

**ANÁLISIS ESTOCÁSTICO DE LA CARGA EN LA ESTABILIDAD DE VOLTAJE
USANDO TÉCNICAS DE ANÁLISIS MODAL**

HAIDER ENRIQUE AMARANTO SANJUAN



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

BOGOTÁ, D.C.

2007

**ANÁLISIS ESTOCÁSTICO DE LA CARGA EN LA ESTABILIDAD DE VOLTAJE
USANDO TÉCNICAS DE ANÁLISIS MODAL**

HAIDER ENRIQUE AMARANTO SANJUAN

**Trabajo Parcial de Grado presentado como
requisito para optar por el título de
Magíster de Ingeniería Eléctrica**

Director: Ph.D. Mario Alberto Ríos Mesías

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

BOGOTÁ, D.C.

2007

TABLA DE CONTENIDO

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN GENERAL	7
1.1. INTRODUCCIÓN.....	7
1.2. Antecedentes	8
1.3. Alcances	8
1.4. Objetivos	9
1.4.1. Objetivo General	9
1.4.2. Objetivos Específicos	9
CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO	10
2.1. Estabilidad de Sistemas de Potencia	10
2.1.1. Definición de Estabilidad	10
2.1.2. Clasificación de Estabilidad	10
2.2. Análisis Modal	16
2.2.1. Matrices de Análisis Modal de Voltaje	16
2.2.2. Modos de la Matriz JR.....	20
2.2.3. Factores de Participación de los Buses.....	21
2.2.4. Implementación, Pruebas y Validación Análisis Modal	22
2.3. Flujo de Carga Estocástico	25
2.3.1. Método Monte Carlo	25
2.3.2. Método de Distribución Normal.....	25
CAPITULO 3. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE IMPACTO ESTOCÁSTICO DE LA CARGA EN ESTABILIDAD DE VOLTAJE.....	28
3.1. Algoritmo	28
3.2. Convergencia Estocástica.....	30
3.3. Modelamiento de la Demanda.....	36
3.3.1. Incertidumbre en la Demanda y su Modelamiento	36
3.3.2. Modelamiento de la Correlación entre Cargas en el Sistema.....	38
3.4. Implementación del Software.....	39
CAPITULO 4. EFECTOS DE LA DEMANDA EN MODOS CRÍTICOS.....	41
4.1. Pruebas y Validación con Sistema IEEE 14 Nodos	41

CAPITULO 5. MEDIDA DE RIESGO DE INESTABILIDAD DE VOLTAJE USANDO ANÁLISIS MODAL 55

CAPITULO 6. CONCLUSIONES..... 58

CAPITULO 7. ANEXO A 60

CAPITULO 8. ANEXO B 63

CAPITULO 9. ANEXO C 68

CAPITULO 10. BIBLIOGRAFÍA 75

TABLA DE FIGURAS

Fig. 2.1. Esquema de Clasificación de Estabilidad de Sistemas de Potencia, según IEEE and CIGRE Join Task Force.	11
Fig. 2.2. Esquema de PSAT.	22
Fig. 2.3. Diagrama unifilar del sistema IEEE 14 nodos	23
Fig. 2.4. Diagrama unifilar del sistema New England 39 nodos	23
Fig. 2.5. Valores propios del sistema IEEE 14 nodos	24
Fig. 2.6. Valores propios del sistema New England 39 nodos	24
Fig. 3.1. Algoritmo a Implementar en el Proyecto.....	28
Fig. 3.2. Curvas obtenidas para cada uno de los valores propios: las figuras de la izquierda corresponden al comportamiento de la desviación estándar vs Iteraciones, mientras que las curvas de la derecha al comportamiento de la media vs Iteraciones.....	35
Fig. 3.3. Carga Pico Diaria y Comportamiento de su Tendencia para la Subestación Angelim	37
Fig. 3.4. Ventana Principal PSAT-MA	40
Fig. 4.1. Funciones densidad de probabilidad para los consumos de las potencias reactivas de cada una de las cargas del sistema IEEE 14 Nodos	43
Fig. 4.2. Histogramas de la densidad de probabilidad de los valores propios del sistema.....	46
Fig. 4.3. Histograma y ajuste de la Distribución de Probabilidad de los valores propios del Sistema IEEE 14 Nodos	49
Fig. 4.4. Histogramas de la densidad de probabilidad de los factores de participación críticos del sistema	53

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1. Límite de Iteraciones según el método del estimador	35
Tabla 4.1. Desviaciones Estándar de las cargas	43
Tabla 4.2. Comparación valor medio de carga vs valor determinístico	44
Tabla 4.3. Datos experimentales de los coeficientes de correlación entre cargas	45
Tabla 4.4. Comparación entre el valor medio de valores propios vs valor determinístico	47
Tabla 4.5. Buses por valor propio escogidos para análisis de factores de participación.....	49
Tabla 4.6. Valores medios y desviación estándar de los factores de participación.....	54
Tabla 5.1. Riesgo del Sistema IEEE 14 Nodos - Modelo de Incertidumbre de la Carga.....	56
Tabla 5.2. Riesgo del Sistema New England - Modelo de Incertidumbre de la Carga	57

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN GENERAL

1.1. INTRODUCCIÓN

El incremento en la complejidad de los sistemas de potencia locales y nacionales en lo que tiene que ver con la capacidad y funcionalidad de los subsistemas de generación, transporte y consumo de energía, los han llevado a la operación en estado estable en puntos cercanos a la criticidad, trayendo algunas veces como consecuencia colapsos representados en suspensión del servicio ya sea en todo o parte del sistema. Esto debido a que en la mayoría de sistemas eléctricos, la generación a lo largo del día se programa con el criterio de minimizar el costo de atender la demanda y cumpliendo con los niveles de seguridad y calidad predeterminados.

La seguridad de los sistemas de potencia ha sido es un tema muy interesante por la gran importancia de la energía eléctrica para el desarrollo de sus consumidores. Las graves consecuencias de los grandes apagones causados por inestabilidad de los sistemas de potencia muestran la importancia de este fenómeno. Por otro lado, debido al uso de nuevas tecnologías tanto en los sistemas de potencia como en los de control y la mencionada operación del sistema cerca a la inestabilidad, han surgido diferentes formas de inestabilidad de sistemas de potencia que han exigido investigaciones y enfoques de estudio diferentes [2].

Este proyecto desarrolla una metodología para determinar la proximidad a la inestabilidad haciendo uso del análisis modal de la matriz Jacobiana reducida de la sensibilidad Q-V y considerando la naturaleza probabilística de la demanda.

El capítulo 2 trata del marco teórico del proyecto. Primeramente se define la estabilidad general de sistemas de potencia para luego mostrar la clasificación de ella según IEEE-CIGRE, dejando claro el concepto de estabilidad de voltaje y sus dos subcategorías que son estabilidad de voltaje ante pequeños y fuertes disturbios. Se hace énfasis en el *análisis modal de voltaje* en la sección 2.2 que hace parte de la subcategoría de estabilidad de voltaje ante pequeños disturbios. Además de ello, se muestran las diferentes matrices a las que se le puede aplicar análisis modal de voltaje, y para este proyecto se escoge solo una de ellas para el análisis ya que sus modos tienen un significado físico convincente. Posteriormente se muestra la importancia de obtener los valores propios de la matriz escogida y además, los *factores de*

participación, importantes para determinar contingencias que representan alto riesgo para el sistema.

En el capítulo 3 se implementa el análisis modal de la matriz Jacobiana Reducida por medio de un algoritmo que ejecuta iterativamente el flujo de potencia y donde cada iteración representa un posible estado de las demanda en el sistema eléctrico. El límite iterativo de este algoritmo se basa en las propiedades de la convergencia de secuencias aleatorias y la demanda se modela como una distribución probabilística con función de densidad normal. Se tiene en cuenta los comportamientos similares o dispares entre las demandas de carga en los nodos definiendo una matriz de coeficientes de correlación entre ellas, para modelar adecuadamente el comportamiento real de un sistema.

En el capítulo 4 se trata el *Análisis Probabilístico de la Demanda y Efectos en Modos Críticos* que inicia con mostrar la naturaleza incierta de las cargas, las distribuciones de probabilidad que pueden ser usadas para modelarlas y las distribuciones de probabilidad que son obtenidas para los valores propios de la matriz Jacobiana.

1.2. ANTECEDENTES

El análisis modal de la matriz Jacobiana de la función de ecuaciones algebraicas del sistema, representadas por la relación $[P \ Q]^T = f([V \ \theta]^T)$, representa la sensibilidad existente entre la potencia reactiva y el voltaje de los nodos de los sistemas de potencia, lo cual incluye características apropiadas de generadores, cargas, dispositivos de compensación de potencia reactiva, y convertidores HVDC, aunque el objetivo se centra en las características de voltaje y potencia reactiva [6].

Se determina los valores propios de la matriz Jacobiana anterior y su magnitud proporciona una medida relativa a la proximidad de inestabilidad. Los vectores propios, por otro lado, proporcionan información relacionada al mecanismo de pérdida de estabilidad de voltaje, utilizándose para determinar la participación de los nodos en los modos, lo cual permite determinar la criticidad de los buses.

1.3. ALCANCES

El desarrollo del proyecto de Tesis de Maestría aquí propuesto implica el desarrollo de herramientas computacionales matemáticas que estarán implementadas en Matlab, como

herramienta básica. Los resultados de la herramienta desarrollada deberán ser los modos críticos del sistema determinados a partir del análisis estocástico de la demanda de potencia eléctrica por medio de simulaciones de Monte Carlo, haciendo uso de la probabilidad de riesgo a partir de las distribuciones de probabilidad obtenidas por ajuste de los resultados de la simulación.

Se mostrará el estado del arte de la metodología analítica de evaluación del impacto estocástico de la demanda de potencia eléctrica en el análisis modal de la matriz Jacobiana Reducida, resultados de la cual, se desarrollarán en la segunda fase de este proyecto.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. Objetivo General

Analizar la estabilidad de voltaje de los sistemas de potencia mediante uso de la técnica de análisis modal desde un enfoque estocástico, en el que se incorpora la incertidumbre operativa de la magnitud y característica de la demanda de potencia eléctrica.

1.4.2. Objetivos Específicos

Con el fin de desarrollar el objetivo general de este proyecto, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Realizar estudio del estado del arte en la identificación de modos críticos para estabilidad de voltaje con base en el análisis modal de la matriz Jacobiana Reducida.
- Implementar el cálculo de modos críticos con base en el análisis modal de la matriz Jacobiana Reducida usando Matlab y software de investigación de estabilidad de voltaje.
- Definir un modelo probabilístico de la demanda de potencia eléctrica que considere diferentes condiciones de correlación entre demandas de nodos: independencia entre nodos, dependencia regional y correlación perfecta.
- Realizar simulaciones probabilísticas con los diferentes modelos de carga para medir impacto sobre los modos críticos y sus contingencias, estableciendo la característica probabilística del comportamiento del modo crítico de estabilidad de voltaje.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. ESTABILIDAD DE SISTEMAS DE POTENCIA

2.1.1. Definición de Estabilidad

En general, la estabilidad se define como la habilidad de un sistema dada una condición inicial de equilibrio, a desarrollar fuerzas de restauración iguales o superiores a las fuerzas de disturbio para mantenerlo en equilibrio en otro o el mismo punto de operación. Así, el problema de estabilidad de los Sistemas Eléctricos de Potencia concierne a la recuperación del estado de operación de equilibrio en un tiempo finito, después que se ha sujeto a un disturbio físico dada una condición inicial de operación, [1] y [2].

Un sistema de potencia moderno lleva implícito muchas variables cuya respuesta dinámica es influenciada por dispositivos con características y tiempos de respuesta diferentes. La estabilidad es la condición de equilibrio entre esas diferencias considerando a éstas como fuerzas de oposición que dependen de la topología de la red. Existen diferentes clases de estabilidad de sistemas de potencia dependiendo del tema que se aborde.

2.1.2. Clasificación de Estabilidad

Debido a las diferentes formas en que se puede dar la inestabilidad, la estabilidad puede clasificarse en diferentes categorías de estudio que son mostradas en la Fig. 2.1.

Como se puede ver en [2], se pueden estudiar la estabilidad en las formas de:

- Estabilidad de Ángulo del Rotor,
- Estabilidad de Frecuencia, y
- Estabilidad de Voltaje.

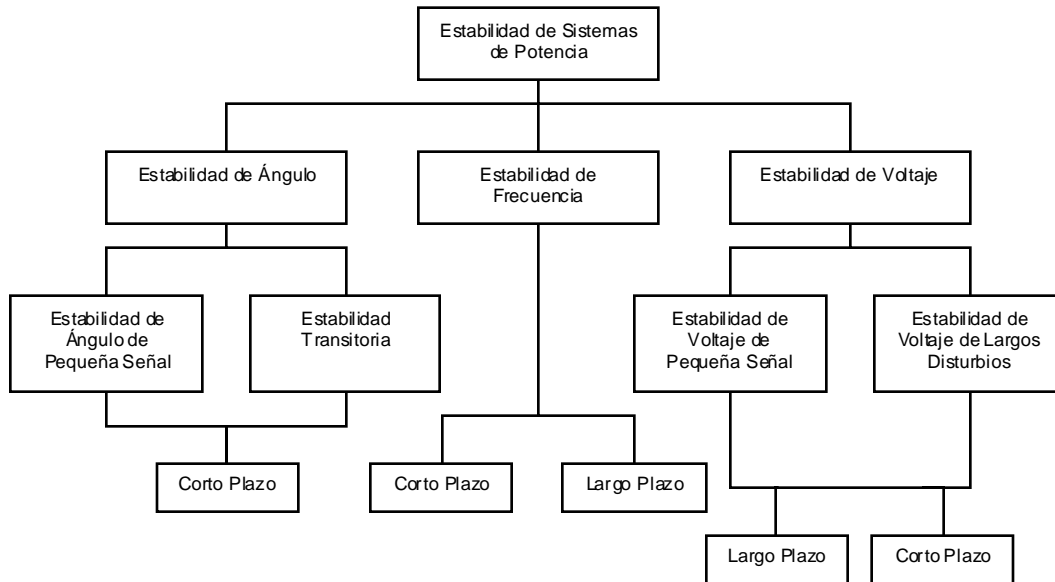


Fig. 2.1. Esquema de Clasificación de Estabilidad de Sistemas de Potencia, según IEEE and CIGRE Joint Task Force.

Fuente: IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability and Definitions, "Definition and Classification of Power System Stability," IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 19, No 2, May 2004.

La Estabilidad de Ángulo del Rotor es la habilidad de las máquinas síncronas de un Sistema de Potencia Interconectado de permanecer en sincronismo después que ocurre un disturbio. En condiciones estables, el torque electromagnético y el torque mecánico de los rotores de las máquinas están en equilibrio y por lo tanto, la máquina gira con velocidad constante. Eso significa que todas las máquinas girarán en sincronismo con la frecuencia eléctrica de la red del sistema de potencia. Al momento de un disturbio, dichos torques se hacen diferentes y por lo tanto el rotor de la máquina bajo disturbio se acelerará o desacelerará, lo que variará inmediatamente el ángulo relativo de dicha máquina con la del resto del sistema. La variación de este ángulo relativo se determina por las ecuaciones del movimiento oscilatorio de cuerpos, que es inherente al sistema.

Si un generador opera temporalmente más rápido que otro, el que opera más lento transfiere carga al que opera más rápido dependiendo de sus relaciones potencia-ángulo, tendiendo esta transferencia a disminuir la velocidad del generador rápido. Esto significa que el incremento del ángulo del rotor debido al incremento de la potencia mecánica, debe conllevar a un incremento en la potencia transferida por el generador al sistema para lograr que la diferencia entre posiciones angulares relativa se logre mantener constante. La inestabilidad ocurre en el momento en que las oscilaciones angulares de los generadores bajo disturbio, con respecto a

los del resto del sistema, incrementan indefinidamente, lo que significa que la energía que causó el disturbio no puede ser absorbida por el sistema.

Los estudios de estabilidad de ángulo del rotor se pueden dividir en dos subcategorías:

- *Estudio de Estabilidad de Ángulo del Rotor ante Pequeños Disturbios o Estabilidad de Pequeña Señal.* Esta subcategoría comprende el estudio de la estabilidad del sistema ante disturbios suficientemente pequeños que para propósito de análisis, puede usarse la linealización de las ecuaciones del sistema. La inestabilidad se puede presentar de la siguiente forma:
 - ✓ Incremento del ángulo del rotor de forma aperiódica o no oscilatoria, debido a la falta de torque sincronizante. Estos casos no se ven mucho actualmente debido al continuo uso actual de los reguladores de voltaje, sin embargo pueden ocurrir cuando los generadores operan con excitación constante y sujeto a las acciones de limitadores de corrientes de excitación.
 - ✓ Incremento en la amplitud de las oscilaciones del rotor debido a la falta de torque amortiguador. Estos casos son los que más se presentan actualmente.

Los estudios de estabilidad de pequeña señal se realizan en el orden de los 10 y 20 segundos después del disturbio, en que cobran importancia, luego de éstos, se hacen muy despreciables.

- *Estudio de Estabilidad de Ángulo del Rotor ante Grandes o Fuertes Disturbios o Estabilidad Transitoria.* Esta subcategoría comprende el estudio de la estabilidad del sistema ante grandes y severos disturbios tales como corrientes de cortocircuito sobre líneas de transmisión. Esto implica grandes cambios en la posición angular del rotor y como consecuencia de la potencia suministrada por el generador. La estabilidad transitoria depende del estado inicial del sistema y de la severidad del disturbio. La inestabilidad se presenta normalmente de variación angular no periódica debido a insuficiente torque sincronizante, llamada *inestabilidad de oscilación primaria*, aunque algunas veces ocurren oscilaciones lentas interáreas que causan aceleramiento y posterior desboque del ángulo del rotor con respecto a la oscilación primaria.

Los estudios de estabilidad transitoria se realizan en el orden de los 3 y 5 segundos después de un disturbio, aunque puede ser extendida hasta 10 y 20 segundos para grandes sistemas de potencia con oscilaciones dominantes interáreas.

El término *estabilidad dinámica* es una clase de estabilidad de ángulo del rotor que se ha usado para denotar diferentes fenómenos como la estabilidad de pequeños disturbios en presencia de control automático, particularmente los controles de excitación en la generación (en la literatura norteamericana); y como la estabilidad transitoria (en la literatura europea).

La Estabilidad de Voltaje es la habilidad del sistema eléctrico para mantener voltajes estables en todos los buses del sistema después de ocurrido un disturbio. Eso depende de la habilidad con que se mantenga o restaure el equilibrio entre la potencia demandada y la potencia suministrada. La inestabilidad ocurre cuando progresivamente cae o sube los voltajes de algunos buses con respecto al voltaje de operación. La inestabilidad de voltaje puede traer pérdida de carga, disparos en las protecciones de las líneas de transmisión y pérdidas de sincronismo en los generadores. La caída progresiva en los voltajes de los buses puede a veces ser asociado con la inestabilidad de ángulo del rotor, como por ejemplo cuando dos grupos de máquinas pierden el sincronismo causando inmediatamente caídas de tensión en las inmediaciones de la red. Sin embargo no siempre es así, sobre todo en lo que se refiere a las inestabilidades de tensión en las cargas.

La operación en estado estable del sistema de potencia a baja tensión puede llevar al estado de límite de cambio de taps en los transformadores, causando disparos en las protecciones de las cargas.

Las principales causas de la inestabilidad son las cargas ya que como respuesta a un disturbio, la potencia consumida por ellas tiende a ser restaurada por la acción de ajustes de deslizamiento de motores, reguladores de voltaje de redes de distribución, transformadores de taps y termostatos. Esto causa estrés sobre las redes de alta tensión por el incremento del consumo de la potencia reactiva y consecuente reducción del voltaje.

Un factor que contribuye a la inestabilidad de voltaje es la regulación a través de las líneas, esto limita su capacidad y por ende la transferencia de potencia y el mantenimiento de la tensión, lo que empeora cuando algunos de los generadores sobrepasan sus corrientes de armadura de su capacidad normal por largo tiempo.

Aunque es común la forma de inestabilidad de voltaje en que va decreciendo los niveles de tensión en los buses, las características capacitivas de las redes de alta tensión crean riesgo que se presenten sobrevoltajes que afecten la estabilidad del sistema debido a los deterioros en los aislamientos, por ejemplo. Otras características que causan sobrevoltajes que ponen en riesgo la estabilidad son los generadores con limitadores de baja excitación y/o los compensadores síncronos que se absorben el exceso de potencia reactiva, trayendo como consecuencia la operación de los transformadores de taps y su consecuente inestabilidad de voltaje de largo plazo.

La estabilidad de voltaje se puede clasificar en dos subcategorías que son:

- *Estudio de Estabilidad de Voltaje ante Pequeños Disturbios.* La cual se refiere a la habilidad de mantener la tensión luego de disturbios pequeños tales como cambios incrementales en el sistema de cargas. Esta forma de estabilidad es influenciada por las características de la carga, controles continuos y discretos en un instante de tiempo dado. Al igual que en el caso de la estabilidad de ángulo, las ecuaciones pueden linealizarse de acuerdo a suposiciones adecuadas, para obtener valores deseables de sensibilidad usados en la identificación de factores que influyen en la estabilidad. Esta linealización, sin embargo, no puede ser usada para efectos no lineales tales como transformadores con cambiadores de tap, aunque se puede usar una combinación de análisis lineal y no lineal, para obtener ciertas medidas del grado de estabilidad del sistema.
- *Estudio de Estabilidad de Voltaje ante Grandes Disturbios.* Que se refiere a la habilidad de mantener la tensión en cada uno de los buses del sistema ante grandes y fuertes disturbios como corrientes de cortocircuito, la cual es determinada por las características de la carga, de sus protecciones y del sistema. Esto requiere el análisis de la respuesta no lineal del sistema en un período de tiempo suficiente que logre abordar la actuación e interacción de sus dispositivos tales como la dinámica de motores, controladores estáticos de potencia reactiva, compensadores síncronos, reguladores automáticos de tensión.

La estabilidad de voltaje puede ser estudiada a corto y a largo plazo tanto en pequeños como en grandes disturbios.

Para el *estudio de estabilidad de voltaje a corto plazo* se tiene en cuenta la dinámica de componentes de respuesta rápida como los motores de inducción, cargas electrónicamente controladas y convertidores HVDC. Su alcance va a varios segundos y su análisis requiere la solución de las ecuaciones diferenciales apropiadas del sistema. El modelo dinámico de cargas es muy esencial y en contraste con la estabilidad angular, los cortocircuitos cerca de las cargas son importantes.

Por otro lado, para la estabilidad de voltaje a largo plazo se tiene en cuenta los dispositivos de respuesta lenta como los transformadores de taps, cargas controladas termostáticamente, limitadores de corrientes en los generadores. Su alcance va desde varios a muchos minutos y se requiere de simulaciones en el tiempo (simulaciones a largo plazo) para analizar la actuación de la dinámica del sistema. La inestabilidad es debida a la pérdida del equilibrio a largo plazo, obtención de un punto de operación de estado estable luego del disturbio, siendo el disturbio inestable, o una falta de atracción hacia el equilibrio estable luego del disturbio. En muchos casos el análisis estático puede ser usado para estimar los márgenes de estabilidad, identificar los factores que influyen en la estabilidad y proyectar un amplio rango de condiciones del sistema y un gran número de escenarios. Cuando es importante la temporización de las acciones de control, es necesario que se complementen con las simulaciones en el dominio del tiempo en un estado cuasi-estable.

La Estabilidad de Frecuencia es la habilidad del sistema eléctrico a mantener la frecuencia en estado estable luego de ocurrido un disturbio. Depende de la habilidad que tenga el sistema de mantener o restaurar el equilibrio entre el sistema de generación y de la carga, con una mínima pérdida de ella por causa no intencional. La forma de presentarse la inestabilidad es por medio de oscilaciones sostenidas de frecuencia, las cuales alterarán las unidades de generación y/o de cargas.

Muchas salidas de sistemas resultan en grandes oscilaciones de frecuencia, flujos de potencia, voltajes y otras variables del sistema, que ameritan acciones como control y protección que no son modelados en estudios convencionales de estabilidad transitoria y de voltaje. Estos procesos pueden ser muy lentos tales como la dinámica de calderas, o solo disparados por condiciones extremas del sistema, tales como generadores de protección de disparo. En grandes sistemas de potencia interconectados, este tipo de situación es más comúnmente

asociada con condiciones que siguen a la división del sistema en islas. La estabilidad depende de si la isla alcanzará un estado de reequilibrio con mínima pérdida de carga.

Generalmente los problemas de estabilidad de frecuencia están asociados con inadecuadas respuestas de los equipos, coordinación pobre de equipos de control y protección, o por insuficiente generación.

2.2. ANÁLISIS MODAL

Dado que el objetivo en este proyecto es analizar la estabilidad de voltaje de los sistemas de potencia mediante uso de la técnica de análisis modal desde un enfoque estocástico, en esta sección se mostrarán los fundamentos teóricos del análisis modal de las ecuaciones de voltaje de estado estable.

2.2.1. Matrices de Análisis Modal de Voltaje

Para el análisis modal de la estabilidad de voltaje se pueden usar tres matrices que son: la matriz resultante de la linealización de las ecuaciones del modelo concentrado de las líneas de transmisión del sistema, una sub-matriz de la matriz de las ecuaciones completas del sistema de potencia y por último, una reducción de la sub-matriz anterior [3]. A continuación se mostrará cada una de estas matrices para poder entender claramente y ver su significado físico.

2.2.1.1. Matriz Jacobiana Reducida de las ecuaciones de línea del sistema

Se usa una matriz reducida de la matriz Jacobiana producto de la linealización de las ecuaciones de balance de potencia en los nodos.

Según análisis de flujo de carga a las líneas de transmisión del sistema de potencia, se establece que la potencia inyectada en un nodo en un sistema de potencia está dada por la ecuación (2.1)

$$S_k = P_k + jQ_k = E_k I_k^* = E_k \sum_{m=1}^n Y_{km}^* E_m \quad (2.1)$$

Siendo:

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (2.2)$$

Se pueden dividir las expresiones para potencia activa y reactiva mediante las expresiones (2.3) y (2.4):

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.3)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.4)$$

Siendo $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$.

Donde Y_{ij} es un elemento complejo de la matriz de admitancia de los buses, P_i y Q_i son las potencias activa y reactiva inyectadas por la red al bus.

Por linealización la expresión queda de la forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Donde la matriz Jacobiana se denota por J_{LF} y al determinarle su matriz Jacobiana Reducida eliminando la ecuación de la potencia activa se obtiene:

$$J_R = J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV} \quad (2.6)$$

Esto significa que la potencia activa se considere constante para cada punto de operación y se evalúe la estabilidad de voltaje considerando solo la relación de incrementos de Q y V .

Entonces la expresión para estos incrementos vienen dados por:

$$\Delta Q = [J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}] \Delta V \quad (2.7)$$

Que al despejar el incremento de voltaje la ecuación queda de la forma, [5] [4]:

$$\Delta V = [J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}]^{-1} \Delta Q \quad (2.8)$$

2.2.1.2. Submatriz de la matriz de las ecuaciones del sistema de potencia

La matriz de las ecuaciones del sistema parte de las ecuaciones del sistema de potencia:

$$\dot{x} = f_{(x,y)} \quad (2.9)$$

$$0 = g_{(x,y)} \quad (2.10)$$

Donde y son las variables algebraicas del sistema, es decir, las amplitudes y las fases de los voltajes de los buses de la red; x son las variables de estado, g son las ecuaciones algebraicas para el balance de las potencias activa y reactiva en cada bus y f son las ecuaciones algebraicas del sistema.

Se linealiza el sistema alrededor del punto de estado estable, que se puede considerar como el punto $(\underline{x}_0, \underline{y}_0)$, [7], en el que la primera ecuación se hace cero y por tanto se cumple:

$$\dot{\underline{x}}_0 = f(\underline{x}_0, \underline{y}_0) = 0$$

De la linealización:

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + \Delta \underline{x} \quad \underline{y} = \underline{y}_0 + \Delta \underline{y}$$

Entonces:

$$\dot{\underline{x}} = \dot{\underline{x}}_0 + \Delta \dot{\underline{x}} = f[(\underline{x}_0 + \Delta \underline{x}), (\underline{y}_0 + \Delta \underline{y})]$$

Por serie de Taylor:

$$\dot{\underline{x}}_t = \dot{\underline{x}}_{t0} + \Delta \dot{\underline{x}}_t = f(\underline{x}_0, \underline{y}_0) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial x_n} \Delta x_n + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial y_r} \Delta y_r$$

Al reordenar

$$\dot{\underline{x}}_t = \dot{\underline{x}}_{t0} + \Delta \dot{\underline{x}}_t = f(\underline{x}_0, \underline{y}_0) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial y_r} \Delta y_r$$

Como $\dot{\underline{x}}_{t0} = f(\underline{x}_0, \underline{y}_0)$, entonces:

$$\dot{\underline{x}}_t = f(\underline{x}_0, \underline{y}_0) + \Delta \dot{\underline{x}}_t = f(\underline{x}_0, \underline{y}_0) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial y_r} \Delta y_r$$

$$\Delta \dot{\underline{x}}_t = \frac{\partial f_t}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_t}{\partial y_1} \Delta y_1 + \dots + \frac{\partial f_t}{\partial y_r} \Delta y_r \quad (2.11)$$

Llevando a la expresión de variables de estado de forma general:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\underline{x}}_t &= A \Delta \underline{x} + B \Delta \underline{y} \\ 0 &= C \Delta \underline{x} + D \Delta \underline{y}\end{aligned}$$

Las matrices A, B, C y D serían:

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_t}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_t}{\partial x_n} \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial y_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_t}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial f_t}{\partial y_r} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_t}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_t}{\partial x_n} \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial y_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_t}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial g_t}{\partial y_r} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

En la literatura se suele expresar el sistema anterior de la forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\underline{x}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x} \\ \Delta \underline{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x & F_y \\ G_x & J_{LFV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x} \\ \Delta \underline{y} \end{bmatrix}$$

La submatriz tomada para análisis modal es J_{LFV} , que viene dada por:

$$J_{LFV} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial y_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_t}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial g_t}{\partial y_r} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.2.1.3. Matriz Jacobiana Reducida de las ecuaciones del sistema

Se determina la matriz Jacobiana Reducida de la matriz Jacobiana completa del sistema y por tanto, la matriz a la que se hará análisis modal y que se denota por J_{LFD} vendrá dada por:

$$J_{LFD} = J_{LFV} - G_x F_x^{-1} F_y \quad (2.13)$$

De todas las tres matrices mencionadas, se usará el primer caso por cuanto cuenta con una interpretación física válida, ya que representa la sensibilidad existente entre la potencia reactiva y el voltaje de los nodos.

2.2.2. Modos de la Matriz JR

El análisis modal propiamente dicho inicia al expresar la matriz Jacobiana Reducida mediante el producto de las tres matrices [6]:

$$J_R = \xi \Lambda \eta \quad (2.14)$$

Donde:

ξ : es la matriz de eigenvectores de derecha de la matriz Jacobiana Reducida J_R ,

Λ : es la matriz diagonal de eigenvalores de la matriz Jacobiana Reducida J_R ,

η : es la matriz de eigenvectores de izquierda de la matriz Jacobiana Reducida J_R .

De la ecuación (2.14) se deduce que:

$$J_R^{-1} = \xi \Lambda^{-1} \eta \quad (2.15)$$

Que al reemplazar en la ecuación (2.7) queda de la forma:

$$\Delta V = \xi \Lambda^{-1} \eta \Delta Q \quad (2.16)$$

Que también puede expresarse de la forma:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^m \frac{\xi_i \eta_i}{\lambda_i} \Delta Q \quad (2.17)$$

Siendo ξ_i la i -ésima columna de ξ , η_i la i -ésima fila de η y λ_i es la fila y columna i de λ . m es el número de nodos del sistema.

Como en todo sistema dinámico lineal, cada eigenvalor λ_i y el correspondiente eigenvector de derecha e izquierda, ξ_i y η_i respectivamente, definen el i -ésimo modo del sistema.

Como $\xi^T = \eta$, la ecuación (2.16) puede ser escrita de la forma:

$$\eta \Delta V = \Lambda^{-1} \eta \Delta Q \quad (2.18)$$

$$v = \Lambda^{-1} q \quad (2.19)$$

donde \mathbf{v} y \mathbf{q} son las variaciones modales de voltaje y potencia reactiva respectivamente.

La ecuación (2.19) para cada modo viene dada por:

$$v_i = \frac{q_i}{\lambda_i} \quad (2.20)$$

Se puede ver entonces que el sistema es *estable* si λ_i es positivo, ya que garantiza que un incremento en la magnitud del voltaje del bus, conlleva a un incremento en la magnitud de la potencia reactiva inyectada, lo cual permitirá que de manera natural se logre el restablecimiento del equilibrio. De hecho, la magnitud de λ_i da el *grado de estabilidad* del i -ésimo modo.

El vector incremento de voltaje de la expresión (2.17), tiene dimensión igual al número de nodos de carga, por lo que para un nodo k , la sensibilidad viene dada por:

$$\frac{\Delta V_k}{\Delta Q_k} = \frac{\partial V_k}{\partial Q_k} = \sum_{i=1}^m \frac{\eta_{ik} \xi_{ki}}{\lambda_i} \quad (2.21)$$

Las ecuaciones (2.3) y (2.4) de donde se obtiene la ecuación (2.5) y luego la ecuación (2.8), muestra que con las herramientas matemáticas disponibles es extremadamente complejo determinar un análisis estocástico de los valores propios de la matriz $[J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}]^{-1}$ y por ende un análisis teórico del análisis modal. Por ello se considerarán dos métodos basados en las simulaciones de Monte Carlo para medir el riesgo de inestabilidad de voltaje.

2.2.3. Factores de Participación de los Buses

El factor de participación de un bus en un modo está definido como:

$$P_{ki} = \xi_{ki} \eta_{ik} \quad (2.22)$$

Donde P_{ki} es el factor de participación del bus k en el modo i , ξ_{ki} es la k -ésima fila e i -ésima columna de la matriz ξ , η_{ik} es la i -ésima fila y k -ésima columna de la matriz η .

El término P_{ki} indica la contribución del i -ésimo valor propio a la sensibilidad V-Q en el bus k .

2.2.4. Implementación, Pruebas y Validación Análisis Modal

Para implementar el análisis modal de la matriz Jacobiana Reducida se usará como herramienta computacional el PSAT (Power System Analysis Toolbox), software libre de investigación para estabilidad de voltaje que fue desarrollado bajo la plataforma de MATLAB por Ph.D. Federico Milano. El esquema general de PSAT está dado por la Fig. 2.2.

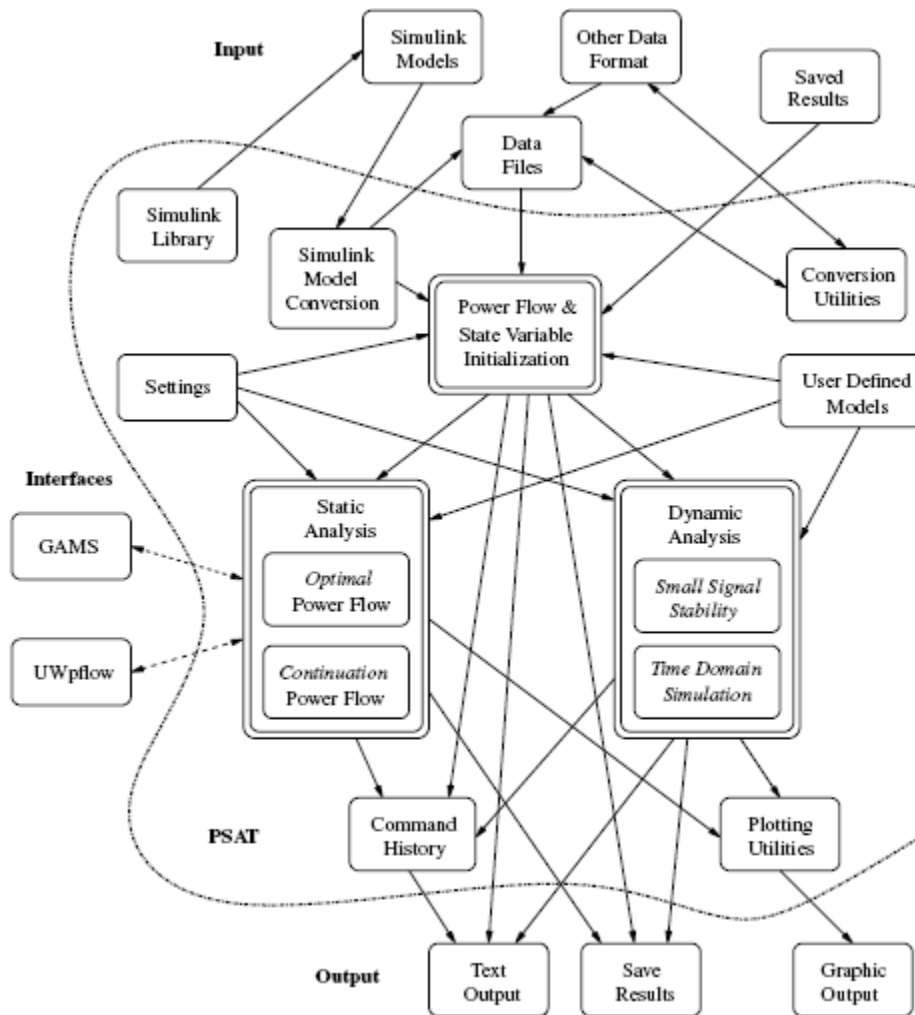


Fig. 2.2. Esquema de PSAT.

Fuente: F. Milano, "An Open Source Power System Analysis Toolbox," Paper Accepted to the IEEE Transactions on Power Systems

Como se ve, este software ofrece análisis estático que es necesario para llevar a cabo el análisis modal de la matriz Jacobiana Reducida. Igualmente incluye el Flujo de Potencia por el Método Estándar de Newton-Raphson, necesario para determinar las variables de estado estable de un sistema de potencia.

Específicamente en el análisis estático que ofrece PSAT, se encuentra el análisis de sensibilidad QV del que se trata en la sección 2.2.1.1. Por lo tanto, por medio de este software se puede determinar la matriz Jacobiana Reducida que representa la sensibilidad QV y determinar sus valores propios. Además se determinan los factores de participación de los nodos a cada uno de los modos, por medio de los vectores propios calculados y de las diferentes sensibilidades obtenidas.

Los sistemas eléctricos de prueba serán el IEEE 14 nodos y New England de 39 nodos, cuyas especificaciones se muestran en el ANEXO A. En la Fig. 2.3 y la Fig. 2.4 se puede observar el diagrama unifilar de cada uno de ellos:

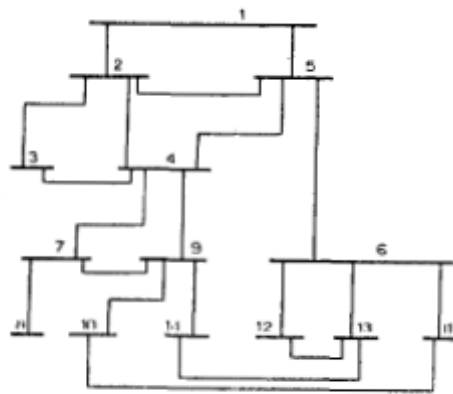


Fig. 2.3. Diagrama unifilar del sistema IEEE 14 nodos

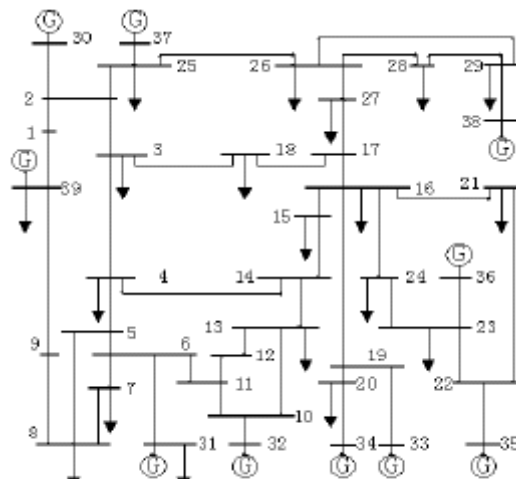


Fig. 2.4. Diagrama unifilar del sistema New England 39 nodos

Usando PSAT para resolver el Flujo de Potencia para los sistemas IEEE 14 nodos y New England de 39 nodos, se obtiene el reporte de los resultados que se muestra en el ANEXO B.

Igualmente mediante esta herramienta se resuelve el análisis modal de los sistemas de prueba antes mencionados, mostrándose los resultados en el ANEXO C.

En la Fig. 2.5 y la Fig. 2.6 se muestran seis valores propios de los sistemas de prueba en orden de magnitud.

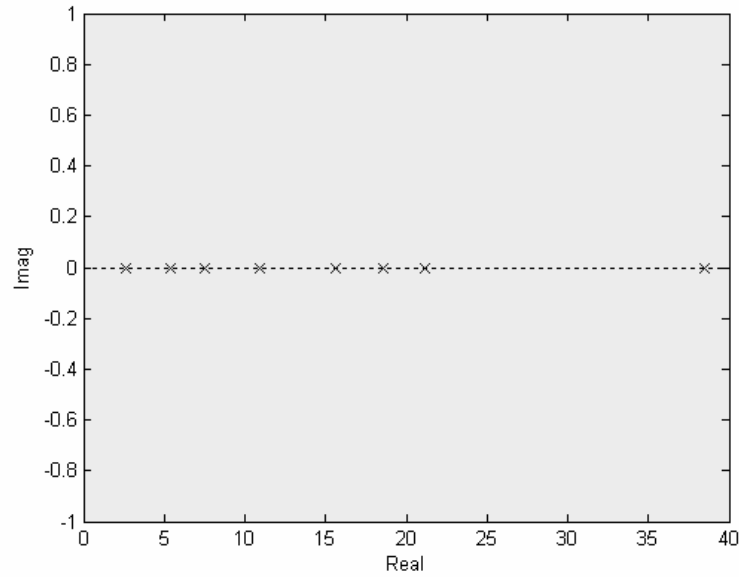


Fig. 2.5. Valores propios del sistema IEEE 14 nodos

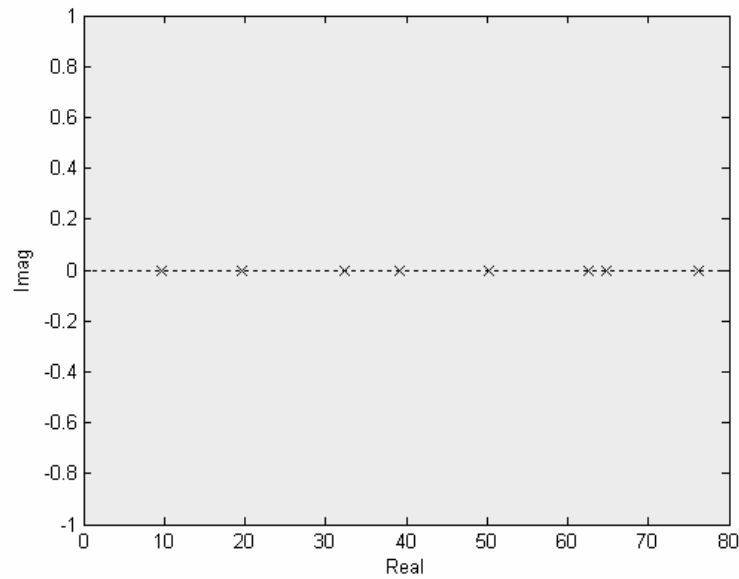


Fig. 2.6. Valores propios del sistema New England 39 nodos

2.3. FLUJO DE CARGA ESTOCÁSTICO

Existen muchos métodos para el estudio del flujo de carga estocástico, dentro de los cuales se tiene, [12] el Método Monte Carlo y Método de distribución de normal los cuales se explican con más detalle en las secciones 2.3.1 y 2.3.2.

2.3.1. Método Monte Carlo

Se repite la ejecución del flujo de carga determinístico para varias iteraciones, para determinar las distribuciones de probabilidad de las potencias nodales, los flujos de carga, el voltaje de los nodos y las pérdidas. Por cada simulación se cambia la potencia nodal con un generador de números aleatorios que describe la variación probabilística de las cargas. Los estadísticos de los resultados son la media aritmética y la desviación estándar, y por medio de los histogramas de los datos, determinar la densidad de probabilidad de mejor ajuste de acuerdo a pruebas de ajuste como la Chi – Cuadrado.

La debilidad de este método es el tiempo de computación que suele ser extenso, ya que el método es más preciso en la medida en que aumente el número de simulaciones. Pese a su debilidad, este es el único método que da un resultado “real” y por ende es usado cada vez más por autores para verificar sus métodos.

2.3.2. Método de Distribución Normal

En este método se asume que las distribuciones de probabilidad son de tipo normal, y los flujos de carga se calculan usando relaciones lineales entre variables aleatorias. Dado que un sistema de potencia no posee ecuaciones lineales, se hace uso de la serie de Taylor alrededor de un punto (x_0) omitiendo los términos de alto orden, y queda una ecuación de la forma, [8, 9]:

$$y' = f(x') + \varepsilon \quad (2.23)$$

$$y = Jx + \varepsilon \quad (2.24)$$

donde:

$$y = y' - f(x') \Big|_{x'=x_0}$$

$$x = x' - x_0$$

J es la matriz Jacobiana de $f(x')$ y ε es el vector de variables aleatorias de error.

Donde la ecuación (2.23) representa cantidades y' que representan el valor promedio de la variable aleatoria generada por los errores ε inherentes al sistema, cuando se conoce un valor x' .

Las estadísticas del vector de error son:

$$E[\varepsilon] = 0 \quad (2.25)$$

$$E[\varepsilon^T \varepsilon] = V \quad (2.26)$$

Donde V es la matriz diagonal de las varianzas de los datos y E denota al valor esperado de la función entre corchetes. Los componentes de la diagonal de V son proporcionales a la forma de variación del error, por lo que se puede decir que representan los pesos de los errores. Por ello para evitar preferencias en los errores, se debe minimizar la ecuación (2.27) que significa minimizar el error cuadrático medio.

$$F(x) = \varepsilon^T V^{-1} \varepsilon = (y - Jx)^T V^{-1} (y - Jx) \quad (2.27)$$

y el valor de x que minimiza a $F(x)$ se denota por \hat{x} y se determina derivándolo parcialmente de tal forma que:

$$0 = J^T V^{-1} (y - J\hat{x})$$

$$\hat{x} = (J^T V^{-1} J)^{-1} J^T V^{-1} y \quad (2.28)$$

Lo cual reduce a:

$$\hat{x} = J^{-1} y \quad (2.29)$$

Como la ecuación original (2.23) no es lineal, \hat{x} debería ser interpretado como el valor al que converge después de muchas iteraciones en que J es recalculado para cada iteración.

El valor \hat{x} determina al valor \hat{y} por correspondencia, ya que:

$$\hat{y} = J \hat{x} \quad (2.30)$$

Si el error es despreciable, existen valores exactos x_i y y_i tal que:

$$y_i = J x_i \quad (2.31)$$

Entonces los estadísticos de \hat{x} vienen dados por:

$$E[\hat{x}] = x_i \quad (2.32)$$

$$E[(\hat{x} - x_i)(\hat{x} - x_i)^T] = (J^T V^{-1} J)^{-1} \quad (2.33)$$

Si V es la matriz de covarianzas de las cargas y J es la matriz Jacobiana de la última iteración del caso base del flujo de carga, la matriz de covarianzas del vector de estado x de ángulos θ_i y magnitudes de voltaje $|V_i|$ está dado por:

$$C_{\hat{x}} = (J^T V^{-1} J)^{-1} \quad (2.34)$$

Si z son los flujos por las líneas, los cuales se pueden linealizar y expresar como:

$$z = Kx \quad (2.35)$$

Se puede demostrar que:

$$C_{\hat{z}} = K (J^T V^{-1} J)^{-1} K^T = K C_{\hat{x}} K^T \quad (2.36)$$

Este método sin embargo no será usado en este proyecto ya que considera constante la matriz Jacobiana de las ecuaciones de potencia, lo cual no ocurre cuando se considera las variaciones probabilísticas de la carga. Este método por tanto se considera poco apropiado para determinar una medida del riesgo de inestabilidad de voltaje considerando la naturaleza probabilística de las cargas.

CAPITULO 3. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE IMPACTO ESTOCÁSTICO DE LA CARGA EN ESTABILIDAD DE VOLTAJE

3.1. ALGORITMO

Dado que en el estudio se considerará que la carga no es determinística, el flujo de potencia no cubrirá esta consideración si se ejecuta una sola vez. Por lo tanto, para tener en cuenta la variación probabilística de la carga se hará uso de una simulación de Monte Carlo en la que cada caso de simulación corresponde a un valor de carga dependiendo de sus características probabilísticas, y se repetirá tantas veces sea necesario hasta obtener estadísticos estables de los valores propios, de los vectores propios y de los factores de participación que son las variables aleatorias de interés. Los estadísticos consisten en el valor medio, la varianza y la función densidad de probabilidad (*fdp*) de las variables aleatorias, esta última obtenida a partir de la minimización del error chi-cuadrado de los valores aleatorios obtenidos.

El algoritmo general que se implementará se muestra en la Fig. 3.1:

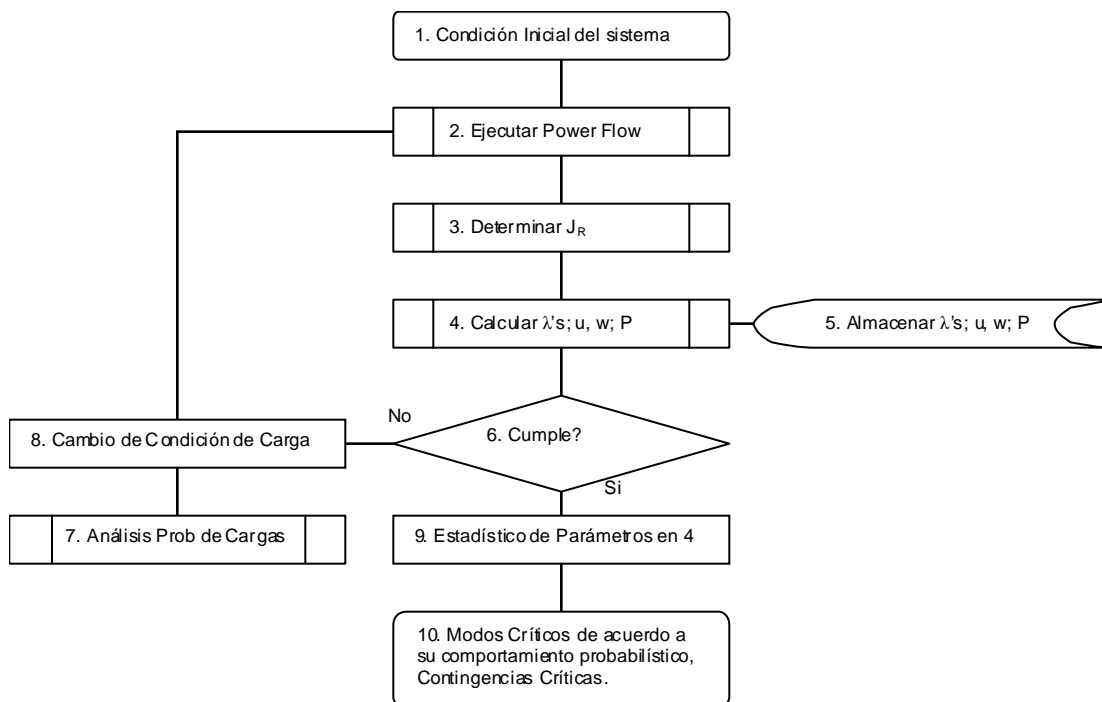


Fig. 3.1. Algoritmo a Implementar en el Proyecto

Este algoritmo permite determinar la *fdp* de los valores propios de la matriz Jacobiana Reducida, y a partir de ella, estimar la probabilidad de riesgo de falla. Cada uno de los procesos de este algoritmo se detalla a continuación:

- La *Condición Inicial del Sistema* corresponde a todas las variables que permiten ejecutar adecuadamente el flujo de potencia, dentro de las cuales está el valor esperado de la carga de los nodos de carga del sistema.
- *Ejecutar Power Flow* corresponde a la ejecución del algoritmo estándar Newton Raphson a las ecuaciones del sistema de potencia, para calcular la magnitud y ángulo de los voltajes de los buses del sistema. En este proceso se determina la matriz Jacobiana de la linealización de las ecuaciones del sistema de la forma: $[P Q]^T = f([V \theta]^T)$.
- *Determinar J_R* corresponde al cálculo de la matriz Jacobiana Reducida de la matriz Jacobiana determinada en el proceso anterior.
- *Calcular λ 's; u , w ; P* corresponde a la determinación de los valores propios, los vectores propios tanto de derecha como de izquierda y los factores de participación de la matriz Jacobiana Reducida.
- *Almacenar λ 's; u , w ; P* consiste en almacenar los resultados para λ 's; u , w y P por cada iteración del algoritmo, para un posterior procesamiento numérico con ellos.
- El proceso de decisión *Cumple?* se refiere al límite de iteraciones de los procesos 2, 3, 4 y 5, el cual se estudiará en la sección 3.2.
- *Análisis Probabilístico de Carga* es el proceso que permite generar aleatoriamente los valores de carga que se utilizarán en cada simulación del proceso de Monte Carlo.
- *Cambio de Condición de Carga* es el proceso por el cual se asignan nuevos valores a las cargas del sistema, representando por tanto la variación probabilística de las mismas. Con esta asignación se ejecuta nuevamente el flujo de potencia y así se logra obtener estadísticos de las variables aleatorias de interés.
- *Estadísticos de Parámetros en 4* es el proceso mediante el cual se determinan la media, la varianza y la *fdp* de las variables aleatorias de interés.

- *Modos críticos de acuerdo a su comportamiento probabilístico, y contingencias críticas* se refiere al cálculo de los modos críticos del sistema, la probabilidad de pérdida de estabilidad de voltaje y las contingencias críticas a partir de los nodos críticos.

3.2. CONVERGENCIA ESTOCÁSTICA

Se basará en las propiedades asintóticas de secuencias aleatorias, que es tema fundamental en la teoría de probabilidad [9]. El problema consiste en determinar el número de iteraciones apropiado que garanticen que los datos estadísticos tomen forma apropiada para determinar su media, su varianza y su desviación estándar. Algunos autores consideran que el límite de iteraciones tome un valor previamente conocido, usualmente 1000, pero eso no garantiza que los estadísticos converjan trayendo como consecuencias resultados no apropiados, o en su defecto, la convergencia se logre mucho antes de las 1000 iteraciones y se desperdicie tiempo computacional. Se tratará por tanto, la teoría de probabilidades para determinar el límite de iteraciones del algoritmo en estudio.

Una *secuencia aleatoria* o un *proceso aleatorio discreto* es una secuencia de variables aleatorias

$$x_1, \dots, x_n, \dots$$

Para un resultado ζ , $x_n(\zeta)$ es una secuencia de números que pueden o no pueden converger. Esto sugiere que la idea de convergencia de una secuencia aleatoria puede ser interpretada de diferentes formas, dos de las cuales son:

Para Todo Convergente. Como se recordará, una secuencia de números $x_n(\zeta)$ tiende al límite x si, dado $\varepsilon > 0$, se puede encontrar un número n_0 tal que

$$|x_n - x| < \varepsilon \quad \text{para cada } n > n_0$$

Se dice que una variable aleatoria x_n es para todo convergente si la secuencia de números $x_n(\zeta)$ converge para cada ζ . En otras palabras, el límite de una secuencia aleatoria x_n es una variable aleatoria x :

$$x_n \rightarrow x \quad \text{conforme} \quad n \rightarrow \infty$$

Para Casi Todo Convergente o Método del Estimador. Si el conjunto de resultados ζ tal que el límite

$$\lim x_n(\xi) = x(\xi)$$

conforme $n \rightarrow \infty$ existe y su probabilidad es igual a 1, entonces se dice que la secuencia \mathbf{x}_n para casi todo converge (o con probabilidad 1). Esto se escribe en la forma:

$$P\{x_n \rightarrow x\} = 1 \quad \text{conforme} \quad n \rightarrow \infty$$

Donde $\{x_n \rightarrow x\}$ es un evento que consiste en todos los resultados ζ tal que $\mathbf{x}_n(\zeta) \rightarrow \mathbf{x}(\zeta)$.

Se considera por ejemplo que se quiere hacer una medición de una variable \mathbf{a} . Debido a la incertidumbre en la medida, la lectura del instrumento de medida es la suma:

$$x = a + v$$

donde v es el error de las mediciones, siendo su valor medio cero considerando que no existen errores constantes. Entonces si la desviación estándar σ de v es pequeña comparada con \mathbf{a} , entonces el valor observado $\mathbf{x}(\zeta)$ de \mathbf{x} es un estimador satisfactorio de la medida de la variable desconocida \mathbf{a} . Esto se puede concluir como: la media de una variable aleatoria \mathbf{x} es igual a \mathbf{a} y su varianza igual a σ^2 . Aplicando la desigualdad de Tchebycheff, se concluye que:

$$P\{|x - a| < \varepsilon\} > 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

Si $\sigma \ll \varepsilon$, entonces la probabilidad que $|\mathbf{x} - \mathbf{a}|$ sea menor que ε es muy cercano a 1. Esto quiere decir que “casi siempre” el valor $\mathbf{x}(\zeta)$ observado está entre $\mathbf{a} - \varepsilon$ y $\mathbf{a} + \varepsilon$, o lo que es equivalente, que el valor desconocido \mathbf{a} esté entre $\mathbf{x}(\zeta) - \varepsilon$ y $\mathbf{x}(\zeta) + \varepsilon$. En otras palabras, la lectura $\mathbf{x}(\zeta)$ de una única medida es “casi siempre” un estimador satisfactorio de la variable \mathbf{a} siempre que $\sigma \ll \mathbf{a}$. Si σ no es pequeña comparada con \mathbf{a} , entonces una única muestra no proporciona un estimador adecuado de \mathbf{a} . Para mejorar la exactitud, se realiza la medida cierto número de veces y se promedia los resultados de la lectura. El modelo probabilístico resultante es ahora un espacio formado por la repetición n veces del experimento de una única medida. Si las medidas son independientes, entonces la i -ésima lectura viene dada por:

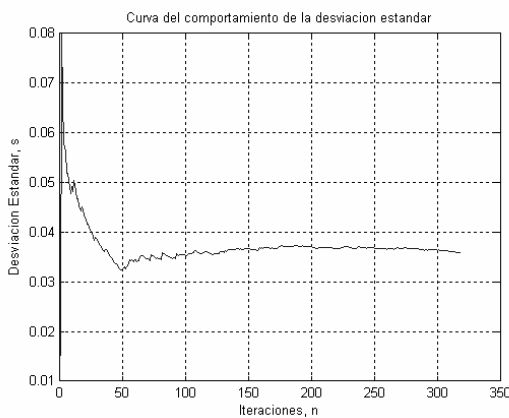
$$x_i = a + v_i$$

donde los errores ν tienen media cero y varianza σ^2 . Esto conduce a la conclusión que la media de la muestra

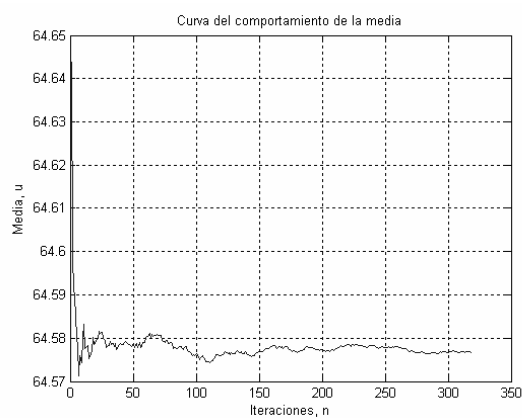
$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

es una variable aleatoria con media a y varianza σ^2/n . Si $\sigma^2 \ll na^2$, entonces el valor $\bar{x}(\zeta)$ de la media de la muestra \bar{x} en una actuación única del experimento (consistente de n medidas independientes), es un estimador satisfactorio del valor desconocido de a [10].

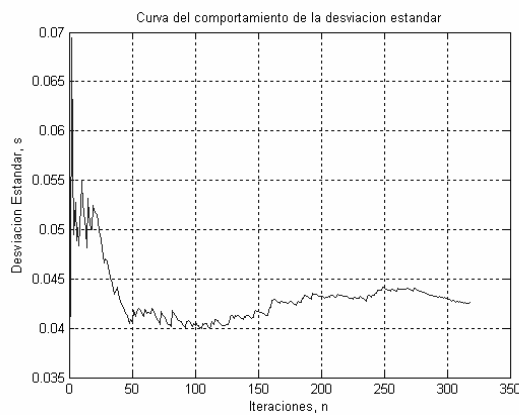
Se usará el primer criterio para determinar el límite de iteraciones del algoritmo propuesto, ya que como se puede ver en las Fig. 3.2, tanto la desviación estándar como la media de las variables aleatorias que representan a los valores propios, convergen hacia valores constantes a medida que las iteraciones tienden a infinito.



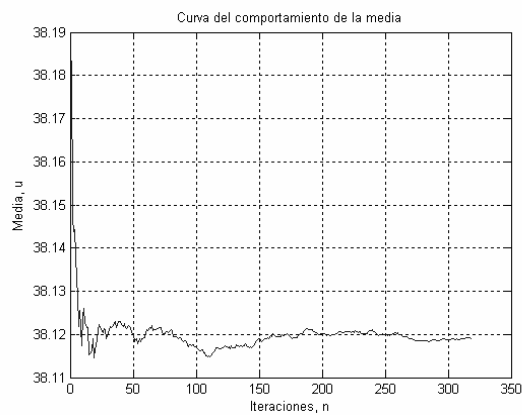
(a)



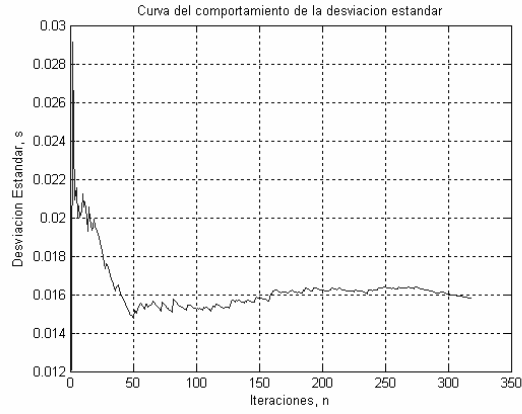
(b)



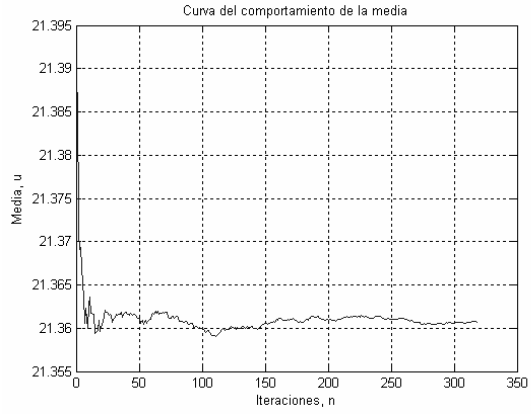
(c)



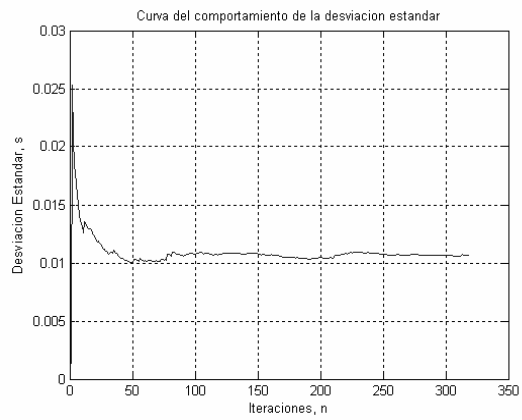
(d)



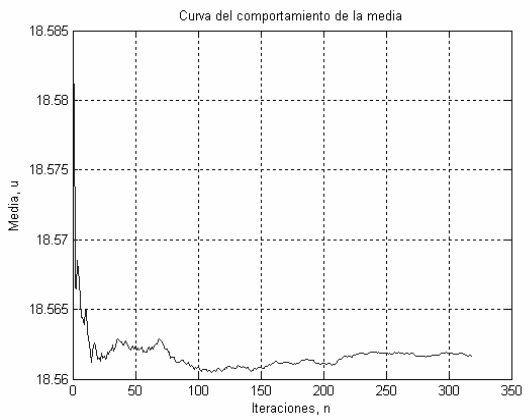
(e)



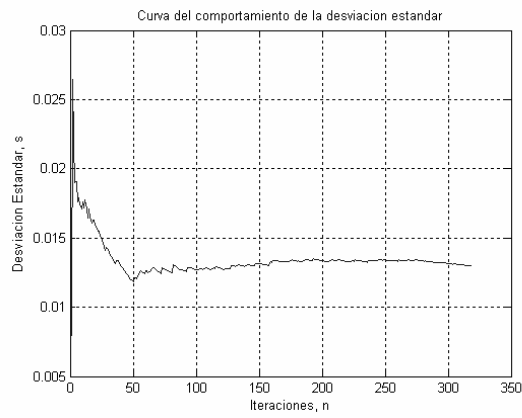
(f)



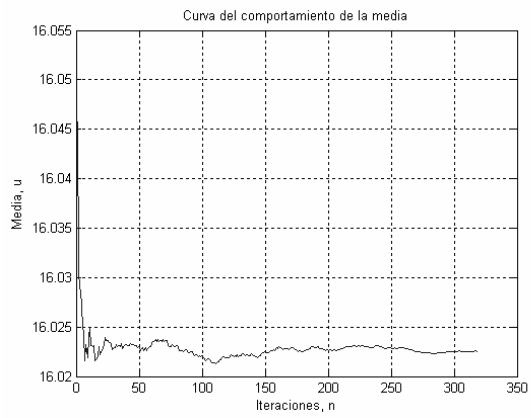
(g)



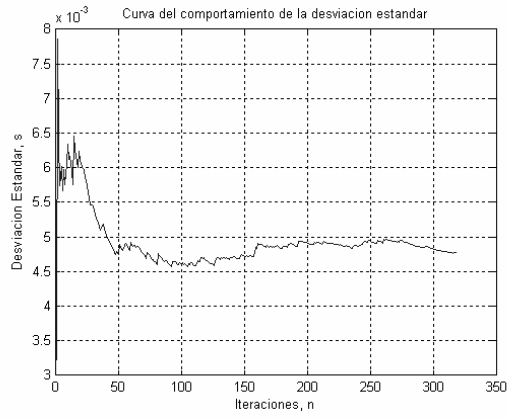
(h)



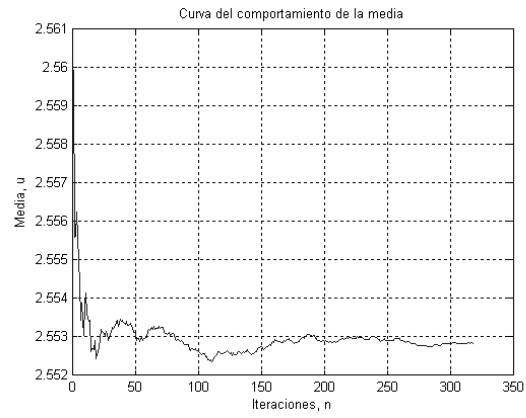
(i)



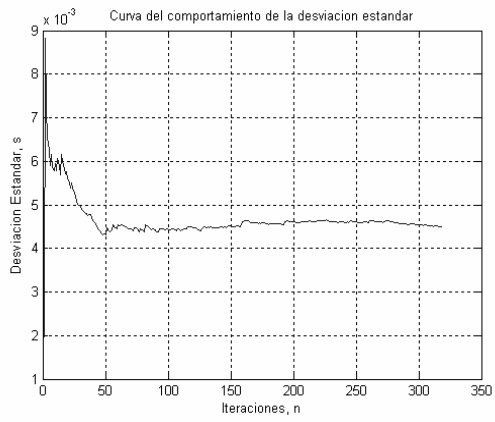
(j)



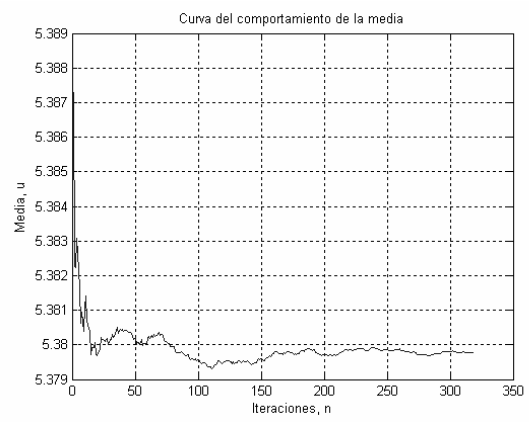
(k)



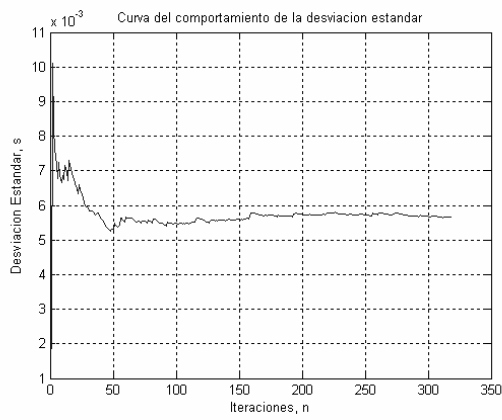
(l)



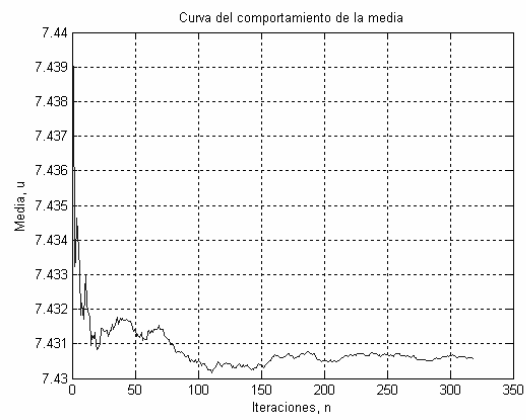
(m)



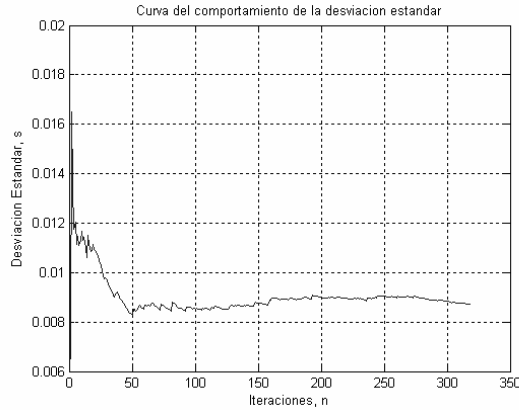
(n)



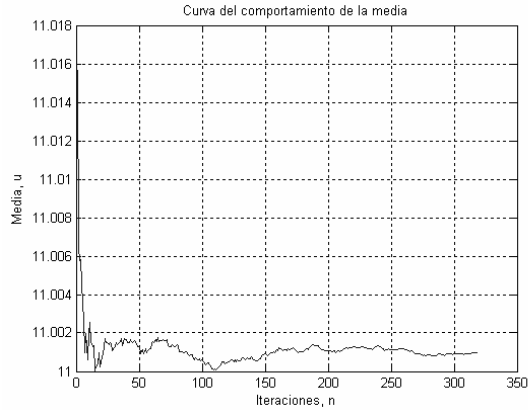
(o)



(p)



(q)



(r)

Fig. 3.2. Curvas obtenidas para cada uno de los valores propios: las figuras de la izquierda corresponden al comportamiento de la desviación estándar vs Iteraciones, mientras que las curvas de la derecha al comportamiento de la media vs Iteraciones.

A pesar de lo anterior, se ensayó el segundo método pero los resultados para el número de iteraciones era extremadamente pequeño, explicado esto porque la desviación estándar de los valores propios es pequeña comparada con la media. De hecho, [9] asume que

$$\sigma^2 \ll na^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma^2}{na^2} = 10^{-4}$$

Lo que permite obtener un valor para n igual a:

$$n = 10^4 \frac{\sigma^2}{a^2}$$

Si se toma como un caso particular el último valor propio de la Fig 3.2, el valor medio es 11,001 y su desviación estándar es 0,0090357, por lo que el límite de iteraciones n será 0,00676. Para todos los valores propios, los límites de iteraciones según el método del estimador es de:

Tabla 3.1. Límite de Iteraciones según el método del estimador

Límite
0.0022
0.0074
0.0033
0.0017
0.0042
0.0154
0.0030
0.0024
0.0040

lo que muestra que para el estudio este método no es conveniente, confirmando el uso del primero.

3.3. MODELAMIENTO DE LA DEMANDA

3.3.1. Incertidumbre en la Demanda y su Modelamiento

Dado que el proyecto trata de prever la operación de un sistema de potencia para un punto de operación proyectado, particularmente en lo concerniente al análisis de riesgo asociado a los modos de criticidad desde el punto de vista de estabilidad de voltaje, se trata de un problema de incertidumbre de tipo aleatoria, ya que se es incapaz de conocer con exactitud ciertos eventos futuros por las características del mundo real.

Este punto de operación proyectado obviamente es incierto por lo que es necesario complementar el análisis con un tratamiento probabilístico de él. El tratamiento exige un análisis estadístico de las cargas del sistema, de los generadores y de todos los componentes en general, de tal forma que para cada uno se tenga una distribución de probabilidad de valores de potencia activa, reactiva y/o de voltaje. Como en este caso se trata de la estimación del comportamiento del sistema de potencia para una condición de despacho dada, solo se considerará incertidumbre de cargas (incertidumbre de la demanda) ya que se basa en que los agentes generadores aseguran un nivel de potencia y de voltaje que garantizan desde el día anterior¹.

A pesar de que las potencias activa y reactiva de las cargas son de carácter probabilístico, el estudio de ellas ha arrojado unas distribuciones típicas como son la distribución discreta cuyo caso especial es la distribución binomial y la distribución normal [12]. La primera se considera cuando la generación y las cargas pueden tener estados discretos de operación, en los cuales sus valores son prácticamente constantes para un estado dado. Estos estados por lo general son dos: *conectado al sistema de potencia* y *no conectado al sistema de potencia*, en los que los valores de potencia activa, reactiva y/o voltajes es constante para el primer caso y cero para el segundo. Por otro lado, la distribución normal se considera cuando los valores de potencia activa, reactiva y/o voltajes pueden tener variación continua.

¹ Ver el comportamiento del Mercado en Colombia.

En todo caso, es necesario previamente un análisis de las cargas para identificar el tipo de comportamiento probabilístico de las mismas de acuerdo a las alternativas anteriores. Un requisito esencial para determinar las estadísticas de carga es asegurar un cierto grado de estacionariedad en ellas. Luego, por cada carga se elige una curva de ajuste usando el criterio del mínimo error cuadrático medio. Las curvas ajustadas o tendencias (trends) pueden ser interpretadas como si fueran la evolución en el tiempo de los valores esperados de la carga. La Figura siguiente muestra la serie de carga pico y la respectiva tendencia obtenida para la subestación Angelim en Brasil [13].

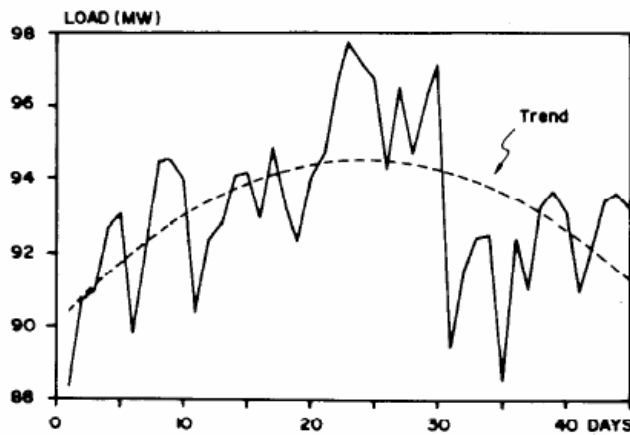


Fig. 3.3. Carga Pico Diaria y Comportamiento de su Tendencia para la Subestación Angelim

Fuente: A.M. Leite da Silva, S.M.P. Ribeiro, V.L. Arienti, R.N. Allan, and M.B.Do Coutto Filho, "Probabilistic Load Flow Techniques Applied to Power System Expansion Planning," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No 4, November 1990.

Las tendencias fueron sacadas de las cargas pico y las funciones de densidad de probabilidad de las diferencias o valores residuales. Las pruebas Chi – Cuadrado y Kolmogorov–Smirnov se usan para comparar la bondad del ajuste de las distribuciones normales y los valores residuales.

Como conclusión general, las incertidumbres de carga activa/reactiva pueden ser modeladas por distribuciones normales, aunque como ya se dijo, existen algunas excepciones en que la incertidumbre es modelada por distribuciones discretas.

Según estudios de [14], las desviaciones estándar de las distribuciones normales de las cargas están en el orden de 2,5 y 3,5%, la cual se mostrará en nuestras simulaciones.

3.3.2. Modelamiento de la Correlación entre Cargas en el Sistema

Además de la incertidumbre en las cargas de un sistema de Potencia, se presenta otro fenómeno que hay que tener en cuenta para el modelamiento de esta incertidumbre y es el caso de cargas correlacionadas. En un sistema de potencia la variación de una carga por lo general está relacionada con la variación de otras que se encuentran ubicadas en similares características que la primera. En el Sistema Eléctrico Colombiano por ejemplo, el crecimiento de la carga total de la ciudad de Cartagena está muy relacionado con el crecimiento de la carga total de la ciudad de Barranquilla o de otras ciudades de la Costa, debido por ejemplo a la presencia de una oleada de calor, incrementándose en dichas ciudades el consumo debido a aires acondicionados y ventilación.

Por lo tanto, además del modelamiento de la incertidumbre, deben determinarse los coeficientes de correlación entre todos los pares de cargas de nodos del sistema, teniendo en cuenta que si el coeficiente de correlación es pequeño, quiere decir que existe muy poca dependencia lineal entre las dos cargas. Con esto se determina la matriz de coeficientes de correlación entre pares de cargas, que será de mucha utilidad para el modelamiento adecuado de la incertidumbre de la demanda del sistema de potencia.

Denotando a esta matriz de coeficientes de correlación como R , se puede determinar la matriz de covarianzas por medio de la expresión:

$$K = \sigma \cdot R \cdot \sigma \quad (3.1)$$

Donde K , es la matriz de covarianzas, σ es la matriz diagonal de desviaciones estándar y R es la matriz de coeficientes de correlación.

Para tener en cuenta la correlación entre cargas, se debe realizar una transformación lineal de variables aleatorias, [15], del tipo:

$$Y = AX \quad (3.2)$$

Donde Y y X son vectores de variables aleatorias de orden n y del tipo normal, y A una matriz $n \times n$ invertible.

Se cumple entonces que:

$$\eta_Y = A \cdot \eta_X \text{ y } K_Y = AK_X A^T \quad (3.3)$$

Donde η es un vector de valores medios del vector aleatorio correspondiente, K_Y y K_X son la matriz de covarianzas de Y y X respectivamente.

Se observa que el vector Y será un conjunto de variables aleatorias independientes si la matriz A diagonaliza a la matriz K_X . Esto se logra si la matriz A se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$A = Z^T M^T \quad (3.4)$$

Donde Z es una matriz diagonal cuyos elementos se obtienen en la forma:

$$Z_{ii} = \lambda_i^{-1/2} \quad (3.5)$$

Siendo λ_i y M el i-ésimo valor propio y la matriz de vectores propios de K_X , respectivamente.

La matriz diagonal de vectores propios será de la forma:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Con esto se garantiza que el vector Y sea de componentes aleatorios normales independientes.

Cuando por medio de software se generan vectores aleatorios, sus componentes son aleatorias pero independientes entre sí, por lo tanto se aprovechará la transformación lineal anterior para a partir de el vector aleatorio generado por software, se obtenga un vector de componentes correlacionadas, que representaría al vector de cargas del sistema.

3.4. IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE

Ya se dijo que PSAT, [3], tiene como rutina el cálculo del flujo de potencia de un sistema eléctrico, resuelto a través del método de Newton Raphson. La interfaz gráfica de PSAT se ha modificado según nuestras necesidades y por tanto, a la ventana principal se le ha agregado un nuevo botón llamado *Modal Analysis*, quien ejecutará todas las acciones del algoritmo a implementar en el proyecto. Esta modificación de PSAT se llamará PSAT-MA, para diferenciarla de la versión original, que es ligeramente diferente.

Al inicializar PSAT-MA desde MATLAB (simplemente escribiendo `>> psat` y luego presionando ENTER), la ventana que emerge es la mostrada en la Fig. 3.4, donde se puede ver la ubicación del botón agregado.

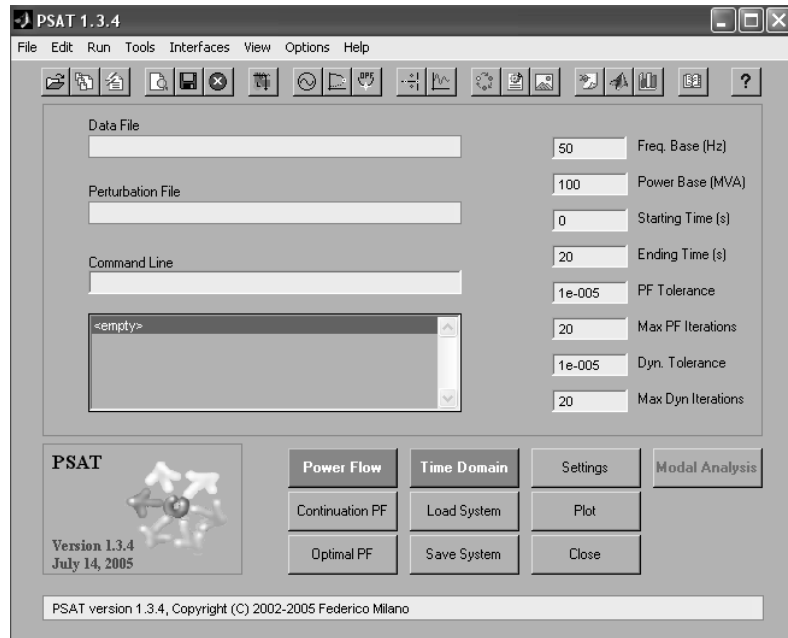


Fig. 3.4. Ventana Principal PSAT-MA

Como primera medida es muy importante aclarar que es necesario ejecutar el flujo de potencia presionando el botón *Power Flow*, antes de ejecutar *Modal Analysis*.

CAPITULO 4. EFECTOS DE LA DEMANDA EN MODOS CRÍTICOS

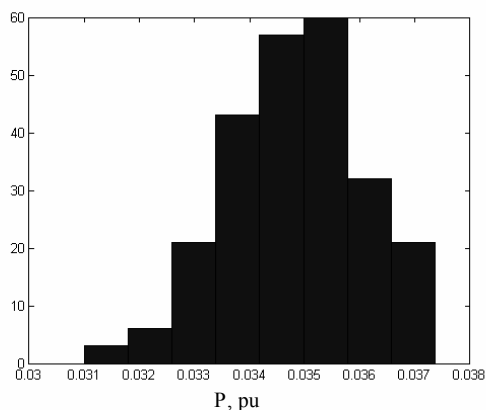
4.1. PRUEBAS Y VALIDACIÓN CON SISTEMA IEEE 14 NODOS

Considerando la característica aleatoria de las cargas, se estudia el comportamiento aleatorio de los valores propios de la matriz Jacobiana Reducida del análisis de sensibilidad QV, por medio del algoritmo implementado en este proyecto. Primeramente se consideran las cargas sin correlación entre ellas, luego con alguna correlación y por último con correlación perfecta.

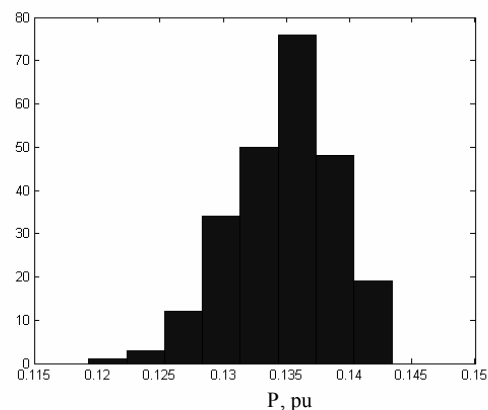
Se considerará como prueba el sistema IEEE 14 nodos, teniendo en cuenta las siguientes características:

Desviación Estándar de potencia activa consumida por las cargas: 3,5%; Coeficiente de correlación entre pares de cargas: 0,1; Variación del consumo de potencia reactiva: proporcional a la variación del consumo de potencia activa.

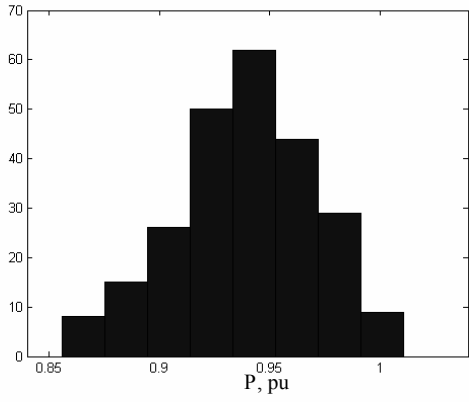
Primeramente se mostrará la forma real de las funciones densidad de probabilidad de los consumos de las cargas, según las simulaciones realizadas por PSAT-MA:



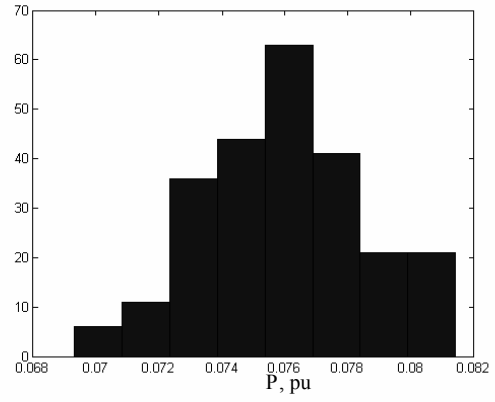
(a)



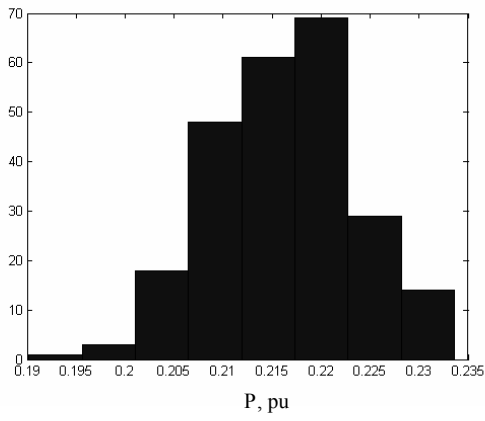
(b)



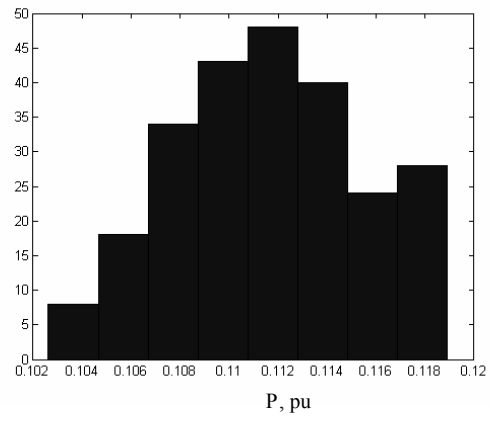
(c)



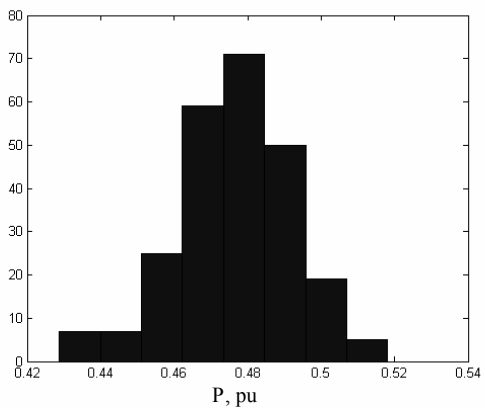
(d)



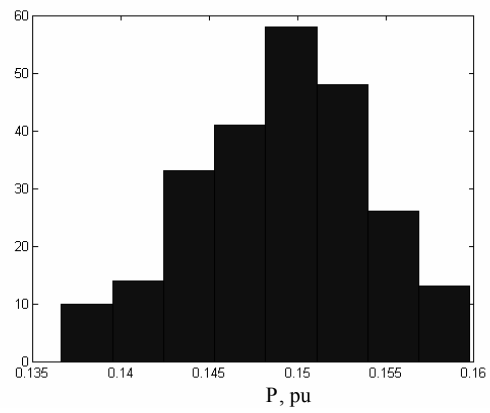
(e)



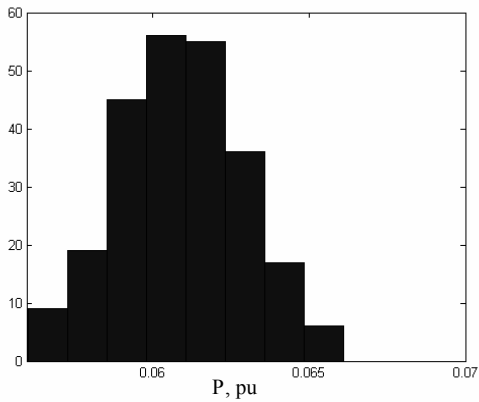
(f)



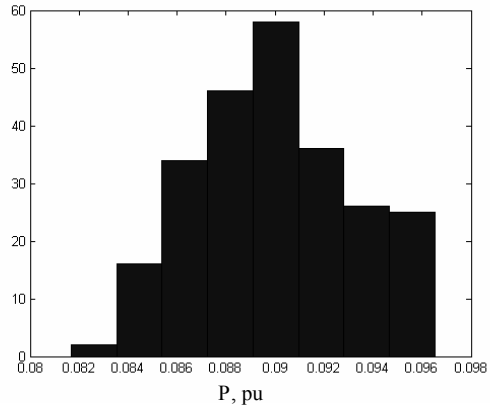
(g)



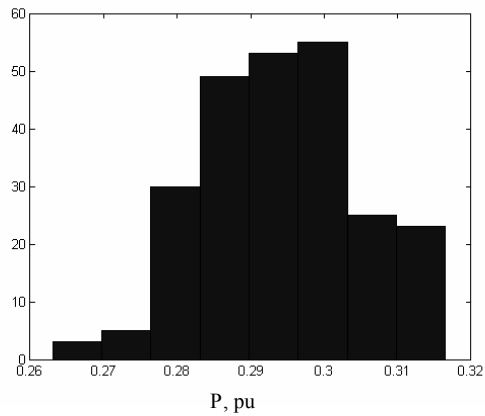
(h)



(i)



(j)



(k)

Fig. 4.1. Funciones densidad de probabilidad para los consumos de las potencias reactivas de cada una de las cargas del sistema IEEE 14 Nodos

Validación del Modelo de Variación Probabilística de la Carga

Se determinó las desviaciones estándar experimentales para cada uno de los nodos de carga mostrados en la Fig. 4.1, siendo los resultados los mostrados en la Tabla 4.1:

Tabla 4.1. Desviaciones Estándar de las cargas

Desv. Estándar
0.0366
0.0321
0.0336
0.0340
0.0353
0.0357
0.0331
0.0337
0.0334
0.0362
0.0372

Esto muestra el adecuado funcionamiento del modelo de variación probabilística de cargas para los nodos, ya que los valores de la desviación estándar es aproximadamente igual a 3,5% que fue el teórico usado. Los valores medios de las potencias activas consumidas considerando la carga probabilística vs los valores determinísticos de la misma, junto con los errores entre ellas vienen dados en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Comparación valor medio de carga vs valor determinístico

μ (p.u)	P(p.u)	E (%)
0.0348	0.0350	-0.4541
0.1349	0.1350	-0.0945
0.9391	0.9420	-0.3034
0.0760	0.0760	-0.0269
0.2162	0.2170	-0.3660
0.1117	0.1120	-0.3081
0.4770	0.4780	-0.2078
0.1492	0.1490	0.1087
0.0610	0.0610	-0.0752
0.0900	0.0900	0.0479
0.2943	0.2950	-0.2430

La primera columna de la Tabla 4.2 corresponde al valor medio de la carga probabilística de los nodos, la segunda columna al valor determinístico de dicha carga y la tercera columna, al error entre los dos anteriores. Se observa que los datos son muy confiables al ser la magnitud del error máximo de 0,45%.

Validación del Modelo de Correlación entre Cargas

Para este caso, se procedió a determinar el coeficiente de correlación entre las cargas para compararlos con el coeficiente de correlación teórico que fue de 0,1. Los resultados se muestran en la Tabla 4.3.

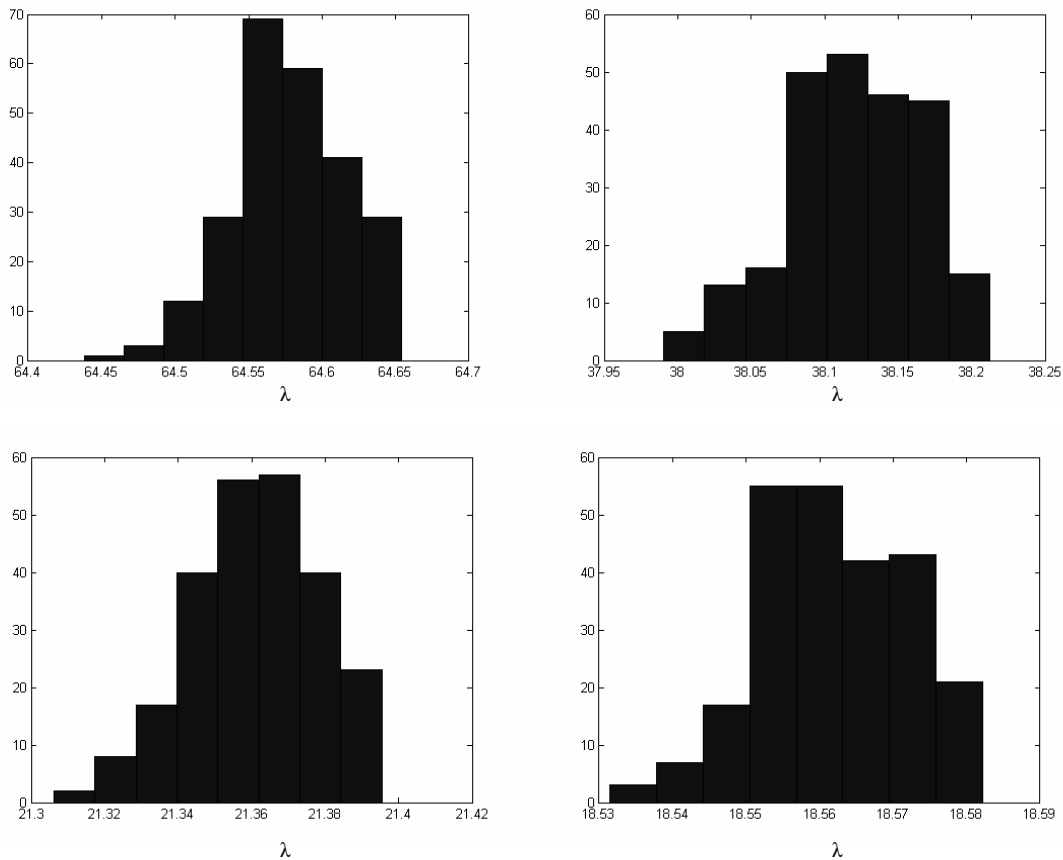
Para algo más de 200 iteraciones se puede observar que la correlación entre diferentes cargas para la mayoría de los casos es similar a 0,1. Sin embargo existen algunas situaciones en las que difieren en algo más del doble, lo que se debe a resultados numéricos del programa implementado. A pesar de esto, es aceptable usar el modelo desarrollado para la correlación entre cargas, ya que representa cercanamente lo que sucede en la realidad.

Tabla 4.3. Datos experimentales de los coeficientes de correlación entre cargas

BusA	BusB	BusC	BusD	BusE	BusF	BusG	BusH	BusI
1.0000	0.1114	0.20003	0.060573	0.066385	0.11368	0.13172	-0.02885	0.15121
0.1114	1.0000	0.11393	0.16444	0.15063	0.062123	0.12725	-0.08480	0.23131
0.20003	0.11393	1.0000	0.13298	0.016989	0.11869	0.1337	0.15601	0.17697
0.060573	0.16444	0.13298	1.0000	0.12523	0.066189	-0.05985	0.103	0.14641
0.066385	0.15063	0.016989	0.12523	1.0000	0.0063905	0.10302	0.013802	0.092715
0.11368	0.062123	0.11869	0.066189	0.0063905	1.0000	0.099906	0.18827	0.13335
0.13172	0.12725	0.1337	-0.05984	0.10302	0.099906	1.0000	0.18261	0.13784
-0.02885	-0.08480	0.15601	0.103	0.013802	0.18827	0.18261	1.0000	0.11544
0.15121	0.23131	0.17697	0.14641	0.092715	0.13335	0.13784	0.11544	1.0000
0.20451	0.17895	0.10703	0.15168	0.19182	0.23149	0.084542	0.13974	0.1085
0.18842	0.09299	0.1249	0.20782	0.055755	0.25438	0.10272	0.036614	0.063581

Densidad de Probabilidad de los Valores Propios del Sistema

En la Fig. 4.2 se muestran los histogramas de densidad de probabilidad de cada uno de los valores propios, en los que se puede ver el comportamiento de tipo normal de estas distribuciones.



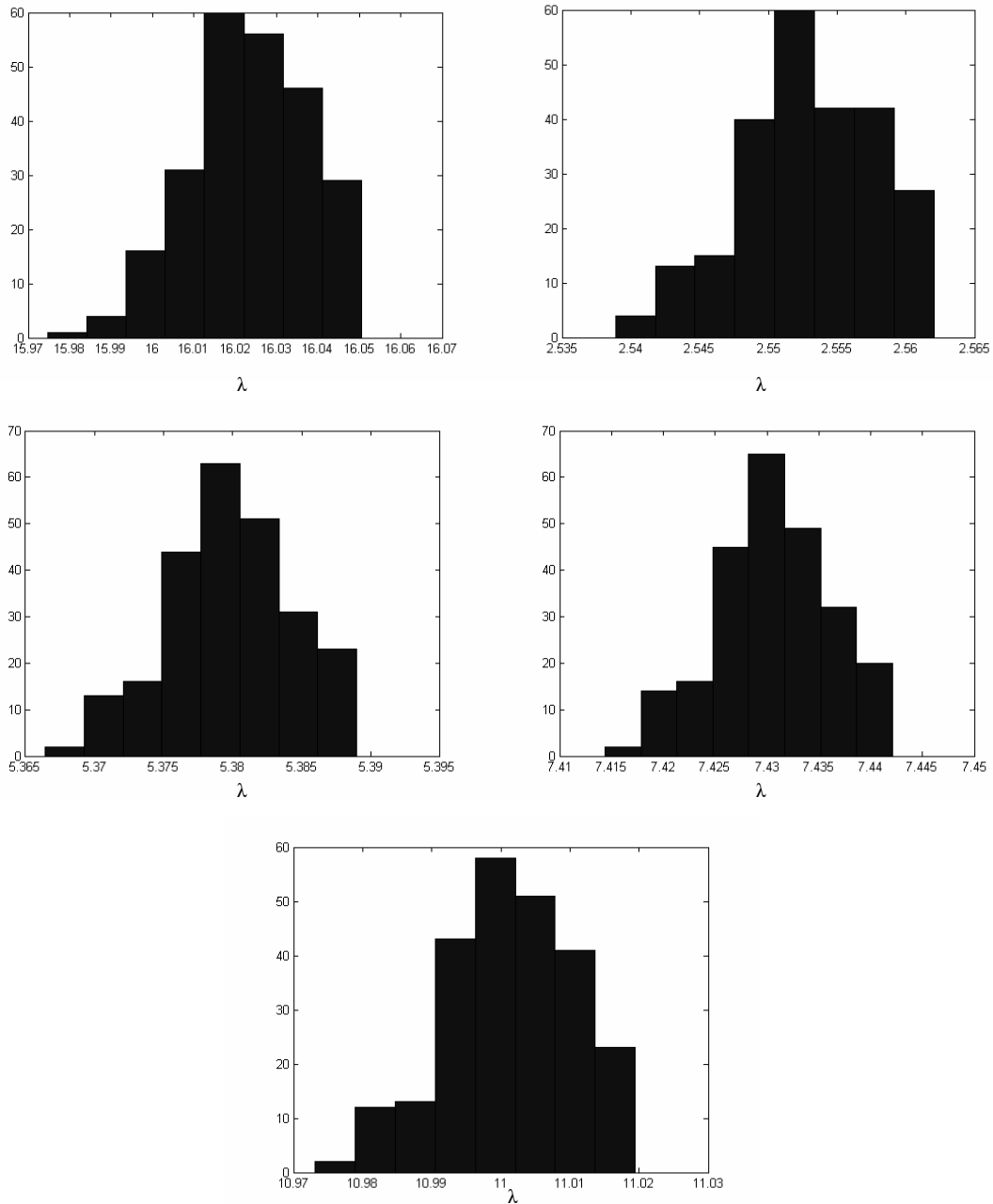


Fig. 4.2. Histogramas de la densidad de probabilidad de los valores propios del sistema

De hecho, haciendo uso de la herramienta MATLAB, se determina la media de los datos probabilísticos de los valores propios y se comparan con los resultados obtenidos considerando determinísticos todos los parámetros del sistema de potencia. La comparación se puede ver en la Tabla 4.4:

La primera columna corresponde a los valores medios de los datos probabilísticos de los valores de los valores propios, la segunda corresponde a los valores de los valores propios

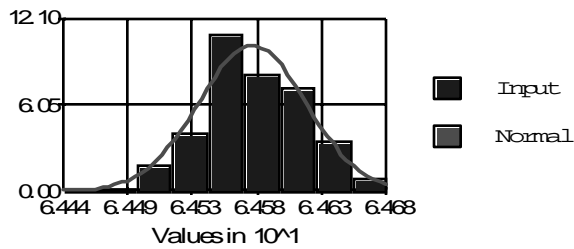
considerando datos determinísticos y la tercera columna, representa el error entre los dos anteriores. Se ve que el error máximo se encuentra en 5,39% por debajo del valor del valor propio para el modelo determinístico.

Tabla 4.4. Comparación entre el valor medio de valores propios vs valor determinístico

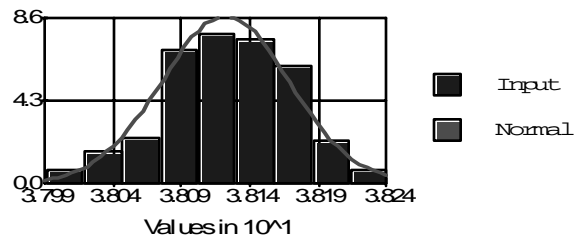
μ	λ	E(%)
64.5783	64.9803	-0.6186
38.1206	39.2929	-2.9833
21.3612	21.7272	-1.6843
18.5619	18.8536	-1.5470
16.0231	16.2706	-1.5217
2.5530	2.6984	-5.3874
5.3799	5.5274	-2.6682
7.4307	7.6017	-2.2499
11.0014	11.2207	-1.9548

Para cada uno de los valores propios se determinaron las curvas de ajuste usando el software **BestFit**, siendo los resultados los mostrados en la Fig. 4.3.

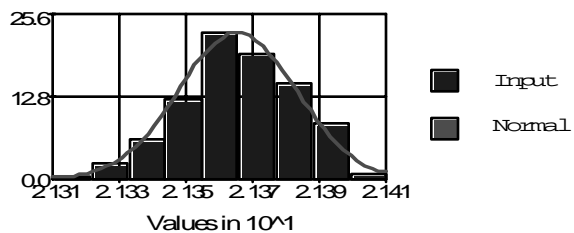
Comparison of Input Distribution and Normal(64,58;3,93e-2)



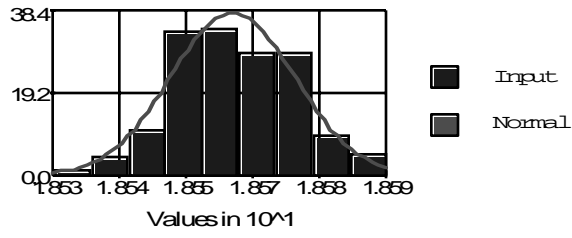
Comparison of Input Distribution and Normal(38,12;4,61e-2)



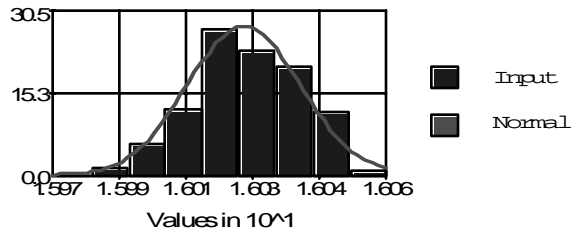
Comparison of Input Distribution and Normal(21,36;1,74e-2)



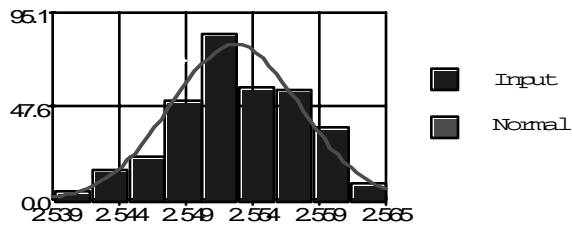
Comparison of Input Distribution and Normal (18,56;1,05e-2)



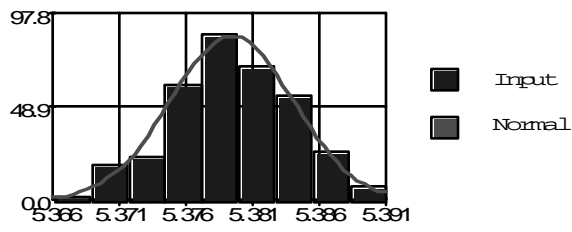
Comparison of Input Distribution and Normal (16,02;1,43e-2)



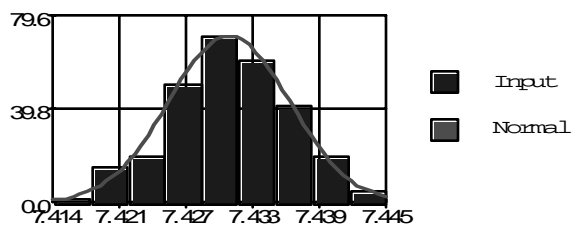
Comparison of Input Distribution and Normal (2,55;5,04e-3)



Comparison of Input Distribution and Normal (5,38;4,62e-3)



Comparison of Input Distribution and Normal (7,43;5,59e-3)



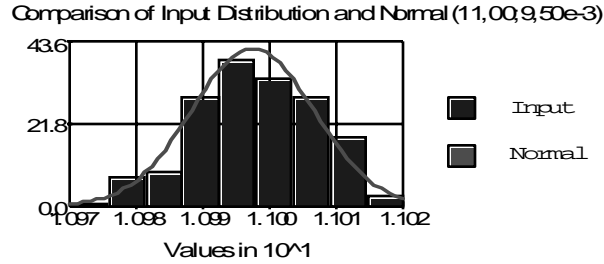


Fig. 4.3. Histograma y ajuste de la Distribución de Probabilidad de los valores propios del Sistema IEEE 14 Nodos

Basándose en la prueba Chi-cuadrado para determinar el ajuste, todas las funciones densidad de probabilidad se ajustan a la tipo normal, por lo que se puede generalizar que los resultados obedecen este tipo de distribución. Considerando las pruebas Kolmogorov – Smirnov y Anderson – Darling, muy pocas distribuciones obedecen funciones tales como PearsonV, PearsonVI, Beta, Gamma y Gaussiana inversa, siendo la distribución normal quien presenta los mejores ajustes para la mayoría de los casos y pruebas.

En conclusión, se puede afirmar en base al análisis de resultados, que la distribución de probabilidad de los valores propios obedece una función de tipo normal.

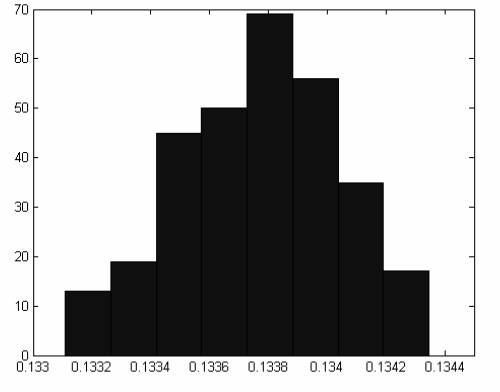
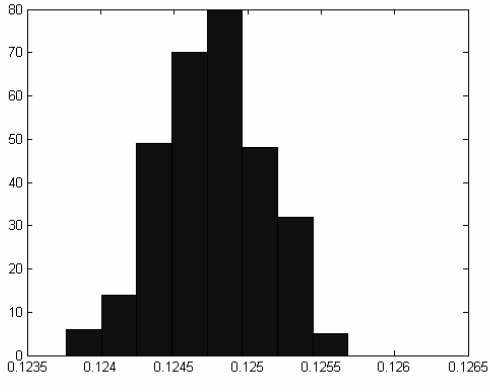
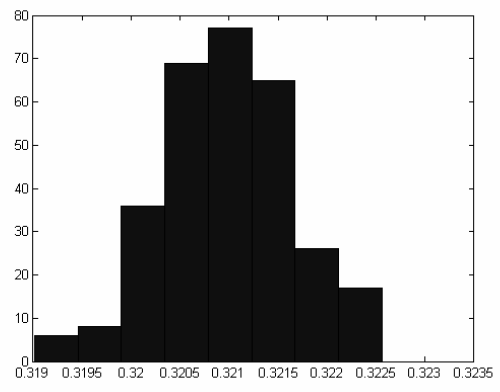
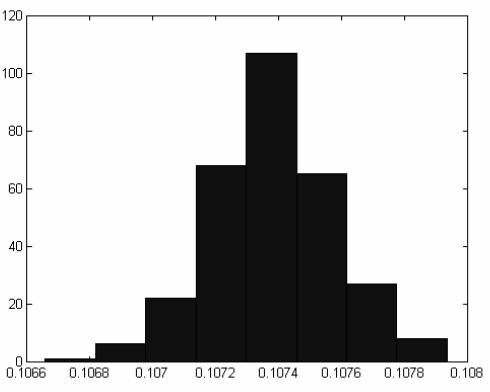
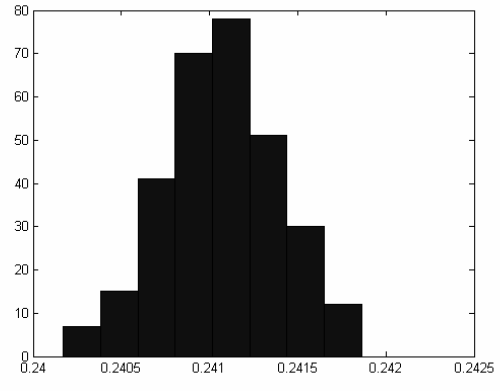
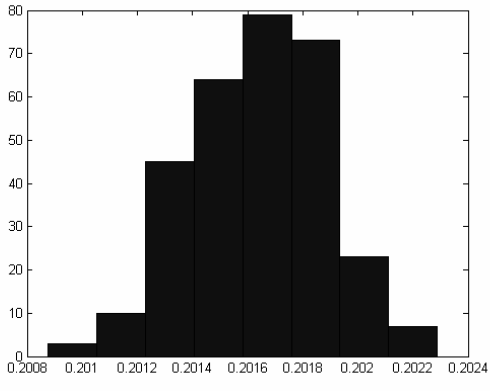
Densidad de Probabilidad de los Factores de Participación

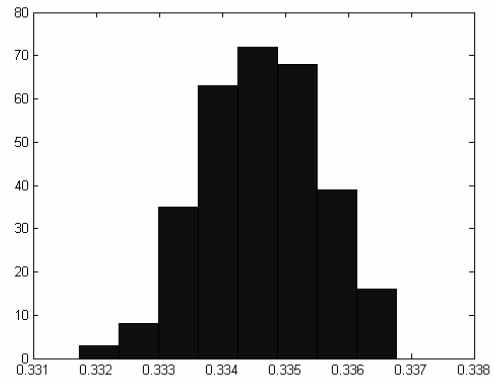
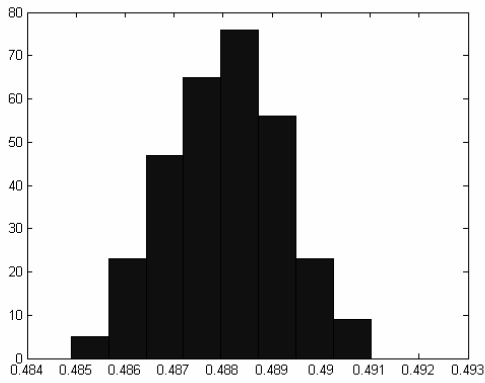
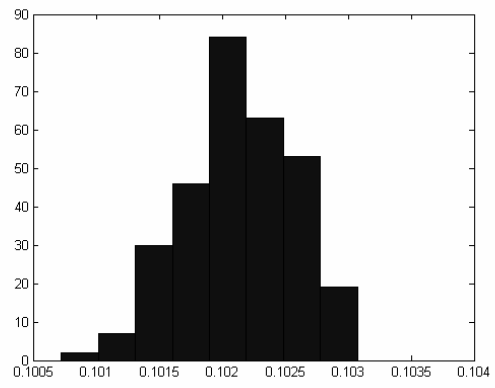
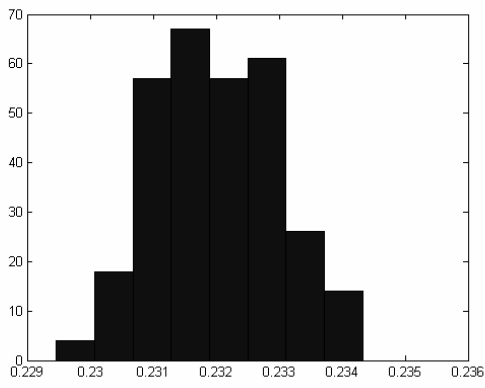
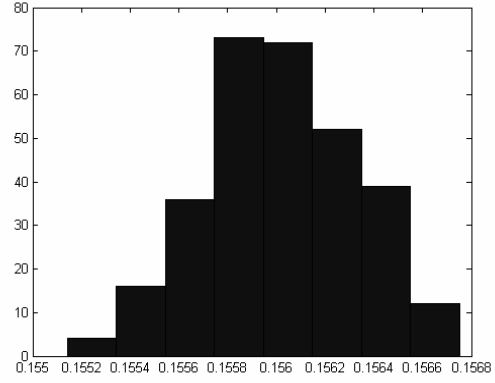
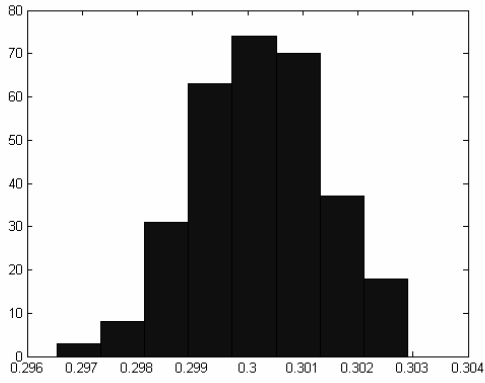
Se puede considerar la función densidad de probabilidad de algunos factores de participación de los modos más críticos, que en el orden de valores propios son: 2.6984, 5.5274, 7.6017, 11.2207 y 16.2706. Detalladamente se considerarán los valores propios anteriores y los buses que se detallarán a continuación:

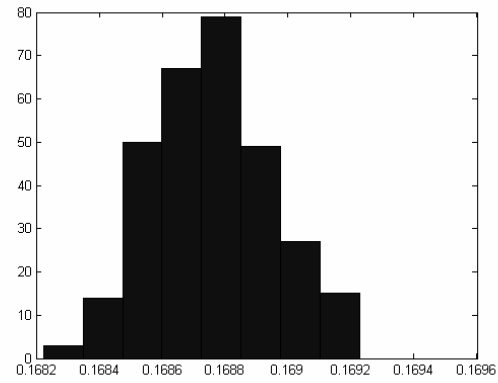
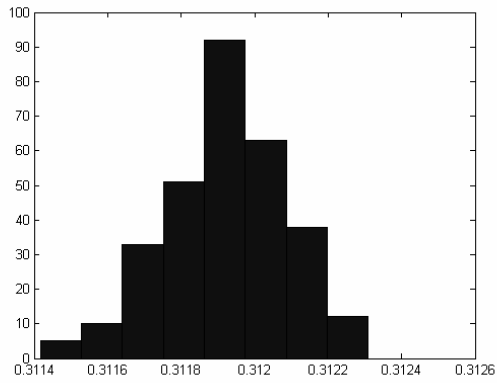
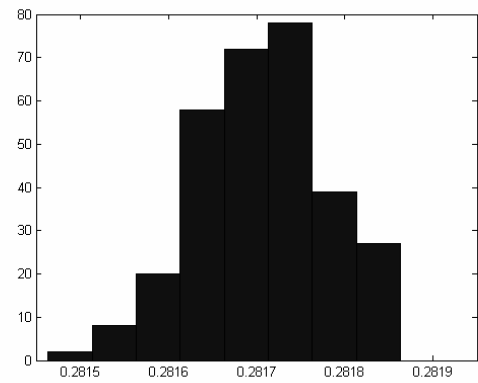
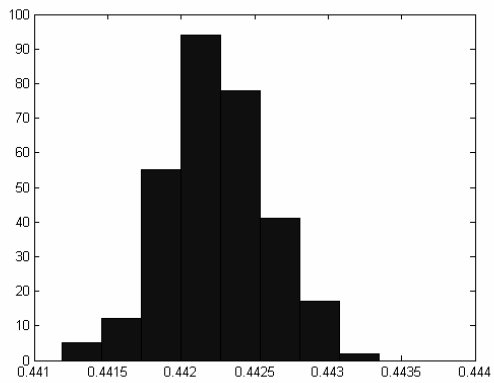
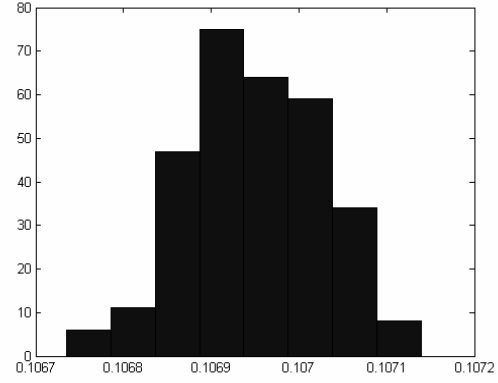
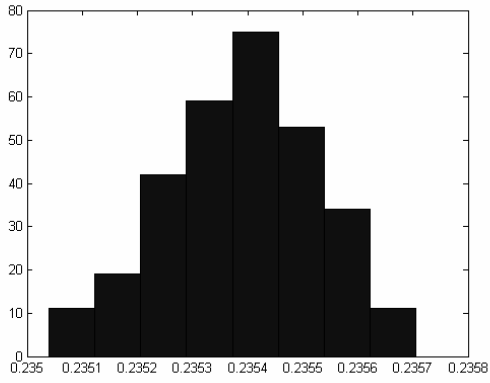
Tabla 4.5. Buses por valor propio escogidos para análisis de factores de participación

<i>Valor Propio</i>	<i>Buses</i>
2.6984	9, 10, 11, 14
5.5274	10, 11, 12, 13, 14
7.6017	11, 12, 14
11.2207	7, 9, 11
16.2706	4, 5, 10, 11.

En total son 19 factores de participación que se considerarán. Los buses que se analizarán para cada modo, son aquellos en los que la participación de éstos es mayor que 10%. Los 19 histogramas de las distribuciones de probabilidad de los factores de participación en el orden anteriormente mostrado, se pueden ver en la Fig. 4.4.







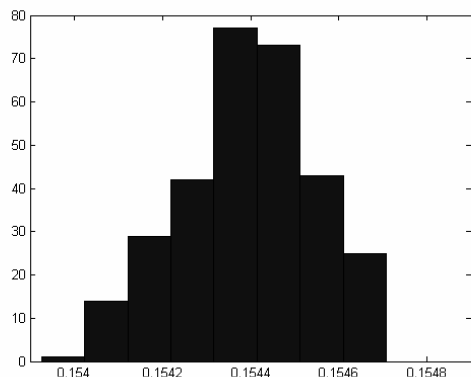


Fig. 4.4. Histogramas de la densidad de probabilidad de los factores de participación críticos del sistema

Se determina la media y la desviación estándar de los factores de participación los cuales se muestran en la Tabla 4.6.

Esto muestra que es muy poco probable que la participación de un modo en un bus cambie abruptamente para consideraciones probabilísticas de cargas. De hecho, la máxima razón σ/μ tiene valor 0.43%, que considerando que en el intervalo $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ se encuentra el 99,73% de los valores de la carga, se puede concluir que en el intervalo $[\mu - 1.29\% \mu, \mu + 1.29\% \mu]$ se encuentra el 99.73% de probabilidad de variación de la carga. La probabilidad que la variación sea mayor o menor que este intervalo es de 0.135%.

Los factores de participación de los buses definen la criticidad de los buses del sistema, lo cual es muy útil en planeamiento de la seguridad de los sistemas de potencia [17] [18]. Igualmente ocurre con los factores de participación de las ramas, que definen la criticidad de las contingencias [19].

Tabla 4.6. Valores medios y desviación estándar de los factores de participación

μ	σ	σ/μ (%)
0.2016	0.0002	0.12
0.2411	0.0003	0.14
0.1074	0.0002	0.19
0.3210	0.0007	0.21
0.1248	0.0004	0.28
0.1338	0.0003	0.20
0.3002	0.0012	0.40
0.1560	0.0003	0.21
0.2320	0.0010	0.42
0.1021	0.0004	0.43
0.4880	0.0012	0.24
0.3346	0.0010	0.29
0.2354	0.0001	0.06
0.1070	0.0001	0.07
0.4422	0.0004	0.08
0.2817	0.0001	0.03
0.3119	0.0002	0.05
0.1688	0.0002	0.11
0.1544	0.0002	0.10

CAPITULO 5. MEDIDA DE RIESGO DE INESTABILIDAD DE VOLTAJE USANDO ANÁLISIS MODAL

Medida de Riesgo de Inestabilidad de Voltaje Usando Análisis Modal

Se parte de la función densidad de probabilidad hallada en el CAPITULO 4 para los valores propios de la matriz Jacobiana del sistema. Esta función densidad de probabilidad se ajusta a una función de distribución gaussiana. Dado que un sistema de voltaje es inestable por voltaje cuando alguno de los valores propios del sistema es negativo, la medida de riesgo se obtiene como la probabilidad que alguno de los valores propios del sistema tome valores negativos. Matemáticamente esto se puede expresar por la expresión

$$\text{Medida de Riesgo} = P_{\{\lambda < 0\}} \quad (5.1)$$

Medida de Riesgo en Sistema IEEE 14 Nodos:

Se analizaron 5 casos cuyas características generales son:

- Cada carga se modela como una *fdp* normal con media igual al caso base y coeficiente de correlación (σ/μ) de 3.5%
- Cualquier variación de la carga se realiza conservando el factor de potencia de los nodos.

Como características específicas de cada caso se tienen las siguientes:

- Caso 1: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 0.0 (cargas independientes). Carga total del sistema de 492 MVA.
- Caso 2: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 0.4 (cargas parcialmente correlacionadas). Carga total del sistema de 492 MVA.
- Caso 3: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 1.0 (cargas perfectamente correlacionadas). Carga total de 492 MVA.
- Caso 4: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 0.4 (cargas parcialmente correlacionadas). Carga total del sistema de 777 MVA.
- Caso 5: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 1.0 (cargas perfectamente correlacionadas). Carga total de 777 MVA.

La Tabla 5.1 presenta los resultados de cada caso, mostrándose el valor propio crítico del J_R y la probabilidad de riesgo de inestabilidad calculado de la *fdp* del valor propio

Tabla 5.1. Riesgo del Sistema IEEE 14 Nodos- Modelo de Incertidumbre de la Carga

Caso	Carga Total (MVA)	Correl. Entre cargas	λ crítico valor medio	Riesgo (prob. de inestab.)
1	492	0.0	2.6795	0.00 %
2	492	0.4	2.6795	0.14 %
3	492	1.0	2.6795	5.59 %
4	777	0.4	2.6795	24.57%
5	777	1.0	2.6795	34.24%

De estos resultados se observa que a medida que aumenta la correlación cruzada entre las cargas de diferentes nodos aumenta el riesgo de inestabilidad. Igualmente, se observa que a mayor carga del sistema se está más cerca de la inestabilidad, tal como se esperaba.

Medida de Riesgo en Sistema New England 39 Nodos:

Como segundo sistema de prueba se empleó el sistema New England de 39 nodos. Se analizaron 5 casos cuyas características generales son:

- Cada carga se modela como una *fdp* normal con media igual al caso base y coeficiente de correlación (σ/μ) de 3.5%
- Cualquier variación de la carga se realiza conservando el factor de potencia de los nodos.

Como características específicas de cada caso se tienen las siguientes:

- Caso 1: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 0.0 (cargas independientes). Carga total del sistema de 60.889 p.u.
- Caso 2: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 0.6 (cargas parcialmente correlacionadas). Carga total del sistema de 60.889 p.u
- Caso 3: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 1.0 (cargas perfectamente correlacionadas). Carga total de 60.889 p.u
- Caso 4: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 0.6 (cargas parcialmente correlacionadas). Carga total de 70.286 p.u
- Caso 5: coeficiente de correlación cruzada entre cargas de 1.0 (cargas perfectamente correlacionadas). Carga total de 70.286 p.u

La Tabla 3 presenta los resultados de cada caso, mostrándose el valor propio crítico del J_R y la probabilidad de riesgo de inestabilidad calculado de la *fdp* del valor propio.

Tabla 5.2. Riesgo del Sistema New England - Modelo de Incertidumbre de la Carga

Caso	Carga Total (p.u.)	Correl. Entre cargas	λ crítico valor medio	Riesgo (prob. de inestab.)
1	60.89	0.0	9.416	12.56%
2	60.89	0.6	9.416	25.86%
3	60.89	1.0	9.416	27.47%
4	70.29	0.6	9.416	36.97%
5	70.29	1.0	9.416	37.65%

Estos resultados muestran la consistencia del indicador de riesgo con respecto al concepto de acercamiento a la inestabilidad de voltaje como consecuencia de aumentar la carga.

Al comparar las probabilidades de riesgo de inestabilidad entre los dos sistemas se observa que el de New England tiene mayor riesgo que el de IEEE-14 Nodos. Este resultado era esperado dado que el sistema de New England está fuertemente cargado; mientras que el de IEEE-14 nodos es débilmente cargado.

CONCLUSIONES

Se presenta un análisis del comportamiento probabilístico de los valores propios y de los factores de participación de la matriz Jacobiana de la linealización de las ecuaciones del sistema de potencia en estado estable usando análisis modal. El método determina las funciones densidad de probabilidad de éstos parámetros a partir de una simulación de Monte Carlo como herramienta para modelar la incertidumbre en la magnitud de las cargas del sistema, ya que se trata de un modelo de planificación del comportamiento del sistema a corto plazo (análisis del comportamiento del sistema un día después). Estos parámetros son fundamentales para estudiar su comportamiento probabilístico por cuanto se concluye que:

- Los valores propios de la matriz reducida de la matriz Jacobiana del sistema representan la sensibilidad de las variaciones modales de voltaje y potencia reactiva. Los vectores propios del sistema, el voltaje y la potencia reactiva definen estas variaciones modales de voltaje y de potencia reactiva.
- La magnitud de cada valor propio nos da una medida de la proximidad a la inestabilidad del sistema. De este modo, entre más pequeño sea la magnitud del valor propio, más cerca va a estar el sistema a la inestabilidad.
- Un valor propio negativo significa inestabilidad en el sistema debido a que un cambio en la variación modal de la potencia reactiva, trae como consecuencia un cambio opuesto en la variación modal de voltaje.
- Los factores de participación representan el grado de participación de los buses en los modos. Por lo tanto existe por cada modo tantos factores de participación como buses haya. Un valor alto en un factor de participación de un bus en un modo significa que se encuentra afectado considerablemente por aquél.
- Los factores de participación son una medida de la criticidad de los buses en el sistema, ya que los buses más críticos tienen relativa alta participación en los valores propios de menor magnitud.
- Para diferentes condiciones de carga, se obtienen diferentes valores de valores propios y de factores de participación. A medida que se aumenta la cargabilidad de todo el sistema, los valores propios se hacen menores. A medida que aumenta la cargabilidad de una carga de un bus, aumenta el factor de participación de ese bus en los modos.

- El planeamiento operativo de un sistema de potencia a corto plazo implica considerar la característica probabilística de la carga, de acuerdo a un previo análisis estadístico de la misma. Se puede considerar la distribución densidad de probabilidad de la carga como una distribución de tipo normal, y media μ y coeficiente de variación σ/μ entre 2 y 5%.
- El comportamiento probabilístico de la carga de acuerdo a una función de tipo normal, determina un comportamiento de los valores propios y los factores de participación del sistema con una función densidad de probabilidad igualmente de tipo normal.
- La distribución de probabilidad de tipo normal obtenida para los valores propios es usada para determinar el riesgo que un sistema eléctrico colapse.
- Considerando una función densidad de probabilidad de tipo normal para modelar la demanda de carga en los buses del sistema, la función densidad de probabilidad del parámetro λ también puede ser considerada de tipo normal.
- La matriz Jacobiana de la ecuación (2.5) se hace singular en el límite de la inestabilidad de voltaje, por lo tanto el método de análisis modal propuesto no es muy confiable cerca de este punto de operación.

CAPITULO 7. ANEXO A

Parámetros del Sistema IEEE 14 Nodos

BUS DATA FOLLOWS						14 ITEMS											
1 Bus 1	HV	1	1	3	1.060	0.0	0.0	0.0	232.4	-16.9	0.0	1.060	0.0	0.0	0.0	0.0	0
2 Bus 2	HV	1	1	2	1.045	-4.98	21.7	12.7	40.0	42.4	0.0	1.045	50.0	-40.0	0.0	0.0	0
3 Bus 3	HV	1	1	2	1.010	-12.72	94.2	19.0	0.0	23.4	0.0	1.010	40.0	0.0	0.0	0.0	0
4 Bus 4	HV	1	1	0	1.019	-10.33	47.8	-3.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
5 Bus 5	HV	1	1	0	1.020	-8.78	7.6	1.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
6 Bus 6	LV	1	1	2	1.070	-14.22	11.2	7.5	0.0	12.2	0.0	1.070	24.0	-6.0	0.0	0.0	0
7 Bus 7	ZV	1	1	0	1.062	-13.37	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
8 Bus 8	TV	1	1	2	1.090	-13.36	0.0	0.0	0.0	17.4	0.0	1.090	24.0	-6.0	0.0	0.0	0
9 Bus 9	LV	1	1	0	1.056	-14.94	29.5	16.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.19	0
10 Bus 10	LV	1	1	0	1.051	-15.10	9.0	5.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
11 Bus 11	LV	1	1	0	1.057	-14.79	3.5	1.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
12 Bus 12	LV	1	1	0	1.055	-15.07	6.1	1.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
13 Bus 13	LV	1	1	0	1.050	-15.16	13.5	5.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
14 Bus 14	LV	1	1	0	1.036	-16.04	14.9	5.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0

BRANCH DATA FOLLOWS						20 ITEMS														
1	2	1	1	1	0	0.01938	0.05917	0.0528	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	1	1	1	0	0.05403	0.22304	0.0492	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	1	1	1	0	0.04699	0.19797	0.0438	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	4	1	1	1	0	0.05811	0.17632	0.0340	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	5	1	1	1	0	0.05695	0.17388	0.0346	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	4	1	1	1	0	0.06701	0.17103	0.0128	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	5	1	1	1	0	0.01335	0.04211	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	7	1	1	1	0	0.0	0.20912	0.0	0	0	0	0	0	0.978	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	9	1	1	1	0	0.0	0.55618	0.0	0	0	0	0	0	0.969	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	6	1	1	1	0	0.0	0.25202	0.0	0	0	0	0	0	0.932	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	11	1	1	1	0	0.09498	0.19890	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	12	1	1	1	0	0.12291	0.25581	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	13	1	1	1	0	0.06615	0.13027	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	8	1	1	1	0	0.0	0.17615	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	9	1	1	1	0	0.0	0.11001	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	10	1	1	1	0	0.03181	0.08450	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	14	1	1	1	0	0.12711	0.27038	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	11	1	1	1	0	0.08205	0.19207	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	13	1	1	1	0	0.22092	0.19988	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	14	1	1	1	0	0.17093	0.34802	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Parámetros del Sistema New England 39 Nodos

Bus, con = [. . .

1	1.00	1.048	-0.1646	1	1;
2	1.00	1.0505	-0.1203	1	1;
3	1.00	1.0341	-0.1698	1	1;
4	1.00	1.0116	-0.1838	1	1;
5	1.00	1.0165	-0.1637	1	1;
6	1.00	1.0172	-0.1515	1	1;
7	1.00	1.0067	-0.1892	1	1;
8	1.00	1.0057	-0.1979	1	1;
9	1.00	1.0322	-0.1946	1	1;
10	1.00	1.0235	-0.1101	1	1;
11	1.00	1.0201	-0.1243	1	1;
12	1.00	1.0072	-0.1246	2	1;
13	1.00	1.0207	-0.1225	3	1;
14	1.00	1.0181	-0.1511	4	1;
15	1.00	1.0194	-0.1581	5	1;
16	1.00	1.0346	-0.1337	6	1;
17	1.00	1.0365	-0.1510	7	1;
18	1.00	1.0343	-0.1656	8	1;
19	1.00	1.0509	-0.0531	9	1;
20	1.00	0.9914	-0.0777	1	1;
21	1.00	1.0337	-0.0918	1	1;
22	1.00	1.0509	-0.0143	2	1;
23	1.00	1.0459	-0.0178	3	1;
24	1.00	1.0399	-0.1316	4	1;
25	1.00	1.0587	-0.0962	5	1;
26	1.00	1.0536	-0.1182	6	1;
27	1.00	1.0399	-0.1532	7	1;
28	1.00	1.0509	-0.0571	8	1;
29	1.00	1.0505	-0.0089	9	1;
30	1.00	1.0475	-0.0780	1	1;
31	1.00	0.9820	0	1	1;
32	1.00	0.9831	0.0284	2	1;
33	1.00	0.9972	0.0380	3	1;
34	1.00	1.0123	0.0129	4	1;
35	1.00	1.0493	0.0723	5	1;

```

36 1.00 1.0635 0.1192 6 1;
37 1.00 1.0278 0.0220 7 1;
38 1.00 1.0265 0.1143 8 1;
39 1.00 1.0300 -0.1913 9 1];

```

```

SW.con = [ ...
31 100.0 1.00 0.98200 0 8.00000 -5.0000 1.1 0.9 2 1];

```

```

PV.con = [ ...
30 100.0 1.00 2.5000 1.0475 8 -5 1.1 0.9 1;
32 100.0 1.00 6.5000 0.9831 8 -5 1.1 0.9 1;
33 100.0 1.00 6.3200 0.9972 8 -5 1.1 0.9 1;
34 100.0 1.00 5.0800 1.0123 4 -3 1.1 0.9 1;
35 100.0 1.00 6.5000 1.0493 8 -5 1.1 0.9 1;
36 100.0 1.00 5.6000 1.0635 8 -5 1.1 0.9 1;
37 100.0 1.00 5.4000 1.0278 8 -5 1.1 0.9 1;
38 100.0 1.00 8.3000 1.0265 8 -5 1.1 0.9 1;
39 100.0 1.00 10.000 1.0300 15 -10 1.1 0.9 1];

```

```

PQ.con = [ ...
1 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
2 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
3 100.0 1.00 3.2200 0.0240 1.1 0.9 1;
4 100.0 1.00 5.0000 1.8400 1.1 0.9 1;
5 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
6 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
7 100.0 1.00 2.3380 0.8400 1.1 0.9 1;
8 100.0 1.00 5.2200 1.7600 1.1 0.9 1;
9 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
10 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
11 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
12 100.0 1.00 0.0850 0.8800 1.1 0.9 1;
13 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
14 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
15 100.0 1.00 3.2000 1.5300 1.1 0.9 1;
16 100.0 1.00 3.2900 0.3230 1.1 0.9 1;
17 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
18 100.0 1.00 1.5800 0.3000 1.1 0.9 1;
19 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
20 100.0 1.00 6.2800 1.0300 1.1 0.9 1;
21 100.0 1.00 2.7400 1.1500 1.1 0.9 1;
22 100.0 1.00 0.0000 0.0000 1.1 0.9 1;
23 100.0 1.00 2.4750 0.8460 1.1 0.9 1;
24 100.0 1.00 3.0860 -0.922 1.1 0.9 1;
25 100.0 1.00 2.2400 0.4720 1.1 0.9 1;
26 100.0 1.00 1.3900 0.1700 1.1 0.9 1;
27 100.0 1.00 2.8100 0.7550 1.1 0.9 1;
28 100.0 1.00 2.0600 0.2760 1.1 0.9 1;
29 100.0 1.00 2.8350 0.2690 1.1 0.9 1;
39 100.0 1.00 11.040 2.5000 1.1 0.9 1];

```

```

Line.con = [ ...
1 2 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00350 0.04110 0.69870 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
1 39 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00100 0.02500 0.75000 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
2 3 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00130 0.01510 0.25720 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
2 25 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00700 0.00860 0.14600 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
2 30 100.00 1.00 60 0 1.025 0.00000 0.01810 0.00000 1.02500 0.00000 0 0.000 0.000;
3 4 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00130 0.02130 0.22140 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
3 18 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00110 0.01330 0.21380 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
4 5 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00080 0.01280 0.13420 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
4 14 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00080 0.01290 0.13820 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
5 8 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00080 0.01120 0.14760 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
6 5 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00020 0.00260 0.04340 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
6 7 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00060 0.00920 0.11300 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
6 11 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00070 0.00820 0.13890 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
7 8 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00040 0.00460 0.07800 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
8 9 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00230 0.03630 0.38040 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
9 39 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00100 0.02500 1.20000 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
10 11 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00040 0.00430 0.07290 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
10 13 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00040 0.00430 0.07290 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
10 32 100.00 1.00 60 0 1.07 0.00000 0.02000 0.00000 1.07000 0.00000 0 0.000 0.000;
12 11 100.00 1.00 60 0 1.006 0.00160 0.04350 0.00000 1.00600 0.00000 0 0.000 0.000;
12 13 100.00 1.00 60 0 1.006 0.00160 0.04350 0.00000 1.00600 0.00000 0 0.000 0.000;
13 14 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00090 0.01010 0.17230 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
14 15 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00180 0.02170 0.36600 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
15 16 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00090 0.00940 0.17100 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
16 17 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00070 0.00890 0.13420 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
16 19 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00160 0.01950 0.30400 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
16 21 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00080 0.01350 0.25480 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
16 24 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00030 0.00590 0.06800 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
17 18 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00070 0.00820 0.13190 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
17 27 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00130 0.01730 0.32160 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;
19 33 100.00 1.00 60 0 1.07 0.00070 0.01420 0.00000 1.07000 0.00000 0 0.000 0.000;
19 20 100.00 1.00 60 0 1.06 0.00070 0.01380 0.00000 1.06000 0.00000 0 0.000 0.000;
20 34 100.00 1.00 60 0 1.009 0.00090 0.01800 0.00000 1.00900 0.00000 0 0.000 0.000;
21 22 100.00 1.00 60 0 0.00 0.00080 0.01400 0.25650 1.00000 0.00000 0 0.000 0.000;

```

22	23	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00060	0.00960	0.18460	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
22	35	100.00	1.00	60	0	1.025	0.00000	0.01430	0.00000	1.02500	0.00000	0	0.000	0.000;
23	24	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00220	0.03500	0.36100	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
23	36	100.00	1.00	60	0	1.00	0.00050	0.02720	0.00000	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
25	26	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00320	0.03230	0.51300	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
25	37	100.00	1.00	60	0	1.025	0.00060	0.02320	0.00000	1.02500	0.00000	0	0.000	0.000;
26	27	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00140	0.01470	0.23960	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
26	28	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00430	0.04740	0.78020	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
26	29	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00570	0.06250	1.02900	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
28	29	100.00	1.00	60	0	0.00	0.00140	0.01510	0.24900	1.00000	0.00000	0	0.000	0.000;
29	38	100.00	1.00	60	0	1.025	0.00080	0.01560	0.00000	1.02500	0.00000	0	0.000	0.000;
6	31	100.00	1.00	60	0	1.07	0.00000	0.02500	0.00000	1.07000	0.00000	0	0.000	0.000];

CAPITULO 8. ANEXO B

Reporte de resultados para la solución del Flujo de Potencia usando PSAT para el sistema IEEE 14 nodos:

POWER FLOW REPORT

PSAT 1.3.4

Author: Federico Milano, (c) 2002-2005
 e-mail: fmilano@thunderbox.uwaterloo.ca
 website: http://thunderbox.uwaterloo.ca/~fmilano

File: C:\Documents and Settings\Haider Amaranto\S\Mis documentos\Haider\Estudios\Especialidades\00 Cursos Avanzados\00 Tesis\PSAT Correccion\tests\d_014.mdl
 Date: 22-Apr-2006 17:10:52

NETWORK STATISTICS

Buses: 14
 Lines: 16
 Transformers: 4
 Generators: 5
 Loads: 11

SOLUTION STATISTICS

Number of Iterations: 4
 Maximum P mismatch [p.u.] 0
 Maximum Q mismatch [p.u.] 0
 Power rate [MVA] 100

POWER FLOW RESULTS

Bus	V [p.u.]	phase [rad]	P gen [p.u.]	Q gen [p.u.]	P load [p.u.]	Q load [p.u.]
Bus 01	1.06	0	2.3258	-0.14978	0	0
Bus 02	1.045	-0.0871	0.4	0.48824	0.217	0.127
Bus 03	1.01	-0.22267	0	0.27372	0.942	0.19
Bus 04	1.012	-0.1785	0	0	0.478	0.04
Bus 05	1.016	-0.15273	0	0	0.076	0.016
Bus 06	1.07	-0.25161	0	0.2251	0.112	0.075
Bus 07	1.0493	-0.23091	0	0	0	0
Bus 08	1.09	-0.23091	0	0.25163	0	0
Bus 09	1.0328	-0.25853	0	0	0.295	0.166
Bus 10	1.0318	-0.26223	0	0	0.09	0.058
Bus 11	1.0471	-0.25897	0	0	0.035	0.018
Bus 12	1.0534	-0.26645	0	0	0.061	0.016
Bus 13	1.047	-0.2671	0	0	0.135	0.058
Bus 14	1.0207	-0.28018	0	0	0.149	0.05

LINE FLOWS

From Bus	To Bus	Line	P Flow [p.u.]	Q Flow [p.u.]	P Loss [p.u.]	Q Loss [p.u.]
Bus 02	Bus 05	1	0.4171	0.03219	0.00921	-0.008
Bus 06	Bus 12	2	0.08037	0.03119	0.0008	0.00166
Bus 12	Bus 13	3	0.01857	0.01353	0.00011	0.0001
Bus 06	Bus 13	4	0.18272	0.09743	0.00248	0.00488
Bus 06	Bus 11	5	0.0818	0.08439	0.00115	0.0024
Bus 11	Bus 10	6	0.04565	0.06399	0.00046	0.00108
Bus 09	Bus 10	7	0.04487	-0.00475	6e-005	0.00016
Bus 09	Bus 14	8	0.08719	0.00597	0.00091	0.00194
Bus 14	Bus 13	9	-0.06272	-0.04597	0.00099	0.00202
Bus 07	Bus 09	10	0.27203	0.1619	0	0.01001
Bus 01	Bus 02	11	1.5712	-0.2046	0.04311	0.07312
Bus 03	Bus 02	12	-0.71124	0.01683	0.02337	0.05222
Bus 03	Bus 04	13	-0.23076	0.06689	0.00397	-0.02524
Bus 01	Bus 05	14	0.7546	0.05482	0.02771	0.06135
Bus 05	Bus 04	15	0.6019	-0.09207	0.00478	0.00192
Bus 02	Bus 04	16	0.55939	0.01594	0.01672	0.01117
Bus 05	Bus 06	17	0.45689	0.10973	0	0.04682
Bus 04	Bus 09	18	0.15504	0.02799	0	0.01266
Bus 04	Bus 07	19	0.27203	-0.06506	0	0.01528
Bus 08	Bus 07	20	0	0.25163	0	0.00939

LINE FLOWS

From Bus	To Bus	Line	P Flow [p.u.]	Q Flow [p.u.]	P Loss [p.u.]	Q Loss [p.u.]
----------	--------	------	---------------	---------------	---------------	---------------

Bus 05	Bus 02	1	-0.40789	-0.04019	0.00921	-0.008
Bus 12	Bus 06	2	-0.07957	-0.02953	0.0008	0.00166
Bus 13	Bus 12	3	-0.01847	-0.01343	0.00011	0.0001
Bus 13	Bus 06	4	-0.18024	-0.09256	0.00248	0.00488
Bus 11	Bus 06	5	-0.08065	-0.08199	0.00115	0.0024
Bus 10	Bus 11	6	-0.04519	-0.06291	0.00046	0.00108
Bus 10	Bus 09	7	-0.04481	0.00491	6e-005	0.00016
Bus 14	Bus 09	8	-0.08628	-0.00403	0.00091	0.00194
Bus 13	Bus 14	9	0.06371	0.04799	0.00099	0.00202
Bus 09	Bus 07	10	-0.27203	-0.15189	0	0.01001
Bus 02	Bus 01	11	-1.5281	0.27773	0.04311	0.07312
Bus 02	Bus 03	12	0.73462	0.03538	0.02337	0.05222
Bus 04	Bus 03	13	0.23472	-0.09213	0.00397	-0.02524
Bus 05	Bus 01	14	-0.72689	0.00652	0.02771	0.06135
Bus 04	Bus 05	15	-0.59712	0.09398	0.00478	0.00192
Bus 04	Bus 02	16	-0.54267	-0.00478	0.01672	0.01117
Bus 06	Bus 05	17	-0.45689	-0.06291	0	0.04682
Bus 09	Bus 04	18	-0.15504	-0.01533	0	0.01266
Bus 07	Bus 04	19	-0.27203	0.08034	0	0.01528
Bus 07	Bus 08	20	0	-0.24224	0	0.00939

GLOBAL SUMMARY REPORT

TOTAL GENERATION

REAL POWER [p. u.] 2.7258
 REACTIVE POWER [p. u.] 1.0889

TOTAL LOAD

REAL POWER [p. u.] 2.59
 REACTIVE POWER [p. u.] 0.814

TOTAL SHUNT

REAL POWER [p. u.] 0
 REACTIVE POWER (IND) [p. u.] 0
 REACTIVE POWER (CAP) [p. u.] 0

TOTAL LOSSES

REAL POWER [p. u.] 0.13582
 REACTIVE POWER [p. u.] 0.27492

Reporte de resultados para la solución del Flujo de Potencia usando PSAT para el sistema

New England 39 nodos:

POWER FLOW REPORT

PSAT 1.3.4

Author: Federico Milano, (c) 2002-2005
 e-mail: fmilano@thunderbox.uwaterloo.ca
 website: http://thunderbox.uwaterloo.ca/~fmilano

File: C:\Documents and Settings\Haider Amaranto S\Mis documentos\Haider\Estudios\Especialidades\00
 Cursos Avanzados\00 Tesis\PSAT Correccion\tests\d_039.mdl
 Date: 22-Apr-2006 17:15:47

NETWORK STATISTICS

Buses: 39
 Lines: 34
 Transformers: 12
 Generators: 10
 Loads: 30

SOLUTION STATISTICS

Number of Iterations: 3
 Maximum P mismatch [p.u.] 0
 Maximum Q mismatch [p.u.] 0
 Power rate [MVA] 100

POWER FLOW RESULTS

Bus	V [p.u.]	phase [rad]	P gen [p.u.]	Q gen [p.u.]	P load [p.u.]	Q load [p.u.]
BUS-1	1.0474	-0.14758	0	0	0	0
BUS-10	1.0171	-0.09506	0	0	0	0
BUS-11	1.0127	-0.11001	0	0	0	0
BUS-12	1.0001	-0.10953	0	0	0.085	0.88
BUS-13	1.0143	-0.10678	0	0	0	0
BUS-14	1.0117	-0.13396	0	0	0	0
BUS-15	1.0154	-0.13534	0	0	3.2	1.53
BUS-16	1.0318	-0.10831	0	0	3.29	0.323
BUS-17	1.0336	-0.12775	0	0	0	0
BUS-18	1.0309	-0.14385	0	0	1.58	0.3
BUS-19	1.0499	-0.01817	0	0	0	0
BUS-2	1.0487	-0.10073	0	0	0	0
BUS-20	0.99118	-0.03548	0	0	6.28	1.03
BUS-21	1.0318	-0.0663	0	0	2.74	1.15
BUS-22	1.0498	0.01135	0	0	0	0
BUS-23	1.0448	0.00789	0	0	2.475	0.846
BUS-24	1.0373	-0.10622	0	0	3.086	-0.922
BUS-25	1.0576	-0.07646	0	0	2.24	0.472
BUS-26	1.0521	-0.09677	0	0	1.39	0.17
BUS-27	1.0377	-0.13113	0	0	2.81	0.755
BUS-28	1.0501	-0.03548	0	0	2.06	0.276
BUS-29	1.0499	0.01268	0	0	2.835	0.269
BUS-3	1.0302	-0.15038	0	0	3.22	0.024
BUS-30	1.0475	-0.0585	2.5	1.4616	0	0
BUS-31	0.982	0	5.1261	1.9382	0	0
BUS-32	0.9831	0.04449	6.5	2.0518	0	0
BUS-33	0.9972	0.07289	6.32	1.0991	0	0
BUS-34	1.0123	0.0551	5.08	1.6577	0	0
BUS-35	1.0493	0.09794	6.5	2.1242	0	0
BUS-36	1.0635	0.14494	5.6	1.0118	0	0
BUS-37	1.0278	0.04195	5.4	0.00444	0	0
BUS-38	1.0265	0.13596	8.3	0.22844	0	0
BUS-39	1.03	-0.17575	10	0.88292	11.04	2.5
BUS-4	1.0039	-0.16797	0	0	5	1.84
BUS-5	1.0053	-0.15058	0	0	0	0
BUS-6	1.0077	-0.13902	0	0	0	0
BUS-7	0.99699	-0.17697	0	0	2.338	0.84
BUS-8	0.99601	-0.18555	0	0	5.22	1.76
BUS-9	1.0282	-0.18044	0	0	0	0

LINE FLOWS

From Bus	To Bus	Line	P Flow [p.u.]	Q Flow [p.u.]	P Loss [p.u.]	Q Loss [p.u.]
BUS-1	BUS-2	1	-1.2431	-0.28317	0.00496	-0.70918
BUS-1	BUS-39	2	1.2431	0.28317	0.00185	-0.76298
BUS-2	BUS-3	3	3.6427	0.92252	0.01702	-0.0802
BUS-2	BUS-25	4	-2.3908	0.82677	0.04162	-0.11081
BUS-2	BUS-30	5	-2.5	-1.3233	0	-0.13834
BUS-3	BUS-4	6	0.92872	1.106	0.00289	-0.18168
BUS-3	BUS-18	7	-0.52304	-0.12726	0.00028	-0.22363

BUS-4	BUS-5	8	-1.372	-0.08335	0.00149	-0.11152
BUS-4	BUS-14	9	-2.7022	-0.469	0.00592	-0.04485
BUS-5	BUS-8	10	3.1728	0.58736	0.00832	-0.03138
BUS-6	BUS-5	11	4.5504	0.56914	0.00415	0.00995
BUS-6	BUS-7	12	4.2065	0.91568	0.01102	0.05537
BUS-6	BUS-11	13	-3.6309	-0.32524	0.00913	-0.03475
BUS-7	BUS-8	14	1.8575	0.02031	0.00139	-0.06147
BUS-8	BUS-9	15	-0.19939	-1.0595	0.00185	-0.36057
BUS-9	BUS-39	16	-0.20124	-0.69891	4e-005	-1.2698
BUS-10	BUS-11	17	3.6501	0.70394	0.00536	-0.01743
BUS-10	BUS-13	18	2.8499	0.38642	0.00321	-0.0407
BUS-10	BUS-32	19	-6.5	-1.0904	0	0.96142
BUS-12	BUS-11	20	-0.00438	-0.42301	0.00029	0.00788
BUS-12	BUS-13	21	-0.08062	-0.45699	0.00035	0.00948
BUS-13	BUS-14	22	2.7658	-0.03935	0.00669	-0.10169
BUS-14	BUS-15	23	0.05096	-0.36179	6e-005	-0.37529
BUS-15	BUS-16	24	-3.1491	-1.5165	0.01044	-0.07015
BUS-16	BUS-17	25	2.2999	-0.43623	0.00357	-0.09777
BUS-16	BUS-19	26	-5.0267	-0.4809	0.03813	0.13537
BUS-16	BUS-21	27	-3.2959	0.13024	0.00822	-0.13259
BUS-16	BUS-24	28	-0.42678	-0.98247	0.0003	-0.06681
BUS-17	BUS-18	29	2.1063	0.09735	0.00293	-0.10627
BUS-17	BUS-27	30	0.19012	-0.4358	0.00013	-0.34322
BUS-19	BUS-33	31	-6.291	-0.51148	0.02897	0.58762
BUS-19	BUS-20	32	1.2262	-0.10479	0.00108	0.02131
BUS-20	BUS-34	33	-5.0549	-1.1561	0.02508	0.50156
BUS-21	BUS-22	34	-6.0442	-0.88717	0.02788	0.20999
BUS-22	BUS-23	35	0.42796	0.41967	0.00025	-0.19851
BUS-22	BUS-35	36	-6.5	-1.5168	0	0.60734
BUS-23	BUS-24	37	3.5384	0.00517	0.02532	0.01151
BUS-23	BUS-36	38	-5.5857	-0.23299	0.01432	0.77879
BUS-25	BUS-26	39	0.71102	-0.17039	0.00149	-0.5558
BUS-25	BUS-37	40	-5.3834	0.63597	0.01656	0.64041
BUS-26	BUS-27	41	2.6296	0.68671	0.0096	-0.16087
BUS-26	BUS-28	42	-1.4082	-0.21692	0.00788	-0.77507
BUS-26	BUS-29	43	-1.9018	-0.25438	0.01914	-0.92681
BUS-28	BUS-29	44	-3.4761	0.28214	0.01556	-0.10667
BUS-29	BUS-38	45	-8.2477	0.79225	0.05234	1.0207
BUS-6	BUS-31	46	-5.1261	-1.1596	0	0.7786

LINE FLOWS

From Bus	To Bus	Line	P Flow [p. u.]	Q Flow [p. u.]	P Loss [p. u.]	Q Loss [p. u.]
BUS-2	BUS-1	1	1.2481	-0.426	0.00496	-0.70918
BUS-39	BUS-1	2	-1.2413	-1.0462	0.00185	-0.76298
BUS-3	BUS-2	3	-3.6257	-1.0027	0.01702	-0.0802
BUS-25	BUS-2	4	2.4324	-0.93757	0.04162	-0.11081
BUS-30	BUS-2	5	2.5	1.4616	0	0.13834
BUS-4	BUS-3	6	-0.92583	-1.2877	0.00289	-0.18168
BUS-18	BUS-3	7	0.52333	-0.09638	0.00028	-0.22363
BUS-5	BUS-4	8	1.3735	-0.02817	0.00149	-0.11152
BUS-14	BUS-4	9	2.7081	0.42414	0.00592	-0.04485
BUS-8	BUS-5	10	-3.1645	-0.61874	0.00832	-0.03138
BUS-5	BUS-6	11	-4.5463	-0.55919	0.00415	0.00995
BUS-7	BUS-6	12	-4.1955	-0.86031	0.01102	0.05537
BUS-11	BUS-6	13	3.64	0.29048	0.00913	-0.03475
BUS-8	BUS-7	14	-1.8561	-0.08178	0.00139	-0.06147
BUS-9	BUS-8	15	0.20124	0.69891	0.00185	-0.36057
BUS-39	BUS-9	16	0.20129	-0.57092	4e-005	-1.2698
BUS-11	BUS-10	17	-3.6447	-0.72137	0.00536	-0.01743
BUS-13	BUS-10	18	-2.8467	-0.42712	0.00321	-0.0407
BUS-32	BUS-10	19	6.5	2.0518	0	0.96142
BUS-11	BUS-12	20	0.00467	0.43088	0.00029	0.00788
BUS-13	BUS-12	21	0.08097	0.46647	0.00035	0.00948
BUS-14	BUS-13	22	-2.7591	-0.06235	0.00669	-0.10169
BUS-15	BUS-14	23	-0.05091	-0.0135	6e-005	-0.37529
BUS-16	BUS-15	24	3.1595	1.4464	0.01044	-0.07015
BUS-17	BUS-16	25	-2.2964	0.33845	0.00357	-0.09777
BUS-19	BUS-16	26	5.0649	0.61627	0.03813	0.13537
BUS-21	BUS-16	27	3.3042	-0.26283	0.00822	-0.13259
BUS-24	BUS-16	28	0.42708	0.91566	0.0003	-0.06681
BUS-18	BUS-17	29	-2.1033	-0.20362	0.00293	-0.10627
BUS-27	BUS-17	30	-0.18999	0.09258	0.00013	-0.34322
BUS-33	BUS-19	31	6.32	1.0991	0.02897	0.58762
BUS-20	BUS-19	32	-1.2251	0.12609	0.00108	0.02131
BUS-34	BUS-20	33	5.08	1.6577	0.02508	0.50156
BUS-22	BUS-21	34	6.072	1.0972	0.02788	0.20999
BUS-23	BUS-22	35	-0.42772	-0.61818	0.00025	-0.19851
BUS-35	BUS-22	36	6.5	2.1242	0	0.60734
BUS-24	BUS-23	37	-3.5131	0.00634	0.02532	0.01151
BUS-36	BUS-23	38	5.6	1.0118	0.01432	0.77879
BUS-26	BUS-25	39	-0.70953	-0.38541	0.00149	-0.5558
BUS-37	BUS-25	40	5.4	0.00444	0.01656	0.64041
BUS-27	BUS-26	41	-2.62	-0.84758	0.0096	-0.16087
BUS-28	BUS-26	42	1.4161	-0.55814	0.00788	-0.77507
BUS-29	BUS-26	43	1.921	-0.67243	0.01914	-0.92681
BUS-29	BUS-28	44	3.4917	-0.38882	0.01556	-0.10667
BUS-38	BUS-29	45	8.3	0.22844	0.05234	1.0207
BUS-31	BUS-6	46	5.1261	1.9382	0	0.7786

GLOBAL SUMMARY REPORT

TOTAL GENERATION

REAL POWER [p. u.]	61.3261
REACTIVE POWER [p. u.]	12.4601

TOTAL LOAD

REAL POWER [p. u.]	60.889
REACTIVE POWER [p. u.]	14.043

TOTAL SHUNT

REAL POWER [p. u.]	0
REACTIVE POWER (IND) [p. u.]	0
REACTIVE POWER (CAP) [p. u.]	0

TOTAL LOSSES

REAL POWER [p. u.]	0.43706
REACTIVE POWER [p. u.]	-1.5829

CAPITULO 9. ANEXO C

Reporte de resultados para la solución del Análisis Modal usando PSAT para el sistema IEEE

14 nodos:

EIGENVALUE REPORT

PSAT 1.3.4

Author: Federico Milano, (c) 2002-2005
 e-mail: fmilano@thunderbox.uwaterloo.ca
 website: http://thunderbox.uwaterloo.ca/~fmilano

File: C:\Documents and Settings\Haider Amaranto S\Mis documentos\Haider\Estudios\Especialidades\00 Cursos Avanzados\00 Tesi s\PSAT Correccion\tests\d_014.mdl
 Date: 22-Apr-2006 17:28:51

EIGENVALUES OF THE STANDARD POWER JACOBIAN MATRIX

Eigenvalue	Real part	Imaginary Part
Eig J1 f1	64.9803	0
Eig J1 f2	39.2928	0
Eig J1 f3	21.7271	0
Eig J1 f4	18.8536	0
Eig J1 f5	16.2703	0
Eig J1 f6	2.6983	0
Eig J1 f7	5.5274	0
Eig J1 f8	7.6017	0
Eig J1 f9	11.2208	0
Eig J1 f10	999	0
Eig J1 f11	999	0
Eig J1 f12	999	0
Eig J1 f13	999	0
Eig J1 f14	999	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	Bus 01	Bus 02	Bus 03	Bus 04	Bus 05
Eig J1 f1	0	0	0	0.53957	0.45378
Eig J1 f2	0	0	0	3e-005	0.00065
Eig J1 f3	0	0	0	0.07932	0.15552
Eig J1 f4	0	0	0	0.00038	0.00048
Eig J1 f5	0	0	0	0.28198	0.31698
Eig J1 f6	0	0	0	0.00823	0.00397
Eig J1 f7	0	0	0	0.00246	0.00136
Eig J1 f8	0	0	0	1e-005	0
Eig J1 f9	0	0	0	0.08802	0.06726
Eig J1 f10	1	0	0	0	0
Eig J1 f11	0	1	0	0	0
Eig J1 f12	0	0	1	0	0
Eig J1 f13	0	0	0	0	0
Eig J1 f14	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	Bus 06	Bus 07	Bus 08	Bus 09	Bus 10
Eig J1 f1	0	0.00653	0	0.00012	1e-005
Eig J1 f2	0	0.1549	0	0.61494	0.21327
Eig J1 f3	0	0.49063	0	0.00357	0.21789
Eig J1 f4	0	0.00013	0	0.00015	0.00443
Eig J1 f5	0	0.02215	0	0.04693	0.16525
Eig J1 f6	0	0.0691	0	0.19882	0.2394
Eig J1 f7	0	0.01672	0	0.03173	0.1194
Eig J1 f8	0	3e-005	0	4e-005	0.0364
Eig J1 f9	0	0.23981	0	0.10371	0.00396
Eig J1 f10	0	0	0	0	0
Eig J1 f11	0	0	0	0	0
Eig J1 f12	0	0	0	0	0
Eig J1 f13	1	0	0	0	0
Eig J1 f14	0	0	1	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	Bus 11	Bus 12	Bus 13	Bus 14
Eig J1 f1	0	0	0	0
Eig J1 f2	0.00759	0	0.00012	0.0085
Eig J1 f3	0.05255	3e-005	0.00018	0.00031
Eig J1 f4	0.00192	0.17934	0.76601	0.04716
Eig J1 f5	0.15558	0.0022	0.00498	0.00395

Eig JI f6	0.11026	0.01886	0.03232	0.31905
Eig JI f7	0.13155	0.32558	0.16032	0.21088
Eig JI f8	0.11208	0.46398	0.03394	0.35351
Eig JI f9	0.42848	0.01	0.00213	0.05664
Eig JI f10	0	0	0	0
Eig JI f11	0	0	0	0
Eig JI f12	0	0	0	0
Eig JI f13	0	0	0	0
Eig JI f14	0	0	0	0

STATISTICS

NUMBER OF BUSES	14
# OF EIGS WITH $\text{Re}(\mu) < 0$	0
# OF EIGS WITH $\text{Re}(\mu) > 0$	14
# OF REAL EIGS	14
# OF COMPLEX PAIRS	0
# OF ZERO EIGS	0

Reporte de resultados para la solución del Análisis Modal usando PSAT para el sistema New England 39 nodos:

EIGENVALUE REPORT

PSAT 1.3.4

Author: Federico Milano, (c) 2002-2005
 e-mail: fmilano@thunderbox.uwaterloo.ca
 website: http://thunderbox.uwaterloo.ca/~fmilano

File: C:\Documents and Settings\Haider Amaranto S\Mis documentos\Haider\Estudios\Especialidades\00 Cursos Avanzados\00 Tesi s\PSAT Correccion\tests\d_03_9_md1
 Date: 22-Apr-2006 17:21:10

EIGENVALUES OF THE STANDARD POWER JACOBIAN MATRIX

Eigenvalue	Real part	Imaginary Part
Eig J1 f1	1034.9499	0
Eig J1 f2	785.7271	0
Eig J1 f3	674.9784	0
Eig J1 f4	525.7001	0
Eig J1 f5	410.7044	0
Eig J1 f6	396.2836	0
Eig J1 f7	367.0588	0
Eig J1 f8	350.6663	0
Eig J1 f9	333.8744	0
Eig J1 f10	234.0844	0
Eig J1 f11	229.7428	0
Eig J1 f12	221.4325	0
Eig J1 f13	209.0537	0
Eig J1 f14	194.7261	0
Eig J1 f15	176.2781	0
Eig J1 f16	152.0428	0
Eig J1 f17	137.3218	0
Eig J1 f18	9.67	0
Eig J1 f19	19.615	0
Eig J1 f20	113.2032	0
Eig J1 f21	32.4095	0
Eig J1 f22	39.2001	0
Eig J1 f23	50.1521	0
Eig J1 f24	97.0496	0
Eig J1 f25	62.5713	0
Eig J1 f26	64.8545	0
Eig J1 f27	86.2907	0
Eig J1 f28	80.1665	0
Eig J1 f29	76.2998	0
Eig J1 f30	999	0
Eig J1 f31	999	0
Eig J1 f32	999	0
Eig J1 f33	999	0
Eig J1 f34	999	0
Eig J1 f35	999	0
Eig J1 f36	999	0
Eig J1 f37	999	0
Eig J1 f38	999	0
Eig J1 f39	999	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-1	BUS-2	BUS-3	BUS-4	BUS-5
Eig J1 f1	0	0	1e-005	0.00346	0.38619
Eig J1 f2	0	0	1e-005	0.00099	0.02211
Eig J1 f3	0	1e-005	0.00018	0	0
Eig J1 f4	0	0	4e-005	0.00146	0.01451
Eig J1 f5	1e-005	0.00119	0.0016	0.00131	0.08358
Eig J1 f6	0.00099	0.16461	0.12845	0.01834	0.00611
Eig J1 f7	0.00302	0.41678	0.024	0.00449	0.0003
Eig J1 f8	0	0.00019	1e-005	4e-005	2e-005
Eig J1 f9	0.00022	0.02356	0.00584	0.28957	0.14483
Eig J1 f10	0.00029	0.01213	0.26907	0.06146	0.10472
Eig J1 f11	1e-005	0.00041	0.00882	0.00259	0.00243
Eig J1 f12	0.0002	0.00713	0.13398	0.00221	0.05177
Eig J1 f13	0.00087	0.02735	0.0472	0.00467	2e-005
Eig J1 f14	1e-005	0.00021	0.00019	7e-005	0
Eig J1 f15	3e-005	0.00064	0.00315	0.13703	0.01174
Eig J1 f16	0	4e-005	0.0001	0.00125	3e-005
Eig J1 f17	0.0024	0.01849	0.013	0.30174	0.00394
Eig J1 f18	0.00168	0.00827	0.03281	0.06295	0.06186
Eig J1 f19	0.00321	0.01086	0.01599	0.00397	0.02593
Eig J1 f20	0.02234	0.07471	0.01114	0.00088	0.00029
Eig J1 f21	0.00047	0.00084	0.00199	0.00016	0.00312
Eig J1 f22	0.00144	0.00163	0.00501	0.01085	0.04227
Eig J1 f23	0.2049	0.08446	0.08912	0.00716	0.00074
Eig J1 f24	0.06532	0.09344	0.01086	0.01023	0.00184

Eig JI f25	0.60558	0.01474	0.00152	0.00015	0
Eig JI f26	0.00878	4e-005	0.00656	0.05155	0.00439
Eig JI f27	0.05211	0.03095	0.11763	0.00046	0.00809
Eig JI f28	0.025	0.00715	0.071	0.0207	0.01602
Eig JI f29	0.00112	0.00016	0.00073	0.00024	0.00312
Eig JI f30	0	0	0	0	0
Eig JI f31	0	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0	0
Eig JI f33	0	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0	0
Eig JI f36	0	0	0	0	0
Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-6	BUS-7	BUS-8	BUS-9	BUS-10
Eig JI f1	0.53306	0.02249	0.01565	1e-005	0.00862
Eig JI f2	0.00508	0.00155	0.00231	0	0.5817
Eig JI f3	0	0	0	0	5e-005
Eig JI f4	0.02105	0.45674	0.49265	0.00183	0.00119
Eig JI f5	0.01021	0.0139	1e-005	0	0.00044
Eig JI f6	0.00423	0.00063	0.00059	0	0.00083
Eig JI f7	0.00061	3e-005	0.00013	0	0.00015
Eig JI f8	1e-005	0	0	0	1e-005
Eig JI f9	0.13484	0.02458	0.03159	0.00035	0.04578
Eig JI f10	0.07453	0.06025	0.05728	0.00162	0.00376
Eig JI f11	0.00156	0.00146	0.00133	4e-005	0.00013
Eig JI f12	0.05606	0.04367	0.04757	0.00159	0.0069
Eig JI f13	0.00049	0.00015	0.00031	1e-005	0.00204
Eig JI f14	0	0	0	0	1e-005
Eig JI f15	0.0035	0.01857	0.01507	0.00101	0.00053
Eig JI f16	0	7e-005	5e-005	1e-005	9e-005
Eig JI f17	0.00181	0.00095	3e-005	0	0.12449
Eig JI f18	0.05784	0.06691	0.06466	0.01445	0.05404
Eig JI f19	0.02729	0.03862	0.03725	0.01204	0.02191
Eig JI f20	0	0.01359	0.01299	0.0051	0.03738
Eig JI f21	0.00343	0.00712	0.00707	0.00419	0.0007
Eig JI f22	0.03117	0.10116	0.10842	0.09722	0.00745
Eig JI f23	0.00117	0.00594	0.00645	0.01473	4e-005
Eig JI f24	0.00144	0.02423	0.02072	0.01989	0.02339
Eig JI f25	0	1e-005	2e-005	0.00025	0
Eig JI f26	0.00354	0.00287	0.00885	0.48009	0.02928
Eig JI f27	0.00451	0.03169	0.0261	0.06521	0.04842
Eig JI f28	0.01924	0.05633	0.03894	0.2277	0.00068
Eig JI f29	0.00332	0.00647	0.00397	0.05265	0
Eig JI f30	0	0	0	0	0
Eig JI f31	0	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0	0
Eig JI f33	0	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0	0
Eig JI f36	0	0	0	0	0
Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-11	BUS-12	BUS-13	BUS-14	BUS-15
Eig JI f1	0.02942	2e-005	0.00105	0	0
Eig JI f2	0.18126	0.00073	0.19706	0.00712	5e-005
Eig JI f3	3e-005	0	0	0.00037	0.03277
Eig JI f4	0.0046	0	0.00478	0.00113	1e-005
Eig JI f5	0.36559	0	0.37642	0.13175	0.00453
Eig JI f6	0.00766	0	0.0053	0.00165	0.00628
Eig JI f7	5e-005	0	0.00022	0.00091	0.00266
Eig JI f8	1e-005	0	0	3e-005	5e-005
Eig JI f9	0.01055	0.00017	0.00393	0.23501	0.00952
Eig JI f10	0.01712	8e-005	0.04163	0.01269	0.00203
Eig JI f11	0.00022	0	0.00081	0.00012	0.00053
Eig JI f12	0.09098	0.00018	0.03906	0.2158	0.09732
Eig JI f13	0.00581	7e-005	0.0003	0.01705	0.01161
Eig JI f14	2e-005	0	0	6e-005	7e-005
Eig JI f15	9e-005	3e-005	0.00184	0.00064	0.3066
Eig JI f16	8e-005	1e-005	3e-005	0.0001	0.001
Eig JI f17	0.12144	0.01974	0.04755	0.09988	0.01999
Eig JI f18	0.06115	0.10827	0.06331	0.0646	0.04403
Eig JI f19	0.02918	0.08255	0.01978	0.00382	0.01856
Eig JI f20	0.02585	0.01224	0.02869	0.0002	0.20007
Eig JI f21	0.00205	0.01061	8e-005	0.0032	0.05346
Eig JI f22	0.00214	0.56141	0.01642	0.00115	0.00117
Eig JI f23	0.00018	0.00234	0	7e-005	0.01291
Eig JI f24	0.01013	0.01417	0.02921	0.01305	0.05021
Eig JI f25	0	1e-005	0	1e-005	0.00079
Eig JI f26	0.01528	0.13756	0.04145	0.07838	0.01996
Eig JI f27	0.01704	0.04883	0.07304	0.07202	0.06323
Eig JI f28	0.00149	0.00097	0.00751	0.03501	0.02333

Eig JI f29	0.00056	0	0.0005	0.00418	0.01724
Eig JI f30	0	0	0	0	0
Eig JI f31	0	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0	0
Eig JI f33	0	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0	0
Eig JI f36	0	0	0	0	0
Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-16	BUS-17	BUS-18	BUS-19	BUS-20
Eig JI f1	0	0	0	0	0
Eig JI f2	2e-005	0	0	0	0
Eig JI f3	0.73862	0.09011	0.00676	0.00916	0.00015
Eig JI f4	0	0	1e-005	0	0
Eig JI f5	1e-005	0.00534	0.0035	0	0
Eig JI f6	0.02543	0.28879	0.2431	0.00195	0.00013
Eig JI f7	0.01311	0.19974	0.07253	0.00143	0.00012
Eig JI f8	0.00012	0.0002	0.00017	2e-005	0
Eig JI f9	0.0021	0.01121	0.00319	0.00038	4e-005
Eig JI f10	0.00021	0.07032	0.04712	0.02702	0.01092
Eig JI f11	0.00043	0.00262	0.00094	0.64154	0.28115
Eig JI f12	1e-005	0.03619	0.05578	0.00015	8e-005
Eig JI f13	0	0.01987	0.02112	0	0
Eig JI f14	0	5e-005	0.00032	0	0
Eig JI f15	0.01677	0.00565	0.03735	0.00459	0.00829
Eig JI f16	2e-005	0.00011	0.00012	0	1e-005
Eig JI f17	0.01327	0.01971	0.01827	0.00021	0.00617
Eig JI f18	0.02789	0.03471	0.03771	0.00454	0.00168
Eig JI f19	0.03735	0.06578	0.05281	0.00758	0.00336
Eig JI f20	0.02468	0.0298	0.11156	0.00054	0.0209
Eig JI f21	0.05364	0.01491	0.01222	0.0155	0.0089
Eig JI f22	0.00045	9e-005	0.00166	0.00016	0.00011
Eig JI f23	0.0123	0.01189	0.05837	0.00736	0.0065
Eig JI f24	0.02688	0.05554	0.04173	0.00952	0.06198
Eig JI f25	0.00048	0.02606	0.02773	0.00071	0.00091
Eig JI f26	3e-005	0.00243	0	7e-005	9e-005
Eig JI f27	0.00151	0.00505	0.09309	0.00515	0.01725
Eig JI f28	0.00048	0.00313	0.05103	0.05032	0.12519
Eig JI f29	0.00418	0.00067	0.00179	0.2121	0.44609
Eig JI f30	0	0	0	0	0
Eig JI f31	0	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0	0
Eig JI f33	0	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0	0
Eig JI f36	0	0	0	0	0
Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-21	BUS-22	BUS-23	BUS-24	BUS-25
Eig JI f1	0	0	0	0	0
Eig JI f2	0	0	0	0	0
Eig JI f3	0.0162	0.00035	0.00023	0.10387	0
Eig JI f4	0	0	0	0	0
Eig JI f5	0	0	0	1e-005	0.00033
Eig JI f6	0.00312	0.0005	8e-005	0.02198	0.05433
Eig JI f7	0.0026	0.00107	0	0.01556	0.20644
Eig JI f8	0.08347	0.63552	0.26586	0.01412	0.00012
Eig JI f9	0.00032	1e-005	0.0002	0.00436	0.01699
Eig JI f10	0.00086	0.00036	0.00055	0.01341	0.07357
Eig JI f11	0.00262	0.00122	0.00182	0.04263	0.00232
Eig JI f12	0.0002	0.00012	0.00017	0.0036	0.03231
Eig JI f13	3e-005	2e-005	3e-005	0.00061	0.0463
Eig JI f14	0	0	0	0	0.00031
Eig JI f15	0.00554	0.02623	0.02729	0.36056	0.00288
Eig JI f16	0.59001	0.00097	0.30487	0.10079	0.00015
Eig JI f17	0.00127	0.01281	0.02086	0.05373	0.05132
Eig JI f18	0.01785	0.0059	0.0064	0.02611	0.00697
Eig JI f19	0.03256	0.01273	0.01393	0.04043	0.01748
Eig JI f20	0.00134	0.03191	0.04162	0.05357	0.20298
Eig JI f21	0.07865	0.03913	0.04338	0.07306	0.00629
Eig JI f22	0.00095	0.00055	0.00061	0.00072	0.00081
Eig JI f23	0.06241	0.04606	0.05213	0.02856	0.06782
Eig JI f24	0.01343	0.06147	0.07582	0.03552	0.18895
Eig JI f25	0.02865	0.02958	0.03406	0.00428	0.00405
Eig JI f26	0.00805	0.00891	0.01029	0.00083	0.0015
Eig JI f27	0.00282	0.00706	0.00848	0.00115	0.01374
Eig JI f28	0.00229	0.00437	0.00518	0.00018	0.00013
Eig JI f29	0.04477	0.07315	0.08616	0.00038	0.00189
Eig JI f30	0	0	0	0	0
Eig JI f31	0	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0	0

Eig JI f33	0	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0	0
Eig JI f36	0	0	0	0	0
Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-26	BUS-27	BUS-28	BUS-29	BUS-30
Eig JI f1	0	0	0	0	0
Eig JI f2	0	0	0	0	0
Eig JI f3	2e-005	0.00112	0	0	0
Eig JI f4	0	0	0	0	0
Eig JI f5	0	0.00026	0	0	0
Eig JI f6	2e-005	0.01489	0	0	0
Eig JI f7	0.01271	0.02124	6e-005	4e-005	0
Eig JI f8	1e-005	2e-005	0	0	0
Eig JI f9	0.00015	0.00072	0	0	0
Eig JI f10	0.00244	0.03451	2e-005	4e-005	0
Eig JI f11	0.00033	0.00189	0	1e-005	0
Eig JI f12	0.02081	0.05557	0.00019	0.00041	0
Eig JI f13	0.49806	0.27508	0.00289	0.018	0
Eig JI f14	0.00282	0.0026	0.31653	0.67671	0
Eig JI f15	0.00417	0	0.00021	1e-005	0
Eig JI f16	5e-005	3e-005	0	0	0
Eig JI f17	0.011	0.01495	0.00077	0.00022	0
Eig JI f18	0.01956	0.03101	0.00873	0.00411	0
Eig JI f19	0.10555	0.12256	0.09349	0.04342	0
Eig JI f20	0.01247	0.02111	0.0015	0.00054	0
Eig JI f21	0.08045	0.01757	0.31428	0.1435	0
Eig JI f22	0.00015	1e-005	0.00332	0.0015	0
Eig JI f23	0.00851	0.02724	0.12513	0.05551	0
Eig JI f24	0.02951	0.00331	0.0059	0.0023	0
Eig JI f25	0.03264	0.11325	0.05201	0.02249	0
Eig JI f26	0.01602	0.03424	0.02024	0.00871	0
Eig JI f27	0.06177	0.09659	0.01923	0.0078	0
Eig JI f28	0.06887	0.09655	0.02917	0.01206	0
Eig JI f29	0.01192	0.01368	0.00631	0.00264	0
Eig JI f30	0	0	0	0	1
Eig JI f31	0	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0	0
Eig JI f33	0	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0	0
Eig JI f36	0	0	0	0	0
Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-31	BUS-32	BUS-33	BUS-34	BUS-35
Eig JI f1	0	0	0	0	0
Eig JI f2	0	0	0	0	0
Eig JI f3	0	0	0	0	0
Eig JI f4	0	0	0	0	0
Eig JI f5	0	0	0	0	0
Eig JI f6	0	0	0	0	0
Eig JI f7	0	0	0	0	0
Eig JI f8	0	0	0	0	0
Eig JI f9	0	0	0	0	0
Eig JI f10	0	0	0	0	0
Eig JI f11	0	0	0	0	0
Eig JI f12	0	0	0	0	0
Eig JI f13	0	0	0	0	0
Eig JI f14	0	0	0	0	0
Eig JI f15	0	0	0	0	0
Eig JI f16	0	0	0	0	0
Eig JI f17	0	0	0	0	0
Eig JI f18	0	0	0	0	0
Eig JI f19	0	0	0	0	0
Eig JI f20	0	0	0	0	0
Eig JI f21	0	0	0	0	0
Eig JI f22	0	0	0	0	0
Eig JI f23	0	0	0	0	0
Eig JI f24	0	0	0	0	0
Eig JI f25	0	0	0	0	0
Eig JI f26	0	0	0	0	0
Eig JI f27	0	0	0	0	0
Eig JI f28	0	0	0	0	0
Eig JI f29	0	0	0	0	0
Eig JI f30	0	0	0	0	0
Eig JI f31	1	0	0	0	0
Eig JI f32	0	1	0	0	0
Eig JI f33	0	0	1	0	0
Eig JI f34	0	0	0	1	0
Eig JI f35	0	0	0	0	1
Eig JI f36	0	0	0	0	0

Eig JI f37	0	0	0	0	0
Eig JI f38	0	0	0	0	0
Eig JI f39	0	0	0	0	0

PARTICIPATION FACTORS (Euclidean norm)

	BUS-36	BUS-37	BUS-38	BUS-39
Eig JI f1	0	0	0	0
Eig JI f2	0	0	0	0
Eig JI f3	0	0	0	0
Eig JI f4	0	0	0	0
Eig JI f5	0	0	0	0
Eig JI f6	0	0	0	0
Eig JI f7	0	0	0	0
Eig JI f8	0	0	0	0
Eig JI f9	0	0	0	0
Eig JI f10	0	0	0	0
Eig JI f11	0	0	0	0
Eig JI f12	0	0	0	0
Eig JI f13	0	0	0	0
Eig JI f14	0	0	0	0
Eig JI f15	0	0	0	0
Eig JI f16	0	0	0	0
Eig JI f17	0	0	0	0
Eig JI f18	0	0	0	0
Eig JI f19	0	0	0	0
Eig JI f20	0	0	0	0
Eig JI f21	0	0	0	0
Eig JI f22	0	0	0	0
Eig JI f23	0	0	0	0
Eig JI f24	0	0	0	0
Eig JI f25	0	0	0	0
Eig JI f26	0	0	0	0
Eig JI f27	0	0	0	0
Eig JI f28	0	0	0	0
Eig JI f29	0	0	0	0
Eig JI f30	0	0	0	0
Eig JI f31	0	0	0	0
Eig JI f32	0	0	0	0
Eig JI f33	0	0	0	0
Eig JI f34	0	0	0	0
Eig JI f35	0	0	0	0
Eig JI f36	1	0	0	0
Eig JI f37	0	1	0	0
Eig JI f38	0	0	1	0
Eig JI f39	0	0	0	1

STATISTICS

NUMBER OF BUSES	39
# OF EIGS WITH $\text{Re}(\mu) < 0$	0
# OF EIGS WITH $\text{Re}(\mu) > 0$	39
# OF REAL EIGS	39
# OF COMPLEX PAIRS	0
# OF ZERO EIGS	0

CAPITULO 10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] P. M. Anderson and A. A. Fouad, "Power System Control and Stability," The Iowa State University Press, Vol 1, Fourth Printing, 1977.
- [2] P. Kundur, J. Paserba, V. Aijarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Cañizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem, and V. Vittal, "Definition and Classification of Power System Stability," IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No 2, May 2004.
- [3] F. Milano, "Power System Analysis Toolbox," Documentation for PSAT version 1.3.4, July 14, 2005.
- [4] F. Milano, "An Open Source Power System Analysis Toolbox," Paper accepted to the IEEE Transactions on Power Systems.
- [5] G. K. Morison, B. Gao, and P. Kundur, "Voltage Stability Analysis using Static and Dynamic Approaches," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No 3, pp. 1159-1171, Aug. 1993.
- [6] B. Gao, G. K. Morison, and P. Kundur, "Voltage Stability Evaluating using Modal Analysis," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No 4, November 1992. Pag(es): 1529-1542.
- [7] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw Hill, New York, 1994.
- [8] J. F. Dopazo, O. A. Klitin and A. M. Sasson, "Stochastic Load Flows," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, No. 2, March/April 1975.
- [9] M. T De Torres, *Flujo de Carga*, Universidad de Los Andes. Notas de Clases
- [10] M. Ríos, K. Bell, D. Kirschen, and R. Allan, "Computation of the value of security," UMIST-MCEE, 1999.
- [11] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw Hill, Third Edition, New York 1991.
- [12] J. Vorsic, V. Muzek, and G. Skerbinek, "Stochastic Load Flow Analysis," IEEE CH2964-5/91/0000-1445, 1991.

- [13] A.M. Leite da Silva, S.M.P. Ribeiro, V.L. Arienti, R.N. Allan, and M.B. Do Coutto Filho, "Probabilistic Load Flow Techniques Applied to Power System Expansion Planning," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No 4, November 1990.
- [14] C. Su, "Probabilistic Load Flow Computation using Point Estimate Method," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No 4, November 2005.
- [15] A. Torres, *Probabilidad, Variables Aleatorias, Confiabilidad y Procesos Estocásticos*, Notas de Clase, Universidad de Los Andes, 2002.
- [16] V. Ajjarapu and C. Christy, "The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis," IEEE PICA Conference Proceedings, pp. 304-311, May 1991.
- [17] H. Amaranto y M. Ríos, "Evaluación del Riesgo de Inestabilidad del Voltaje por Efecto Probabilístico de la Demanda". Artículo aceptado en la conferencia magistral del Área Temática de Sistemas de Potencia del XIII Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y de Sistemas (INTERCON 2006). Trabajo desarrollado con el soporte financiero del Centro de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia.
- [18] H. Amaranto y M. Ríos, "Proyección Diaria del Riesgo de Inestabilidad de Voltaje por Efecto Probabilístico de la Demanda," Paper aceptado en la revista IEEE Latino América. Trabajo desarrollado con el soporte financiero del Centro de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia.
- [19] H. Amaranto and M. Ríos, "Contingency Ranking for Security Assessment by QV Sensibility," Artículo presentado para Power Tech Conference 2007. Trabajo desarrollado con el soporte financiero del Centro de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia.

Power System Stability, Volume I: Elements of Stability Calculations, Kimbark, E. W.

Towards the development of a systematic approach for voltage stability assessment of large-scale power systems Gao, B.; Morison, G.K.; Kundur, P.; Power Systems, IEEE Transactions on Volume 11, Issue 3, Aug. 1996 Page(s):1314 – 1324.

Probabilistic Load-Flow Computation Using Point Estimate Method Su, C.-L.; Power Systems, IEEE Transactions on Volume 20, Issue 4, Nov. 2005 Page(s):1843 – 1851.

Probabilistic load flow techniques applied to power system expansion planning Leite da Silva, A.M.; Ribeiro, S.M.P.; Arienti, V.L.; Allan, R.N.; Do Coutto Filho, M.B.; Power Systems, IEEE Transactions on Volume 5, Issue 4, Nov. 1990 Page(s):1047 – 1053.

Probabilistic load flow for assessment of voltage instability Hatziargyriou, N.D.; Karakatsanis, T.S.; Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings- Volume 145, Issue 2, March 1998 Page(s):196 – 202 ----- este no lo tengo, pero sería interesante conseguirlo

Probabilistic constrained load flow based on sensitivity analysis Karakatsanis, T.S.; Hatziargyriou, N.D.; Power Systems, IEEE Transactions on Volume 9, Issue 4, Nov. 1994 Page(s):1853 – 1860.

Bibliography on the application of probability methods in power system reliability evaluation Allan, R.N.; Billinton, R.; Breipohl, A.M.; Grigg, C.H.; Power Systems, IEEE Transactions on Volume 14, Issue 1, Feb. 1999 Page(s):51 – 57.