

OPTIMIZACIÓN DE LA TOPOLOGÍA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES

por

Orlando Daniel Arroyo Amell

una tesis entregada a la
Universidad de los Andes
como requisito para el título de

Maestría en Ingeniería Civil

Departamento de Ingeniería Civil

Universidad de los Andes

Mayo 2007

ABSTRACT

Durante la década de los 80 surgió un interrogante para la Ingeniería Estructural: ¿Cuál es la estructura que cumple con unas condiciones de apoyo y cargas al tiempo que el trabajo realizado es el mínimo?. A continuación se presenta la descripción y el planteamiento matemático y estructural del problema, seguido por una exposición de los métodos de homogenización y los algoritmos genéticos de longitud cromosómica variable. Posteriormente se realizó una comparación para problemas bidimensionales para luego seleccionar el método más eficiente para utilizarlo con estructuras tridimensionales seleccionadas para verificar la consistencia de los resultados. Finalmente se utilizó el método para evaluar situaciones más complejas y se presenta una disertación sobre la optimización de la topología de estructuras y su futuro dentro de la Ingeniería Estructural.

CONTENIDOS

ABSTRACT	iv
LISTA DE FIGURAS	vii
AGRADECIMIENTOS	viii
OBJETIVOS	ix
Chapter	
1 Planteamiento del Problema	1
1.1 Introducción	1
1.2 Definición del Problema	2
2 Métodos de solución	5
2.1 Planteamiento del problema	5
2.2 Solución por Homogenización	8
2.3 Solución por Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable	10
3 Resultados y Análisis	18
3.1 Resultados en dos dimensiones	18
3.2 Resultados en tres dimensiones	22
3.3 Análisis de sensibilidad	28
4 Conclusiones y Recomendaciones	30
REFERENCES	32

LISTA DE FIGURAS

1.1	Problema general Optimización Topología	3
2.1	Discretización del dominio de diseño con elementos finitos	5
2.2	Elemento C4	6
2.3	Elemento tridimensional	7
2.4	(a) Densidades sin penalizar. (b) Densidades penalizadas $p = 3$	9
2.5	Algoritmo de Homogenización	11
2.6	Ejemplo de solución	12
2.7	Esquema general Algoritmos Genéticos	13
2.8	Fases Algoritmos Genéticos: (a) Etapas iniciales. (b) Etapas intermedias. (c) Etapas finales	14
2.9	Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variables	15
2.10	Cruzamiento por bloques	17
3.1	Caso de estudio en dos dimensiones	18
3.2	Resultados por Homogenización (32 x 20)	20
3.3	Resultados Homogenización (64 x 40)	21
3.4	Escalabilidad computacional método Homogenización	22
3.5	Caso de torsión	23
3.6	Resultados caso de torsión	24

3.7	Caso muro de contención	24
3.8	Resultado caso muro de contención	25
3.9	Caracterización caso puente	26
3.10	Resultado caso puente	26
3.11	Caso presa	27
3.12	Resultados caso presa	27
3.13	Sensibilidad a la fracción del volumen. a) $V = 10\%$. b) $V = 30\%$. c) $V = 50\%$. d) $V = 70\%$	28
3.14	Sensibilidad al número de elementos. a) 10000 elementos. b) 20000 elementos. c) 30000 elementos.	29

AGRADECIMIENTOS

Son muchas las cosas que aprendí al hacer esta tesis, ya que no solo representa conocimientos y una investigación; más que eso, es el resultado de superar los problemas para lograr una meta; la determinación de llevar a cabo un ideal.

Por ello, me gustaría agradecer a quienes me acompañaron en este proyecto. A Dios deseo darle gracias por guiarme, por todas las personas que puso en mi camino en el desarrollo de este proyecto.

A mis padres quiero darles las gracias por tener fe en mí, por nunca dejar de creer en mí, en mis capacidades. A mi papá Orlando, muchas gracias por tus consejos, por tu apoyo incondicional y por todos los esfuerzos que has hecho para hacer de este proyecto una realidad. A mi mamá Emilce, también gracias por tu apoyo, muchas pero muchas gracias por todas las oraciones que hiciste por mí y por alentarme a seguir adelante.

A mi novia, Karen, muchas gracias por tu apoyo, por tu comprensión, gracias por estar allí para mí y por tu cariño; toda esa energía positiva se ha visto en este trabajo.

A Juan Francisco, mi director de tesis, muchas gracias por su respaldo, muchas gracias por sus consejos y sus opiniones.

Finalmente, a todas las personas que no mencioné pero que indirectamente han hecho posible este trabajo, muchas gracias

OBJETIVOS

Objetivo General

El objetivo de esta tesis es proponer un método que permita optimizar la topología de sistemas estructurales.

Metodología

Para cumplir con el objetivo general de la tesis, es necesario llevar a cabo los siguientes pasos:

1. Definir el problema a estudiar y contextualizarlo de manera temporal y dentro de la Ingeniería Civil.
2. Implementar el método de Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable y el método de Homogenización.
3. Realizar una comparación en dos dimensiones entre los dos métodos y seleccionar el más apropiado para problemas en tres dimensiones.
4. Verificar la propiedad de los métodos y analizar problemas comunes de la práctica de la Ingeniería Civil.
5. Concluir acerca de los resultados y acerca del futuro de la Optimización de la Topología de Sistemas.

CAPÍTULO 1

Planteamiento del Problema

1.1 Introducción

El desarrollo de la ingeniería estructural ha tenido varias fases a lo largo de su historia. En su primera fase se desarrollaron modelos mecánicos que permitieron explicar el comportamiento de los materiales y de una gran cantidad de estructuras, donde las variables de diseño eran consideradas determinísticas y la incertidumbre se manejaba utilizando factores de seguridad.

En la actualidad, estos modelos son la base para enfoques de diseño más avanzados como el Diseño de Estructuras basado en Confiabilidad, donde se emplean modelos probabilísticos en la incertidumbre de las variables; sin embargo, debido a su costo computacional su uso se ha visto limitado a ejercicios académicos y diseños de gran envergadura, razón por la cual los diseños del día a día se realizan mediante los métodos mecánicos tradicionales (Factor de Seguridad – Factores Parciales).

Estas dos tendencias tienen en común que el diseñador conoce a priori la forma de la estructura, y su tarea es dimensionarla de acuerdo con las normas vigentes en el lugar donde tenga lugar el diseño. Sin embargo, en la década de los 80, surge una nueva pregunta: ¿Cuál es la estructura que cumple con unas condiciones de apoyo y cargas al tiempo que el trabajo realizado es el mínimo?.

Esta pregunta dio orígenes a la Optimización de la Topología de Estructuras, iniciada gracias a los trabajos de Bendsoe y Kikuchi [1] quienes desarrollaron el enfoque de homogenización, el cual busca minimizar el trabajo realizado por la estructura debido a las fuerzas externas.

Posteriormente se desarrollaron otros enfoques de solución al problema, entre los cuales cabe mencionar los Algoritmos Genéticos, el “Level Set Method”.

Hasta hace pocos años, la Optimización de la Topología de Estructuras se mantuvo enmarcada en un contexto netamente académico. Sin embargo, la necesidad de eficiencia en las Estructuras y Mecanismos, así como el incremento del poder de los computadores personales han contribuido a su aplicación en problemas de la práctica de la Ingeniería. La Optimización de la Topología de Estructuras tiene gran potencial dentro de la Ingeniería dado que, conocer la Topología óptima contribuye notablemente a facilitar el proceso de diseño.

En este trabajo se exploran dos de los métodos ampliamente aceptados y utilizados: el enfoque de homogenización y los algoritmos genéticos para la Optimización de la Topología de Sistemas, y luego de una comparación entre los dos métodos se plantea el problema de la Optimización de la Topología en tres dimensiones, seguidos por un análisis de los resultados obtenidos, recomendaciones y una pequeña disertación acerca de su futuro.

1.2 Definición del Problema

La Figura 1.1 muestra el panorama general de la Optimización de la Topología de Estructuras. El propósito es distribuir una cantidad determinada de material para una estructura que posee unos apoyos y se encuentra sometida a ciertas condiciones de carga de tal manera que el trabajo que realiza la estructura se minimiza. En todo caso, la cantidad de material es limitada y su distribución se encuentra restringida al Dominio de diseño, el cual puede contener áreas sólidas y/o vacíos. Aún cuando la definición del problema es bastante general, su solución requiere plantear matemáticamente el problema, para lo cual resulta conveniente el uso de elementos finitos. Con base en lo anterior, es posible plantear la Optimización de la Topología de Estructuras

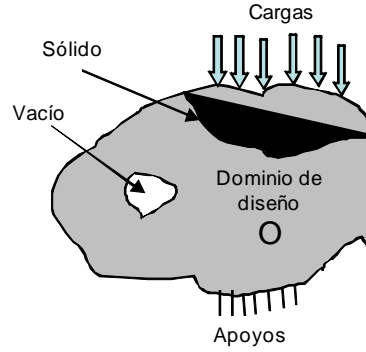


Figure 1.1: Problema general Optimización Topología

de acuerdo con la ecuación:

$$\text{Min } W = \frac{1}{2} u^t K u \quad (1.1)$$

$$\text{s.a } K u = F$$

$$V = f V_0$$

$$E \in E_{adm}$$

Donde:

u : vector de desplazamientos de la estructura.

W : trabajo realizado la estructura.

K : matriz de rigidez en coordenadas globales de la estructura.

F : vector de fuerzas aplicadas sobre la estructura.

V : volumen de la estructura.

V_0 : volumen del dominio de diseño.

f : fracción del volumen de diseño a utilizar para la estructura.

E : dominio ocupado por la estructura.

E_{ad} : dominio de diseño.

Naturalmente nuestra estructura debe estar en equilibrio y por ello se introduce la restricción $Ku = F$; es decir, desde el punto de vista estructural se desea que el trabajo realizado por la estructura sea mínimo y que la estructura soporte las cargas al tiempo que respeta las condiciones de apoyo.

Geoméricamente se persigue que la estructura se encuentra dentro de un espacio de diseño, razón por la cual se introduce la restricción $E \in E_{adm}$ y, que el volumen ocupado por la estructura sea igual a un porcentaje del volumen total del espacio de diseño, expresado mediante la restricción $V = fV_0$.

De lo expuesto anteriormente puede apreciarse que el problema a desarrollar es bastante simple desde el punto de vista conceptual y de su planteamiento matemático, sin embargo, resolver la Ecuación 1.1 es muy complejo desde el punto de vista algorítmico. En el capítulo a continuación se exponen dos de los métodos existentes para su solución.

CAPÍTULO 2

Métodos de solución

2.1 Planteamiento del problema

2.1.1 Planteamiento bidimensional:

Para el planteamiento del comportamiento mecánico mediante elementos finitos se realizarán dos suposiciones:

1. El dominio de diseño es de forma rectangular (Figura 2.1).
2. El material es isotrópico.

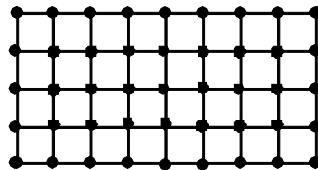


Figure 2.1: Discretización del dominio de diseño con elementos finitos

Se utilizarán elementos tipo C4 (Figura 2.2) para el problema, en donde cada uno de los vértices tendrá dos grados de libertad. La elección de elementos con cuatro vértices se hace buscando obtener la mayor eficiencia computacional posible debido a que las matrices resultantes son relativamente pequeñas (8 x 8) comparadas con las que resultan otros tipos de elementos (ver [4]).

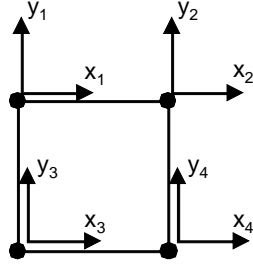


Figure 2.2: Elemento C4

La primera suposición realizada tiene como consecuencia que al implementar el código de elementos finitos se está controlando la restricción $E \in E_{adm}$. Por tratarse de un material isotrópico, la matriz K_e representa la matriz de rigidez para un elemento finito en coordenadas globales:

$$K_e = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} \\ \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} \\ -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} \\ -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} \\ -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} \\ -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & \frac{\nu}{6} \\ \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} \\ \frac{1}{8} - \frac{3\nu}{8} & -\frac{1}{4} - \frac{\nu}{12} & \frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} & -\frac{1}{4} + \frac{\nu}{12} & -\frac{1}{8} + \frac{3\nu}{8} & \frac{\nu}{6} & -\frac{1}{8} - \frac{\nu}{8} & \frac{1}{2} - \frac{\nu}{6} \end{bmatrix}$$

Donde:

E : módulo de elasticidad del material.

ν : relación de Poisson del material.

El ensamblaje de la matriz global de la estructura se realiza siguiendo el procedimiento tradicional de elementos finitos; el cual no será descrito en este documento, pero el autor recomienda

la lectura de [4] para los lectores no familiarizados con los elementos finitos.

2.1.2 Planteamiento tridimensional:

El planteamiento de elementos finitos para tres dimensiones es muy similar al bidimensional.

En este caso contamos con las siguientes suposiciones:

1. El dominio de diseño es un paralelepípedo.
2. El material es isotrópico.

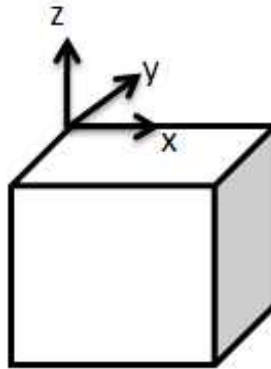


Figure 2.3: Elemento tridimensional

En este caso se utilizarán elementos de ocho nodos con tres grados de libertad por nodo como se muestra en la Figura 2.3. Este planteamiento nos conduce a matrices de 24×24 , cuyo tamaño es nueve veces de la matriz para elementos C4. Por este motivo es conveniente experimentar con la Optimización en dos dimensiones para seleccionar el método más apropiado para problemas tridimensionales.

2.2 Solución por Homogenización

Bendsøe y Kikuchi [1] propusieron un método basado en los multiplicadores de Lagrange para resolver la Ecuación 1.1. Esta solución llamada método de homogenización fue ampliamente aceptada por su alta eficiencia computacional, un factor importante para la fecha en la cual fue propuesta y por proporcionar resultados de buena calidad.

El método desarrollado discretizaba el dominio de diseño mediante elementos finitos y transforma el problema de la presencia/ausencia de material en un elemento finito en un problema de una variable continua introduciendo un enfoque llamado SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization), el cual consiste en permitir la existencia de densidades intermedias penalizadas mediante una ley potencial (Figura 2.4).

De esta manera es posible formular el problema de la optimización de la topología de estructuras de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & u^t K u = \sum \rho^p u_i^t k_i u_i & (2.1) \\
 \text{s.a} \quad & K u = F \\
 & V(\rho) = f V_0 \\
 & 0 < \rho_{\min} \leq \rho \leq 1
 \end{aligned}$$

Donde ρ es un vector que contiene los valores de densidad de material y p es el factor de penalización para las densidades intermedias. La restricción $0 < \rho_{\min} \leq \rho \leq 1$ se introduce para evitar singularidades en la matrix K . Bendsøe y Sigmund [3] recomiendan el uso de $p \geq 3$ materiales con relación de Poisson (ν) alrededor de $\frac{1}{3}$. Debido a esto, densidades intermedias hasta 0.80 son penalizadas notablemente, reduciendo su participación en la función objetivo a minimizar y se

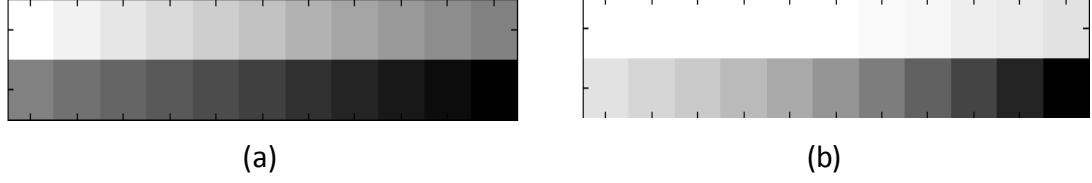


Figure 2.4: (a) Densidades sin penalizar. (b) Densidades penalizadas $p = 3$

transforma un problema de optimización discreta en un problema continuo en donde se pretende optimizar la densidad de material ρ . Asumiendo que las cargas son independientes del diseño, es decir, debe existir una estructura para soportarlas; es posible formular el siguiente esquema heurístico de actualización de la densidad (Ecuación 2.2).

$$\rho_i^{nuevo} = \left\{ \begin{array}{l} \max(\rho_{\min}, \rho_i - m) \text{ si } \rho_i B_i^\eta \leq \max(\rho_{\min}, \rho_i - m) \\ \rho_i B_i^\eta \text{ si } \max(\rho_{\min}, \rho_i - m) < \rho_i B_i^\eta < \min(1, \rho_i + m) \\ \min(1, \rho_i + m) \text{ si } \min(1, \rho_i + m) \leq \rho_i B_i^\eta \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

Donde m es un límite positivo (típicamente 0.5), $(\eta = \frac{1}{2})$ es un coeficiente de amortiguamiento y B_i se obtiene de la condición de optimización (Ecuación 2.3).

$$B_i = \frac{p\rho^{p-1}u_i^t k_i u_i}{\lambda \frac{\partial V}{\partial \rho_i}} \quad (2.3)$$

Donde λ es el multiplicador de Lagrange que se obtiene mediante un algoritmo de bisección. La deducción del esquema heurístico de actualización de las densidades no se presentará en este documento, pero puede encontrarse en Bendsøe [2] y Pedersen y Buhl [16].

La principal ventaja del método de homogenización es su eficiencia computacional, sin embargo, el método posee tres limitantes:

1. *Puede converger a óptimos locales*: debido que se encuentra basado en los Multiplicadores

de Lagrange, que al igual que los otros métodos de gradiente puede estancarse en mínimos locales.

2. *Existencia de valores intermedios de densidad en la solución:* el esquema SIMP permite transformar el problema de variables discretas (0 y 1) a una variable continua (la densidad de material), lo cual permite el uso de Multiplicadores de Lagrange, sin embargo, trae como consecuencia que en la solución final aparezcan valores intermedios de densidad que carecen de significado físico.
3. *Está limitado al enfoque lineal de elasticidad:* utilizar el método de Homogenización limita el modelo constitutivo a elasticidad lineal, por lo tanto no es aplicable para estructuras con grandes deformaciones.

El algoritmo para implementar el método de Homogenización se presenta en la Figura 2.5. Este algoritmo se implementó en MatLab. El programa desarrollado posee las siguientes limitaciones:

1. El dominio de diseño es rectangular.
2. Únicamente soporta la aplicación de fuerzas puntuales. No soporta la aplicación de momentos ni torsores ni se realizan consideraciones de resistencia de materiales.

2.3 Solución por Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable

Desde el punto de vista estrictamente matemático, los algoritmos genéticos deberían ser la primera opción para solucionar el problema de Optimización de la Topología dado que nos encontramos ante una variable que toma valores booleanos (0's y 1's). Por ejemplo, para una

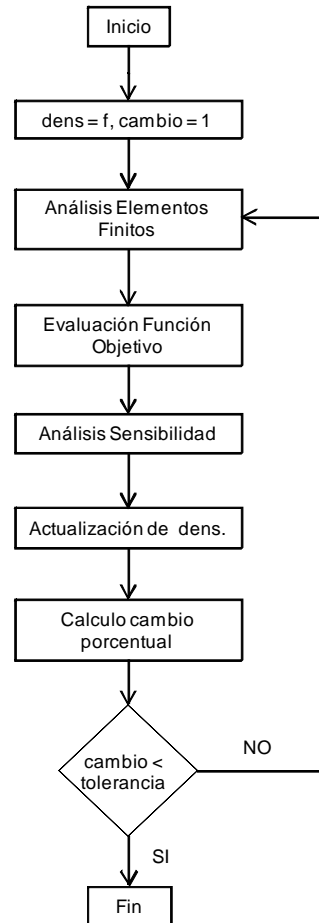


Figure 2.5: Algoritmo de Homogenización

configuración como la mostrada en la Figura 2.6, la codificación mediante algoritmos genéticos asignaría 1 a los elementos donde hay material y 0 en los elementos vacíos.

El esquema de solución mediante algoritmos genéticos del problema 1.1 es idéntico al que se utilizaría con cualquier otro problema de optimización, el cual se presenta de manera muy general en la Figura 2.7. Los principios básicos de algoritmos genéticos pueden ser consultados en Goldberg [7]. Desde el punto de vista conceptual, los Algoritmos Genéticos poseen dos ventajas:

1. La probabilidad de estancamiento y de soluciones subóptimas es menor que el método de Homogenización [6], [7] y
2. Al codificar la solución binariamente, el resultado de la optimización

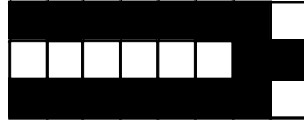


Figure 2.6: Ejemplo de solución

es completamente significativo desde el punto de vista físico.

Sin embargo, A pesar de las ventajas de los algoritmos genéticos sobre el método de homogenización, estos poseen una debilidad muy notable: falta de eficiencia computacional. La razón para esta debilidad es muy sencilla; y para ilustrarlo consideremos una malla de elementos finitos de 32×20 para un problema bidimensional. El número total de posibles combinaciones es $2^{32 \times 20} \approx 4.6 \times 10^{192}$, de las cuales en el mejor de los casos sólo un porcentaje pequeño tendrán algún sentido físico, es decir, no serán estructuras definidas, con elementos continuos; por lo cual durante la exploración de las soluciones se consumirían valiosos recursos en soluciones que carecen de significado, haciendo de los Algoritmos Genéticos un método poco eficiente [8], [9].

Una de las características de los Algoritmos Genéticos como método es la forma en la cual se aproxima al óptimo [6]; ilustrada para el caso de una función sinusoidal en la Figura 2.8, donde es posible apreciar que durante las etapas iniciales del Algoritmo Genético es muy sencillo diferenciar las soluciones; mientras que en las etapas finales debido al proceso artificial de selección se hace mucho más complejo; es decir, se requiere una mayor sensibilidad en las etapas finales para poder establecer diferencias entre las soluciones. Para el problema de Optimización de Topología, la sensibilidad de la solución final está determinada por el nivel de refinamiento presente en la malla de elementos finitos utilizada.

Teniendo en cuenta la forma en la que evolucionan los algoritmos genéticos y la relación

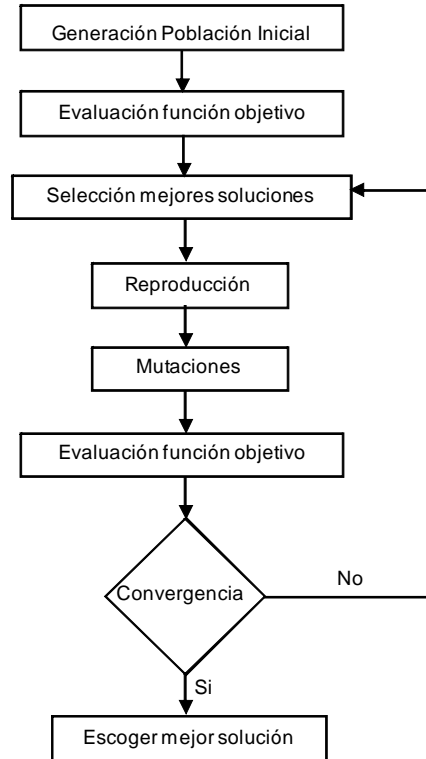


Figure 2.7: Esquema general Algoritmos Genéticos

directa entre el tiempo computacional y el refinamiento de la malla, Kim y de Weck [12], [13], [14] propusieron un método en el cual se utilizan diferentes longitudes de cromosomas en los algoritmos genéticos.

De manera general, el método utiliza cromosomas cortos (mallas poco refinadas) durante las primeras etapas en las cuales existen soluciones poco significativas, para ir incrementando la longitud en la medida en que progresa el algoritmo y nuevas y mejores soluciones son generadas. La idea desarrollada tiene mucho sentido puesto se ahorra gran cantidad de esfuerzo computacional en las etapas iniciales utilizando mallas poco refinadas que poseen matrices de rigidez pequeñas. La Figura 2.9 muestra el esquema de optimización planteado por Kim y de Weck. Se inicia como un algoritmo genético tradicional, generando aleatoriamente la población inicial de soluciones

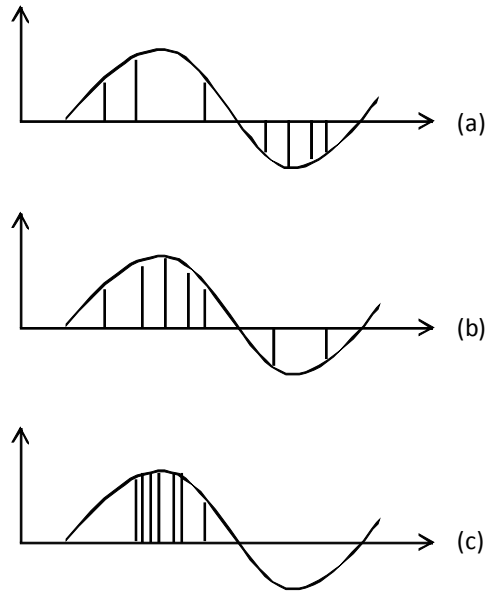


Figure 2.8: Fases Algoritmos Genéticos: (a) Etapas iniciales. (b) Etapas intermedias. (c) Etapas finales

para posteriormente entrar a un doble ciclo. El ciclo interno es una rutina de elementos finitos para un tamaño fijo de malla, luego de obtener un óptimo este se recodifica en una malla mas fina y se genera una nueva población para un nuevo ciclo interno. Este proceso se repite hasta obtener convergencia en el ciclo exterior, la cual está determinada por un tamaño preestablecido de malla. La ecuación 2.4 muestra la forma en la cual se genera la nueva población.

$$\rho_i^{nueva} = \text{redondear} (\alpha + \beta \rho_i^{anterior} + \gamma \text{rand}(0, 1)) \quad (2.4)$$

A continuación se exponen los pasos siguientes del algoritmo:

2.3.1 Filtro de Energía de deformación:

Dado que el planteamiento de AGLCV (Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable) utiliza elementos finitos, la primera restricción ($Ku = F$) de la Ecuación 1.1 se satisface,

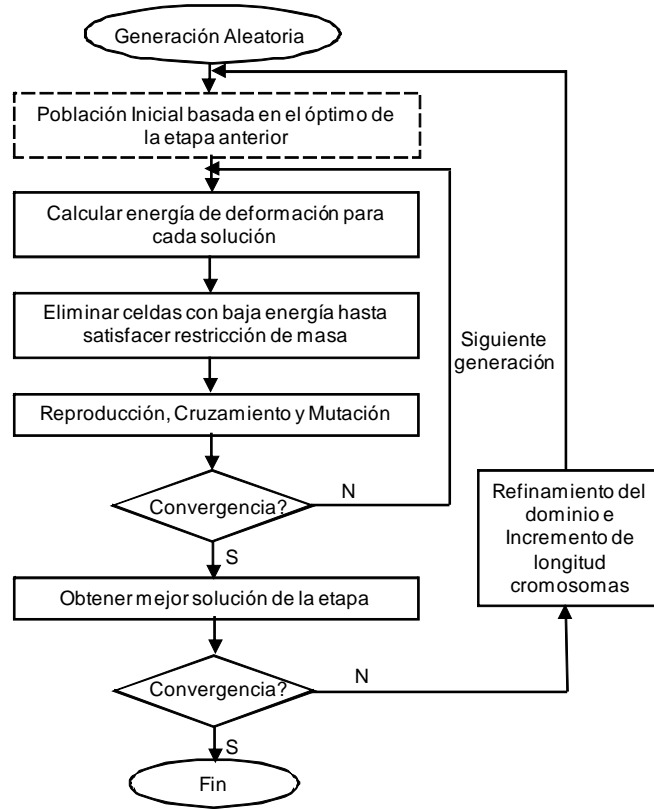


Figure 2.9: Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variables

sin embargo, aún es necesario cumplir con la segunda restricción ($V = fV_0$). Para tal propósito Kim y de Weck [12], [13], [14] proponen un filtro basado en la energía de deformación de los elementos finitos. La energía de deformación U_k para una celda k se calcula de acuerdo con la ecuación

$$U_k = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_k} \varepsilon_k \sigma_k d\Gamma_k \quad (2.5)$$

Donde:

ε : Deformación unitaria de la celda.

σ : Esfuerzo en la celda.

Γ : Dominio de la celda.

Este planteamiento se basa en la teoría de elementos finitos [4], de la cual se conoce que los elementos con mayor energía de deformación poseen una mayor contribución para soportar las cargas de la estructura. De esta forma, eliminando las celdas con menor aporte a la resistencia de la estructura se satisface la restricción de volumen.

2.3.2 Operadores Genéticos:

Los algoritmos genéticos, en su planteamiento más general poseen tres operadores básicos: reproducción, cruzamiento y mutación. La reproducción tiene por propósito eliminar soluciones inferiores y conservar buenas soluciones; el cruzamiento genera soluciones nuevas (que se esperan sean mejores) a partir de soluciones existentes, y finalmente mediante las mutaciones se mantiene la diversidad genética de las soluciones y se evita el estancamiento en mínimos/máximos locales.

El planteamiento original de los operadores genéticos se mantiene vigente desde los trabajos pioneros de Holland, y para los lectores no familiarizados el autor recomienda la lectura de Goldberg [7]. Estos planteamientos son excelentes para problemas en los cuales se codifica información numérica, sin embargo no son apropiados para la Optimización de la Topología de Estructuras debido que no se codifican valores numéricos (que pueden considerarse unidimensionales) sino la configuración geométrica de una estructura, la cual es una variable de mas de una dimensión.

Esto hace necesario adaptar las metodologías clásicas de los operadores genéticos a una variable bidimensional. En el caso de la reproducción no es necesario realizar modificaciones dado que los métodos existentes para ello se encuentran basados en la aptitud de la estructura (a menor trabajo realizado mayor actitud), el cual para nuestro caso es el trabajo realizado.

Para las mutaciones, Kane et al [11] proponen un método llamado mutación epistática, en la cual se evita la pérdida de diversidad genética cambiando bits que tienden a volverse constantes en

la población. Este enfoque deberá utilizarse mientras la convergencia de la población se encuentra en etapas iniciales e intermedias porque puede resultar nociva en etapas finales, donde conviene utilizar la mutación clásica. A diferencia de la reproducción, el cruzamiento debe modificarse

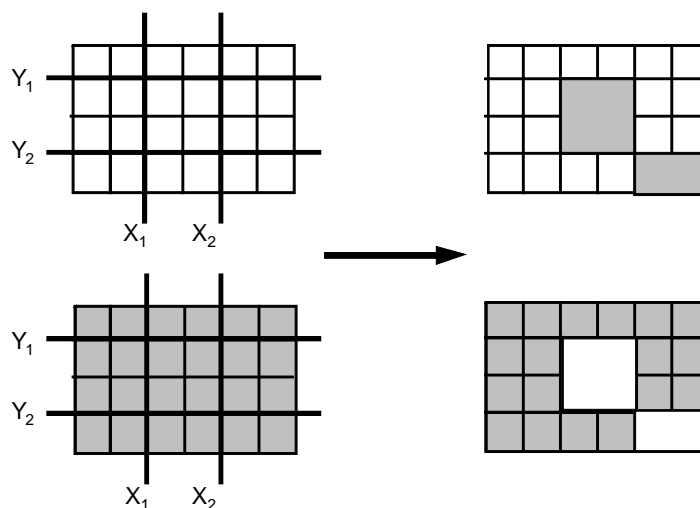


Figure 2.10: Cruzamiento por bloques

porque los esquemas de 1 punto y 2 puntos producen resultados completamente sesgados y, aunque en menor medida, también resulta sesgado el cruzamiento uniforme. Jensen [9] introdujo un método para el cruzamiento por bloques. En éste método, cuatro puntos X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 son seleccionados definiendo 9 bloques en las estructuras a cruzar, para luego intercambiar 2 o 3 de los nueve bloques entre las estructuras. La Figura 2.10 esquematiza el proceso en el cual se intercambian dos bloques entre dos estructuras. Kane [10] realizó un completo estudio en el cual se demuestra la superioridad del cruzamiento por bloques sobre el cruzamiento uniforme y los cruzamientos de 1 y 2 puntos.

CAPÍTULO 3

Resultados y Análisis

3.1 Resultados en dos dimensiones

Con el fin de determinar el método apropiado para trabajar en dos dimensiones se realizaron pruebas de desempeño a los métodos mencionados en este trabajo. Las especificaciones del computador utilizado son las siguientes:

Dell Inspiron E1705

CPU: Intel Core Duo T2300 (2 x 1.66GHz, 2MB L2 Caché)

Memoria: 1GB RAM (667MHz CAS 5)

Chipset: Intel 945PM

Disco Duro: 60GB 5400RPM SATA

Sistema Operativo: Windows XP SP2

Software: MatLab R2007a (Multithreading Activado)

Para el método de algoritmos genéticos utilizó se utilizó MatLab con un tamaño final de malla de 32 x 20 empezando por una malla de 4 x 5; una tasa de mutación del 1% y de cruces de 95%, estos valores fueron seleccionados con base en recomendaciones (ver [12], [13]). De

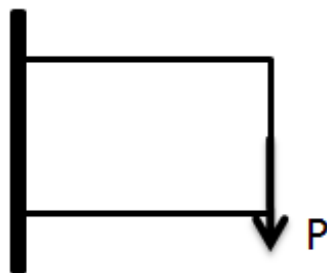
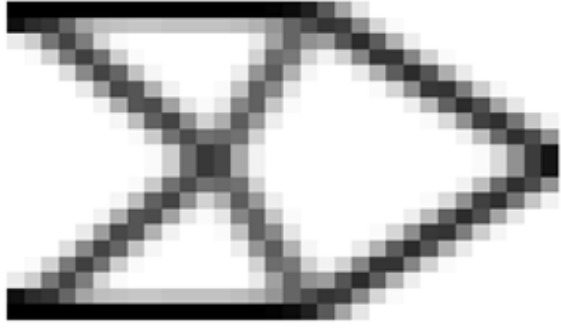



Figure 3.1: Caso de estudio en dos dimensiones

igual manera se utilizó elitismo, conservando el 2% superior de la población. Para el método de homogenización se trabajó con una malla de 32 x 20 para todas las iteraciones. Los resultados obtenidos para el problema de la Figura 3.1 se presentan a continuación:

Método	Tiempo	Resultado
Homogenización	25s	
AGLCV	2h 47min 51s	

Primero que nada, cabe mencionar la gran similitud entre los resultados obtenidos por ambos métodos. Desde el punto de vista de la calidad de la solución final es importante notar que la solución obtenida mediante homogenización posee niveles de distorsión considerables, los cuales se manifiestan en la presencia de elementos que carecen de significado desde el punto de vista físico. La Figura 3.2 muestra el resultado obtenido junto a una escala de grises. Por consiguiente, desde el punto de vista de la calidad de la solución se aprecia que los Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable son superiores al enfoque de homogenización para un mismo tamaño de malla.

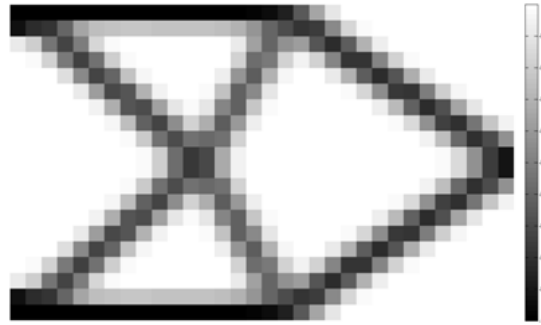


Figure 3.2: Resultados por Homogenización (32 x 20)

A pesar de proporcionar una solución con mejor calidad, éste método es muy poco eficiente, ya que para lograr el resultado obtenido se requirieron 2h 47min y 51s, esto es 402.8 veces el tiempo requerido por el enfoque de homogenización.

Considerando la gran eficiencia de tiempo computacional del método de homogenización, conviene analizar el impacto del tamaño de la malla en el tiempo computacional. Para ello se utilizó una nueva malla que duplica el número de elementos en cada uno de los ejes, es decir, la malla original de 32x20 se refinó a una malla de 64x40.

Los resultados se muestran en la Figura 3.3. A simple vista es posible apreciar que el resultado obtenido es mucho mejor que los resultados originales, lo cual es completamente consistente dado que la malla utilizada posee cuatro veces más elementos que la malla original. Igualmente se midió el tiempo requerido, el cual fue de 39.7s, el cual es cerca de 15s superior al obtenido para la malla de 32 x 20.

Con base en el resultado obtenida, resulta útil conocer la escalabilidad computacional del método, la cual se presenta en la Figura 3.4

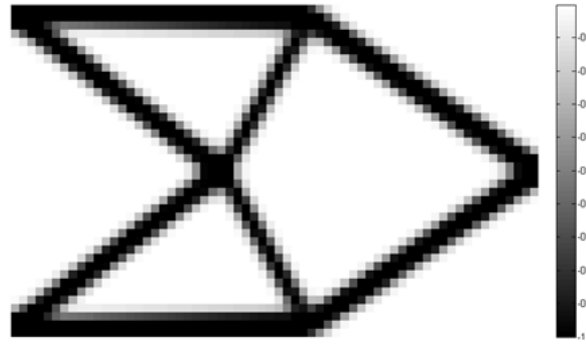


Figure 3.3: Resultados Homogenización (64 x 40)

Con base en los resultados obtenidos es posible realizar algunas observaciones acerca de los métodos utilizados:

1. Cuando son utilizados con un mismo tamaño de malla, el método de los Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable proporciona resultados de mejor calidad que el método de homogenización.
2. Desde el punto de vista de la eficiencia computacional los Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable son muy ineficientes comparados con el enfoque de homogenización.
3. Si se desea obtener una mejor calidad de resultados resulta preferible utilizar el método de homogenización incrementando la densidad de la malla de elementos finitos.

Por tanto, es posible concluir que bajo el enfoque lineal de elasticidad el método de homogenización es preferible al método de Algoritmos Genéticos de longitud cromosómica variable. A pesar que para un mismo tamaño de malla el enfoque de homogenización da resultados de menor calidad, este problema puede ser resuelto incrementando la malla al tiempo que se mantiene un menor tiempo computacional.

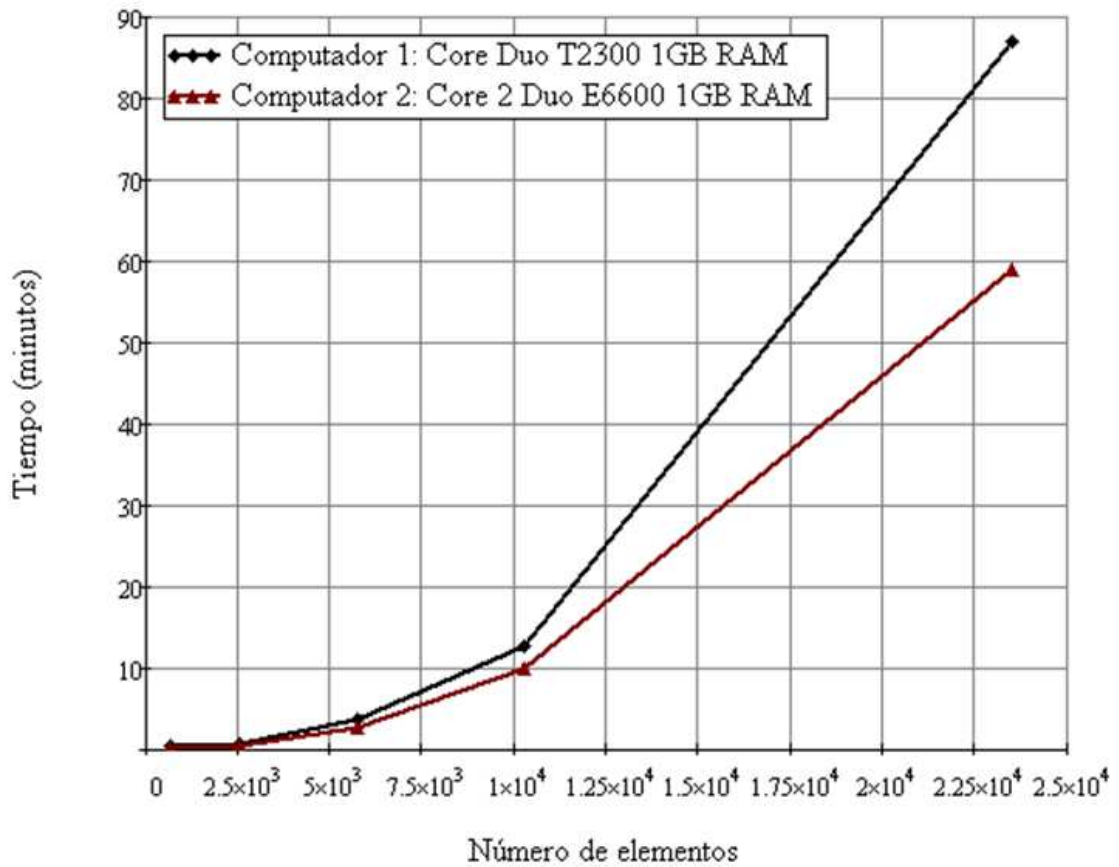


Figure 3.4: Escalabilidad computacional método Homogenización

3.2 Resultados en tres dimensiones

Con base en los resultados obtenidos para dos dimensiones, resulta evidente la superioridad del método de homogenización, por lo tanto se empleará para evaluar situaciones tridimensionales. Primero fueron analizados casos sencillos para los cuales se conoce a priori el resultado y posteriormente se procedió a evaluar situaciones más complejas.

Es importante tener en cuenta que un problema debe encontrarse bien definido, es decir, debe establecerse claramente:

1. Tipo de apoyos.
2. Posición de las cargas.
3. Ubicación de áreas sólidas y/o vacíos.

El programa elaborado en MatLab para el caso de tres dimensiones no soporta la aplicación puntual de momentos ni torsores; y únicamente es posible aplicar cargas distribuidas uniformes.

3.2.1 Casos sencillos:

El primer caso estudiado es una estructura con empotramiento en un extremo y un momento torsor en el otro. Dadas las limitaciones del programa, se utilizó un conjunto de fuerzas para simular a la aplicación del torsor. La Figura 3.5 muestra el espacio de diseño, las cargas y los apoyos del caso mencionado.

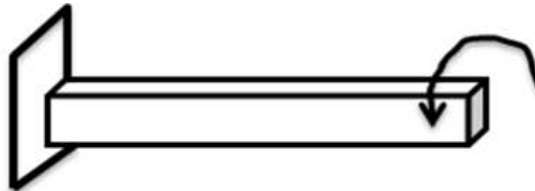


Figure 3.5: Caso de torsión

El resultado obtenido para una fracción del 50% del volumen total se presenta en la Figura 3.6. Como puede apreciarse, la estructura resultante presenta un vacío a lo largo de su longitud. No resulta complejo imaginar que luego de un post-procesamiento es posible concluir que la estructura a utilizar deberá ser un cilindro hueco dado que el programa asigna material en el extremo debido a que en este punto es donde se encuentran aplicadas las fuerzas utilizadas para simular el torsor.

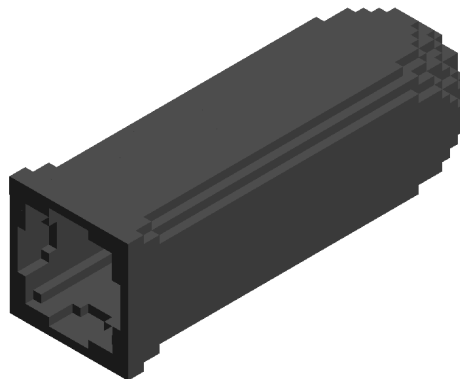


Figure 3.6: Resultados caso de torsión

Como segundo caso de estudio se utilizó el mostrado en la Figura 3.7, el cual corresponde a un empuje de tierra sobre un muro de contención apoyado sobre el suelo. Se utilizó una fracción

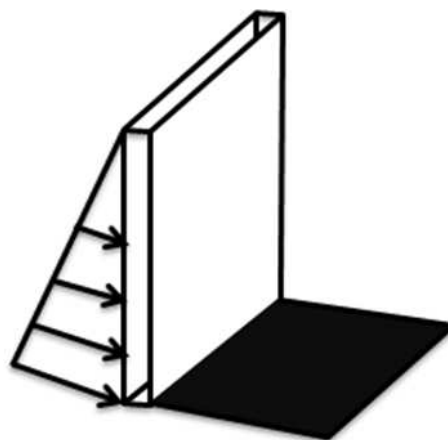


Figure 3.7: Caso muro de contención

de volumen del 50% del volumen total y el resultado obtenido se presenta en la Figura 3.8. Con base en los resultados obtenidos para los casos analizados puede concluirse que el método implementado funciona de manera apropiada y por lo tanto resulta interesante analizar casos de mayor complejidad, los cuales se presentan en la próxima sección.

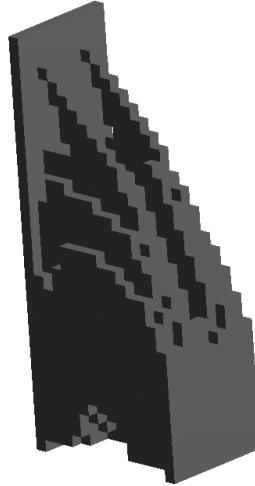


Figure 3.8: Resultado caso muro de contención

3.2.2 Casos complejos:

En un siglo donde la competitividad es parte esencial en la planeación de proyectos, la Optimización de la Topología tiene el potencial de servir como punto de referencia para diseños que maximicen la existencia de la estructura. A continuación se presenta el análisis de dos casos comunes en la Ingeniería Civil:

- Un puente sometido a cargas de tráfico.
- Una presa diseñada para soportar el empuje del agua.

Para ambos casos se asume que el peso de la estructura es despreciable por simplificación, no obstante, esta carga debe ser modelada. En el caso del puente se consideró la situación de carga más crítica, es decir, cuando el puente se encuentra totalmente cargado. El caso de la presa requiere simplificaciones adicionales. Dado que el programa desarrollado no permite la aplicación de cargas distribuidas, estas fueron simuladas como cargas puntuales aplicadas en los nodos.

Caso 1: Puente: El primer paso en la definición de nuestro problema es determinar claramente las condiciones de apoyo, cargas, áreas sólidas y vacíos. La Figura 3.9 muestra la caracterización del caso. La estructura cuenta con dos apoyos en los extremos del área de diseño; igualmente presenta un área sólida para la circulación de vehículos y un área de vacíos justo sobre el área sólida.

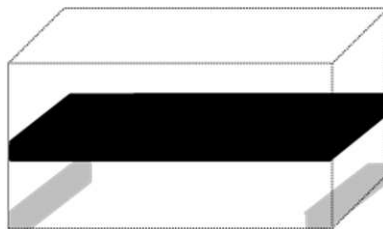


Figure 3.9: Caracterización caso puente

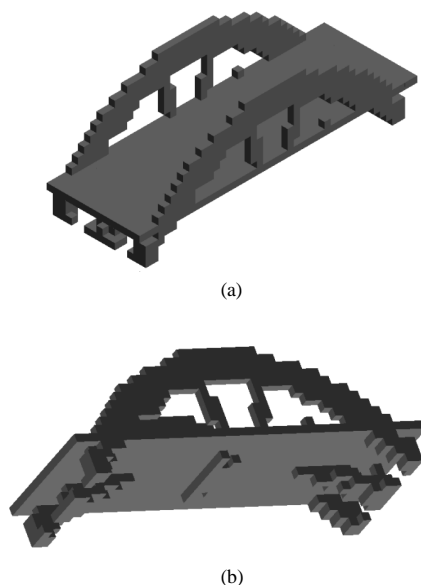


Figure 3.10: Resultado caso puente

El resultado se puede observar en la Figura 3.10. En la vista isométrica se puede apreciar que el resultado es consistente con lo que se esperaría de un puente; se utilizan dos arcos a los

lados del puente, que sostienen el tablero. Al examinar la Figura 3.10b, puede apreciarse que los arcos se prolongan hasta el punto de apoyo definido en las condiciones del problema.

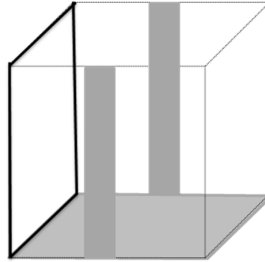


Figure 3.11: Caso presa

Caso 2: Presa: La Figura 3.11 muestra las condiciones para nuestro problema. En este caso la

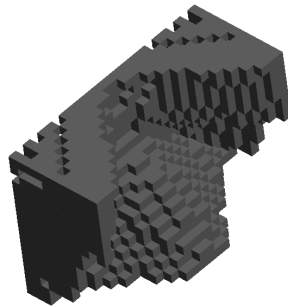


Figure 3.12: Resultados caso presa

presa se encuentra apoyada sobre el suelo y se encuentra restringida de manera parcial a los lados. Los resultados, los cuales se muestran en la Figura 3.12 son bastante buenos; hay una mayor concentración de material al fondo de la presa, donde el empuje de agua es mayor. Similarmente, la estructura se apoya sobre la parte lateral del dominio de diseño y sobre el suelo.

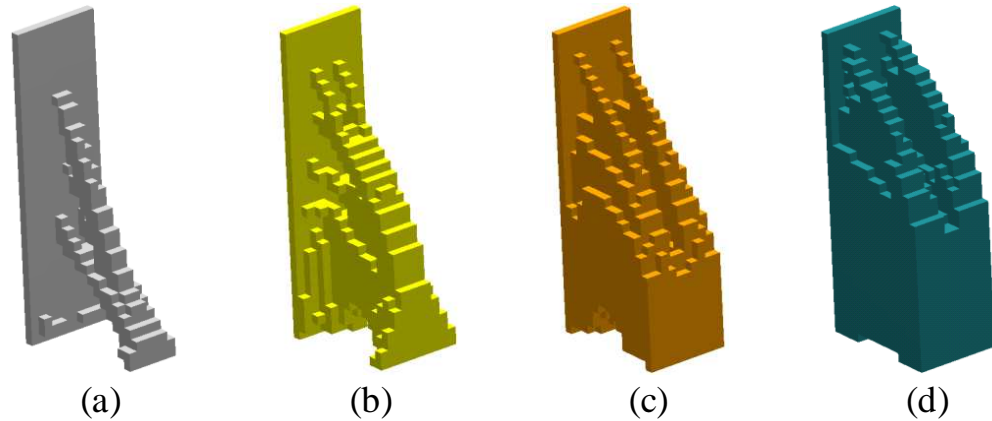


Figure 3.13: Sensibilidad a la fracción del volumen. a) $V = 10\%$. b) $V = 30\%$. c) $V = 50\%$. d) $V = 70\%$.

3.3 Análisis de sensibilidad

La Figura 3.13 presenta la variación del resultado para el problema de la Figura 3.7 para diferentes valores de V . A partir de los resultados para diferentes valores de V es posible identificar qué elementos tienen una mayor importancia para conformar una estructura. Para el caso en estudio, apoyar apropiadamente la estructura es fundamental, lo cual se ve reflejado para $V = 10\%$. Al incrementar a $V = 30\%$ el material es asignado a la parte inferior de la estructura; es decir, utilizando un apoyo alejado de la pared se construye una base y las cargas del muro son transmitidas a ella mediante elementos diagonales. Posteriormente, incrementando V a 50% y posteriormente a 70% se comprueba lo mencionado anteriormente.

Con base en el análisis de sensibilidad a V , se puede concluir que en una situación de diseño es necesario realizar un análisis para determinar la forma de priorizar la ubicación para el material. El valor V de diseño deberá ser establecido de acuerdo con consideraciones económicas del diseño, así como por las regulaciones existentes. En la Figura 3.14 se muestra el resultado para el puente

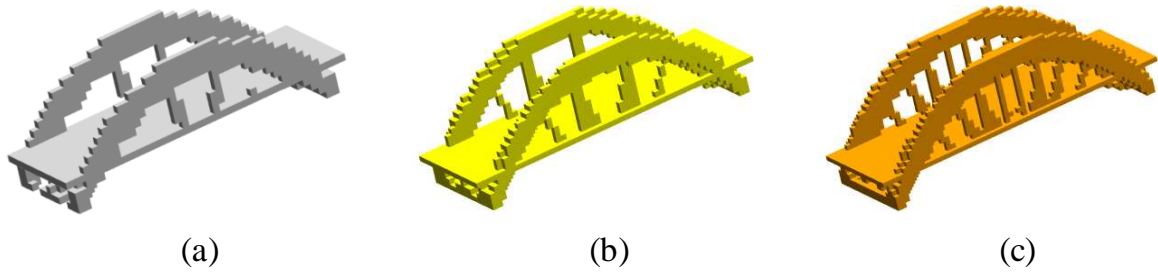


Figure 3.14: Sensibilidad al número de elementos. a) 10000 elementos. b) 20000 elementos. c) 30000 elementos.

de las condiciones de la Figura 3.9 para tres mallas de elementos finitos diferentes. Las tres configuraciones obtenidas son bastante similares entre sí, dando como resultado un puente en forma de arco apoyado sobre sus extremos. Sin embargo, al incrementar la cantidad de elementos, se incrementa notablemente el nivel de detalle de la solución. Al analizar la evolución desde 10000 hasta 30000 elementos se aprecia que en la medida que la malla se hace más fina, nuevos detalles acerca de la conexión entre el arco y la plataforma del puente son revelados. De la misma manera, es posible apreciar detalles adicionales en los soportes del puente.

De acuerdo con esto, resulta conveniente iniciar con un número pequeño de elementos, para obtener una idea global de la configuración de la estructura y posteriormente refinarla para confirmar lo que se haya planteado inicialmente.

La aplicación a un problema real requiere obtener una idea razonable para la configuración óptima de la estructura. Para ello resulta conveniente realizar un análisis de sensibilidad para V y considerando los factores económicos y de diseño, fijar un valor. Posteriormente, obtener un resultado para un tamaño de malla y refinarlo hasta obtener mayor confianza en lo que el criterio sugiera.

CAPÍTULO 4

Conclusiones y Recomendaciones

Con base en el presente trabajo es posible concluir:

1. El método de Homogenización es apropiado para resolver problemas de la Optimización de la Topología de Sistemas Estructurales (OTSE) en los cuales se utilizarán materiales de comportamiento elástico lineal para la estructura.
2. Los AGLCV podrán considerarse como una alternativa a para la OTSE en un horizonte cercano con computadores de mayor capacidad de procesamiento.
3. Para resolver un problema de OTSE es conveniente determinar V de acuerdo con las restricciones económicas y de diseño; posteriormente utilizar un número pequeño de elementos (al menos 5000) para visualizar la estructura y posteriormente obtener más detalles refinando la malla de acuerdo con las posibilidades computacionales.

Igualmente, realizo las siguientes recomendaciones:

1. La OTSE debe considerarse como una parte fundamental dentro del proceso integral del diseño, la cual constituye el punto a partir del cual se diseñará la estructura luego de un post-proceso.
2. El post-proceso debe ser realizado por el diseñador, pero en un futuro resulta interesante integrar el post-proceso a la OTSE.

3. La investigación en OTSE debe dirigirse no sólo a mejorar los métodos existentes, sino hacia la aplicación en los problemas prácticos de Ingeniería.

REFERENCIAS

- [1] Bendsøe, M., Kikuchi, N. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using Homogenization Method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1988.
- [2] Bendsøe M. Optimization of structural topology, shape, and material. Springer, Berlin Heidelberg New York. 1995.
- [3] Bendsøe M., Sigmund O. Material interpolations in topology optimization. Arch. Applied. Mechanics. Vol. 69 pág. 635 – 654. 1999.
- [4] Chandrupatla, T. Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería. Prentice Hall, México. 1999.
- [5] Chapman CD., Saitou K., Jakiela MJ. Genetic Algorithms as an approach to configuration and Topology Design. J Mech Des Trans. ASME 116 pág. 1005-1112. 1994.
- [6] Coley, D. An introduction to genetic algorithms for scientist and engineers. World Scientific, River Edge, New Jersey. 1999.
- [7] Goldberg, D. Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning. Addison-Wesley Reading. 1989.
- [8] Hajela, P., Lee E. Genetic Algorithms in truss topological optimization. Journal of Solid Structures 32. 1995.
- [9] Jensen, E. Topological Structural Design using Genetic Algorithms. Ph. D Thesis, Purdue University. 1992.
- [10] Kane, C. Algorithmes génétiques et Optimisation topologiques de formes. Ph.D Thesis, École Polytechnique. 1995.
- [11] Kane, C., Jouve, F., Schoenauer, M. Structural Topology Optimization in Linear and Non-linear Elasticity using Genetic Algorithms. 21st ASME Design Automatic Conference. 1995.
- [12] Kim, I., De Weck, O. Progressive Structural Topology Optimization by Variable Chromosome length Genetic Algorithm. CJK-OSM3. 2004.
- [13] Kim, I., De Weck, O. Variable Chromosome length genetic algorithm for progressive refinement in topology optimization. Structural Multidisciplinary Optimization. 2005.
- [14] Kim, I., De Weck, O. Variable Chromosome length genetic algorithm for Structural Topology Design Optimization. 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference. 2004.

- [15] Lin C., Hajela P. Design Optimization with advanced genetic search strategies. Journal of Advanced Engineering Software. Vol 21 pág 179 – 189. 1994.
- [16] Pedersen, C., Buhl, T. Topology Optimization (A one semester project from the fall-semester of 1997). Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark. 1997.