeléctricas. Además dependiendo de su configuración el movimiento de los microinterruptores puede ser vertical o lateral. En el aspecto eléctrico, un microinterruptor puede ubicarse en configuración serie o paralelo (shunt) y el contacto puede ser metal-metal o capacitivo (ver figura 2.4).

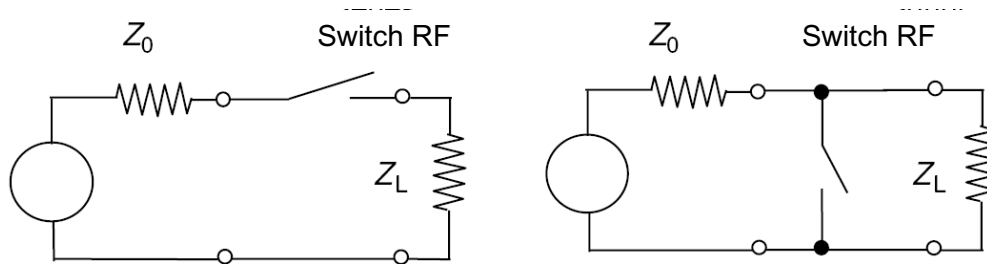
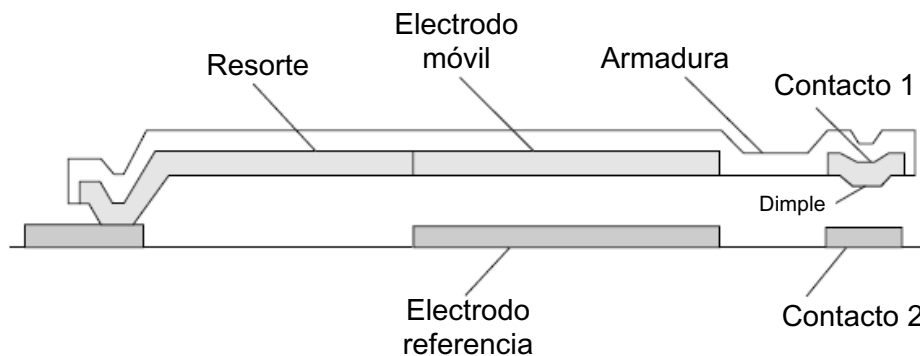


Figura 2.4. Configuración serie (izquierda) paralelo (derecha) de un interruptor RF.

Actualmente el mecanismo de actuación electroestático es la técnica prevalente más usada debido a su bajo consumo de potencia (virtualmente cero), sus reducidas dimensiones (área de los electrodos y espesor de las capas usadas), sus bajos tiempos de conmutación y sus bajas fuerzas de contacto (entre 50-200 micro Newtons).

2.3.1 Análisis Mecánico de MEMS RF

Hasta el presente se puede decir que se han investigado 3 tipos topologías para MEMS RF: cantilever, capacitiva y membrana. La siguiente figura muestra un switch RF basado en un cantilever [11].



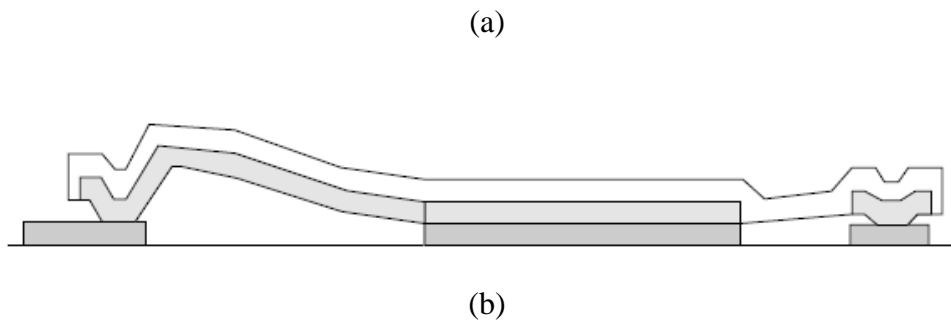


Figura 2.5. Switch RF basado en un microcantilever: (a) Estructura (b) Condición de conmutación [11]

Por otra parte la figura 2.6 muestra el esquema de un microinterruptor basado en membrana. Como se puede observar, esta estructura básicamente consta de una microviga doblemente anclada.

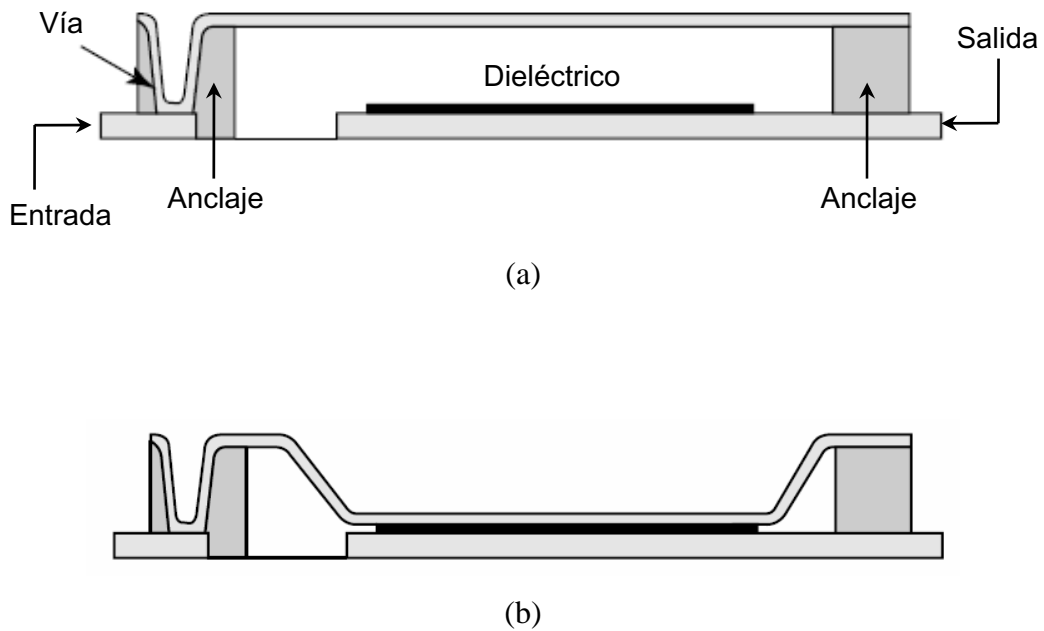


Figura 2.6. Switch RF basado en membrana: (a) Estructura (b) Condición de conmutación [11]

A partir de esta estructura, se han desarrollado distintas arquitecturas, la más promisoría es una microviga embebida en aire (bridge-beam). Dos formas comunes de estos microinterruptores son resistivo (contacto metal-metal) y capacitivo (contacto metal-dieléctrico-metal) el cual da un radio de capacitancia entre los estados *on/off* de conmutación [11].

La ventaja la arquitectura basada en membrana radica en que la deflexión de la microviga puede ser diseñada para tener una impedancia característica de 50 Ohmios para un rango bastante amplio de frecuencias. Es por esto que en este trabajo nos estudiaremos el comportamiento de un microinterruptor basado en esta arquitectura [11].

2.3.2 Ecuaciones para un Microinterruptor

El primer parámetro de un switch RF, tipo membrana, es la constante de resorte. Para el caso de pequeñas deflexiones, el movimiento mecánico puede modelarse usando un resorte lineal. Las vigas doblemente ancladas, además de las ventajas mencionadas anteriormente, se usan con frecuencia debido a su alto valor de constante de resorte además de su fácil fabricación, usando técnicas convencionales de micromaquinado superficial [10,11].

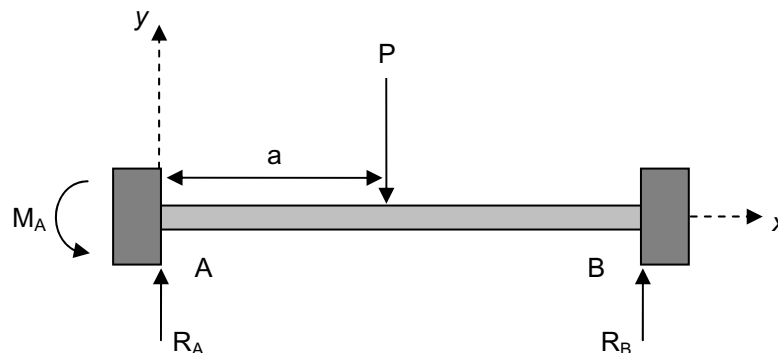


Figura 2.7. Cargas y momentos en una microviga doblemente anclada

La ecuación para la constante de resorte de una viga doblemente anclada, con una carga concentrada $P[N]$, como se muestra en la figura 2.7, se puede hallar encontrando el radio de deflexión versus la posición de la carga así:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_A + R_A x, \text{ para } x \leq a \quad (2.17)$$

$$y = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI}, \text{ para } x \leq a \quad (2.18)$$

Con:

$$M_A = \frac{Pa}{l^2}(l-a)^2 \quad (2.19)$$

$$R_A = \frac{P}{l^3}(l-a)^2(l+2a) \quad (2.20)$$

Donde l es la longitud de la microviga, $M_A [N*m]$ es el momento de reacción, $R_A [N]$ es la fuerza de reacción y a es el punto donde se aplica la carga. El momento de inercia I para una estructura con sección transversal rectangular esta dado por:

$$I = \frac{wt^3}{12} \quad (2.21)$$

Donde w es el ancho y t el espesor de la estructura (viga).

Generalmente, la carga se aplica uniformemente en toda la superficie de la microviga y la deflexión de la microviga en el centro se usa para encontrar la constante de resorte. Así, si reemplazamos $x = l/2$ en la ecuación de posición, hallamos la deflexión en el centro causada por una carga aplicada en a . Si deseamos hallara la deflexión debida a una carga distribuida uniformemente, se aplica el principio de superposición así [10,11]:

$$y = \frac{2}{EI} \int_{l/2}^l \frac{\xi}{48} (l^3 - 6l^2a + 9la^2 - 4a^3) da \quad (2.22)$$

Donde ξ es a carga por unidad de longitud, así la carga total es $P = \xi \cdot l$, desarrollando la integral la constante de resorte resulta ser:

$$k = -\frac{P}{y} = -\frac{\xi l}{y} = 32Ew \left(\frac{t}{l} \right)^3 \quad (2.23)$$

2.3.3 Voltaje de Pull-In

Por supuesto, uno de los parámetros mas importantes de un microinterruptor es el voltaje necesario que se debe aplicar para causar una condición de conmutación (que halla contacto entre los electrodos). Este valor de voltaje se conoce como voltaje de Pull-in o voltaje de Pull-down [11]. Para cuantificar el valor de este voltaje, retomemos las ecuaciones planteadas para los actuadores electrostáticos.

$$F_e = -\frac{1}{2} \frac{\epsilon AV^2}{g^2} \quad (2.24)$$

Donde g es la distancia entre los electrodos. Igualando la fuerza electrostática con la fuerza mecánica restauradora debida a la rigidez de la estructura (ley de Hooke) tenemos:

$$F_e + F_m = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\epsilon AV^2}{g^2} = k(g_0 - g) \quad (2.26)$$

Solucionando para V obtenemos que:

$$V = \sqrt{\frac{2k}{\epsilon A} g^2 (g_0 - g)} \quad (2.27)$$

Se puede demostrar [11] que cuando la deflexión es de $(2/3)g_0$ el valor de la fuerza electroestática es mayor al valor de la fuerza mecánica restauradora y por tanto la estructura colapsa (conmuta). Una forma de demostrar esto fácilmente encontrando el máximo de la ecuación anterior. Substituyendo este valor en la ecuación de voltaje obtenemos entonces el voltaje de pull-in:

$$V_p = V(2g_0/3) = \sqrt{\frac{8k}{27\epsilon A} g_0^3} \quad (2.28)$$

Es interesante notar que el voltaje de pull-in es independiente del ancho de la microviga ya que la constante de resorte (k) varía linealmente con respecto a w .

2.4 Análisis Superposición Modal Aplicado al Acople Electroestático-Estructural

A continuación se realizará una introducción sintética del análisis de modal, enfocándolo hacia su utilidad en obtener modelos estructurales dinámicos reducidos [12].

2.4.1 Introducción al Análisis Modal

Las estructuras físicas en su concepto fundamental son sistemas continuos no homogéneos los cuales poseen un número infinito de grados de libertad. Por tanto, su análisis requiere una aproximación que consiste en usar un número finito de elementos para describir su comportamiento, el número de grados de libertad usados debe ser el mínimo necesario para captar de una manera precisa el comportamiento de las estructuras [12]. Es así como existen técnicas de análisis numérico como FEM, BVM etc.

Usualmente las estructuras continuas son discretizadas, por ejemplo mediante alguna técnica de enmallado, en sistemas de múltiples grados de libertad, esto se conoce también como modelamiento de parámetros agrupados.

La aproximación actual asume que cada una de las masas equivalentes (resultado de la discretización) debe ser forzada a desplazarse ante la excitación de una fuerza externa $f_i(t)$ para $i = 1, 2, \dots, N$ (donde N es el número de elementos finitos) e instituyendo que las fuerzas actuando sobre dicha masa estén en equilibrio [12]. El movimiento del sistema completo (estructura) está gobernado por N ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas de segundo orden las cuales se pueden asociar a un oscilador armónico de segundo orden.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (2.29)$$

Es claro que m , c y k representan el valor agrupado de la masa, el amortiguamiento y la rigidez estructural, además se debe notar que se debe contar con las condiciones iniciales para $x(t)$ y $\dot{x}(t)$ para encontrar la solución de esta ecuación diferencial.

Se debe mencionar además que cada una de las N ecuaciones para cada nodo están acopladas es decir la respuesta o el movimiento de una coordenada en un punto o nodo particular depende de la solución de movimiento en todos los otros puntos, es por esto que la solución de sistemas continuos por métodos de discretización es bastante complejo. Una forma conveniente de representar el sistema de ecuaciones que modelan la estructura es:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2.30)$$

Donde M , C y K son matrices simétricas de $N \times N$ que representan la masa, amortiguamiento y rigidez del sistema espacialmente, nótese que $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$ y $\{x\}$ son

vectores columna de $N \times 1$ de las variables temporales aceleración, velocidad y posición respectivamente.

A menos que exista un elemento de amortiguamiento explícitamente en la estructura se debe pensar que el sistema no es amortiguado [12]. Además a esto, si asumimos que el sistema no tiene una fuente de excitación externa (condición de vibración libre) se tiene que:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (2.31)$$

Las N ecuaciones descritas por este sistema son homogéneas y se puede demostrar que si el vector $\{x(t)\}_a$ es una solución de esta ecuación entonces $\gamma\{x(t)\}_a$ también es una solución, con γ una constante cualquiera distinta de cero [12]. Esto significa que la solución de la ecuación anterior puede hallarse en términos de movimientos o vectores relativos.

Es bien conocido que la ecuación en estudio tiene soluciones donde los movimientos temporales del sistema son sincrónicos o ortogonales [12], por ejemplo todos los movimientos siguen el mismo tipo de variación temporal o alcanzan sus máximos o mínimos en los mismos instantes de tiempo y que su solución es de la forma:

$$\{x(t)\} = \{Am\}e^{j\omega t} \quad (2.32)$$

Con $\{Am\}$ un vector columna de $N \times 1$ que conforman las amplitudes complejas e independientes del tiempo de la solución. Si sustituimos la expresión anterior en la ecuación de interés llegamos a que:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{Am\} = \{0\} \quad (2.33)$$

El conjunto de ecuaciones presentado de esta forma representa un problema clásico de diagonalización en donde es de interés encontrar una solución no trivial (es decir $Am \neq \{0\}$) [12]. Para esto se debe garantizar que:

$$\det[[K]-\omega^2[M]]=\{0\} \quad (2.34)$$

Esta expresión, conocida como ecuación característica, produce N soluciones $(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_N^2)$ conocidas como eigenvalores los cuales constituyen las frecuencias naturales del sistema. Si reemplazamos cada una de dichas soluciones en la ecuación original y resolvemos para $\{Am\}$ obtenemos N eigenvectores $\{\psi_r\}$ ($r = 1, 2, \dots, N$) que constituyen los modos del sistema. Cada vector $\{\psi_r\}$ tiene N elementos que son valores reales los cuales son conocidos únicamente en magnitudes relativas, es decir su magnitud absoluta es desconocida, es decir se conoce la dirección de cada vector $\{Am\}$ pero no su magnitud [12].

2.4.2 Propiedades

Como se mencionó arriba, es bien conocido que cuando un sistema mecánico (si una fuente explícita de amortiguamiento) está en vibración libre, el sistema se mueve sincrónicamente para N valores de frecuencia ω_r distintos, es decir se tienen N configuraciones o modos distintos descritos por cada $\{\psi_r\}$. Es por esto que cada par $\{\psi_r\}, \omega_r$ se conoce como modo de vibración r .

Generalmente la solución completa al sistema en estudio se expresa mediante dos matrices de tamaño $N \times N$ de la siguiente forma [12]:

$$[\Theta] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$[\Psi] = [\{\psi_1\} \cdots \{\psi_N\}] \quad (2.36)$$

Esta representación del sistema expresa sus características dinámicas a través de sus propiedades modales (frecuencias naturales y modos) en lugar de sus propiedades espaciales (posición, velocidad y aceleración).

Como es bien conocido [12], resultado de este proceso de diagonalización se tienen las siguientes propiedades:

$$\{\psi_s\}^T [M] \{\psi_r\} = 0, \quad (r \neq s) \quad (2.37)$$

$$\{\psi_s\}^T [K] \{\psi_r\} = 0, \quad (r \neq s) \quad (2.38)$$

$$\omega_r^2 = \frac{\{\psi_r\}^T [K] \{\psi_r\}}{\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}} = \frac{k_r}{m_r} \quad (2.39)$$

Donde k_r y m_r son los valores de rigidez y masa generalizados para el modo r . De esta forma si consideramos todas las combinaciones de ψ para r y s tenemos:

$$[\bar{m}_r] = [\Psi] [M] [\Psi] \quad (2.40)$$

$$[\bar{k}_r] = [\Psi] [K] [\Psi] \quad (2.41)$$

Como consecuencia de las propiedades de ortogonalidad e independencia de los modos, las matrices \vec{k}_r y \vec{m}_r resultan ser diagonales y por tanto cualquier otro vector en el mismo espacio (por ejemplo los vectores de posición, velocidad y aceleración espacial) se puede expresar en términos de los modos naturales y por ende de dichas matrices [12].

2.4.3 Normalización

Es sabido que los valores de los modos de respuesta natural se conocen dentro de un valor indeterminado de escalamiento. Así los valores de k_r y m_r no se pueden tomar por separado ya que su valor también depende del factor $\omega_r^2 = k_r / m_r$ [12]. Es así como los modos se deben someter a un proceso de normalización; este proceso frecuentemente se basa en escalar los modos de forma que:

$$[I] = [\Phi]^T [M] [\Phi] \quad (2.42)$$

Con $[I]$ la matriz identidad y $[\Phi]$ la matriz de masa modal normalizada, construida a partir de los vectores $\{\phi_r\} = \gamma_r \{\psi_r\}$. Si sustituimos en la ecuación de normalización llegamos a que:

$$\{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\} = \gamma_r \{\psi_r\}^T [M] \gamma_r \{\psi_r\} = \gamma_r^2 \{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\} = 1 \quad (2.43)$$

$$\gamma_r^2 = \frac{1}{\sqrt{\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}}} = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \quad (2.44)$$

Normalizando todo el sistema, las propiedades de ortogonalidad se reducen a [12]:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (2.45)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\omega_r^2] \quad (2.46)$$

2.4.4 Respuestas Modal y Espacial

Las propiedades de un sistema mecánico bajo condiciones de vibración natural junto con el resultado del proceso de normalización nos permiten realizar el siguiente cambio de base (transformación de coordenadas espaciales a modales):

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} \quad (2.47)$$

Reemplazando esta transformación en las ecuaciones de movimiento llegamos a que:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (2.48)$$

$$[\Phi]^T [M] [\Phi]\{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T [K] [\Phi]\{q(t)\} = \{0\} \quad (2.49)$$

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\omega_r^2]\{q(t)\} = \{0\} \quad (2.50)$$

Este conjunto de ecuaciones representa N ecuaciones diferenciales de movimiento.

Como conclusión, mediante la técnica del análisis modal, hemos pasado o transformado el problema de solucionar $N \times N$ ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas a solo N ecuaciones diferenciales ordinarias desacopladas de movimiento, el cual puede solucionarse fácilmente usando técnicas de integración numérica [12]. Una vez solucionadas (independientemente) cada ecuación para $q_i(t)$ la solución del problema inicial para cada $x_i(t)$ se puede hallar usando la transformación de coordenadas planteada.

2.4.5 Reducción de Orden en el Dominio Mecánico

Finalmente la técnica de superposición modal permite cuantificar el porcentaje que cada uno de los N modos aportan a la solución final [12,13]. De igual manera esta técnica

permite reconstruir la respuesta total del sistema en términos de los modos con mayor porcentaje de contribución. Es así que se puede determinar la deformación de la estructura mediante la siguiente ecuación [13].

$$u(\vec{r}, t) \cong u_{eq} + \sum_{i=1}^m q_i \cdot \psi_i(\vec{r}) \quad (2.51)$$

Donde $u(r,t)$ es el desplazamiento total en coordenadas modales (r), ueq es la posición neutral en reposo, qi son factores de escala o amplitudes independientes del tiempo, estas amplitudes son las variables desconocidas y ψ_i son las formas modales o funciones de forma correspondientes a los modos de mayor contribución [13].

Se debe anotar en este instante que la reducción del número de modos es mucho más eficiente para estructuras de dimensiones milimétricas y con geometrías planares tales como membranas delgadas, cantilevers y vigas [4,5].

Como se puede observar, el cálculo del estado de deformación de la estructura se restringe ahora a una combinación lineal de m modos y el problema se convierte en encontrar m amplitudes q_i , en lugar de miles de ecuaciones diferenciales ordinarias como ocurre con los análisis de elementos finitos [4,5].

Capítulo 3

DESARROLLO DEL PROYECTO

3.1 Algoritmo de Reducción

La primera aproximación para obtener modelos de orden reducido (ROM) se conoce como el método de los parámetros concentrados. Este método, consiste básicamente en aproximar la respuesta de un dispositivo mediante la interconexión de distintos componentes ideales tales como masas, resortes y amortiguadores, el refinamiento de los modelos, mediante esta técnica, se logra a través de la agregación de distintos subsistemas, cada uno de estos modelando determinado tipo de fenómeno [13].

Dada su formulación, los modelos obtenidos en esta aproximación tienen gran pérdida de información dado el poco nivel de detalle que se tiene de los procesos internos desarrollados (p.ej.: campos electro-magnéticos provocados por efecto borde, propiedades de materiales, endurecimiento debido a la deflexión etc.). Para dar solución a este problema se debe entonces bajar hasta el nivel nodal (p.ej.: simulaciones físicas FEM 3-D) en donde se tiene suficiente detalle de las variables físicas o grados de libertad sobre las estructuras y la pérdida de información es mínima [4]. Una vez obtenida la solución del modelo en este nivel, se debe reducir la cantidad de información usando algún algoritmo de reducción.

De esta forma los modelos ROM obtenidos mediante esta aproximación capturan fenómenos provocados por deflexiones mecánicas, campos electroestáticos marginales, no linealidades, comportamientos de pequeña y gran señal prácticamente con el mismo grado de precisión de un análisis multifísico [4].

Aunque existen diversos métodos de reducción para generar modelos ROM la mayoría de estos solucionan el problema exclusivamente para el caso cuasi-estático o lineal, es decir los modelos obtenidos son validos solo para pequeñas deflexiones. Sin embargo en 1999 L. Gabbay, J. Mehner y S. Senturia presentaron un procedimiento de reducción automatizado para generar modelos de orden reducido a partir de simulaciones físicas tridimensionales de MEMS actuados electrostáticamente [4,5].

A través de este método es posible desarrollar un modelo ROM que es válido en todas las regiones de operación de la estructura involucrada lineal y no-lineal (desplazamientos grandes y pequeños) [4,5].

3.1.1 Técnica de Reducción para Obtener Modelos ROM

El algoritmo descrito en [4] parte de un dispositivo enmallado con N nodos, lo que conlleva a que se tengan $3N$ grados de libertad espaciales. El objetivo de la técnica es construir una representación de orden m con $N \gg m$. La técnica se puede considerar como una extensión del método de superposición modal [4,13] y su éxito reside en poder expresar la energía electrostática almacenada en términos de las variables modales escogidas de la estructura bajo estudio (ver figura 3.1).

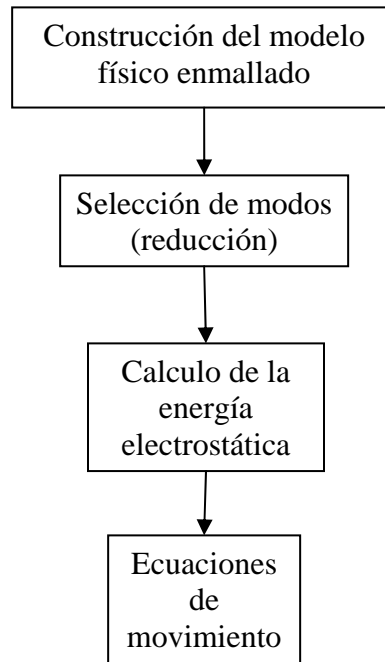


Figura 3.1. Fases de generación del modelo ROM

El análisis modal permite dar solución a un problema estructural mediante la obtención de las características frecuenciales o modales de una estructura tales como sus frecuencias naturales y formas modales, esto es, los eigenvalores y eigenvectores del sistema de ecuaciones planteado para geometría de la estructura [13].

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (3.1)$$

Donde M y K son matrices simétricas de $N \times N$ que representan la masa y la rigidez de la estructura y x define la posición espacial, nótese además que se asumió la condición de vibración libre, es decir, el sistema no tiene una fuente de excitación externa.

Es bien conocido que la ecuación en estudio tiene soluciones donde los movimientos temporales del sistema son sincrónicos o ortogonales, por ejemplo todos los movimientos

siguen el mismo tipo de variación temporal o alcanzan sus máximos o mínimos en los mismos instantes de tiempo y que su solución es de la forma:

$$\{x(t)\} = \{A_m\} e^{j\omega t} \quad (3.2)$$

La unión de las ecuaciones (3.1) y (3.2) representan un problema de diagonalización convencional en el cual se producen N soluciones $(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_N^2)$ conocidas como eigenvalores los cuales constituyen las frecuencias naturales del sistema. Si reemplazamos cada una de dichas soluciones en la ecuación original y resolvemos para $\{A_m\}$ obtenemos N eigenvectores $\{\psi_r\}$ de dimensión N para $(r = 1, 2, \dots, N)$ que constituyen las formas modales del sistema.

Dada la ortogonalidad o independencia de cada uno de los modos conformados por el par (ω_r^2, ψ_r) es posible entonces expresar la respuesta total del sistema como una combinación lineal de estos, el procedimiento para aplicar este principio se conoce como el método de superposición modal [13].

Adicionalmente, la técnica de superposición modal permite cuantificar el porcentaje que cada uno de los N modos aportan a la solución final. De igual manera esta técnica permite reconstruir la respuesta total del sistema en términos de los modos con mayor porcentaje de contribución. Es así que se puede determinar la deformación de la estructura mediante la siguiente ecuación.

$$u(\vec{r}, t) \cong u_{eq} + \sum_{i=1}^m q_i \cdot \psi_i(\vec{r}) \quad (3.3)$$

Donde $u(r, t)$ es el desplazamiento total en coordenadas modales (r), u_{eq} es la posición neutral en reposo, q_i son factores de escala o amplitudes independientes del tiempo, estas

amplitudes son las variables desconocidas y ψ_i son las formas modales o funciones de forma correspondientes a los modos de mayor contribución.

Se debe anotar en este instante que la reducción del número de modos es mucho más eficiente para estructuras de dimensiones milimétricas y con geometrías planares tales como membranas delgadas, cantilevers y vigas [13].

Como se puede observar, el cálculo del estado de deformación de la estructura se restringe ahora a una combinación lineal de m modos y el problema se convierte en encontrar m amplitudes q_i , en lugar de miles de ecuaciones diferenciales ordinarias como ocurre con los análisis de elementos finitos [13].

3.1.2 Excitación de Externa

Si abandonamos la condición de vibración libre y la estructura se somete a una fuerza electrostática producida por la generación de un potencial eléctrico determinado las ecuaciones de movimiento llegan a ser:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{Fe\} \quad (3.4)$$

Donde Fe es la fuerza electrostática aplicada en cada uno de los nodos de la estructura, obsérvese que esta expresión es válida dada la independencia de la solución inicial y el principio de superposición [4,5].

3.1.3 Algoritmo de generación

Una vez realizada la reducción de la respuesta estructural usando el método de superposición modal, es necesario expresar la fuerza electrostática Fe en términos de las variables modales escogidas. Este procedimiento se realiza en ANSYS® siguiendo las pautas enunciadas en [4] y se conoce como el algoritmo de generación del modelo ROM. En coordenadas modales el sistema de ecuación planteado para el sistema es el siguiente.

$$[Mg] \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + [Kg] \cdot q = Fe(q, t) \quad (3.5)$$

Fe es la fuerza electrostática producida por la diferencia de potencial aplicada en las coordenadas modales de la ecuación (3.3) y Mg , Kg son las matrices de masa modal y rigidez modal definidas por [5], de igual forma Ψ es la matriz de eigenvectores ψ .

$$[Mg] = \{\Psi\}^T [M] \{\Psi\} \quad (3.6)$$

$$[Kg] = \{\Psi\}^T [K] \{\Psi\} \quad (3.7)$$

Por definición, bajo condiciones controladas de voltaje, la fuerza electrostática puede definirse así []:

$$Fe(q_i, t) = \left(\frac{1}{2} V^2 \right) \cdot \nabla C_{3-D} \quad (3.8)$$

$$Fe(q_i, t) = \frac{1}{2} \cdot V(t)^2 \cdot \frac{\partial C_{3-D}(q)}{\partial q_i}$$

Donde C_{3-D} la distribución tridimensional de capacitancia del sistema en función de los modos q_i . En [4,5] se demostró un método iterativo para hallar esta capacitancia en forma analítica ajustando funciones polinomiales. Este método de cálculo es indispensable dado que para cada grado de deflexión de la estructura la capacitancia cambia y se debe establecer una función analítica de la capacitancia en función del desplazamiento y las coordenadas modales.

Combinando las ecuaciones 3.3-3.7 se puede llegar a que las ecuaciones de movimiento que rigen el microsistema son:

$$[Mg] \frac{d^2 q}{dt^2} + [Kg]q = \frac{1}{2} V(t)^2 \frac{\partial C_{3-D}(q)}{\partial q_i} \quad (3.9)$$

Las expresiones resultantes de (3.9) son ecuaciones diferenciales ordinarias y pueden escribirse en lenguajes de descripción hardware como VHDL-AMS o ser exportadas a un simulador numérico como Matlab® [6].

3.2 Modelos Reducidos en ANSYS®

Para generar el modelo de orden reducido del microinterruptor se utilizó el software de simulación multifísica ANSYS® el cual se basa en la técnica numérica de los Elementos Finitos (FEM). La discusión aquí es una síntesis del manual de usuario de ANSYS® [8].

Siguiendo la estrategia de diseño “top-down” se dividió el procedimiento de obtención de modelo ROM en tres fases como se muestra en la figura 3.2. A continuación se da una breve descripción de cada una de estas fases. La siguiente descripción es una síntesis del material disponible en el manual de usuario de ANSYS®.

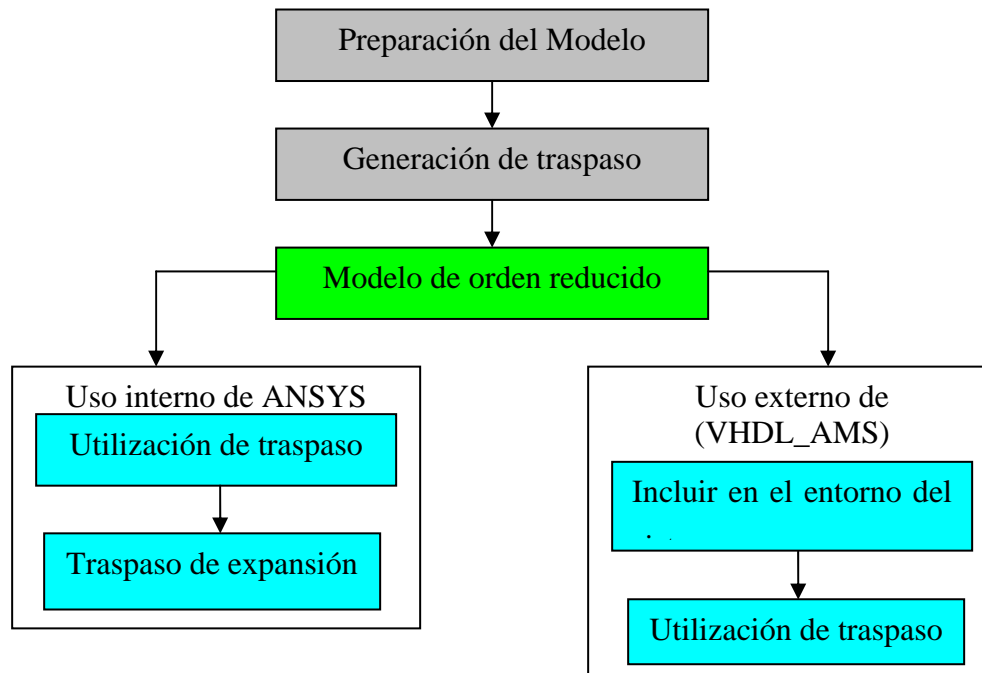


Figura 3.2. Diagrama para Extracción del Modelo ROM

3.2.1 Fase de Preparación

La primera fase se conoce como fase de preparación e incluye todos los pasos necesarios para obtener la solución de la simulación FEM incluyendo la elección de los tipos de elementos y materiales, enmallado, generación de componentes (aire y electrodos).

En esta fase se debe tener en cuenta que la forma de los elementos usados debe escogerse con el mayor número de nodos posible, esto debido a que en el cálculo de la capacitancia 3-D, la cual se realiza en la siguiente fase, se ejecuta un re-enmallado automático para distintas deflexiones de la micro-viga; este proceso necesita de la mayor flexibilidad posible para poderse ejecutar [8]. La preparación de modelo sigue los siguientes pasos:

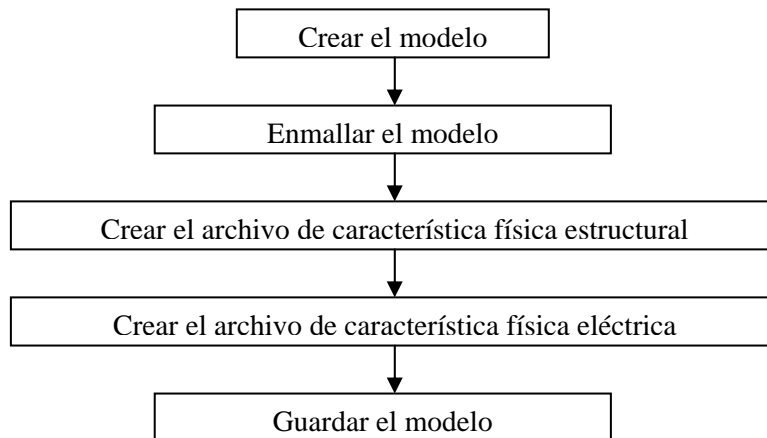


Figura 3.3. Preparación de modelo y características físicas [8]

Con el comportamiento del modelo comprobado, podemos escribir los archivos que describirán tanto eléctricamente como estructuralmente el entorno físico, con el cual se pueden establecer las condiciones de frontera necesarias para el funcionamiento correcto del modelo. Por último se guarda el modelo completo del sistema a reducir.

3.2.2 Fase de Generación

En la fase de generación de traspaso, se hace una reconstrucción del modelo preparado; se escogen los componentes del sistema que representarán las entradas y salidas del modelo a reducir; y se genera un modelo reducido del sistema mediante diferentes análisis que deben ser aplicados al sistema completo, en donde el único obligatorio es el análisis modal [8].

La fase de generación es la más dispendiosa computacionalmente, en esta se realiza el análisis modal y la elección de modos relevantes (método de superposición modal), adicionalmente, se realiza el ajuste de funciones de energía y cálculo de la capacitancia tridimensional, como resultado final de esta fase se tienen las ecuaciones del modelo ROM [8]. El proceso en la generación del traspaso se muestra en la figura 3.4.

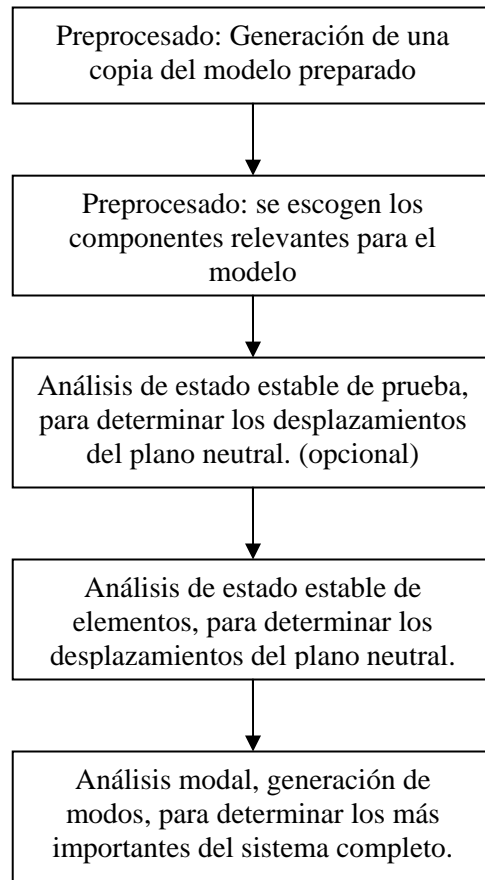


Figura 3.4. Fase de generación

En este punto el traspaso está completo, ahora se tienen las herramientas para hacer la reducción de orden, que es necesaria para la extracción. En el caso directo de ANSYS el proceso de reducción fue implementado para el análisis electroestructural acoplado, y también para su posible aplicación a microsistemas (MEMS). El proceso de reducción en ANSYS sigue el siguiente diagrama de flujo [8].

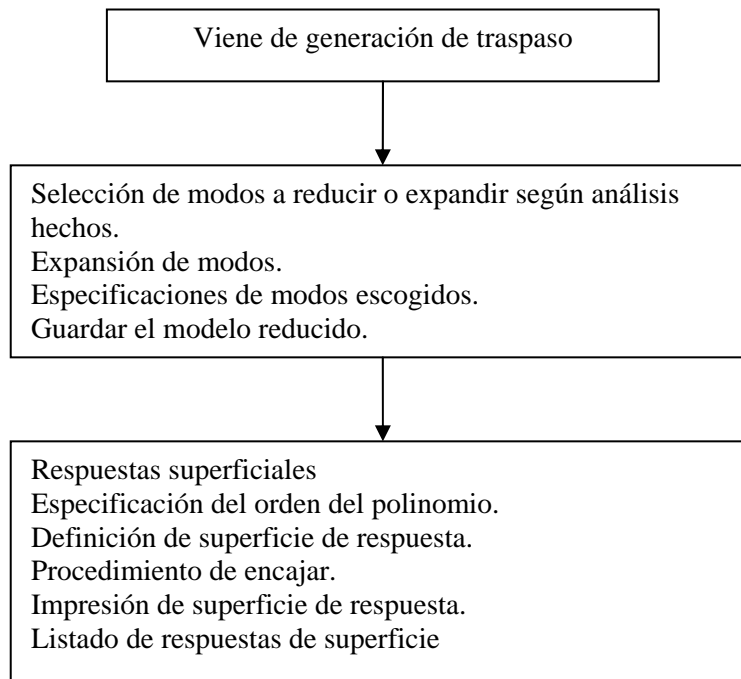


Figura 3.5. Proceso de Reducción

Como se puede ver en el diagrama 3.5 seleccionamos los modos pertinentes tomados del análisis modal hecho y aplicamos comandos que toman los datos obtenidos y con ellos determinan una representación reducida del sistema como la que vimos anteriormente, también podemos utilizar el conjunto de modos que creamos necesarios para hacer una representación reducida propia, al final el resultado se puede representar como un polinomio de un orden reducido en el cual se ajustará la respuesta reducida encontrada. Como forma de control sobre el resultado se hace un estudio de la convergencia entre la respuesta reducida y el polinomio ajustado, y se hace también mediante simulaciones y resultados de superficie [14].

3.2.3 Fase de Uso

Finalmente en la fase de uso se definen las señales de interfaz con el exterior, particularmente voltajes en los electrodos (entradas) y un subconjunto de desplazamientos característicos en determinados puntos estratégicos de la estructura (salidas). También se

pueden tener cargas de presión o fuerzas ejercidas sobre estos puntos estratégicos (entradas).

Paralelamente, si no se desea trabajar con el modelo ROM dentro de ANSYS entonces se exporta mediante un archivo el cual contiene los coeficientes de las ecuaciones diferenciales obtenidas.

Seguidamente estas ecuaciones se pueden poner en un lenguaje de descripción hardware tal como el VHDL-AMS y ser incorporadas en una herramienta de soporte al diseño (CAD); en nuestro caso se uso el software de simulación Matlab® mediante el cual damos solución a las ecuaciones del modelo bajo distintos escenarios [6,8].

3.3 Análisis de Sistemas Amortiguados debido al Efecto de Thin-Film

El efecto de película delgada ocurre cuando un gap pequeño de fluido (líquido o gas) se ubica entre superficies móviles. Esta película delgada de fluido puede afectar la respuesta dinámica de las estructuras que involucran las superficies aumentando determinada cantidad amortiguamiento y/o rigidez [9,15]. Básicamente se pueden distinguir 2 efectos de película delgada: *squeeze film* cuando el movimiento de la estructura se produce de manera tangencial al gap, *slide film* cuando el movimiento de la estructura es tangencial.

Aunque en ciertas ocasiones los efectos de película delgada son importantes en estructuras macro, en micro-estructuras llegan a ser críticos ya que allí los efectos de superficie toman mucho peso. Es por esto que el efecto en el amortiguamiento y la rigidez causado por películas delgadas puede afectar en gran forma el comportamiento de dispositivos usados en microsistemas [9,15]. De lo anterior es claro que el efecto de *squeeze film* se presenta en estructuras como vigas, cantilevers, acelerómetros y el efecto de *slide film* se presenta en peines electroestáticos.

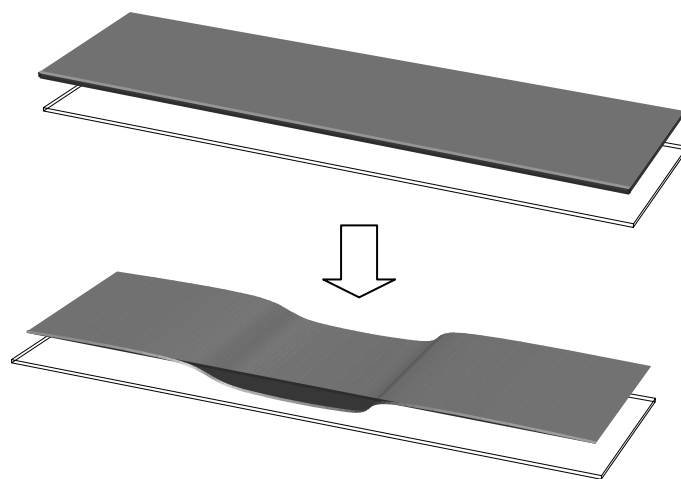
En ANSYS® el método más adecuado para estudiar el efecto de películas delgadas es a través elementos basados en la teoría de Reynolds para calcular el efecto de amortiguamiento y rigidez mencionados con anterioridad. Sin embargo la ecuación de Reynolds limita el estudio a estructuras con dimensiones superficiales mucho mayores al espesor de la película delgada de fluido [8,15]. Además, los cambios de presión a través del gap deben ser mucho menores que la presión ambiente del sistema, finalmente los efectos de temperatura en la viscosidad del fluido deben ser ignorados. Todo lo anterior debe cumplirse para poder usar los elementos dispuestos en ANSYS® para el análisis de películas delgadas, de lo contrario es necesario recurrir a las ecuaciones de Navier Stokes.

3.3.1 Análisis del Squeeze Film

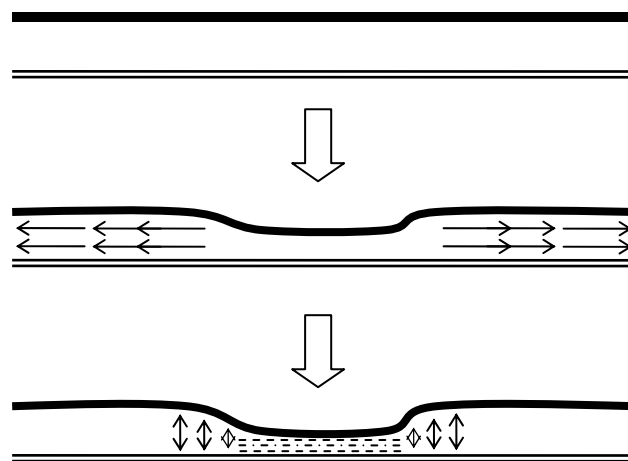
A través de este análisis nos interesa poder simular los efectos de un fluido (en este caso aire) de espesor pequeño el cual se ubica entre dos superficies, una de ellas moviéndose perpendicularmente al espesor mientras la otra se encuentra fija (figuras 3.6 y 3.7). Este análisis depende directamente de la frecuencia de vibración de la estructura móvil así [15].

Frecuencias bajas: se puede decir que el fluido ubicado entre las dos superficies alcanza a desplazarse fuera (huir) de la región de movimiento. Esto se traduce en un cambio en el amortiguamiento del sistema global (el cambio en la rigidez del sistema se puede ignorar).

Frecuencias altas: las superficies comprimen el fluido y el fluido no puede escapar antes de que esto ocurra (dado la alta velocidad relativa de movimiento), como consecuencia el amortiguamiento y la rigidez del sistema aumentan.



(a)



(b)

Figura 3.6. Efecto de Squeeze Film. (a) Esquema (b) Vista transversal

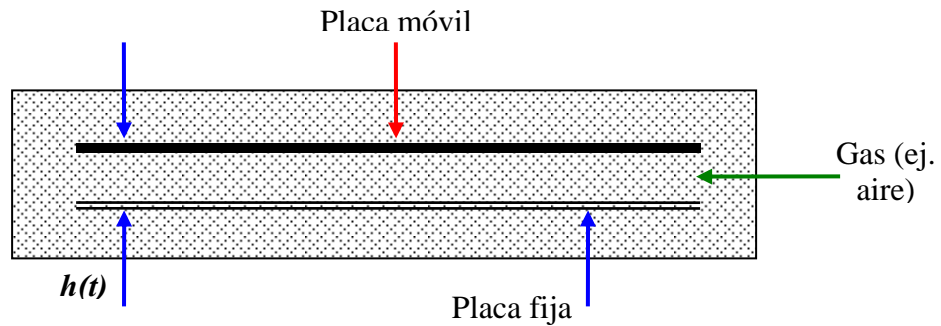


Figura 3.7. Microviga y efecto de squeeze film damping

Dado que deseamos analizar cuantitativamente este efecto, debemos entonces hallar cual es el valor o intervalo por el cual las matrices de amortiguamiento y rigidez del sistema cambian esto es [8]:

$$[K'] = [K_0] + [\Delta K] \quad (3.10)$$

$$[C'] = [C_0] + [\Delta C] \quad (3.11)$$

Donde $[\Delta K]$ y $[\Delta C]$ son las perturbaciones introducidas por el efecto de *squeeze film*. Para hallar estas perturbaciones se usará ANSYS de la siguiente forma:

Por medio de un análisis tipo estático se determinaran el efecto $[\Delta C]$ a baja frecuencia y a través de un análisis harmónico se determinarán las matrices $[\Delta K]$ y $[\Delta C]$ a altas frecuencias. Para esto ANSYS tiene el elemento FLUID136 el cual se usa para modelar el dominio fluídrico entre la estructura fija y la estructura móvil (microviga), en este caso, se fija este elemento en la cara inferior de la estructura móvil ya allí se presenta la interacción superficie fluido [8].

Finalmente se debe mencionar para hallar el valor de amortiguamiento se debe conocer al menos el perfil de velocidad del fluido. Si este perfil se conoce este se puede aplicar directamente a los elementos del fluido y del análisis estático tenemos:

$$C = \frac{F}{V_z} \quad (3.12)$$

Si este perfil no se conoce, o su comportamiento es bastante complejo se debe recurrir a otra estrategia en la cual, el perfil de velocidad se determina de la respuesta modal-frecuencia de la estructura, esto es conocido como el método de proyección modal. De esto podemos concluir que es mas preciso aplicar este último método [15].

$$\frac{d^3}{12\eta^*} \left(\frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial y^2} \right) = \frac{d}{P_0} \frac{\partial P}{\partial t} + v_z \quad (3.13)$$

3.3.2 Amortiguamiento Debido al Medio

3.3.2.1 Cálculo de la matriz de Amortiguamiento

Retomamos las ecuaciones de movimiento para nuestro modelo FEM incluyendo la componente correspondiente al amortiguamiento [12,15].

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.14)$$

Teóricamente, sería interesante poder solucionar el problema utilizando las propiedades modales de los sistemas mecánicos. Para esto, consideramos las condiciones de libre vibración:

$$[M]\{x(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\} \quad (3.15)$$

Aplicando la transformación de coordenadas espaciales a modales (cambio de base) tenemos que:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T [C] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{q(t)\} = \{0\} \quad (3.16)$$

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\Xi] \{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2] \{q(t)\} = \{0\} \quad (3.17)$$

Donde $[\Xi]$ es la matriz de amortiguamiento resultante. En general, esta matriz de $N \times N$ no es diagonal puesto que la matriz de transformación modal $[\Phi]$ se obtuvo mediante las matrices de masa y rigidez únicamente [12].

Estamos entonces ante la dificultad que el amortiguamiento esta entregando acople adicional al sistema y por tanto no podemos desacoplar (diagonalizar) las ecuaciones de movimiento mediante la transformación modal planteada. Si embargo, si el amortiguamiento es débil y se puede expresar de manera proporcional, por ejemplo la matriz de amortiguamiento $[C]$ es proporcional a la matriz de rigidez o a una combinación lineal de las matrices de masa y rigidez, el problema puede tener una solución mediante la técnica de Rayleigh [12,13].

Expresando la matriz de amortiguamiento viscoso $[C]$ de manera proporcional tenemos que:

$$[C] = \varepsilon [K] + \nu [M] \quad (3.18)$$

Donde ε y ν son constantes unidimensionales.

Reemplazando en las ecuaciones de movimiento obtenemos que el sistema se puede diagonalizar de manera análoga al caso no-amortiguado.

$$[\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T [\varepsilon[K] + \nu[M]][\Phi]\{\dot{q}(t)\} + [\Phi]^T [M][\Phi]\{q(t)\} = \{0\} \quad (3.19)$$

$$\{q(t)\} + [\nu + \varepsilon\omega_r^2]\{q(t)\} + [\omega_r^2]\{q(t)\} = \{0\} \quad (3.20)$$

Expresando el sistema en notación adecuada tenemos que:

$$\{q(t)\} + [2\xi\omega_r]\{q(t)\} + [\omega_r^2]\{q(t)\} = \{0\} \quad (3.21)$$

$$\xi_r = \frac{\nu}{2\omega_r} + \frac{\varepsilon\omega_r}{2}, \quad \text{para } r = 1, 2, \dots, N \quad (3.22)$$

Con ξ_r el radio de amortiguamiento para el modo r . Así, al igual que en el caso no amortiguado se malogrado expresar el sistema en términos de N ecuaciones diferenciales desacopladas y la solución en coordenadas espaciales se puede obtener mediante la transformación de coordenadas establecida [12].

En general, el amortiguamiento no es de tipo proporcional. En varios casos, cuando el amortiguamiento es débil o pequeño, es aceptable despreciar los elementos fuera de la diagonal y aproximar la solución del sistema conservando la validez de la solución. Sin embargo, si el sistema es fuerte, este tipo de aproximación no puede ser tomada en cuenta. La solución para esta situación, más general, incluye el uso de vectores de estado complejos y puede ser encontrada en textos especializados en dinámica de estructuras. Para el caso particular de este proyecto el amortiguamiento causado por el medio es tipo débil y por ende se deja al interesado las referencias para profundizar en el tema [15].

Para finalizar, se debe mencionar que en el caso amortiguado, los modos se conocen únicamente dentro de una constante multiplicativa, con respecto a la amplitud, además de

conocerse solo dentro de una constante de desfase, con respecto al ángulo de fase. Como resultado la solución del sistema será:

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}\}e^{j\lambda t} \quad (3.23)$$

Donde λ_r son los eigenvalores – complejos – del sistema y $\{\psi_r\}$ son los eigenvectores – reales – que son los mismos que para el caso no-amortiguado.

$$\lambda_r^2 = \omega_r^2(1 + j\eta_r) \quad (3.24)$$

$$\omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r} \quad (3.25)$$

$$\eta_r = \varepsilon + \frac{\nu}{\omega_r^2} \quad (3.26)$$

Donde ω_r^2 y η_r son la frecuencia natural y factor de amortiguamiento (damping loss factor) para modo r. Obsérvese que los valores de k_r y m_r se han hallado para el caso no-amortiguado y los valores de ε y ν dependen del fenómeno relacionado con el amortiguamiento, para el caso de este estudio, de las propiedades del medio en el cual estará embebida la estructura.

3.3.2.2 Cálculo de las Constantes de Amortiguamiento

Ya que existe una dependencia directa entre el desplazamiento y la velocidad (la cual es desconocida) en la superficie inferior del electrodo móvil, el método de proyección modal realiza un análisis modal a través del cual podemos hallar la velocidad para cada uno de los modos que rigen la estructura [12].

Con estos valores de velocidad calculados, se pueden hallar entonces las presiones para cada uno de los modos y finalmente la fuerza provocada por el fluido en cada modo (F_{ji}). En [17] se llegó a que la ecuación que relaciona las presiones y los coeficientes de amortiguamiento y rigidez causados por el fluido en términos de las coordenadas modales q_i es.

$$C_{ji}\dot{q}_i + K_{ji}q_i = F_{ji} \quad (3.27)$$

Con C_{ji} , K_{ji} los elementos de la matrices de amortiguamiento y rigidez respectivamente. Finalmente a partir de estas matrices se pueden hallar los radios de amortiguamiento y rigidez causados por el fluido de la siguiente forma [14].

$$\xi_i = \frac{C_{ii}}{2\omega_i m_i} \quad (3.28)$$

$$k_i = \frac{K_{ii}}{\omega_i^2} \quad (3.29)$$

Donde ω_i es la i -ésima frecuencia natural del sistema y m_i es la masa modal del modo i (ver ecuación 6), además, ξ_i es conocido como el radio de amortiguamiento y k_i como el radio de rigidez (ambos para el modo i) [12,17].

3.3.3 Efectos de Perforaciones

En distintos microinterruptores RF, se suelen realizar pequeñas perforaciones (3-8 μm) para reducir el efecto del squeeze-film damping e incrementar la velocidad de conmutación [16]. El área total de las perforaciones puede llegar a ser hasta del 60% del área total de la superficie. El patrón de perforación esta caracterizado por la eficiencia de ligamento $\mu = l / pitch$, definida como el radio de la distancia mínima entre perforaciones y la

distancia mínima entre los centroides de estas. Como ventajas adicionales, las perforaciones liberan parte del estrés residual y reducen el valor del modulo de Young [16].

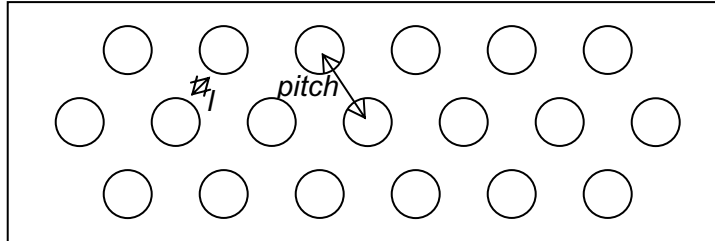


Figura 3.8. Eficiencia de ligamento (perforaciones en una microestructura)

En un estudio publicado en [16], se realizaron simulaciones con modelos FEM 3-D para demostrar que el estrés residual se reducen por un factor de aproximadamente $(1 - \mu)$. Nótese además que la reducción de la masa, consecuencia de las perforaciones, aumenta la frecuencia de resonancia de la estructura.

Un factor de inquietud sería la posible disminución de la capacitancia de la estructura (en el estado neutral). Sin embargo, en el mismo estudio se demostró adicionalmente que si el diámetro de las perforaciones es inferior a $4g_0$, el cambio en la capacitancia es despreciable. La razón de esto, es que los campos marginales, producidos por el efecto borde en el contorno de las perforaciones “rellenan” el área de cada perforación. Por lo tanto, la fuerza electrostática no se ve afectada por la densidad de las perforaciones o por su ubicación, siempre y cuando se satisfaga la restricción establecida.

Capítulo 4

PRUEBAS Y RESULTADOS

4.1 Resultados

A continuación se muestran los resultados, de las simulaciones y análisis realizados para obtener el modelo ROM de un microinterruptor RF.

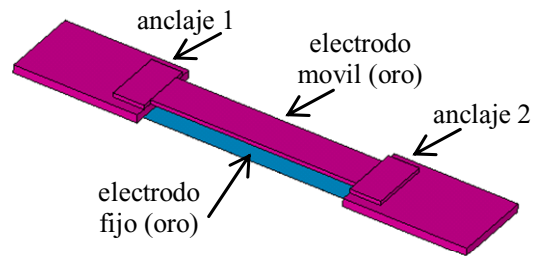


Figura 4.1. Modelo de la micro-viga

El primer paso consistió en construir el modelo (ver figura 4.1) el cual tiene las siguientes características:

- Material estructural de la microviga: silicio (Si)
- Material de los electrodos: oro (Au)
- Aire entre los electrodos: Espacio libre

Las propiedades de los materiales se consideraron isotrópicas y fueron tomadas de [18]. Las dimensiones de la microviga en micrómetros son:

- Largo = 80
- Ancho = 15
- Espesor = 1
- Gap” de aire = 4.

Para crear el modelo físico se tuvieron en cuenta los dos componentes principales del dispositivo: aire (“gap”) y conductores (electrodos). Como se muestra en la siguiente figura.

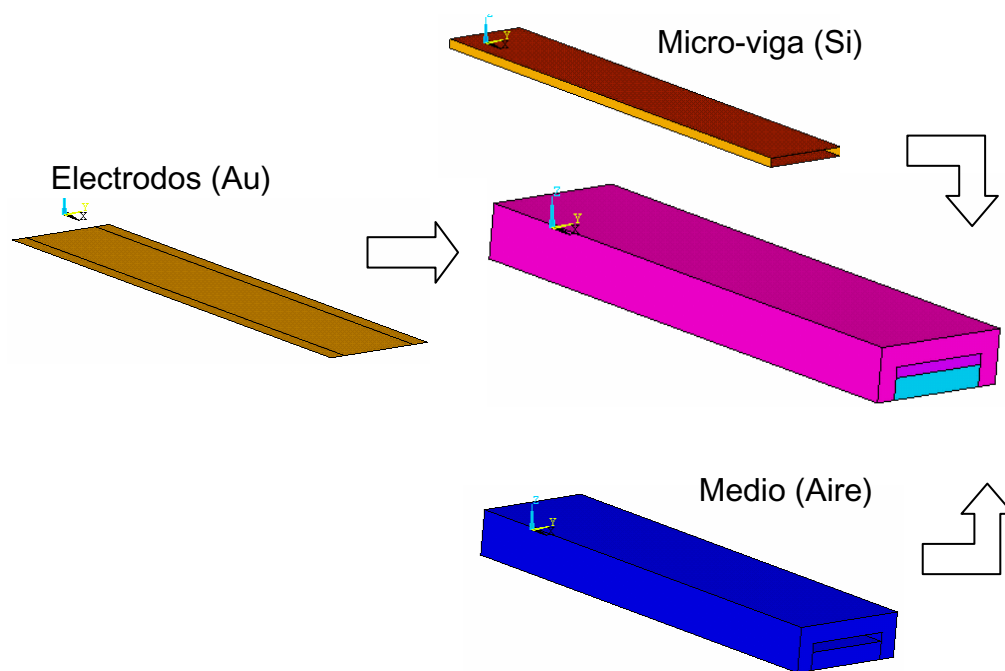


Figura 4.3. Creación del modelo (componentes)

Partiendo de esto se procede a enmallar los dos componentes para así generar los puntos de contacto entre las físicas que interactúan entre si. De acuerdo a lo mencionado en la sección anterior seleccionaron elementos de 6 nodos (SOLID45 y ELECT142). Como resultado se obtuvo un modelo con 1712 nodos o grados de libertad.

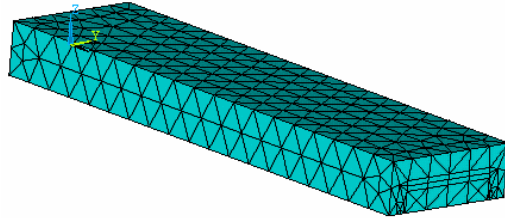


Figura 4.4. Modelo 3-D enmallado

Una vez realizada la fase de preparación, se siguió con el análisis de superposición modal el cual arrojo los resultados de la tabla 4.1.

Modo	Frecuencia (kHz)	Factor de escala	Contribucion (%)
1	1764	0.36004	84.45
2	4913	2.7943	10.88
3	9785	11.083	2.74
4	16520	18.002	0.96
5	25339	18.002	0.41
6	36537	18.002	0.20
7	47873	18.002	0.11
8	50498	18.002	0.10
Total =			99.86

Tabla 4.1. Resultados del análisis de superposición modal

Como se observa, los tres primeros modos prácticamente rigen la respuesta del sistema, la contribución conjunta de estos modos es de 98.7%, esto significa que si solo tomamos estos tres modos e ignoramos los modos de mayor orden, el error entre el modelo ROM y el

modelo completo es del 1.3%, lo cual se puede considerar como un porcentaje de error mínimo.

Una vez elegidos los 3 primeros modos se calculó la capacitancia en función de las coordenadas modales y de allí la fuerza electrostática, la figura 4.5 muestra dicha función de capacitancia en términos de los dos primeros modos.

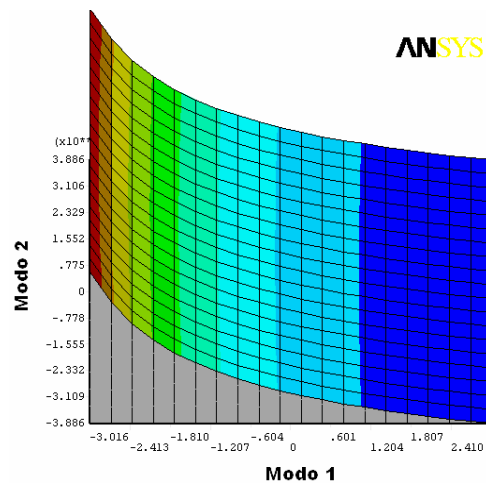


Figura 4.5. Función de capacitancia (modo3 = 0)

De la figura 4.5 se observa la función de capacitancia calculada en función de los dos primeros modos según la tabla 1, como era de esperarse la función de capacitancia varía de manera inversa con el desplazamiento para cada modo, sin embargo como el modo 1 tiene mayor peso es más apreciable la relación de proporcionalidad inversa para este. Adicionalmente es posible encontrar esta función para otras combinaciones de modos. Como resultado final de la fase de generación se obtuvieron las ecuaciones del modelo ROM.

4.2 Simulaciones Multifísicas a Nivel de Sistema

Alternativamente a la fase de uso, se decidió tomar los coeficientes del modelo ROM obtenidos en ANSYS y exportarlos al software de simulación numérica Matlab® en donde se realizaron distintos análisis, similares a los que se tienen en simuladores para circuitos eléctricos, útiles para caracterizar la deflexión de la micro-viga (salida) frente a la excitación de voltaje (entrada), estos se comentan a continuación.

Análisis estático: Quizás uno de los parámetros más importantes de los micro-switch es el voltaje de *pull-down*, esto es el voltaje que se debe aplicar para que los dos electrodos entren en contacto (condición de conmutación). Para hallar este voltaje se debe realizar un barrido incremental de voltaje hasta que la deflexión del electrodo superior sea igual a la distancia entre los electrodos. La siguiente gráfica muestra la relación entre el voltaje de *pull-down* y el *gap* de la estructura.

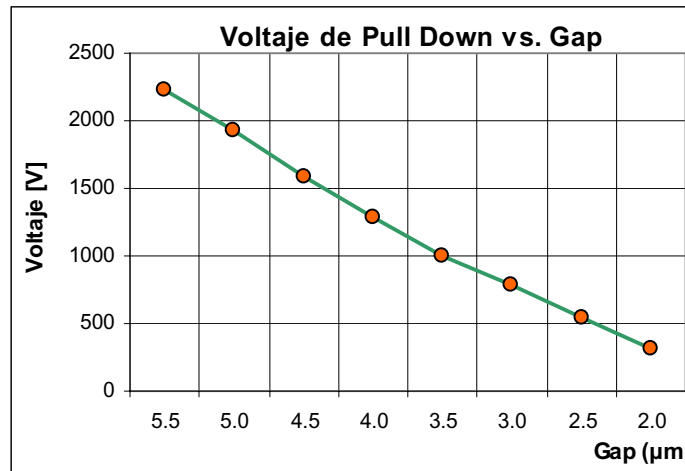


Figura 4.6. Relación Gap-Voltaje de *Pull-Down*

Como se observa para el caso de un gap de 4 micras el voltaje de conmutación es 1283 voltios.

Por otra parte se realizó un análisis estático que incluye un barrido DC de voltaje el cual traza el punto de operación de la estructura hasta 1000 voltios de polarización como se muestra en la figura 4.7, obsérvese que este voltaje es inferior al voltaje de *pull-down* para 4 micras de gap.

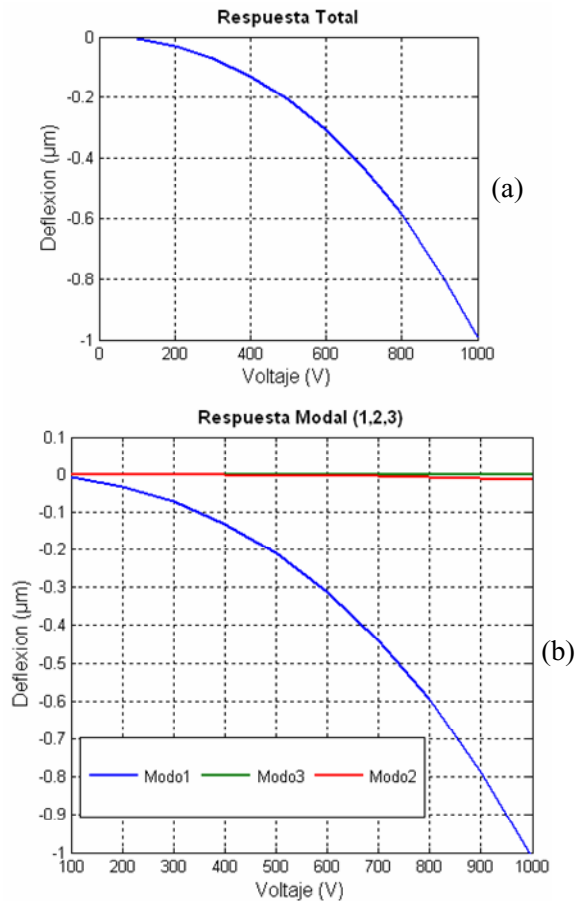
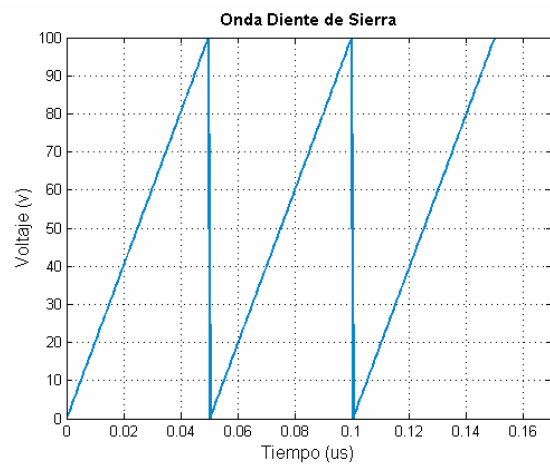


Figura 4.7. Barrido DC. (a) Deflexión total de la microviga,
(b) contribución de cada modo

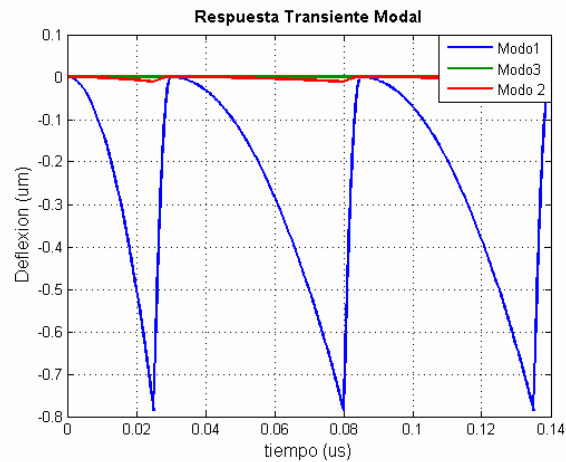
De la figura 4.7b se ve que el primer modo es dominante e influye con mucho mayor peso que los modos 2 y 3 en la respuesta total de la micro-viga (figura 4.7a). Adicionalmente como era de esperarse a mayor voltaje mayor deflexión de la micro-viga (electrodo

superior), adicionalmente se observan las no-linealidades presentadas para voltajes del orden de 700 voltios lo cual corresponde al 70% del espesor de la micro-viga.

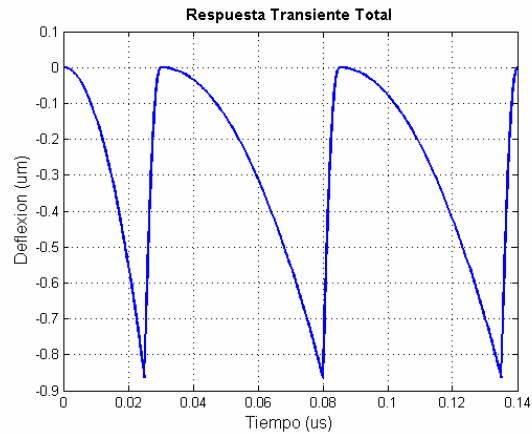
Análisis dinámico: Para poder apreciar los retardos y tiempos de respuesta se realizó un análisis transiente que usa como señal de entrada una onda tipo diente de sierra (figura 4.8). De nuevo se observa la correspondencia del aporte de cada modo a la respuesta total (nótese que la respuesta total es la es la superposición de estos 3 modos).



(a)



(b)



(c)

Figura 4.8. Respuesta transiente. (a) Excitación de voltaje tipo diente de sierra. (b) Respuesta modal (c) Respuesta total

Análisis armónico: Un análisis de función de transferencia muestra la frecuencia de resonancia debida al voltaje de polarización, es decir si se aplica un voltaje fijo al micro-switch es de esperarse que la frecuencia de resonancia varia de acuerdo a la magnitud de este. La figura 4.9 muestra la respuesta en frecuencia para un voltaje de polarización de 800 y 1600 voltios. Como se observa la frecuencia de resonancia aumenta de 1.7 a 9,1 GHz.

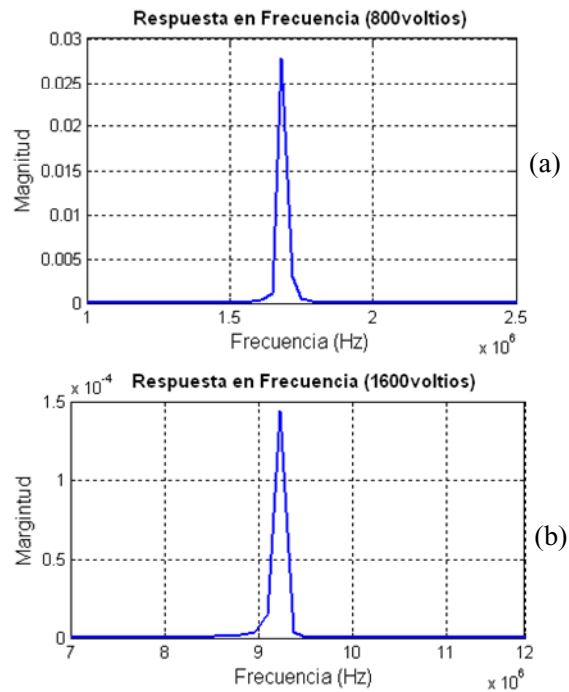


Figura 4.9. Respuesta en frecuencia (a) 800 (b) 1600 voltios de polarización

4.3 Efecto de “Squeeze-Film Damping”

Finalmente se realizaron distintos número de perforaciones en la superficie del electrodo móvil y se cuantifico el efecto del “Squeeze-Film Damping”. Según los cálculos para no afectar la magnitud de la fuerza electrostática el número de perforaciones debe ser inferior a 28 perforaciones aproximadamente. Como se mencionó en la sección anterior es necesario primero realizar una análisis modal para a partir de allí obtener el perfil de presión para cada uno de los modos y posteriormente los radios de amortiguamiento y rigidez.

La figura 4.10 muestra los 5 primeros modos de respuesta de la micro-viga, partiendo de esto se obtuvieron los coeficientes de amortiguamiento y rigidez listados en la tabla 4.2 para 27 perforaciones.

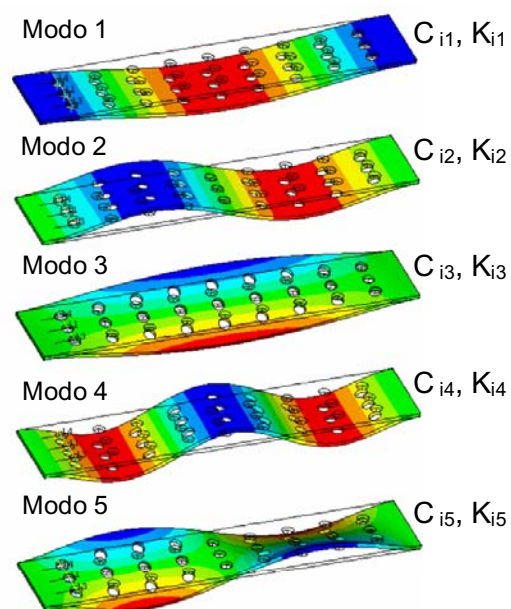


Figura 4.10. Perfil de velocidad y presión para cada modo

Modo	Frecuencia (kHz)	Coefficiente de Amortiguamiento	Coefficiente de "Squeeze"	Radio de Amortiguamiento	Radio de Rigidez
1	444.34	133964	1.57E+10	2.40E-02	2.01E-03
2	1601.167	65280.85	5.94E+10	3.24E-03	5.87E-04
3	1232.039	127575.6	1.11E+11	8.24E-03	1.85E-03
4	2407.772	116858.8	3.73E+11	3.86E-03	1.63E-03
5	3276.895	62984.01	2.36E+11	1.53E-03	5.57E-04

Tabla 4.2. Coeficientes y Radios de amortiguamiento y rigidez

Multiplicador	Nombre	Valor
Matriz de masa (modal)	ALPHADMP	134919
Matriz de Rigidez	BETADMP	1.2254E-10

Tabla 4.3 Constantes del modelo Modal

Finalmente los radios obtenidos son incluidos en las ecuaciones del modelo, es así como se lograron obtener las respuestas dinámicas ante un escalón de 300 voltios y 0.65

microsegundos de duración. La figura 4.11 muestra la respuesta de la estructura para 21 y 27 perforaciones, las cuales están distribuidas uniformemente en la superficie. Como se observa el número de perforaciones afecta de manera el amortiguamiento inducido por el medio.

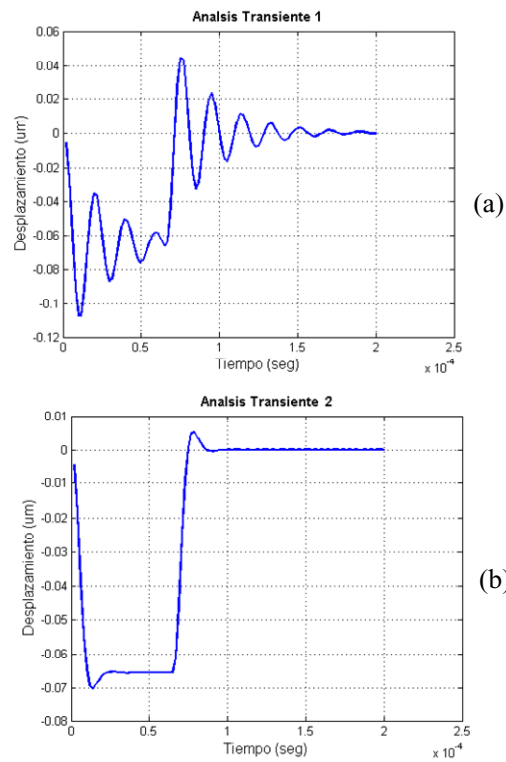


Figura 4.11. Respuesta escalón amortiguada. (a) 20, (b) 27 perforaciones

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Se aplicó satisfactoriamente un método automatizado para generar modelos ROM de microsistemas actuados electrostáticamente.

Los modelos generados expresan el comportamiento mediante unas pocas EDOs las cuales pueden integrarse en paquetes Sw como MATLAB o ser descritas en VHDL-AMS.

El método del modelo ROM agiliza notablemente la solución de efectos acoplados por que unos pocos modos representan acertadamente el comportamiento dinámico de las estructuras, p.ej.: de 1712 a 3 DOF.

Lo anterior conlleva a una reducción tal que los tiempos de simulación disminuyeron de manera notable. Por ejemplo:

Análisis estático (DC) con método secuencial (completo): 3 hrs. aprox.

Método del modelo ROM: Generación del modelo ROM 30 min.

Duración de todos los análisis inferior a 5 minutos.

Se evaluó satisfactoriamente el efecto de “Squeeze-Film Damping” mediante el método de proyección modal, para el caso en el cual la estructura se encuentra inmersa en un gas.

Se observó como el número de perforaciones modifica en gran medida el amortiguamiento producido y por ende los tiempos de respuesta.

Se resalta a ANSYS como una herramienta muy poderosa para soportar estos tipos de metodologías. Sin embargo, mucho del tiempo empleado se dedico a aspectos técnicos de manejo de la herramienta.

TRABAJO FUTURO

Desarrollar una metodología de diseño integral la cual incluya comparación con resultados experimentales.

Se propone evaluar nuevas estructuras y geometrías en las cuales la reducción no sea tan evidente, por ejemplo geometrías esféricas y cóncavas entre otras.

Como trabajo a seguir se propone establecer una metodología que parta de los mismos principios aquí expuestos y que sea aplicable al caso de micro-actuadores magnéticos.

Determinar bajo que propiedades del medio o dieléctrico se disminuye el efecto de amortiguamiento en la respuesta del sistema.

También se propone evaluar el efecto de amortiguamiento en el caso de que el medio o fluido sea un liquido, lo cual puede incidir en la creación de flujos no laminares y amortiguamientos fuertes (no diagonalizables).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J.A. Pelesko and D.H. Bernstein, Modeling MEMS and NEMS, CRC Press, 2003.
- [2] J. Hasee, J. Bastian, S. Reitz, “VHDL-AMS in MEMS Design Flow” System Specification and Design Languages FDL 2002.
- [3] Stephen D. Senturia, Narayan Aluru, and Jacobwhite, “Simulating the Behavior of MEMS Devices: Computational Methods and Needs” IEEE Computational Science & Engineering, 1997.
- [4] L.D. Gabbay, J. E. Mehner, and S.D. Senturia, “Computer-aided generation of reduced-order dynamic macromodels—I: Geometrically linear motion,” J. Microelectromech. Syst., vol. 9, pp. 262–269, Jun. 2000.
- [5] J. E. Mehner, L. D. Gabbay, and S. D. Senturia, “Computer-aided generation of nonlinear reduced-order dynamic macromodels-II: Stress-stiffened motion,” J. Microelectromechanical Sys., vol. 9, pp. 270–278, June 2000
- [6] B. Romanowicz, M. Laudon, P. Lerch, “Modeling and Simulation of Electromechanical Transducers in Microsystems using Analog HDLs” IEEE European Design and Test Conference 1997.
- [7] Zienkiewicz, Olgierd C. “El método de los elementos finitos / O. C. 5a ed Datos Publicacion: Barcelona : CIMNE, c2004.
- [8] ANSYS, Inc. Theory Referente, Release 8.0 Documentation Copyright © 2003.
- [9] S. Senturia, Microsystem Design 4th printing, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [10] Varadan, Vijay K.; Vinoy, K. J.; Jose, K. A. “RF MEMS and Their Applications”. John Wiley & Sons, Ltd 2001.
- [11] G. Rebeiz, RF MEMS Theory, Design, and Technology, Willey 2002.
- [12] J. Silva, M. Maia, Modal Analysis and Testing, Kluwer Academica Publishers, 1998.
- [13] M. Hatch, Vibration Simulation Using Matlab and Ansys, Chapman& Hall/CRC, 2000.

[14] K. Nabors and J. White, "FastCap: A multipole-accelerated 3-D capacitance extraction program," IEEE Trans. Computer-Aided Design, vol. 10, pp. 1447–1459, Nov. 1991.

[15] M. Bao, H. Yang, Y. Sun, "Modified Reynolds equation and analytical analysis of squeeze film-air damping of perforated structures", J. Micromech. Microeng. 13 (2003) 795-800.

[16] L. Rabinovich, R. Gupta, S. Senturia, "The Effect of Release-Etch Holes on the Electromechanical Behavior of MEMS Structures", J. Micromech. Microeng. (1997).

[17] J. Mehner, W. Doetzel, D. Ostergaard, "Reduced Order Modeling of Fluid Structural Interactions Based on Modal Projection Techniques", J. Micromech. Microeng. (2001).

[18] K. E. Petersen, "Silicon As A Mechanical Material," Proc. IEEE, vol. 70, 1982, pp.420-57.

APÉNDICES

Apéndice A: Archivos de Trabajo en ANSYS

```
/BATCH
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 15:44:56 08/08/2005
/input,menust,tmp,'',,,,,,,,,,,,,,1
/GRA,POWER
/GST,ON
/PLO,INFO,3
/GRO,CURL,ON
/CPLANE,1
/REPLOT,RESIZE
WPSTYLE,,,,,,,,,0
/REPLOT,RESIZE

! --- Generacion de un modelo de orden reducido (ROM)
! --- Primera Etapa: Preparacion del Modelo
! --- Pasos:
! --- 1. Geometria del Solido
! --- 2. Enmallado del Modelo
! --- 3. Generar: Structural Physics File "STRU"
! ----- * PHYSICS,WRITE,STRU (*.ph1)
! ----- * propiedades de los materiales
! ----- * constantes
! ----- * condiciones de frontera que restringen D.O.F (B.C. = cero)
! ----- * condiciones de pre-estres iniciales
! ----- * poner "NEUN"
! --- 4. Generar: Electrostatic Physics File "ELEC"
! ----- * PHYSICS,WRITE,ELEC (*.ph2)
! ----- * Crear conductores en componentes de nombre "CONDi" con i el
numero consecutivo del conductor
! ----- * Crear un componente llamado "AIR" que agrupe todos las areas
o volúmenes que correspondan al aire.
! ----- * No aplicar cualquier excitacion o B.C diferente de cero
! --- 5. Guardar el modelo
! ----- * SAVE ".db"
! nombre del modelo (.db)

/filename,microviga
/PREP7,membrana com beam & electrodo
! -----
! Parametros
! -----
! Dimensiones micro-viga (estructura)
*SET,B_L,100 ! longitud
*SET,B_W,20 ! ancho
*SET,B_T,2 ! largo
! gap (electrodo)
```

```

*SET,gap,4
! Dielectrico adicional para contemplar
! campos marginales (efecto borde)
*SET,F_LX,4      ! "farfield" en x
*SET,F_QY,4      ! "farfield" en y
*SET,F_OZ,4      ! "farfield" en z
! ???
*SET,sigmb,-100
/PNUM,TYPE,1     ! Enumera entidades
/NUMBER,1
/PBC,ALL,1       ! Muestra condiciones de frontera en pantalla
! -----
! ----- 1.0 GEOMETRIA
! -----
! Elementos
ET,1,SOLID45     ! Estructural (No. 1)
ET,2,SOLID122    ! Electrostatico (No. 2)
! Material electrostatico
EMUNIT,EPZRO,8.85e-6 ! permitividad del vacio "Eo" (MKSV)
MP,PERX,2,1      ! permitividad relativa del aire "Er" = 1
! Modelo mitad de geometria
! (BLOCK, X1, X2, Y1, Y2, Z1, Z2)
BLOCK,0,B_L,0,B_W/2+F_QY,-gap,B_T+F_OZ ! Region completa (incluyendo aire
"Farfield")
BLOCK,0,B_L,0,B_W/2,0,B_T ! Beam
BLOCK,0,B_L,0,B_W/2,-gap,0 ! Gap
! Sobrealape de volúmenes
VOVLAP,ALL
!-----
!----- 2.0 ENMALLADO
!-----
! 1er enmallado (beam):
LSEL,S,LOC,X,B_L/2 ! direccion x
! (LESIZE, NL1, SIZE, ANGSIZ, NDIV, SPACE, KFORC, LAYER1, LAYER2, KYNDIV)
LESIZE,ALL,,20,,1 ! densidad de mesh =20
LSEL,S,LOC,Y,B_W/4 ! direccion y
LESIZE,ALL,,2,,1 ! densidad de mesh = 2
LSEL,S,LOC,Z,B_T/2 ! direccion z
LESIZE,ALL,,2,,1 ! densidad de mesh = 2
LSEL,ALL
! Mesh de elemento 1 (por default)
VSEL,S,LOC,Z,B_T/2 ! Selecciona el beam (elemento 1)
VMESH,ALL
VSEL,ALL
! 2o enmallado (gap):
SMRTSIZ,2 ! Enmallado del gap (Smart Size)
MSHAPE,1,3D
MSHKEY,0
TYPE,2 ! asigna elemento 2
MAT,2
VMESH,4
! 3er enmallado (electrodo inferior encima del beam):
LSEL,S,LOC,Y,B_W/2+F_QY ! plano y
LSEL,R,LOC,x,B_L/2 ! direccion x

```

```

LESIZE,ALL,,,19,,1 ! densidad = 19
LSEL,S,LOC,Y,0 ! plano y
LSEL,R,LOC,Z,B_T+F_OZ ! direccion x
LESIZE,ALL,,,19,,1 ! densidad = 19
LSEL,S,LOC,Y,(B_W+F_QY)/2 ! plano y
LESIZE,ALL,,,4,1/5,1 ! densidad
LSEL,ALL
VMESH,ALL
! -----
! ----- Genera componentes
! -----
! --- Electrodo:
! Electrodo movil (Beam)
VSEL,S,LOC,Z,B_T/2
ASLV,S,1
ASEL,U,LOC,Y,0
ASEL,U,LOC,X,0
ASEL,U,LOC,X,B_L
NSLA,S,1
CM,COND1A,AREA ! Area del conductor = "cond1a"
CM,COND1,NODE ! Nodos del conductor = "cond1"
ALLSEL
! Electrodo fijo (tierra)
ASEL,S,LOC,Z,-gap
NSLA,S,1
CM,COND2A,AREA ! Area del conductor = "cond2a"
CM,COND2,NODE ! Nodos del conductor = "cond2a"
ALLSEL
! --- Aire (Dielectrico):
VSEL,U,LOC,Z,B_T/2 ! Rgapión for DVMORPH
CM,AIR,VOLU ! volumen = "air"
VSEL,ALL
! --- Plano Neutral:
ESEL,S,MAT,,1
NSLE,S,1
NSEL,R,LOC,Z,B_T/2 ! Selecciona nodos atados en la parte inferior del
beam
CM,NEUN,NODE ! Nodos = "NEUN"
ALLSEL
!----- 3.0 ESCRIBE ARCHIVO DE FISICA ELECTRICA
ET,1,0 ! quita material 1 ???
PHYSICS,WRITE,ELEC
PHYSICS,CLEAR
!----- 4.0 ESCRIBE DE FISICA ESTRUCTURAL
ET,1,SOLID45 ! Reasigna elemento
ET,2,0 ! quita elemento 2 ???
! Propiedades del silicio plano (110)
MP,EX,1,169e3 ! modulo de young
MP,NUXY,1,0.066 ! radio de Poisson
MP,DENS,1,2.329e-15 ! densidad
MP,ALPX,1,1e-6 ! coef. de expansion termica
! Aplica condiciones de frontera para anclaje del beam
ASEL,S,LOC,Z,B_T/2
ASEL,R,LOC,Y,B_W/4

```



```

NSLA,S,1      ! coje nodos
CM,FIXA,AREA
DA,ALL,UX     ! fija en todas la direcciones
DA,ALL,UY
DA,ALL,UZ
! Aplica condiciones de frontera para el beam
ASEL,S,LOC,Z,B_T/2
ASEL,R,LOC,Y,0
NSLA,S,1
CM,BCYA,AREA
DA,ALL,UY     ! solo se mueve en x,y
ALLSEL
FINISH
/SOLU
tref,0        ! temperatura de referencia
tuninf,0      ! no se tiene en cuenta preestres
!tunif,sigmb*(1-0.066)/(169e3*1e-6) ! asigna temperatura uniforme a todos
los nodos
FINISH
PHYSICS,WRITE,STRU
/prep7
! Reasigna elemento 2
ET,2,SOLID122
FINISH
! muestra todo el modelo
EPLLOT
FINISH
!----- 5. GUARDA EL MODELO (todo listo para traspaso!)
/REPLO
/DIST,1,1.08222638492,1
/REP,FAST
/DIST,1,1.08222638492,1
/REP,FAST
/VIEW, 1, 0.643169086072 , -0.617178378685 , 0.453237659076
/ANG, 1, -80.0642760234
/REPLO
/CLEAR,START
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 16:01:04 08/08/2005
/input,start80,ans,'C:\Program Files\Ansys
Inc\v80\ANSYS\apdl\','',,,,,,,,,,,,,,1
/REPLOT,RESIZE
/CLEAR,START
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 16:04:53 08/08/2005
/input,start80,ans,'C:\Program Files\Ansys
Inc\v80\ANSYS\apdl\','',,,,,,,,,,,,,,1
! --- Generacion de un modelo de orden reducido (ROM)
! --- Segunda Etapa: Generetaion Pass
! --- Pasos:
! --- 1.0 Nombre
! --- 2.0 Parametros para realizar el gen. pass
! ----- * cargar modelo, establecer dimensionalidad, direccion
fundamental de operacion
! --- 3.0 Asigna conductores
! ----- * definir y listar capacitancias

```

```

! --- 4.0 Nodos maestros
! ----- * Definir y listar
! ----- *
! ----- *
! ----- *
! ---
! ---
! ---
! 1.0 Nombre del archivo
/filnam,gener
! ---- 2.0 PARAMETROS
rmanl,cbeam,db,,3,z ! Asigna: el modelo (*.db), (3D), direccion de
operacion (z)
resu,cbeam,db ! "Resume" al .db
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 16:06:51 08/08/2005
rmcap,cap12,1,2 ! se define capacitancia con nombre cap12, conductores
(ver .db) (1 <-> cond1; 2 <-> cond2)
rmclist ! se listan
*SET,bl , 100 ! largo del beam
!---- 4.0 Nodos maestros
rmaster,node(bl/2,0,0) ! se definen
rmaster,node(bl/4,0,0) ! se definen
!---- 5.0 ANALISIS ESTATICO EN MODO DE "TEST" y EXTRAECION DEL
DESPLZAMIENTO DEL "NEUN"
! NO SE HACE
!---- 6.0 ANALISIS ESTATICO DE LOS ELEMENTOS y EXTRACCION DEL
DESPLZAMIENTO DEL "NEUN"
physics,clear
physics,read,STRU
/solu
antype,static ! analisis estatico
nlgeom,off
!nlgeom,on ! habilita efectos de deflexiones grandes "large-deflection"
acel,,,9.81e12 ! gravedad en direccion z 9.81e6 m/s^2
lswrite,1 ! guarda gravedad en z
acel,0,0,0
esel,s,type,,1 ! selecciona beam (elemento 1)
nsle,s,1 ! selecciona nodos atados al beam
nsel,r,loc,z,0 ! sub-selecciona nodos de la cara superior
sf,all,pres,0.1 ! aplica presion (load) 100 kPa en la superficie del beam
allsel
lswrite,2 ! guarda presion
lssolve,1,2 ! soluciona
FINISH
/post1
set,1
rmndisp,'eload','write' ! extrae desplazamientos del NEUN para
aceleracion
set,2
rmndisp,'eload','append' ! extrae desplazamientos del NEUN para presion
FINISH
physics,clear
physics,read,STRU
! analisis de pre-estres termico

```

```

/solu
nlgeom,off ! deshabilita efectos de deflexiones grandes "large-
deflection"
!pstress,off
pstress,on ! habilita pre-estres termico (ver .db)
solve
FINISH
!----- 7.0 ANALISIS MODAL y EXTRACCION DE EIGENVECTORES PARA EL "NEUN"
/solu
antype,modal ! analisis modal
modopt,lanb,9 ! metodo de "Block Lanczos", 9 primeros modos de op.
mxpand,9 ! se consideran solo 9 de los modos en la expansion
pstress,on ! habilita pre-estress
solve
FINISH
/post1
rmnvec ! extrae eigenvectores del "NEUN"
FINISH
!----- 8.0 SELECCIONA MODOS PARA EL ROM
rmmselect,3,'nmod',-3.5,3.5 ! selecciona desplazamientos del "NEUN": 3
primeros modos, (delta_z minimo y maximo)
rmmmlist ! visualizan los modos
!rmmrange,2,'UNUSED' ! quita el modo 2 (no lo usara en el ROM)
!----- 11.0 GUARDA ROM
rmsave,cbeam,rom
!----- 12.0 SOLUCIONA FEM's
rmsmple,1 ! habilita deflexiones grandes

!----- 13.0 ESTABLECE ORDEN DEL POLINOMIO
rmporder,6,,2 ! orden del polinomio de los modos resultantes: modo 1 =
6, modo 3 = 2
!----- 14.0 DEFINICION DE LA RESPUESTA SUPERFICIAL DEL ROM
rmroption,sene,lagrange,0 ! parametro de respuesta superficial
rmro,cap12,lagrange,1 ! parametro de respuesta superficial
!----- 15.0 RELIZACION DEL AJUSTE
rmrgenerate ! Genera respuesta superficial
!----- 17.0 CHEQUEO DE LA REPSUETA OBTENIDA
rmrstatus,sene ! muestra el estatus (strain energy)
rmrstatus,cap12 ! muestra el estatus (capacitancia)
!----- 16.0
rmrplot,sene,func ! Plot (strain energy)
rmrplot,cap12,func ! Plot (capacitancia)
!----- 11.0 GUARDA ROM
rmsave,cbeam,rom
!----- 18.0 EXPORTA ROM A UN VHDL
rmlvscale,2,0,0 ! Necesario para considerar carga de los elementos en
el modelo VHDL-AMS
rmxport ! exporta el modelo para simulacion a nivel de sistema
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,1.08222638492,1
/REP,FAST
/DIST,1,1.08222638492,1
/REP,FAST

```

```

/CLEAR,START
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 16:24:15 08/08/2005
/input,start80,ans,'C:\Program Files\Ansys
Inc\v80\ANSYS\apdl\',',,,,,,,,,,,,,1
/REPLOT,RESIZE
/clear
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 16:28:36 08/08/2005
/input,start80,ans,'C:\Program Files\Ansys
Inc\v80\ANSYS\apdl\',',,,,,,,,,,,,,1
/filename,use4
rmresu,cbeam,rom
/PREP7
ET,1,144,1
*do,i,1,30
n,i
*enddo
rmuse,on
e,1,2,3,4,5,6,7,8
emore,9,10,11,12,13,14,15,16
emore,17,18,19,20,21,22,23,24
emore,25,26,27,28,29,30
FINISH
/gst,off
/solu
antyp,static
outres,all,all
cnvtol,curt,1.0d-6,,2
pstress,on
d,11,volt,0
d,12,volt,800
solve
fini
/solu
antype,harmonic
pstress,on
harfrq,0,1e6
nsubst,100
kbc,1
d,11,volt,1
d,12,volt,0
solve
/BATCH
/COM,ANSYS RELEASE 8.0 UP20030930 16:28:51 08/08/2005
/input,menust,tmp,',',,,,,,,,,,,,,1
/GRA,POWER
/GST,ON
/PLO,INFO,3
/GRO,CURL,ON
/CPLANE,1
/REPLOT,RESIZE
WPSTYLE,,,,,,,,,0
/REPLOT,RESIZE
/clear

```

Apéndice B: Descripción VHDL-AMS del microinterruptor

```
package Electromagnetic_system IS

    nature electrical is real across real through electrical_ground
reference;
    nature translational is real across real through mechanical_ground
reference;

end package Electromagnetic_system;

use work.s_dat_123.all;
use work.ca12_dat_123.all;
use work.initial.all;
use work.electromagnetic_system.all;

entity transducer is
    generic (delay:time; el_load1, el_load2:real);
    port (terminal struc1, struc2, struc3:translational;
        terminal lagrange1, lagrange2:translational;
        terminal master1, master2:translational;
        terminal elec1, elec2:electrical);
end;

architecture behav of transducer is
    type ret_type is array(1 to 4) of real;

quantity q1 across fm1 through struc1;
quantity q2 across fm2 through struc2;
quantity q3 across fm3 through struc3;
quantity p1 across r1 through lagrange1;
quantity p2 across r2 through lagrange2;
quantity u1 across f1 through master1;
quantity u2 across f2 through master2;
quantity v1 across i1 through elec1;
quantity v2 across i2 through elec2;

function spoly_calc(qx, qy, qz : in real:=0.0; s_type, s_inve : integer
:=0;
                    s_ord, s_fak, s_data:real_vector) return ret_type is

    constant Sx:integer:=integer(s_ord(1))+1;
    constant Sy:integer:=integer(s_ord(2))+1;
    constant Sz:integer:=integer(s_ord(3))+1;
    variable fwx:real_vector(1 to Sx):=(others=>0.0);
    variable fwy:real_vector(1 to Sy):=(others=>0.0);
    variable fwz:real_vector(1 to Sz):=(others=>0.0);
    variable dfwx:real_vector(1 to Sx):=(others=>0.0);
    variable dfwy:real_vector(1 to Sy):=(others=>0.0);
    variable dfwz:real_vector(1 to Sz):=(others=>0.0);
    variable res_val:ret_type:=(others=>0.0);
```

```

variable fvw,dfwvx,dfwvy,dfwvz,fak2:real:=0.0;
variable Px_s,Py_s,Px,Py,Lx,Ly,Lz,ii:integer:=0;

begin
  Lx:=integer(s_ord(1));
  Ly:=integer(s_ord(2));
  Lz:=integer(s_ord(3));
  for i in 1 to Lx+1 loop
    fwx(i):=qx**(i-1)*s_fak(1)**(i-1);
    if i=2 then
      dfwx(i):=s_fak(1)**(i-1);
    end if;
    if i>2 then
      dfwx(i):=real(i-1)*qx**(i-2)*s_fak(1)**(i-1);
    end if;
  end loop;
  for i in 1 to Ly+1 loop
    fwy(i):=qy**(i-1)*s_fak(2)**(i-1);
    if i=2 then
      dfwy(i):=s_fak(2)**(i-1);
    end if;
    if i>2 then
      dfwy(i):=real(i-1)*qy**(i-2)*s_fak(2)**(i-1);
    end if;
  end loop;
  for i in 1 to Lz+1 loop
    fwz(i):=qz**(i-1)*s_fak(3)**(i-1);
    if i=2 then
      dfwz(i):=s_fak(3)**(i-1);
    end if;
    if i>2 then
      dfwz(i):=real(i-1)*qz**(i-2)*s_fak(3)**(i-1);
    end if;
  end loop;
  if s_type=1 then
    ii:=1;
    for zi in 0 to Lz loop
      for yi in 0 to Ly loop
        for xi in 0 to Lx loop
          fvw:=fwv+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwy(yi+1)*fwz(zi+1);
          dfwvx:=dfwvx+s_data(ii)*dfwx(xi+1)*fwy(yi+1)*fwz(zi+1);
          dfwvy:=dfwvy+s_data(ii)*fwx(xi+1)*dfwy(yi+1)*fwz(zi+1);
          dfwvz:=dfwvz+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwy(yi+1)*dfwz(zi+1);
          ii:=ii+1;
        end loop;
      end loop;
    end loop;
  end if;
  if s_type=2 then
    ii:=1;
    Px_s:=integer(s_ord(1));
    Py_s:=integer(s_ord(2));
    for zi in 0 to Lz loop
      Px:=Px_s-zi;
    end loop;
  end if;
end

```

```

Py:=Py_s;
for yi in 0 to Py loop
  for xi in 0 to Px loop
    fvw:=fwv+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwy(yi+1)*fwz(zi+1);
    dfwvx:=dfwvx+s_data(ii)*dfwx(xi+1)*dfwy(yi+1)*dfwz(zi+1);
    dfwvy:=dfwvy+s_data(ii)*fwx(xi+1)*dfwy(yi+1)*fwz(zi+1);
    dfwvz:=dfwvz+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwy(yi+1)*dfwz(zi+1);
    ii:=ii+1;
  end loop;
  Px:=Px-1;
end loop;
Py:=Py-1;
end loop;
end if;
if s_type=3 then
  ii:=1;
  for yi in 0 to Ly loop
    for xi in 0 to Lx loop
      fvw:=fwv+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwy(yi+1);
      dfwvx:=dfwvx+s_data(ii)*dfwx(xi+1)*dfwy(yi+1);
      dfwvy:=dfwvy+s_data(ii)*fwx(xi+1)*dfwy(yi+1);
      dfwvz:=dfwvz+0.0;
      ii:=ii+1;
    end loop;
  end loop;
  for zi in 1 to Lz loop
    for xi in 0 to Lx loop
      fvw:=fwv+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwz(zi+1);
      dfwvx:=dfwvx+s_data(ii)*dfwx(xi+1)*fwz(zi+1);
      dfwvy:=dfwvy+0.0;
      dfwvz:=dfwvz+s_data(ii)*fwx(xi+1)*dfwz(zi+1);
      ii:=ii+1;
    end loop;
  end loop;
  for zi in 1 to Lz loop
    for yi in 1 to Ly loop
      fvw:=fwv+s_data(ii)*fwy(yi+1)*fwz(zi+1);
      dfwvx:=dfwvx+0.0;
      dfwvy:=dfwvy+s_data(ii)*dfwy(yi+1)*fwz(zi+1);
      dfwvz:=dfwvz+s_data(ii)*fwy(yi+1)*dfwz(zi+1);
      ii:=ii+1;
    end loop;
  end loop;
end if;
if s_type=4 then
  ii:=1;
  Px:=integer(s_ord(1));
  Py:=integer(s_ord(2));
  for yi in 0 to Py loop
    for xi in 0 to Px loop
      fvw:=fwv+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwy(yi+1);
      dfwvx:=dfwvx+s_data(ii)*dfwx(xi+1)*dfwy(yi+1);
      dfwvy:=dfwvy+s_data(ii)*fwx(xi+1)*dfwy(yi+1);
      dfwvz:=dfwvz+0.0;
    end loop;
  end loop;
end if;

```

```

        ii:=ii+1;
    end loop;
    Px:=Px-1;
end loop;
Px:=integer(s_ord(1));
for zi in 1 to Lz loop
    for xi in 0 to Px-1 loop
        fvw:=fwv+s_data(ii)*fwx(xi+1)*fwz(zi+1);
        dfwvx:=dfwvx+s_data(ii)*dfwx(xi+1)*fwz(zi+1);
        dfwvy:=dfwvy+0.0;
        dfwvz:=dfwvz+s_data(ii)*fwx(xi+1)*dfwz(zi+1);
        ii:=ii+1;
    end loop;
    Px:=Px-1;
end loop;
for zi in 1 to Lz-1 loop
    for yi in 1 to Py-1 loop
        fvw:=fwv+s_data(ii)*fwy(yi+1)*fwz(zi+1);
        dfwvx:=dfwvx+0.0;
        dfwvy:=dfwvy+s_data(ii)*dfwy(yi+1)*fwz(zi+1);
        dfwvz:=dfwvz+s_data(ii)*fwy(yi+1)*dfwz(zi+1);
        ii:=ii+1;
    end loop;
    Py:=Py-1;
end loop;
end if;
if s_inve=1 then
    fvw:=fwv*s_fak(4);
    dfwvx:=dfwvx*s_fak(4);
    dfwvy:=dfwvy*s_fak(4);
    dfwvz:=dfwvz*s_fak(4);
else
    fak2:=1.0/s_fak(4);
    dfwvx:=-dfwvx/(fwv**2);
    dfwvy:=-dfwvy/(fwv**2);
    dfwvz:=-dfwvz/(fwv**2);
    fvw:=1.0/fwv;
    fvw:=fwv*fak2;
    dfwvx:=dfwvx*fak2;
    dfwvy:=dfwvy*fak2;
    dfwvz:=dfwvz*fak2;
end if;
res_val:=(fwv, dfwvx, dfwvy, dfwvz);
return res_val;
end spoly_calc;

```

```

signal sene_123:ret_type;
signal ca12_123:ret_type;

```

```

begin

```



```

p1:process
begin
  sene_123<=
spoly_calc(q1,q2,q3,s_type123,s_inve123,s_ord123,s_fak123,s_data123);
  ca12_123<=
spoly_calc(q1,q2,q3,ca12_type123,ca12_inve123,ca12_ord123,ca12_fak123,ca1
2_data123);
  wait for delay;
end process;

break on
sene_123(2),sene_123(3),sene_123(4),ca12_123(2),ca12_123(3),ca12_123(4);

fm1==mm_1*q1'dot'dot + dm_1*q1'dot +sene_123(2) -ca12_123(2)*(v1-
v2)**2/2.0 +fi1_1*p1 +fi2_1*p2 -el1_1*el_load1 -el2_1*el_load2;
fm2==mm_2*q2'dot'dot + dm_2*q2'dot +sene_123(3) -ca12_123(3)*(v1-
v2)**2/2.0 +fi1_2*p1 +fi2_2*p2 -el1_2*el_load1 -el2_2*el_load2;
fm3==mm_3*q3'dot'dot + dm_3*q3'dot +sene_123(4) -ca12_123(4)*(v1-
v2)**2/2.0 +fi1_3*p1 +fi2_3*p2 -el1_3*el_load1 -el2_3*el_load2;
r1==fi1_1*q1+fi1_2*q2+fi1_3*q3-u1;
r2==fi2_1*q1+fi2_2*q2+fi2_3*q3-u2;
f1== -p1;
f2== -p2;
i1==+( (v1-
v2)*(ca12_123(2)*q1'dot+ca12_123(3)*q2'dot+ca12_123(4)*q3'dot)+(v1'dot-
v2'dot)*ca12_123(1));
i2==-( (v1-
v2)*(ca12_123(2)*q1'dot+ca12_123(3)*q2'dot+ca12_123(4)*q3'dot)+(v1'dot-
v2'dot)*ca12_123(1));

end;

```